



**HACETTEPE ÜNİVERSİTESİ**

İstatistik Bölümü

İST374 - Olasılıksal Süreçler

Ara Sınav Ödevi 2022-2023 Bahar Dönemi

28/04/2023

Sedanur Gülten - 21935965

Öykü Akın - 2200329042

## 1.Kısım

### 1.a

**Sürecin durum uzayı (S):** {sıcaklık<21, sıcaklık<24, sıcaklık>24},süreklî

**Zaman parametresini (T) :**Yıllara göre aylık ortalama sıcaklık.

Aşağıda kullanılan veriler, Brezilya'nın Rio şehrinin 2019-1973 yılları arasındaki aylara göre ortalama sıcaklık verileridir.

### 1.b

(Ortalama sıcaklıklar 20'li derecelerde olduğu için bu aralıklar baz alınarak geçiş durumları oluşturuldu.)

## -Verileri etiketleme

```
data <- read.csv("station_rio.csv")

get_label <- function(temperature) {
  if (temperature<21) {
    result <- "cold"
  }
  else if (temperature < 24) {
    result <- "warm"
  }
  else {
    result <- "hot"
  }
  return(result)
}

temperature_list = list()
for (i in 1:nrow(data)) {
  for (j in 2:(ncol(data)-5)) {
    temperature_list <- append(temperature_list, get_label(data[i,j]))
  }
}

# temperature_list = list("cold", "cold", "cold", "warm", "warm", "warm", "hot", "hot", "cold", "cold", "warm")
```

## -Frekans Matrisi

```
labels = c("cold","warm","hot")
markov_df = data.frame(matrix(nrow = length(labels), ncol = length(labels)))
colnames(markov_df) = labels
rownames(markov_df) = labels
markov_df[] <- 0

for (i in 1:(length(temperature_list)-1)) {
  current_state <- temperature_list[i]
  next_state <- temperature_list[i+1]
  row <- which(labels == current_state)
  col <- which(labels == next_state)
  markov_df[row, col] <- markov_df[row, col] + 1
}
```

	cold	warm	hot
cold	12	27	1
warm	28	140	44
hot	0	45	266

## 1.c

### - Bir Adım Geçiş matrisi (P)

```
labels = c("cold","warm","hot")
markov_stat_df = data.frame(matrix(nrow = length(labels), ncol = length(labels)))
colnames(markov_stat_df) = labels
rownames(markov_stat_df) = labels
markov_stat_df[] <- 0

for (i in 1:length(labels)) {
  for (j in 1:length(labels)) {
    markov_stat_df[i,j] <- markov_df[i,j]/rowSums(markov_df)[i]
  }
}
```

	cold	warm	hot
cold	0.3000000	0.6750000	0.0250000
warm	0.1320755	0.6603774	0.2075472
hot	0.0000000	0.1446945	0.8553055

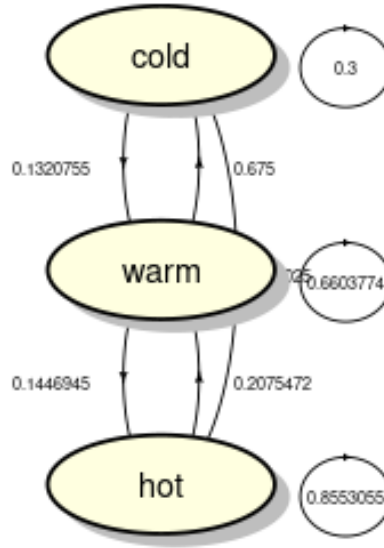
## 1.d

### -Bir Adım Geçiş Diyagramı

```
library(expm)
library(markovchain)
library(diagram)
library(pracma)

markov_stat_df

plotmat(markov_stat_df, pos = c(1, 1, 1), lwd = 1, box.lwd = 2, cex.txt = 0.5, box.size = 0.08, box.type = "circle", box.prop = 0.5, box.col = "Light yellow", arr.length = .1, arr.widht= .1, self.cex = .4, self.shifty = -.01,self.shiftx = .13, main = "")
```



1.e

### -Denge Dağılımı

```

P20<- P %%% P;P20
P60<- P %%% P;P60
P150<- P %%% P;P150
P250<- P %%% P;P250
P350<- P %%% P;P350

> P60<- P %%% P;P60
      cold      warm      hot
cold 0.1791510 0.6518721 0.1689770
warm 0.1268423 0.5552802 0.3178776
hot   0.0191106 0.2193110 0.7615784
> P150<- P %%% P;P150
      cold      warm      hot
cold 0.1791510 0.6518721 0.1689770
warm 0.1268423 0.5552802 0.3178776
hot   0.0191106 0.2193110 0.7615784
> P250<- P %%% P;P250
      cold      warm      hot
cold 0.1791510 0.6518721 0.1689770
warm 0.1268423 0.5552802 0.3178776
hot   0.0191106 0.2193110 0.7615784
> P350<- P %%% P;P350
      cold      warm      hot
cold 0.1791510 0.6518721 0.1689770
warm 0.1268423 0.5552802 0.3178776
hot   0.0191106 0.2193110 0.7615784

```

Geçiş olasılıkları bazı durumlarda sıfır olabilir, bir adım geçiş matrisindeki olasılık değeri ( $P_{31}=0$ ) olduğundan dengeli duruma ulaşmayabilir. Yukarıdaki geçiş olasılıklarından bunu gözlemleyebiliriz.

1.f

### Üç Adım Geçiş Diyagramı

Üç adım geçiş matrisi aşağıdaki gibidir.

```
> stateNames <- c("cold", "warm", "hot")
> P <- matrix(c(0.30000000, 0.6750000, 0.0250000, 0.1320755, 0.6603774, 0.2075472, 0.00000000, 0.1446945, 0.8553055), nrow=3, byrow=TRUE)
> row.names(P) <- stateNames; colnames(P) <- stateNames
> P3<- P %>% P;P3
      cold      warm      hot
cold 0.1791510 0.6518721 0.1689770
warm 0.1268423 0.5552802 0.3178776
hot   0.0191106 0.2193110 0.7615784
```

1.g

### Yutucu durum-Kapalı Küme- Periyodik- Durum Özellikleri

Yutucu durum köşegen değerlerin “1” olduğu durumda oluşur. P geçiş matrisinde yutucu durum bulunmamaktadır.

Bütün durumlar arasında geçiş bulunmakta, kapalı küme yoktur.

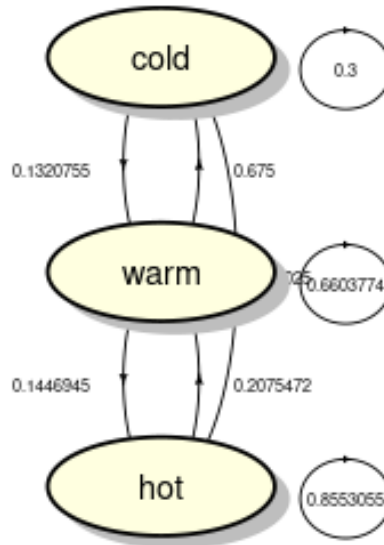
cold-> warm ->hot, hot->warm-> cold durumu periyodik durumdur.

hot->warm->hot

cold->warm->cold

Tüm durumlar için periyot sayısı aynı olmadığından denge olmadığı söylenir.

Ayrıca “warm” durumu hem periyodik, hem de geçiş durumudur.



## 2.Kısım

$$P = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0 & 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0.5 \end{bmatrix} \quad \pi_0 = [0.2 \ 0.3 \ 0.5]$$

2.a

Durum Uzayı =S={1,2,3}

$$P(X_7 = 3 / X_6 = 2)$$

Yukarıdaki durumda bir adım sonrası 2 durumundan 3 durumuna geçiş olasılığı istenmektedir. Bu değer de  $P_{23}=0.6$  olarak, yukarıdaki geçiş matrisinden bulunur.

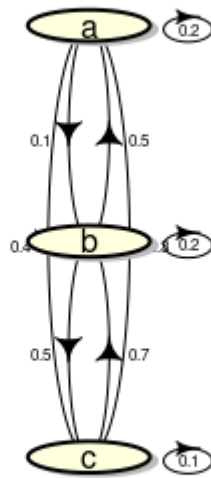
### 3. Periyodik Durum

Aşağıda durum uzayları  $S=\{1,2,3\}=\{a,b,c\}$  olarak tanımlanmıştır ve periyodu 2 olan geçiş diyagramı yer almaktadır. Periyodik durum olması için tüm durumların geçiş periyodu aynı olmalıdır.

```
> stateNames <- c("a", "b", "c")
> A <- matrix(c(0.2, 0.5, 0.3, 0.1, 0.2, 0.7, 0.4, 0.5, 0.1), nrow=3, byrow=TRUE)
> row.names(A) <- stateNames; colnames(A) <- stateNames
> A
      a    b    c
a 0.2 0.5 0.3
b 0.1 0.2 0.7
c 0.4 0.5 0.1
\ |
```

#### 3.1 Periyodik durum içeren geçiş diyagramı için:

```
plotmat(A, pos = c(1, 1, 1), lwd = 1, box.lwd = 2, cex.txt = 0.5, box.size = 0.08, box.type = "circle", box.prop = 0.5, box.col =
"light yellow", arr.length = .1, arr.widht= .1, self.cex = .4,
self.shifty = -.01,self.shiftx = .13,| main = "")
```

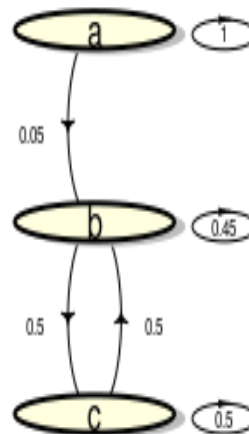


4. Yutucu Durum: Bir-adım geçiş olasılığı  $P_i = 1$  ise,  $i$  durumu yutucu durum olarak tanımlanır. Sistem yutucu duruma geldiğinde, bu durumu asla terk edemez.

$S=\{1,2,3\}=\{a,b,c\}$ -> durum uzayı

```
> stateNames <- c("a", "b", "c")
> B <- matrix(c(1, 0, 0, 0.1, 0.2, 0.7, 0.4, 0.5, 0.1), nrow=3, byrow=TRUE)
> row.names(B) <- stateNames; colnames(B) <- stateNames
> B
      a    b    c
a 1.0 0.0 0.0
b 0.1 0.2 0.7
c 0.4 0.5 0.1
> |

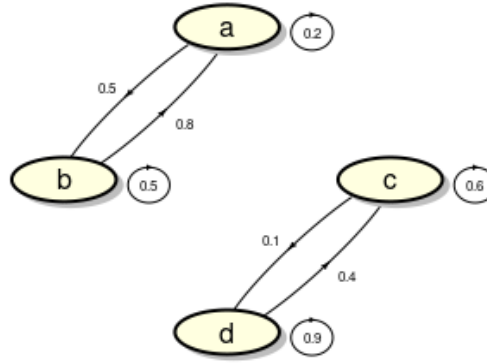
> plotmat(B, pos = c(1, 1, 1), lwd = 1, box.lwd = 2, cex.txt = 0.5, box.size = 0.08, box.type = "circle", box.prop = 0.5, box.col =
+ "light yellow", arr.length = .1, arr.widht= .1, self.cex = .4,
+ self.shifty = -.01, self.shiftx = .13, main = "")
```



5.  $S=\{1,2,3,4\}=\{a,b,c,d\}$

```
> stateNames <- c("a", "b", "c", "d")
> D<- matrix(c(0.2, 0.8, 0, 0, 0.5, 0.5, 0, 0, 0.0, 0.6, 0.4, 0.0, 0.1, 0.9), nrow=4, byrow=TRUE)
> row.names(D) <- stateNames; colnames(D) <- stateNames
> D
      a    b    c    d
a 0.2 0.8 0.0 0.0
b 0.5 0.5 0.0 0.0
c 0.0 0.0 0.6 0.4
d 0.0 0.0 0.1 0.9
> |
```

```
plotmat(D, pos = c(1,2,1), lwd = 1, box.lwd = 2, cex.txt = 0.5, box.size = 0.08, box.type = "circle", box.prop = 0.5, box.col =  
"light yellow", arr.length = .1, arr.widht= .1, self.cex = .4,  
self.shifty = -.01,self.shiftx = .13, main = "")
```



a ile b, c ile d arasında kapalı küme bulunmaktadır. (1 ve 2 durumu, 3 ve 4 durumu).