МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

МАТЕРИАЛЫ

ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ЭТАПА ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ В ЯНВАРЕ 1995 ГОДА ПО МАТЕМАТИКЕ, ХИМИИ И ГЕОГРАФИИ

Москва — 1994

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

М А Т Е Р И А Л Ы

ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ЭТАПА XXI ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Москва 1994 год

Сборник содержит задания III (областного, краевого, республиканского) этапа XXI Российской олимпиады школьников по математике. Эти задачи обсуждены и приняты Методическим Советом по математике Российской олимпиады школьников.

В обсуждении задач принимали участие: Н. Агаханов, А. Белов, Н. Васильев С. Дворянинов, Л. Емельянов, А. Калинин, Д. Кузнецов, Б. Кукушкин, Л. Купцов, О. Ляшко, Д. Митькин, А. Пендюр, С. Резниченко, С. Рукшин, М. Смуров, М. Сонкин, Д. Тамаркин, Д. Терешин, С. Токарев, И. Шарыгин.

В редактировании условий и решений задач участвовали: Н. Агаханов, В. Дубинская, А. Калинин, Д. Кузнецов, О. Ляшко, С. Резниченко, М. Смуров, Д. Тамаркин, Д. Терешин, С. Токарев.

Сборник подготовили к выпуску: Н. Агаханов, В. Дубинская, А. Калинин, Н. Петрунина, С. Резниченко, Д. Тамаркин, Д. Терешин.

Задачи, включенные в сборник, предложили: Н. Агаханов, А. Голованов, С. Дворянинов, Р. Женодаров, С. Конягин, Л. Купцов, Д. Митькин, С. Рукшин, М. Смуров, М. Сонкин, Д. Тамаркин, Д. Терешин, С. Токарев, В. Федотов, А. Храбров, А. Шапиро, А. Шаповалов, И. Шарыгин.

Оргкомитету и жюри
III этапа Российской
математической олимпиады

Уважаемые коллеги!

Напоминаем вам, что согласно Положению о Всероссийской олимпиаде школьников третий этап олимпиады по математике проводится в *два* дня по заданиям, подготовленным Методическим Советом по математике.

В связи с тем, что во многих областях *III* этап олимпиады проводится и для учащихся 8 класса, в этом году Методическим Советом подготовлены задания для 8 класса, которые носят *рекомендательный* характер. *Задания для 9–11 классов являются обязательными и не могут быть изменены жюри III этапа.*

Каждая задача оценивается в 7 баллов. На выполнение заданий каждого дня отводится по 4 часа.

Изменение регламента проведения олимпиады допускается лишь в исключительных случаях после согласования с Министерством образования РФ (Кузнецова Галина Михайловна — главный специалист по математике МО РФ, тел. (095)-925-78-12). В случае получения разрешения на проведение олимпиады в один день на выполнение задания отводится 5 часов, и варианты должны состоять из следующих задач:

9 класс — 9.1, 9.6, 9.3, 9.7 и 9.4;
10 класс — 10.1, 10.2, 10.3, 10.4 и 10.8;
11 класс — 11.5, 11.2, 11.6, 11.3 и 11.4.

Желаем успешной работы!

Методический Совет по математике Российской олимпиады школьников.

Российская олимпиада школьников по математике

III этап, 1995 год

8 класс

Первый день

1. Обозначим $\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_0} = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \ldots + a_0$ (т.е. $a_n, \ldots, a_0$ – цифры в десятичной записи натурального числа). Существуют ли такие двузначные числа $\overline{ab}$ и $\overline{cd}$, что
$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{abcd}\,?$$

2. В классе не менее $95,5\%$ и не более $96,5\%$ учеников учатся без двоек. При каком наименьшем количестве учеников это возможно?

3. Дан равнобедренный треугольник с углом 20° при вершине. Докажите, что его боковая сторона больше удвоенного основания.

4. В кружочках (рис. 1) расположены числа 1, 2, 3, 4, 5, 6. За один ход разрешается выбрать любую пару соседних (соединенных отрезком) чисел и прибавить к каждому из них одно и то же целое число (это число может меняться от шага к шагу). Можно ли из совокупности чисел на рис. 1 получить совокупность чисел, изображенных на рис. 2?

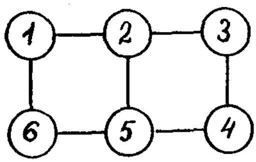


Рис. 1

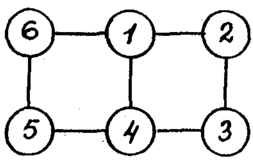


Рис. 2

Второй день

5. Двое по очереди закрашивают клетки таблицы 8×8. Одним ходом разрешается закрасить одну или несколько клеток, расположенных либо в одной строке, либо в одном столбце таблицы. Клетки, закрашенные ранее, закрашивать вторично запрещается. Проигравшим считается тот из игроков, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнер?

6. Докажите, что для любых x и y справедливо неравенство
$$2x^4 + 2y^4 \geq xy(x+y)^2 .$$

7. Назовем натуральное число симметричным, если число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, совпадает с исходным. Найдите все симметричные числа, которые при прибавлении к ним числа 1995 остаются симметричными.

8. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ отрезки CD и C_1D_1 – биссектрисы углов C и C_1 соответственно. Известно, что $AB = A_1B_1, CD = C_1D_1$ и $\angle ADC = \angle A_1D_1C_1$. Докажите, что треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны.

9 класс

Первый день

1. Докажите, что сумма попарных произведений трех последовательных натуральных чисел не может равняться 3 000 000.

2. На стороне AB треугольника ABC взята точка P, отличная от точек A и B, а на сторонах BC и AC – точки Q и R соответственно так, что четырехугольник $PQCR$ – параллелограмм. Пусть отрезки AQ и PR пересекаются в точке M, а отрезки BR и PQ – в точке N. Докажите, что сумма площадей треугольников AMP и BNP равна площади треугольника CQR.

3. Клетки квадратной таблицы 15×15 раскрашены в красный, синий и зеленый цвета. Докажите, что найдутся по крайней мере две строки, в которых клеток хотя бы одного цвета поровну.

4. Можно ли разрезать квадрат на несколько равных прямоугольных треугольников с острым углом $30°$?

Второй день

5. Решите уравнение $x^{19} + x^{95} = 2x^{19+95}$.

6. В окружность вписан равносторонний треугольник ABC. На дуге AB, не содержащей точки C, выбрана точка M, отличная от A и B. Пусть прямые AC и BM пересекаются в точке K, а прямые BC и AM – в точке N. Докажите, что произведение длин отрезков AK и BN не зависит от выбора точки M.

7. Сумма нескольких натуральных чисел, в записи каждого из которых участвуют только цифры 3 и 0, равна $\underbrace{555\ldots5}_{1995\ \text{пятерок}}$. Какое наименьшее число слагаемых может быть в этой сумме ?

8. Дан квадрат, разбитый на клетки 1×1. По линиям разбиения (внутри квадрата или на его границе) проведено несколько контуров, каждый из которых ограничивает некоторый прямоугольник. Может ли оказаться так, что через любую сторону любой клетки будет проходить нечетное число указанных контуров ?

10 класс

1. Решите в целых числах систему уравнений

$$\begin{cases} xy + z &= 94, \\ x + yz &= 95. \end{cases}$$

2. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ биссектрисы углов CAD и CBD пересекаются на стороне CD. Докажите, что биссектрисы углов ACB и ADB пересекаются на стороне AB.

3. Микрокалькулятор "АХ-95" работает только с четверками чисел и выполняет только две операции:

   1) переводит (a, b, c, d) в $(a+1, b+d, c-1, d+1)$;

   2) переводит (a, b, c, d) в $(a, b-1, c+2, d+1)$.

   Можно ли при помощи этого калькулятора из четверки (3, 4, 2, 1) получить четверку (6, 5, 7, 8) ?

4. В некотором районе, состоящем из нескольких деревень, число женихов равно числу невест. Известно, что в каждой из деревень общее число женихов и невест не превосходит половины от общего числа женихов и невест всего района. Докажите, что всех этих молодых людей можно поженить так, что в каждой паре муж и жена будут из разных деревень.

Второй день

5. При каком наименьшем n число $1\underbrace{22\ldots22}_{n\ \text{двоек}}1$ делится на 999999999 ?

6. Решите уравнение

$$[x] + [x^2] = [x^3]$$

([p] – целая часть числа p, т.е. наибольшее целое число, не превосходящее p).

7. Внутри острого угла AXY (с вершиной A) взята точка D, а на его сторонах – точки B и C так, что $\angle ABC = \angle XBD$ и $\angle ACB = \angle YCD$. Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на отрезке AD.

8. Дан квадрат, разбитый на клетки 1×1. По линиям разбиения (внутри квадрата или на его границе) проведено несколько контуров, каждый из которых ограничивает некоторый прямоугольник. Может ли оказаться так, что через любую сторону любой клетки будет проходить нечетное число указанных контуров ?

11 класс

Первый день

1. Докажите, что если $a^2 + b^2 + ab + bc + ca < 0$, то $a^2 + b^2 < c^2$.

2. На клетчатой доске 4×4 играют двое. Ходят по очереди, и каждый играющий своим ходом закрашивает одну клетку. Клетки закрашиваются один раз. Проигрывает тот, после чьего хода образуется квадрат 2×2, состоящий из закрашенных клеток. Кто выигрывает при правильной игре: начинающий или его партнер ?

3. В треугольнике ABC с острым углом при вершине A проведены биссектриса AE и высота BH. Известно, что $\angle AEB = 45°$. Найдите угол EHC.

4. В некотором районе, состоящем из нескольких деревень, число женихов равно числу невест. Известно, что в каждой из деревень общее число женихов и невест не превосходит половины от общего числа женихов и невест всего района. Докажите, что всех этих молодых людей можно поженить так, что в каждой паре муж и жена будут из разных деревень.

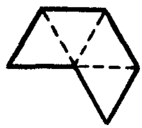
Второй день

5. Назовем натуральное число симметричным, если число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, совпадает с исходным. Найдите все симметричные числа, которые при прибавлении к ним числа 1995 остаются симметричными.

6. Каждое из чисел x, y и z равно косинусу суммы двух остальных. Докажите, что $x = y = z$.

7. Дан остроугольный треугольник ABC. Точки P, Q и R расположены так, что основания перпендикуляров, опущенных из них на каждую из прямых AB, BC и CA, принадлежат отрезкам AB, BC и CA соответственно. Докажите, что площадь треугольника PQR не превосходит площади треугольника ABC.

8. Можно ли правильный шестиугольник со стороной длины n (n – натуральное число) разрезать на фигурки вида



(Фигурка составлена из четырех равносторонних треугольников со стороной 1)?

Решения

8.1. *Ответ:* не существуют.
Действительно, $\overline{ab} \cdot \overline{cd} \le \overline{ab} \cdot 99 < \overline{ab} \cdot 100 < \overline{ab00} + \overline{cd} = \overline{abcd}$.

8.2. *Ответ:* 23.
Так как хотя бы один двоечник в классе есть, то меньше всего учеников будет в классе, где двоечник только один. Поскольку двоечников – не более $4,5\%$ от общего числа учеников, то всего в классе не менее $1 : 0,045 = 22\frac{2}{9}$ человек, т.е. не менее 23 человек. Класс из 23 учеников, среди которых ровно один двоечник, удовлетворяет условию задачи.

8.3. Пусть ABC – данный треугольник, $AB = AC$, $\angle CAB = 20°$.

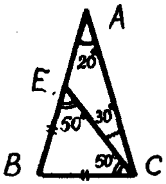


Рис.3

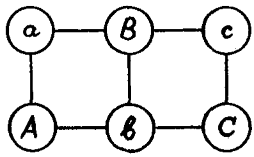


Рис 4

Отложим на стороне AB отрезок BE, равный отрезку BC (рис.3). Тогда $\angle CEB = \angle ECB = 50°$, $\angle ACE = 30°$, а так как в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, то $AE > CE$ и $CE > CB$. Следовательно, $AB = AE + BE > 2CB$.

8.4. *Ответ:* нельзя.
Легко проверить, что при каждом ходе не меняется (остается инвариантной) сумма $S = (a + b + c) - (A + B + C)$ (рис. 4). Для совокупности чисел на рис.1 эта сумма равна $S_1 = (1 + 5 + 3) - (6 + 2 + 4) = -3$, а для совокупности чисел на рис.2 – равна $S_2 = (6 + 4 + 2) - (5 + 1 + 3) = 3$. Так как $S_1 \ne S_2$, то ответ на вопрос задачи отрицательный.

8.5. *Ответ:* выигрывает партнер начинающего.
Для того, чтобы победить, он должен каждым своим ходом закрашивать клетки, симметричные клеткам, закрашенным предыдущим ходом начинающим (относительно центра доски или одной из осей симметрии доски, параллельной ее краям).

8.6. Раскроем скобки и перенесем все слагаемые в левую часть. Получим, что исходное неравенство равносильно неравенству

$$2x^4 + 2y^4 - x^3y - xy^3 - 2x^2y^2 \geq 0\,.$$

Обозначим выражение, стоящее в левой части этого неравенства, через A и преобразуем его. Получим

$$\begin{aligned} A &= (x^4 + y^4 - 2x^2y^2) + (x^4 - x^3y) + (y^4 - xy^3) = \\ &= (x^2 - y^2)^2 + x^3(x - y) + y^3(y - x) = \\ &= (x^2 - y^2)^2 + (x^3 - y^3)(x - y)\,. \end{aligned}$$

Здесь можно завершить решение, заметив, что первое слагаемое, очевидно, неотрицательно, а второе – также неотрицательно, поскольку числа $x-y$ и $x^3 - y^3$ имеют одинаковый знак (так как функция $f(x) = x^3$ является возрастающей). Другой способ заключается в дальнейшем преобразовании выражения A:

$$A = (x^2 - y^2)^2 + (x - y)^2(x^2 + y^2 + xy)\,.$$

Далее, $x^2 + y^2 + xy = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2}(x + y)^2 \geq 0$, поэтому $A \geq 0$.

Можно разложить выражение A на множители:

$$\begin{aligned} A &= (x - y)^2(x + y)^2 + (x - y)^2(x^2 + y^2 + xy) = \\ &= (x - y)^2(2x^2 + 2y^2 + 3xy) \end{aligned}$$

и воспользоваться тем, что $2x^2 + 2y^2 + 3xy = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{y^2}{2} + \dfrac{3}{2}(x + y)^2 \geq 0$.

8.7. *Ответ:* 7 и 777.

Рассмотрим симметричное число $\overline{x\ldots x}$, удовлетворяющее условию задачи. Это число имеет не более трех разрядов, так как иначе первая цифра суммы $\overline{x\ldots x} + 1995$ равна либо 1, либо x, либо $x + 1$, либо $x + 2$, либо $x - 9$, либо $x - 8$ и, следовательно, не может равняться последней цифре этой суммы, равной либо $x + 5$, либо $x - 5$.

Перебором убеждаемся, что среди однозначных чисел подходит только число 7.

Если число двузначное или трехзначное, то первая цифра суммы этого числа и числа 1995 равна 2, следовательно, $x = 7$. Число 77 в сумме с 1995 дает несимметричное число 2072, а $\overline{7y7} + 1995 = \overline{27y2}$, следовательно, $y = 7$.

8.8. Расположим данные треугольники так, чтобы отрезки AB и A_1B_1 совпадали, а сами треугольники лежали в одной полуплоскости относительно прямой AB (рис.5).

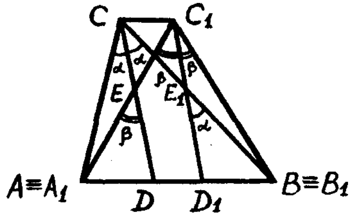


Рис 5

Предположим, что $\triangle ABC \neq \triangle A_1B_1C_1$. Тогда их вершины C и C_1 различны. Если $C_1 \notin CD$, то $CD \parallel C_1D_1$, так как $\angle ADC = \angle AD_1C_1$. Следовательно, $\angle DCB = \angle D_1E_1B$ и $\angle AC_1D_1 = \angle AED$. Обозначим эти углы через α и β соответственно. Так как CD и C_1D_1 – биссектрисы углов C и C_1, то $\angle ACD = \alpha$, а $\angle BC_1D_1 = \beta$. Применяя к $\triangle AEC$ и $\triangle BE_1C_1$ теорему о внешнем угле треугольника, получаем: $\beta > \alpha$ и $\alpha > \beta$. Эти неравенства противоречат друг другу, следовательно, прямые CD и C_1D_1 совпадают. Так как $CD = C_1D_1$, то точки C и C_1 также совпадают.

Следовательно, $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, что и требовалось доказать.

9.1. Сумма попарных произведений трех последовательных натуральных чисел $n-1$, n и $n+1$ имеет вид $n(n-1)+n(n+1)+(n-1)(n+1) = 3n^2-1$, т.е., в отличие от числа 3 000 000, не делится на 3.

9.2. Пусть $AP : PB = x : y$ (рис.6). Тогда по теореме о пропорциональных отрезках $AR : RC = x : y$, $BQ : CQ = y : x$, $AM : MQ = x : y$, $BN : NR = y : x$. Следовательно, $S_{AMP} : S_{ABQ} = (AP \cdot AM) : (AB \cdot AQ) = (AP : AB) \cdot (AM : AQ) = x^2 : (x+y)^2$. Аналогично, $S_{BNP} : S_{ABR} = y^2 : (x+y)^2$. Заметив, что $S_{ABQ} : S_{ABC} = y : (x+y)$ и $S_{ABR} : S_{ABC} = x : (x+y)$, получаем: $S_{AMP} : S_{ABC} = x^2y : (x+y)^3$ и $S_{BNP} : S_{ABC} = xy^2 : (x+y)^3$. Следовательно, $(S_{AMP} + S_{BNP} : S_{ABC} = (x^2y + yx^2) : (x+y)^3 = xy : (x+y)^2 = (CQ : CB) \cdot (CR : CA) = S_{CQR} : S_{ABC}$, откуда и вытекает доказываемое равенство.

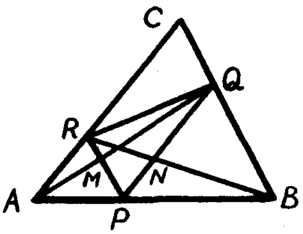


Рис. 6

9.3. Допустим противное. Тогда в любых двух строках разное количество клеток красного цвета, и всего их в таблице не менее $0 + 1 + 2 + \ldots + 13 + 14 = 105$. Аналогично для синих и зеленых клеток. Тогда всего в таблице должно быть не менее $3 \cdot 105 = 315$ клеток, в то время как всего в ней $15 \times 15 = 225$ клеток. Значит, найдутся по крайней мере две строки с одинаковым количеством клеток какого-то цвета.

9.4. *Ответ:* нет.

Допустим противное. Пусть меньший катет треугольника равен 1, тогда больший катет равен $R = \sqrt{3}$, гипотенуза равна 2, а площадь треугольника $S = \frac{R}{2}$. На стороне квадрата a укладывается целое число катетов и гипотенуз, поэтому $a = mR + n$, где m и n – целые. Тогда площадь квадрата $a^2 = 3m^2 + n^2 + 2mnR$. С другой стороны, площадь квадрата равна $k \cdot \frac{R}{2}$, где k – число треугольников. Имеем: $3m^2 + n^2 + 2mnR = k\frac{R}{2}$. Так как $3m^2 + n^2 > 0$, то $4mn \neq k$. Значит, $R = \sqrt{3} = \frac{6m^2 + 2n^2}{k - 4mn}$ – число рациональное. Получили противоречие.

9.5. *Ответ:* $x = 0$, $x = 1$.

Обозначим $x^{19} = y$. Тогда уравнение принимает вид $y + y^5 = 2y^6$, откуда либо $y = 0$, либо $1+y^4 = 2y^5$. Очевидно, $y = 1$ является решением этого уравнения. Других решений нет, так как если $y > 1$, то $1 + y^4 < y^5 + y^5 = 2y^5$, а если $y < 1$, то $1 + y^4 > y^5 + y^5 = 2y^5$. Отсюда следует, что либо $x = 0$, либо $x = 1$.

9.6. Четырехугольник $ACBM$ вписан в окружность, следовательно,

$\angle AMK = 180^\circ - \angle AMB = \angle ACB = 60^\circ$ (рис. 7).

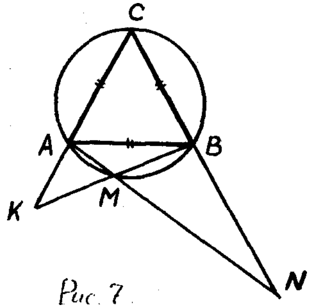


Рис. 7

По свойству внешнего угла треугольника $\angle MAC = \angle CKB + \angle AMK$. С другой стороны, $\angle MAC = \angle MAB + \angle BAC$. Но $\angle BAC = \angle AMK = 60^\circ$, следовательно, $\angle CKB = \angle MAB$. Кроме того, $\angle KAB = \angle ABN = 120^\circ$. Поэтому $\triangle ABK \sim \triangle BNA$, и, значит, $AK : AB = AB : BN$, т.е. $AK \cdot BN = AB^2 = \text{const}$.

9.7. *Ответ:* 8.

Если данное число $N = \underbrace{55\ldots5}_{1995}$ есть сумма чисел $a_1, a_2, \ldots, a_n$, в записи которых участвуют только цифры 3 и 0, то число $M = \dfrac{N}{3} = \underbrace{185185\ldots185}_{1995}$ является суммой чисел $b_1 = \frac{a_1}{3}, \ldots, b_n = \frac{a_n}{3}$, в записи которых участвуют только цифры 1 и 0. Число M содержит цифру 8, поэтому $n \geq 8$. Очевидно, число M можно представить в виде суммы восьми чисел, составленных из единиц и нулей, взяв одно число, составленное из 1995 единиц, 5 чисел вида $\underbrace{11011\ldots011}_{1994}$ и 3 числа вида $\underbrace{10010\ldots010}_{1994}$.

9.8. *Ответ:* нет.

Допустим, что такое возможно. Отметим точки A, B, C и D, как показано на рисунке 8.

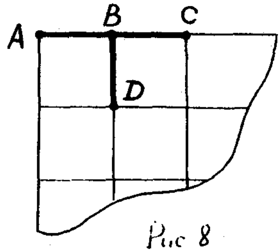


Рис 8

Ясно, что любой контур либо содержит ровно два из отрезков AB, BC, BD, либо не содержит их вообще. Обозначим S_{AB}, S_{BC} и S_{BD} количества контуров, проходящих через AB, BC и BD соответственно. Рассмотрим сумму $S = S_{AB} + S_{BC} + S_{BD}$. Если контур содержит 2 из указанных отрезков, то он учитывается в сумме дважды, в противном случае контур вообще не учитывается. Следовательно, S – четно. С другой стороны, согласно предположению, S_{AB}, S_{BC} и S_{BD} – нечетные числа, т.е. S – нечетно. Получили противоречие.

10.1. *Ответ:* $x = 95$, $y = 0$, $z = 94$ или $x = 31$, $y = 2$, $z = 32$.

Вычтя из второго уравнения первое, получим

$$(x - z)(1 - y) = 1\,.$$

Так как x, y, z целые, то возможны два случая:

1) $x - z = 1$, $1 - y = 1$, т.е. $y = 0$. Подставив в систему, получим: $z = 94$, $x = 95$.

2) $x - z = -1$, $1 - y = -1$, т.е. $z = x + 1$, $y = 2$. Подставим y и z в первое уравнение:

$$2x + x + 1 = 94, \;\; x = 31.$$

Отсюда $z = 32$.

10.2. Пусть M – точка пересечения биссектрис углов CAD и CBD(рис. 9).

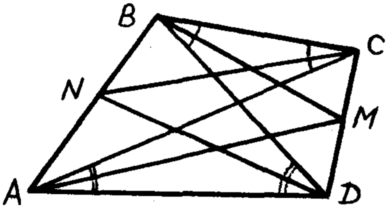


Рис. 9

По свойству биссектрисы внутреннего угла треугольника $CM : MD = AC : AD = BC : BD$, откуда $AC : BC = AD : BD$. Согласно этой же теореме, и биссектриса угла ACB, и биссектриса угла ADB пересекают AB в точке N, для которой $AN : NB = AC : BC = AD : BD$.

10.3. *Ответ:* нельзя. Допустим, что требуемый результат удалось получить. Заметим, что обе операции увеличивают число d на единицу. Следовательно, чтобы получить из единицы число 8, нужно произвести ровно 7 операций. С другой стороны, только первая операция изменяет число a, поэтому чтобы из трех получить число 6, необходимо проделать трижды первую операцию и четырежды вторую. При применении второй операции четыре раза b уменьшается на 4. Поскольку после применения любой операции d увеличивается на 1, то, применив первую операцию три раза, мы увеличим b по меньшей мере на $1+2+3=6$, т.е. конечное значение b превосходит начальное по меньшей мере на $6-4=2$, что противоречит условию.

10.4. Пусть N – общее число женихов и невест в районе, и N_i – общее количество женихов и невест в i-й деревне. Тогда для всех i

$$N_i \le \frac{1}{2}N, \text{ т.е. } \frac{1}{2}N - N_i \ge 0\,.$$

Если в некоторой деревне проживает ровно половина общего числа женихов и невест района (т.е. для некоторого i $N_i = \frac{1}{2}N$), то, поскольку общее число женихов района равно общему числу невест района, для каждого жениха данной деревни найдется невеста из другой деревни, а каждую невесту данной деревни можно выдать замуж в другую деревню. Значит, сыграют $\frac{1}{2}N$ свадеб, т.е. все женихи и невесты поженятся.

Пусть для всех деревень $\frac{1}{2}N - N_i > 0$. Выберем произвольно жениха и невесту из разных деревень, поженим их и отправим в свадебное путешествие за пределы района. Тогда для двух деревень, из которых была выбрана эта пара, разность $\frac{1}{2}N - N_i$ не изменится, а для остальных деревень она уменьшится на единицу. Если для всех деревень указанная разность осталась положительной, то отправим в свадебное путешествие еще одну пару, выбранную аналогичным образом. И так до тех пор, пока хотя бы для одной из деревень разность $\frac{1}{2}N - N_i$ не станет равной нулю. А этот случай рассмотрен выше.

10.5. *Ответ:* $n = 80$.

Пусть $A = 1\underbrace{2\ldots2}_{n}1$ и $B = \underbrace{9\ldots9}_{9}$. Поскольку $A = \underbrace{11\ldots1}_{n+1}0 + \underbrace{1\ldots1}_{n+1} = 11 \cdot \underbrace{1\ldots1}_{n+1}$, $B = 9 \cdot \underbrace{1\ldots1}_{9}$, а число $b = \underbrace{1\ldots1}_{9}$ не делится на 11, то для того, чтобы A делилось на B, необходимо и достаточно, чтобы число $a = \underbrace{1\ldots1}_{n+1}$ делилось на $B = 9b$, т.е. чтобы a делилось на b и $c = a : b$ делилось на 9. Сумма цифр числа a равна $n + 1$, поэтому $n + 1 = 9k$, и, следовательно, $c = \underbrace{1\ldots1}_{9}\ldots\underbrace{1\ldots1}_{9} : \underbrace{1\ldots1}_{9} = \underbrace{1\overbrace{0\ldots0}^{8}1\ldots1\overbrace{0\ldots0}^{8}1}_{k\text{ единиц}}$. Сумма цифр числа c равна k, поэтому c делится на 9, если $k = 9m$, $k \geq 9$, т.е. $n = 9k - 1 \geq 80$. При этом, как мы показали, если $n = 80$, то число A делится на число B.

10.6. *Ответ:* $-1 < x < 1$, $\sqrt[3]{2} \leq x < \sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3} \leq x < \sqrt[3]{4}$.

Если $-1 < x < 0$, то $-1 < x^3 < 0$, $0 < x^2 < 1$ и, следовательно, $[x] = [x^3] = -1$,
$[x^2] = 0$. Если $0 \leq x < 1$, то $[x] = [x^2] = [x^3] = 0$. Если $|x| \geq 1$, то $[x^2] \geq 1$, тогда $[x^3] > [x]$ и, значит, $x^3 > x$. Отсюда $x > 1$ ($|x| \geq 1$), но тогда $[x^3] = [x \cdot x^2] \geq [[x] \cdot [x^2]] = [x] \cdot [x^2]$. Теперь из уравнения следует, что $[x] + [x^2] \geq [x] \cdot [x^2]$, или $([x^2] - 1)([x] - 1) \leq 1$. Таким образом, $[x^2] \leq 2$, т.е. $[x^2] = 1$ или $[x^2] = 2$. Если $[x^2] = 1$, то $1 \leq x < \sqrt{2}$. Тогда $[x] = 1$, $[x^3] = 2$, $\sqrt[3]{2} \leq x < \sqrt[3]{3}$, т.е. $\sqrt[3]{2} \leq x < \sqrt{2}$. Если $[x^2] = 2$, то $\sqrt{2} \leq x < \sqrt{3}$. Тогда $[x] = 1$, $[x^3] = 3$, $\sqrt[3]{3} \leq x < \sqrt[3]{4}$, т.е. $\sqrt[3]{3} \leq x < \sqrt[3]{4}$.

10.7. Из условия задачи следует, что BA и CA – биссектрисы внешних углов B и C треугольника BCD, поэтому DA – биссектриса внутреннего угла D этого треугольника(рис. 10)

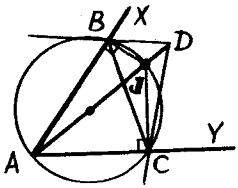


Рис. 10

Пусть перпендикуляр к прямой AX, восставленный в точке B, пересекает отрезок AD в точке J. Тогда BJ – биссектриса внутреннего угла B треугольника BCD, так как $\angle JBC = 90° - \angle ABC$, а $\angle JBD = 90° - \angle XBD$, но $\angle ABC = \angle XBD$. Следовательно, J – точка пересечения биссектрис треугольника BCD, откуда вытекает, что $CJ \perp AY$, так как CJ – биссектриса угла C, а $\angle ACB = \angle YCD$. Четырехугольник $ABJC$ можно вписать в окружность ($\angle ABJ = \angle ACJ = 90°$), причем ее центр является серединой гипотенузы AJ прямоугольных треугольников ABJ и ACJ. Доказываемое утверждение теперь следует из того, что эта окружность является описанной и для треугольника ABC.

10.8. См. решение задачи 9.8.

11.1. Домножим обе части неравенства на 2 и преобразуем его следующим образом:

$$\begin{aligned} 2a^2 + 2b^2 + 2(ab + bc + ca) &< 0, \\ a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) + a^2 + b^2 - c^2 &< 0, \\ (a + b + c)^2 + a^2 + b^2 - c^2 &< 0, \\ a^2 + b^2 - c^2 < -(a + b + c)^2 &\leq 0. \end{aligned}$$

Отсюда $a^2 + b^2 - c^2 < 0$, или $a^2 + b^2 < c^2$.

11.2. *Ответ:* выигрывает партнер начинающего. Разобьем клетки на пары так, как показано на рис. 11 (клеткам, входящим в одну пару,

a	b	c	d
e	f	g	h
a	b	c	d
e	f	g	h

Рис. 11

соответствует одна и та же буква). Партнер начинающего выиграет, если будет каждым ходом закрашивать клетку с той же буквой, которую имеет клетка, закрашенная перед этим начинающим.

11.3. *Ответ:* 45°.

Первое решение. Пусть B' — точка, симметричная точке B относительно биссектрисы AE. Тогда B' лежит на стороне AC между точками C и H, а $\angle BEB' = 2\angle AEB = 90°$ (рис.12). В четырехугольнике $BEB'H$ $\angle BEB' +$

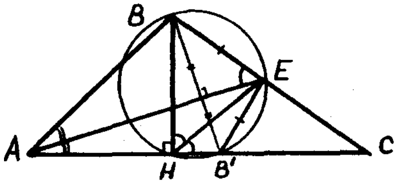


Рис. 12

$\angle BHB' = 180°$, следовательно, около него можно описать окружность. Поэтому $\angle BHE = \angle EHB'$ (как вписанные, опирающиеся на равные дуги BE и $B'E$), значит, каждый из них равен 45°. Итак, $\angle EHC = 45°$.

Второе решение. Пусть $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$, $AB = c$, $AC = b$, $BH = h$, $BE = x$, $EC = y$ и $HC = z$ (рис.13). По теореме о внешнем

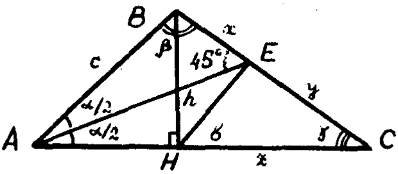


Рис. 13

угле, примененной к ΔAEC, $\alpha/2 + \gamma = 45°$, но $\alpha = 180° - \beta - \gamma$, следовательно, $(90° - \beta/2 - \gamma/2) + \gamma = 45°$, откуда $\beta = 90° + \gamma$. Из ΔABC по теореме синусов получаем, что

$$\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} = \frac{\sin(90° + \gamma)}{\sin\gamma} = \operatorname{ctg}\gamma,$$

из ΔBKC находим, что $\operatorname{ctg}\gamma = z/h$. По свойству биссектрисы внутреннего угла треугольника $b/c = y/x$, но мы показали, что $b/c = z/h$, следовательно, $y/x = z/h$. Отсюда вытекает, что HE — биссектриса угла BHC, поэтому $\angle EHC = 45°$.

11.4. См. решение задачи 10.4.

11.5. См. решение задачи 8.7.

11.6. Из равенств $x = \cos(y+z)$ и $y = \cos(x+z)$ по формуле разности косинусов имеем:

$$x - y = 2\sin\frac{x+y+2z}{2}\sin\frac{x-y}{2}.$$

Предположим, что $x \neq y$, тогда

$$|x-y| = 2\left|\sin\frac{x+y+2z}{2}\right|\cdot\left|\sin\frac{x-y}{2}\right| \leq 2\left|\sin\frac{x-y}{2}\right| < |x-y|$$

(мы воспользовались тем, что $|\sin\alpha| < |\alpha|$ при $\alpha \neq 0$). Полученное противоречие показывает, что $x = y$.

Аналогично доказывается, что $y = z$.

11.7. Если основания перпендикуляров, опущенных из некоторой точки на прямые AB, BC и AC, лежат на отрезках AB, BC и AC соответственно, то эта точка расположена одновременно внутри трех полос, ограничиваемых прямыми l_1 и l_2, m_1 и m_2, n_1 и n_2 (Рис.14). Так как треугольник

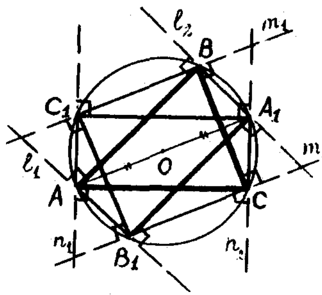


Рис 14

ABC — остроугольный, то пересечением полос является выпуклый шестиугольник $AC_1BA_1CB_1$.

Рассмотрим четырехугольник ABA_1C. Поскольку $\angle ABA_1 + \angle ACA_1 = 180^o$, то точки A, B, A_1 и C лежат на одной окружности, причем AA_1 — ее диаметр. Повторяя аналогичные рассуждения для четырехугольников AC_1BC и $ABCB_1$, получаем, что шестиугольник $AC_1BA_1CB_1$ вписан в окружность, описанную около треугольника ABC, а треугольник $A_1B_1C_1$ симметричен $\triangle ABC$ относительно центра O. Отсюда $S_{ABC} = S_{A_1B_1C_1}$.

Рассмотрим теперь треугольник PQR. Он принадлежит шестиугольнику. Допустим, что хотя бы одна из вершин $\triangle PQR$ (например, R) не является одновременно вершиной $AC_1BA_1CB_1$. Среди вершин шестиугольника найдется по крайней мере одна, расположенная дальше от прямой PQ, чем точка R. Обозначим эту вершину R_1. Тогда $S_{PQR_1} \geq S_{PQR}$. Аналогичным образом последовательно заменим (если это требуется) в треугольнике PQR_1 вершины Q и P на вершины шестиугольника (рис.15)

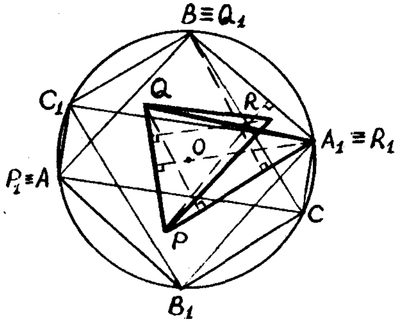


Рис.15

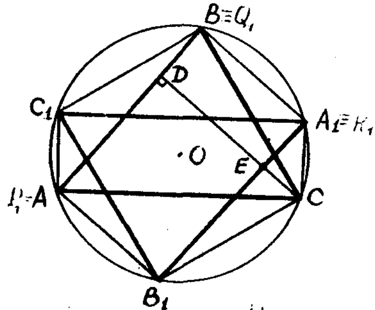


Рис.16

Получили новый треугольник $P_1Q_1R_1$, площадь которого не меньше площадиΔPQR. Треугольник $P_1Q_1R_1$ может либо совпадать с одним из треугольников ABC или $A_1B_1C_1$ (тогда $S_{P_1Q_1R_1} = S_{ABC}$), либо иметь одну общую сторону с одним из этих треугольников. Не ограничивая общности рассуждений, предположим, что $\Delta P_1Q_1R_1 = \Delta ABA_1$. Высота CD треугольника ABC больше отрезка A_1B ($CD = CE + ED = CE + A_1B$), отсюда $S_{ABC} > S_{ABA_1} = S_{P_1Q_1R_1} \geq S_{PQR}$. Утверждение доказано.

11.8. *Ответ:* можно, если n четно, и нельзя, если n нечетно. Площадь S шестиугольника со стороной n равна $6 \cdot \frac{1}{2} \cdot n \cdot n\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{3}n^2$, а площадь s фигурки равна $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$. Так как $\frac{S}{s} = \frac{3}{2}n^2 -$ целое число, то при нечетном n разрезать шестиугольник требуемым образом невозможно. При любом четном n следует, начиная, например, с центрального шестиугольника со стороной 2 (рис.17)последовательно разрезать каждую из окаймляющих полосок шириной в 2 треугольника (рис. 18).

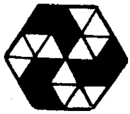


Рис. 17

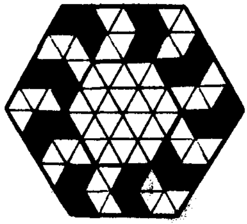


Рис. 18

РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ХИМИИ

III этап

1995 год

9 класс

Теоретический тур

9.I. Восстановите уравнения реакций (подставьте пропущенные вещества в уравнениях с учетом указанных коэффициентов):

1) $J_2 + 5\ Cl_2 + 6..... = 2HJO_3 + 10....$

2) $2CrCl_3 + 3\ .... + 6\ H_2O = 2\ .... + 6\ NaCl + 3H_2S$

3) $4\ .... + 2\ Ca(OH)_2 = Ca(NO_3)_2 + Ca(NO_2)_2 + 2\ H_2O$

4) $5\ SO_2 + 2\ ....+ 2\ H_2O = 2\ MnSO_4 + K_2SO_4 + 2\ ....$

5) $....+ 2\ H_2O = Ca(OH)_2 + 2\ H_2$

6) $....+ 5\ KJ + 3\ H_2SO_4 = 3\ .... + 3\ J_2 + 3\ H_2O$

9.2. Смесь малахита и медной пыли растворили в 80 мл 20%-ной серной кислоты (плотность I,I4 г/мл, кислота взята в избытке). При этом выделилось 0,8 л газа (н.у.).

Во втором эксперименте такое же количество исходной смеси прокалили на воздухе и после охлаждения растворили так же, как и в первом случае. Оба полученных раствора охладили до 0^oC. Во втором растворе выпало II,4 г медного купороса. Растворимость сульфата меди составляет I2,9 г на I00 г воды при 0^oC.

I) Напишите уравнения реакций, определите массу и состав исходной смеси (ω,%).

2) Определите массу медного купороса, выпавшего при охлаждении первого раствора.

3) Изменится ли количество медного купороса во втором опыте, если прокаливание смеси проводить в атмосфере инертного газа? Ответ поясните.

9.3. В комнате был случайно разбит медицинский термометр.

I) Предложите возможные способы удаления разлившейся ртути, используя реактивы, которые могут быть в вашей домашней лаборатории. Приведите необходимые уравнения реакций.

2) Рассчитайте во сколько раз концентрация паров ртути превысит предельно допустимую, если вы ничего не предпримете, и ртуть полностью испарится. Предельно допустимая концентрация (ПДК) для ртути составляет 0,0I мг/л, плотность ртути I3,5 г/см^3, площадь комнаты I2 м^2, высота 2,5 м.

3) Как зависит токсичность ртути от ее химического состояния?

9 класс
Экспериментальный тур

Задание. В шести пробирках находятся растворы нитрата свинца, хлорида аммония, нитрата аммония, сульфата натрия, нитрата бария и иодида калия. Установите содержимое каждой пробирки, используя в качестве реактивов только эти растворы. Напишите уравнения проводимых реакций, укажите какими эффектами они сопровождаются.

10 класс

Теоретический тур

10.1. 1,1-дибромпропан был обработан избытком спиртового раствора едкого кали. Полученное вещество А нагрели до 600 градусов в присутствии древесного угля и выделили два продукта Б и В, которые вступают в реакцию бромирования как в присутствии бромида железа (III), так и на свету, причем при монобромировании соединения Б в каждом случае образуется по одному продукту, а В - по три различных монобромпроизводных.
Что за вещества обозначены буквами? Запишите уравнения реакций.

10.2. Какая масса гидроксида лития выпадает в осадок (в виде моногидрата) из раствора при 100 градусах по Цельсию,если на кусок льда массой 100 г при 0 градусов поместить 10 г металлического лития. Реакция протекает в соответствии со следующим термохимическим уравнением:

$$\underset{\text{тв.}}{2\,Li} + \underset{\text{ж.}}{2\,H_2O} = \underset{\text{тв.}}{2\,LiOH} + \underset{\text{г.}}{H_2} + 398{,}2 \text{ кДж/моль}$$

Теплообмен с окружающей средой и тепловой эффект при растворении при расчетах принять равным нулю. Удельная теплота плавления воды - 330 кДж/кг; удельная теплоемкость воды - 4200 Дж/кг.град; удельная теплота парообразования воды - 2300 кДж/кг; теплоемкость гидроксида лития - 49,58 Дж/моль.град; растворимость кристаллогидрата гидроксида лития при 100°C составляет 19,1 г.

10.3. Смесь, состоящую из двухвалентного металла и некоторого оксида, прокалили и получили смесь двух веществ А и Б. Растворение этой смеси в избытке соляной кислоты привело к образованию соли В и газообразного вещества Г (плотность по воздуху 1,1). Газ Г на воздухе самовоспламенился и сгорел с образованием оксида и воды.

К раствору содержащему 4,75 г соли В, прилили избыток раствора щелочи. Это привело к выпадению осадка Д. Прокаливание промытого и высушенного вещества Д привело к получению 2,00 г вещества Е. Что за вещества зашифрованы буквами? Запишите уравнения реакций и подтвердите свои предположения расчетами.

IO класс
Экспериментальный тур

Задание. Пользуясь имеющимися реактивами, проведите определение четырех образцов минеральных удобрений из следующего набора:

1. Кальциевая селитра $Ca(NO_3)_2$
2. Натриевая селитра $NaNO_3$
3. Преципитат $CaHPO_4$
4. Нитрофос $(NH_4)_2HPO_4 + CaHPO_4 + NH_4NO_3$
5. Нитрофоска $(NH_4)_2HPO_4 + KNO_3$
6. Аммофоска $(NH_4)_2SO_4 + (NH_4)_2HPO_4 + KCl$

11 класс
Теоретический тур

11.1. Окисление одного и того же непредельного углеводорода под действием различных окислителей приводит к различным продуктам. Так, при пропускании этилена через нейтральный водный раствор перманганата калия образуется соединение А состава $C_2H_6O_2$. Те же вещества при взаимодействии в подкисленном серной кислотой растворе при нагревании дают диоксид углерода и воду. Взаимодействие молекулярного кислорода с этиленом при поджигании смеси также дает диоксид углерода и воду, однако пропускание той же смеси над нагретым серебряным катализатором дает соединение В состава C_2H_4O, не дающее реакции серебряного зеркала и при действии воды в присутствии кислоты превращающееся в соединение А. Если ту же самую смесь подвергнуть действию палладиевого катализатора, то образуется соединение С состава C_2H_4O, дающее реакцию серебряного зеркала и не превращающееся при действии воды в А. Аллотропное видоизменение кислорода – озон с этиленом образует соединение X состава $C_2H_4O_3$, которое при действии воды превращается в эквимолярную смесь муравьиной кислоты и формальдегида, а при реакции с водным раствором сульфита натрия дает формальдегид и сульфат натрия.

1. Изобразите структурные формулы соединений А, В и С.

2. Напишите полные молекулярные уравнения описанных в задаче превращений.

3. Установите строение углеводорода Y, устойчивого к действию как нейтрального, так и подкисленного растворов перманганата калия, если известно, что в качестве единственного органического продукта при последовательной обработке Y озоном и водным раствором сульфита натрия является вещество состава $C_2H_2O_2$.

11.2. Древние индейцы Южной Америки использовали для извлечения золота из золотоносных горных пород их нагревание с влажной смесью чилийской селитры, поваренной соли и алюмокалиевых квасцов. Алхимиками был предложен несколько более простой способ перевода золота в раствор, фактически основанный на тех же химических превращениях.

Напишите молекулярное уравнение реакции растворения золота по методу средневековых алхимиков. Объясните с помощью сокращенных ионных уравнений процессы, протекающие при растворении золота по рецепту индейцев.

II.3. Бесцветная, резко пахнущая жидкость А перегоняется без изменения состава при $100^{\circ}C$. Плотность паров этой жидкости по водороду зависит от температуры измерения и равна 1,335 при $100^{\circ}C$ и 2,50 при $20^{\circ}C$. Если жидкость А прибавить к свежеосажденному стехиометрическим количеством щелочи гидроксиду меди, то последний растворяется с образованием голубого раствора. При нагревании 1 г жидкости А с избытком концентрированной серной кислоты выделяется 360 мл газа с плотностью по воздуху равной 0,966, если же 1 г жидкости А добавить к раствору серной кислоты, содержащему избыток диоксида марганца, то выделяется такой же объем другого газа, в 1,57 раза более тяжелого, чем первый. (Объемы газов приведены к н.у.)

1. Установите состав жидкости А. Ответ подтвердите необходимыми расчетами и уравнениями реакций.

2. Объясните, почему состав этой жидкости не изменяется при перегонке, и почему относительная плотность ее паров зависит от температуры.

II класс
Экспериментальный тур

Задание. В шести выданных пробирках находятся образцы неорганических удобрений, мочевина (органическое удобрение) и тиомочевина (инсектицид). Пользуясь имеющимися реактивами, установите присутствие каждого из веществ в пробирках.

Набор возможных веществ в выданных пробирках:

I. Кальциевая селитра	$Ca(NO_3)_2$
2. Натриевая селитра	$NaNO_3$
3. Преципитат	$CaHPO_4$
4. Нитрофос	$(NH_4)_2HPO_4 + CaHPO_4 + NH_4NO_3$
5. Нитрофоска	$(NH_4)_2HPO_4 + KNO_3$
6. Аммофоска	$(NH_4)_2SO_4 + (NH_4)_2HPO_4 + KCl$
7. Мочевина (карбамид)	$CO(NH_2)_2$
8. Тиомочевина (тиокарбамид)	H_2NCSNH_2

Решения задач и предложения по оценке
9 класс
Теоретический тур

9.I.

1) $J_2 + 5\ Cl_2 + 6\ H_2O = 2HJO_3 + 10\ HCl$

2) $2CrCl_3 + 3\ Na_2S + 6\ H_2O = 2\ Cr(OH)_3 + 6\ NaCl + 3H_2S$

3) $4\ NO_2 + 2\ Ca(OH)_2 = Ca(NO_3)_2 + Ca(NO_2)_2 + 2\ H_2O$

4) $5\ SO_2 + 2\ KMnO_4 + 2\ H_2O = 2\ MnSO_4 + K_2SO_4 + 2\ H_2SO_4$

5) $CaH_2 + 2\ H_2O = Ca(OH)_2 + 2\ H_2$

6) $KJO_3 + 5\ KJ + 3\ H_2SO_4 = 3\ K_2SO_4 + 3\ J_2 + 3\ H_2O$

9.2. В первом эксперименте малахит растворяется в серной кислоте:

$$\underset{222}{\overset{x}{[Cu(OH)]_2CO_3}} + 2\ H_2SO_4 = \underset{320}{\overset{y}{2\ CuSO_4}} + \underset{54}{\overset{z}{3\ H_2O}} + \underset{22,4}{\overset{0,8}{CO_2}}$$

Находим: x=7,9 г; y=II,4 г; z=I,9г.
Масса малахита в исходной смеси 7,9 г.

При прокаливании смеси на воздухе медь окисляется до оксида меди(II), а малахит разлагается:

$$\underset{222}{\overset{7,9}{[Cu(OH)]_2CO_3}} = \underset{160}{\overset{x_1}{2\ CuO}} + CO_2 + H_2O$$

$$\underset{128}{\overset{x_2}{2\ Cu}} + O_2 = \underset{160}{\overset{y_2}{2\ CuO}}$$

x_1=5,7 г; y_2=1,25x_2, x_2- масса Cu в смеси
Общая масса оксида меди, полученного в результате прокаливания, равна 5,7 + 1,25x_2.

Оксид меди(II) реагирует с серной кислотой:

$$\begin{array}{cccc} (5,7+1,25x_2) & & a & b \\ CuO + H_2SO_4 & = & CuSO_4 & + H_2O \\ 80 & & 160 & 18 \end{array}$$

$a=11,4+2,5x_2$; $b=1,29+0,28x_2$.

В растворе серной кислоты содержится 80*I,I4*0,8=73 (г) воды. При кристаллизации $CuSO_4*5H_2O$

$$\begin{array}{ccc} c & d & 11,4 \\ CuSO_4 + 5\ H_2O & = & CuSO_4*5H_2O \\ 160 \quad 90 & & 250 \end{array}$$

c=7,3 (г); d=4,1 (г).
Масса сульфата меди в растворе после охлаждения равна $II,4 + 2,5x_2 - 7,3 = 4,I + 2,5x_2$
Масса воды в растворе равна $73 + I,29 + 0,28x_2 - 4,I = 70,2 + 0,28x_2$; тогда $(4,I + 2,5x_2):(70,2 + 0,28x_2) = 0,I29$ и $x_2= 4,96:2,46 =2$ (г) - масса меди в исходной смеси. $\omega_{Cu}=2/(2+7,9)=0,202$ (20,2%)

В I-ом эксперименте образовалось II,4 г CuSO4 и I,9 г воды. В растворе серной кислоты, как и во 2-ом случае, содержится 73 г воды.

$$\begin{array}{ccc} e & f & x_3 \\ CuSO_4 + 5\ H_2O & = & CuSO_4*5H_2O \\ 160 \quad 90 & & 250 \end{array}$$

$e=0,64x_3$; $f=0,36x_3$.
Масса $CuSO_4$ в растворе равна $11,4-e=11,4-0,64x_3$
Масса воды в растворе равна $73+1,9-0,36x_3$, тогда
$(11,4-0,64x_3):(74,9-0,36x_3)=0,129$; $0,59x_3=1,74$; $x_3=2,9$ (г).

При прокаливании исходной смеси в атмосфере инертного газа будут протекать реакции:

$$[Cu(OH)]_2CO_3 = 2\ CuO + CO_2 + H_2O$$

$$\begin{array}{ccc} x_4 & 2,9 & \\ CuO + Cu & = & Cu_2O \\ 80 \quad 64 & & \end{array}$$

Оксида меди (II) - 5,7 г. 5,7/2,9 > 80/64, таким образом, CuO в избытке. $x_4=3,6$ (г) прореагировало. Осталось 5,7-3,6=2,1 (г) CuO. Сульфата меди образуется

$$\overset{2,1}{\underset{80}{CuO}} + H_2SO_4 = \overset{y_4}{\underset{160}{CuSO_4}} + H_2O$$

y_4=4,2 (г), т.е. весь образовавшийся сульфат меди останется в растворе (растворим в 73 мл воды при 0°С).

9.3.

1) Ртуть может быть собрана с использованием зачищенной медной (или другой металлической) пластинки. "Прилипание" ртути к металлу связано с образованием амальгамы (раствора металла в ртути). После удаления доступной массы ртути, ее остатки могут быть переведены в нелетучие соединения.

$$Hg + S = HgS$$

$$Hg + 2\ FeCl_3 = HgCl_2 + 2\ FeCl_2$$

$$3\ Hg + 2\ KMnO_4 + H_2O = 2\ MnO_2 + 3\ HgO + 2\ KOH$$

2) Объем комнаты составляет: $12*2,5 = 30$ ($м^3$) $= 3*10^4$(л). Оценка объема ртути в медицинском термометре (диаметр - 4 мм, длина - 10 мм) 0,126 $см^3$, масса ртути 1,7 г .

Концентрация паров ртути $1,7\cdot10^3/3\cdot10^4$=0,06 (мг/л). Превышение ПДК 0,06/0,01 - 6 (раз).

Металлическая ртуть, даже попадая в желудок человека, практически не опасна, т.к. проходит через пищеварительную систему человека (1 сутки), не участвуя в химических превращениях в организме. Это относится и к большинству соединений ртути(I) из-за их низкой растворимости в воде. Пары ртути более токсичны при длительном вдыхании из-за накопления в организме и могут вызывать отравления. Наиболее опасную форму ртути представляют соединения ртути(II): воздействие на центральную нервную систему, паралич, падение зрения вплоть до слепоты. Из всех форм наиболее опасны ртутьорганические соединения. При этом токсичность возрастает с увеличением длины С-цепи и уменьшением числа полярных групп, что согласуется со способностью этих веществ проникать через клеточные мембраны.

Рекомендации по оценке задач:

9.I.

За каждое правильное уравнение реакции по 2 балла
Всего до I2 баллов.

9.2. За уравнение растворения малахита и оксида меди, разложения малахита, окисления меди и кристаллизации медного купороса - по I баллу. За расчет состава исходной смеси - 3 балла.

За расчет массы выпавшего при охлаждении первого раствора в осадок медного купороса - 2 балла.

За уравнение реакции образования оксида меди(I) - 2 балла, за вывод о том, что в последнем случае осадок медного купороса не образуется, - I балл.

Всего до I3 баллов.

9.3. За способ сбора ртути металлической пластинкой - 2 балла, за каждое правильное уравнение реакции - по I баллу.

За расчет превышения ПДК паров ртути - 2 балла.

За сведения о малотоксичности металлической ртути и соединений ртути(I) - I балл, о токсичности соединений ртути(II) - I балл, об особой токсичности ртутьорганических соединений - I балл.

Всего до I0 баллов.

9 класс
Экспериментальный тур

	$Pb(NO_3)_2$	NH_4Cl	NH_4NO_3	Na_2SO_4	$Ba(NO_3)_2$	KI
$Pb(NO_3)_2$		белый осадок	–	белый осадок	–	желтый осадок
NH_4Cl	белый осадок		–	–	–	–
NH_4NO_3	–	–		–	–	–
Na_2SO_4	белый осадок	–	–		белый осадок	–
$Ba(NO_3)_2$	–	–	–	белый осадок		–
KI	желтый осадок	–	–	–	–	

По числу и окраске осадков можно обнаружить данные вещества. Нитрат бария и хлорид аммония можно отличить действием $Pb(NO_3)_2$ или Na_2SO_4, которые дают осадки только с одним из указанных веществ.

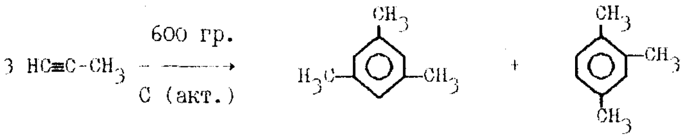
10 класс
Теоретический тур

10.1.

1. Дегидрогалогенирование.

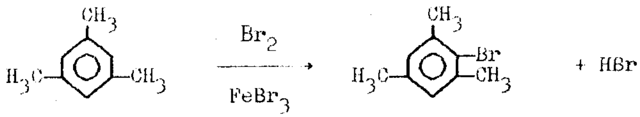
$$CHBr_2-CH_2-CH_3 \xrightarrow[\text{спирт.}]{KOH} \underset{(A)}{HC\equiv C-CH_3} + 2\,HBr$$

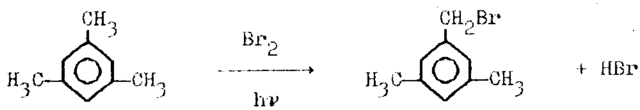
2. Тримеризация пропина.



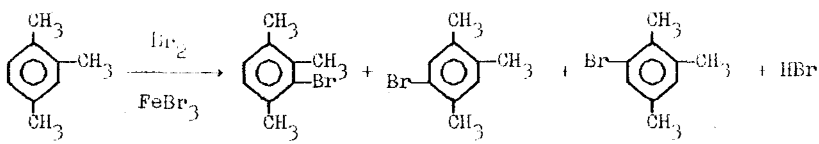
(Б) (В)

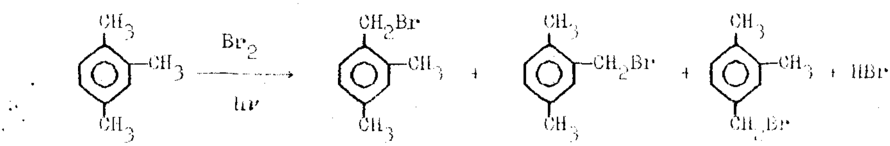
3. Монобромирование симметричного соединения Б.





4. Монобромирование соединения В.





I0.2.

1. Допустим, что прореагировал весь литий. При взаимодействии 10 г лития с водой выделится тепла:

$$Q = \frac{10\ г\ .\ 398,2\ кДж/моль}{7\ г/моль\ .\ 2} = 284,42\ кДж.$$

В этой реакции расходуется:

$$m(H_2O) = \frac{10\ г\ .\ 18\ г/моль}{7\ г/моль} = 25,71\ г.$$

$$m(LiOH) = \frac{10\ г\ .\ 24\ г/моль}{7\ г/моль} = 34,28\ г,$$ что составляет 1,43 моль.

2. Теплота, выделившаяся в результате реакции, будет расходоваться на:

а) плавление 100 г льда при 0 град.

Q_1= 330 кДж/кг . 0,1 кг = 33 кДж;

б) нагревание непрореагировавшей с литием воды от 0 до 100 град:

$m(H_2O)$ = 100г - 25,71 г = 74,29 г

Q_2 = 4,2 кДж/кг.град . 0,743 кг . 100 град = 31,16 кДж;

в) нагревание образовавшегося гидроксида лития от 0 до 100^{0}С:

Q_3 = 49,58 Дж/моль.град . 1,43 моль . 100 град = 7,09 кДж

г) испарение воды:

$Q_4 = Q - (Q_1 + Q_2 + Q_3) = 213,17$ кДж.

3. Масса воды, которая может быть выпарена за счет избыточного тепла Q_4, равна:

$$m(H_2O) = \frac{213,17\ кДж}{2,31\ кДж/кг} = 0,0926\ кг = 92,6\ г\ .$$

Масса оставшейся воды составляет лишь 74,29 г.

Таким образом, расчеты показывают, что на нагревание продуктов реакции и на полное испарение воды необходимо меньше тепла, чем выделяется в результате реакции. Следовательно, реально, когда прореагирует часть лития, воды в реакционной емкости уже не останется. Образуется смесь из гидроксида лития и непрореагировавшего лития. Моногидрат гидроксида лития - не образуется.

10.3.

1. Относительная молекулярная масса газа Д равна 29 . 1,11 = 32. По условию задачи газ Г самовоспламеняется на воздухе. По-видимому, это силан SiH_4.

2. Таким образом, по условию задачи с неким металлом прокалили оксид кремния. В результате образовался силицид этого металла и его оксид (вещества А и Б). Растворение этой смеси в избытке кислоты привело к выделению силана (газ Г), а также к образованию соли исходного металла $MeCl_2$ (вещество В). Очевидно Д - гидроксид металла $Me(OH)_2$, а Е - его оксид - MeO.

3. Обозначим относительную атомную массу металла за X. Так как количество вещества хлорида металла равно количеству вещества его оксида, справедливо следующее уравнение:

$$\frac{4,75}{X + 71} = \frac{2,00}{X + 16}$$

Из уравнения X = 24. Значит, металл это - магний.

4. В условии задачи описаны следующие превращения:

$$4Mg + SiO_2 = 2MgO + Mg_2Si$$
$$MgO + 2\,HCl = MgCl_2 + H_2O$$
$$Mg_2Si + 4\,HCl = 2\,MgCl_2 + SiH_4$$
$$SiH_4 + 2\,O_2 = SiO_2 + 2\,H_2O$$
$$MgCl_2 + 2\,NaOH = Mg(OH)_2 + 2\,NaCl$$
$$Mg(OH)_2 = MgO + H_2O$$

Рекомендации по оценке задач:

10.1.

За написание уравнения реакции дегидрогалогенирования - 1 балл;
За написание уравнений реакции тримеризации пропина и бромирования триметилбензолов – по 2 балла.

Всего до 11 баллов.

10.2.

За определение теплоты, выделившейся в результате реакции - 1 балл;
За расчет массы прореагировавшей воды и образовавшегося гидроксида лития - 1 балл;
За расчеты Q_I - Q_4 по 1 баллу, всего - 4 балла;
За расчет массы воды, которая может испариться за счет избыточного тепла, - 2 балла;
За вывод о том, что вся вода испарилась, и в осадке осталась смесь безводного гидроксида лития и литий, - 2 балла.

Всего до 10 баллов.

10.3.

За вывод о силане (оценивать и решение, в котором указывается на выделение фосфина) - 2 балла
За проведенные расчеты и вывод о магнии - 2 балла;
За написание каждого уравнения реакции - 1 балл, всего 6 баллов.

Всего до 10 баллов.

I0 класс

Экспериментальный тур

При растворении в воде растворяются без осадка образцы I, 2, 5, 6, не растворяются образцы 3 и 4.

Схема анализа растворов

Реагенты	I	2	5	6
NaOH	-	-	$\uparrow NH_3$	$\uparrow NH_3$
$(NH_4)_2C_2O_4$	$\downarrow$	-	-	-
$AgNO_3$	-	-	-	$\downarrow$

Схема анализа осадков

Реагенты	3	4
HCl	р-р	р-р
NaOH	-	$\uparrow NH_3$

Реагенты: H_2O, HCl конц., $AgNO_3 + HNO_3$, $(NH_4)_2C_2O_4 \cdot H_2O$, NaOH конц. + фенолфталеиновая бумага + часовые стекла.

Возможные варианты заданий: I,2,3,4; I,3,4,6; 2,4,5,6; I,3,5,6; ...

11 класс
Теоретический тур

11.1. A - $HOCH_2CH_2OH$, B - $H_2C\underset{O}{\diagdown\!\!\diagup}CH_2$, C - $CH_3CH{=}O$. Образование и превращения этих веществ происходят по уравнениям:

$$3\ C_2H_4 + 2\ KMnO_4 + 4\ H_2O = 3\ C_2H_6O_2(A) + 2\ MnO_2 + 2\ KOH \quad (1)$$

$$5\ C_2H_4 + 2\ KMnO_4 + 18\ H_2SO_4 = 10\ CO_2 + 6\ K_2SO_4 + 12\ MnSO_4 + 28\ H_2O \quad (2)$$

$$C_2H_4 + 3\ O_2 = 2\ CO_2 + 2\ H_2O \quad (3)$$

$$2\ C_2H_4 + O_2 = 2\ C_2H_4O\ (B,C) \quad (4)$$

$$C_2H_4O(B) + H_2O = C_2H_6O_2(A) \quad (5)$$

$$C_2H_4O(C) + 2\ Ag(NH_3)_2OH = CH_3COONH_4 + 2\ Ag + 3\ NH_3 + H_2O \quad (6)$$

$$C_2H_4 + O_3 = C_2H_4O_3(X) \quad (7)$$

$$C_2H_4O_3 = CH_2O + HCOOH \quad (8)$$

$$C_2H_4O_3 + Na_2SO_3 = 2\ CH_2O + Na_2SO_4 \quad (9)$$

Соединение Y состава $C_2H_2O_2$ может иметь строение только глиоксаля (этандиаля) $O{=}CH{-}CH{=}O$. Если проанализировать схему превращения этилена в подобной реакции $H_2C{=}CH_2 \longrightarrow H_2C{=}O + O{=}CH_2$, следует сделать вывод, что карбонильные группы образуются по месту разрыва двойной связи. Следовательно, углеводород Y был построен из фрагментов $=CH{-}CH=$, связанных в цикл, и имел молекулярную формулу C_xH_x или $(CH)_x$. (В структуре исходного углеводорода не могло быть концевых групп $H_2C=$, $RCH=$ или $R_2C=$, которые после разрыва связей дали бы второе соединение $CH_2{=}O$, $RCH{=}O$ или $R_2C{=}O$). Устойчивость соединения Y к растворам перманганата калия позволяет предположить, что кратные связи были объединены в устойчивую ароматическую систему, и, вероятно, Y представляет собой бензол C_6H_6, ароматическая система которого разрушается только в жестких условиях.

11.2. Для растворения золота алхимиками была предложена "царская водка" - смесь концентрированной азотной и соляной кислот, растворение золота в которой протекает по суммарному уравнению:

$$2\ Au + 3\ HNO_3 + 11\ HCl = 2\ HAuCl_4 + 3\ NOCl + 6\ H_2O$$

(окислительный потенциал образования однозарядного комплексного аниона $AuCl_4^-$ ниже потенциала образования трехзарядного иона Au^{3+}).

В сокращенной ионной форме это уравнение имеет вид:

$$2\ Au + 3\ NO_3^- + 11\ Cl^- + 12\ H^+ = 2\ AuCl_4^- + 3\ NOCl + 6\ HO$$

Для протекания растворения золота необходимо одновременное присутствие нитрат-ионов (окислителя), хлорид-ионов (комплексообразователя) и кислоты. По рецепту древних индейцев нагревание смеси вело, в первую очередь, к разложению квасцов:

$$KAl(SO_4)_2.12H_2O = KAl(SO_4)_2 + 12\ H_2O$$

и в выделяющейся в смеси воде растворялись соли - как квасцы, так и добавленные нитрат натрия (чилийская селитра) и хлорид натрия (поваренная соль). Соль алюминия частично гидролизована в растворе:

$$Al^{3+} + H_2O \rightleftharpoons Al(OH)^{2+} + H^+ \text{ (точнее } H_3O^+)$$

Степень гидролиза увеличивается при повышении температуры, повышение температуры также увеличивает и окислительный потенциал системы, в результате чего оказывается возможным окисление золота с образованием растворимых в воде комплексов.

II.3. Молярная масса газа, образующегося при действии конц. серной кислоты на жидкость А, равна M_I= 0,966.29 = 28 (г/моль). Такую молярную массу имеют N_2, CO и C_2H_4. Второй газ имеет молярную массу M_2=28.I,57 = 44 (г/моль), такую молярную массу имеют CO_2, N_2O, C_3H_8 и пары CH_3CHO. Сопоставление формул веществ и условий образования этих газов позволяет выбрать пару CO - CO_2, которые образуются при разрушении и окислении органических соединений. Исходная жидкость А обладает кислотными свойствами (растворение гидроксида меди с образованием голубого раствора соли меди). Жидкость А содержит муравьиную кислоту HCOOH, реагирующую по уравнениям:

$$HCOOH = CO + H_2O$$

$$2\ HCOOH + Cu(OH)_2 = (HCOO)_2Cu + 2\ H_2O$$

$$HCOOH + MnO_2 + H_2SO_4 = CO_2 + MnSO_4 + 2\ H_2O$$

В результате превращений муравьиной кислоты было получено n = 0,36/22,4=0,0I6I (моль) CO и CO_2, что соответствует наличию в жидкости 0,0I6I.46=0.74 (г) HCOOH (M= 46 г/моль). Наиболее вероятное объяснение постоянства состава жидкости при перегонке заключается в том, что исследованию была подвергнута азеотропная (нераздельнокипящая) муравьиная кислота, содержащая 74% по массе муравьиной кислоты. Азеотропные смеси имеют постоянный при постоянном давлении состав и не разделяются перегонкой.

Молярная масса паров жидкости, меняющаяся от M_3=I,335.29=38,7 до M_4=2,5.29=72,5 при I00°C и 20°C, соответствует смеси паров димерных молекул $(HCOOH)_2$ (M=92) и мономерных молекул (M=46) с парами воды (M=I8). Средняя молярная масса паров, содержащих 74% HCOOH и 26% H_2O по массе равна $\bar{M}$ = I/(0,74/46 + 0,26/I8) = 32,8 г/моль, то есть даже при I00°C муравьиная кислота частично димеризована.

Рекомендации по оценке задач:

II.I. За формулы А-С по I баллу,
За уравнения 3-5 и 7-9 по 0,5 балла, за уравнения I-2 и 6 по I баллу,
За формулу строения глиоксаля I балл,
За расшифровку структуры бензола 3 балла.
Всего до I3 баллов.

II.2. За уравнение растворения в царской водке - 3 балла (при написании хлорида золота - 2 балла). За формулы селитры, соли, квасцов по 0,5 балла, за разложение квасцов 0,5 балла, за частичный гидролиз квасцов как обратимый процесс I балл, за ионное уравнение - 2 балла, за объяснение роли нагревания в гидролизе и окислении - 2 балла.

Всего до I0 баллов.

II.3. За определение молекулярных масс газов по 0,5 балла, за идентификацию CO и CO_2 по I баллу, за расшифровку муравьиной кислоты - I балл и 3 балла за уравнения ее превращений. За состав смеси (содержание муравьиной кислоты) - I балл. За расшифровку азеотропной смеси - 2 балла, за объяснение димеризации кислот в парах - 2 балла (без расчета средней молярной массы, но с объяснением интервала).

Всего до I2 баллов.

II класс
Экспериментальный тур

При растворении в воде растворяются без осадка образцы I, 2, 5, 6, 7, 8, не растворяются образцы 3 и 4.

Схема анализа растворов

Реагенты	I	2	5	6	7	8
NaOH (t^oC)	–	–	↑ NH_3	↑ NH_3	↑ NH_3 CO_2	↑ NH_3 CO_2 H_2S
$(NH_4)_2C_2O_4$	↓	–	–	–	–	–
$AgNO_3$	–	–	–	↓	–	↓
$Bi(NO_3)_3$	–	–	–	–	–	желт. р-р

Схема анализа осадков

Реагенты	3	4
HCl	р-р	р-р
NaOH	–	↑ NH_3

Реагенты: H_2O, HCl конц., $AgNO_3$ + HNO_3, $(NH_4)_2C_2O_4 \cdot H_2O$, NaOH конц. + фенолфталеиновая бумага + часовые стекла, $Bi(NO_3)_3$, $Ba(OH)_2$.

Возможные варианты заданий: I,2,3,4,7,8; 2,3,4,5,7,8; 3,4,5,6,7,8; ...

Примечание: Тиомочевину можно заменить на другое вещество: ацетат натрия, лимонную кислоту и т.д., добавив в случае необходимости к общему перечню дополнительный реагент, позволяющий его идентифицировать.

ГЕОГРАФИЯ

(Авторы заданий: С.И.Болысов, А.И.Даньшин,
Н.В.Денисов, В.В.Климанов, А.С.Наумов)

1. Найдите логическую связь географических объектов в каждой из цепочек и вычеркните "белых ворон":
а) Москва, Рим, Нью-Йорк, Лондон, Буэнос-Айрес;
б) Алтай, Урал, Каракорум, Эверест, Кавказ;
в) подзол, суглинок, чернозем, бархан.

2. Заполните таблицу, используя приведенные ниже географические названия и числа:
Дели, Египет, 1002, 11, Япония, Будапешт, 56, 372, Венгрия, 3288, Токио, 850.

Страна	Площадь, тыс. км2	Население, млн. чел.	Столица
...	93	...	...
...	...	...	Каир
Индия	...	...	...
...	...	124	...

3. Найдите соответствия между столбцами:

а)

1. Самара.	А. Волхов.
2. Павлодар.	Б. Волга.
3. Новосибирск.	В. Днепр.
4. Запорожье.	Г. Ока.
5. Новгород.	Д. Иртыш.
6. Калуга.	Е. Обь.

б)

1. Гамбург.	А. Тигр.
2. Турин.	Б. Св.Лаврентия.
3. Багдад.	В. Меконг.
4. Пномпень.	Г. По.
5. Каир.	Д. Эльба.
6. Монреаль.	Е. Нил.

4. Выберите правильный ответ. Существование пустыни Намиб обусловлено:
а) расположением в пределах пояса высокого давления;
б) высокими абсолютными отметками рельефа;
в) влиянием Бенгельского течения;
г) влиянием Канарского течения;
д) переносом горячих сухих масс воздуха пассатными ветрами из района Сахары в Северном полушарии.

5. Правильны ли утверждения (да/нет):
а) Каспийское море -- второе по глубине озеро в мире;
б) Все жидкие воды, содержащиеся земной коре, называются грунтовыми;
в) Вулкан Эребус -- высочайшая точка Антарктиды;
г) Побережье Камчатки -- наиболее влажное место России;
д) Льянос -- разновидность саванн Южной Америки;
е) Перистые облака образуются на высотах 6-8 км над уровнем моря.

6. По предложенному фрагменту топографической карты (рисунок 1):
а) Определите масштаб карты, если известно, что расстояние по прямой между церковью в с.Палихово и бродом на р.Сысола составляет 3.5 км. Дайте численный, именованный и линейный масштабы.
б) Определите абсолютную высоту самой высокой точки на фрагменте и назовите ее.
в) Каково расстояние (в км) от этой точки до кургана Бурый?
г) Дайте характеристику дороги, проходящей по берегу р. Соть (ширина, покрытие).
д) Какой лес преобладает по берегам р.Ключевой? Какова его максимальная протяженность через долину реки?
е) Какова площадь сельскохозяйственного объекта у деревни Федино?

7. Какова температура воздуха, содержащего водяные пары, на вершине горы Аконкагуа, если температура воздуха на восточном берегу Тихого океана на той же широте равна +20о С?

8. Определите для климатограмм на рисунке 2 тип климата (с указанием полушария). Климату какой природной зоны и конкретной местности они соответствуют?

9. Данные метеонаблюдений позволяют вычислить среднюю вероятность пасмурного состояния неба в разных местах по сезонам года. Где, по вашему мнению, такая вероятность выше в январе - в Киеве или в Хабаровске? А в июле? Ответ поясните.

10. Будет ли в среднем различаться время движения самолета по маршруту Москва-Монреаль и Монреаль-Москва при одной и той же собственной технической скорости движения самолета? Обоснуйте свой ответ.

11. Какие страны должны участвовать в решении каких проблем состояния Каспийского моря? Обоснуйте свой ответ.

12. Какая информация и с какой целью потребовалась бы вам для оценки конкретного проекта создания охраняемой природной территории (заповедника, заказника, национального парка)?

13. На рисунке 3 представлены демографические пирамиды, характеризующие половозрастную структуру населения Бангладеш, Вьетнама, Германии, Китая, Объединенных Арабских Эмиратов, США. Какая пирамида соответствует каждой из стран? Поясните свой выбор. Какие цели, по вашему мнению, должна преследовать в каждой из стран демографическая политика и какие меры наиболее эффективны для ее проведения?

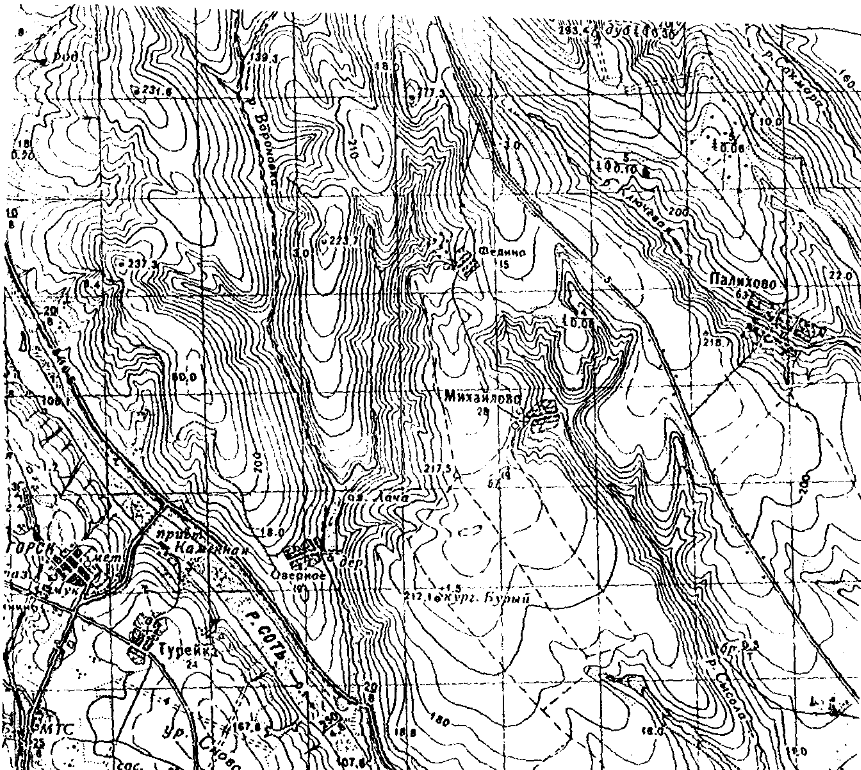
14. Какие из республик бывшего СССР отличаются, по-вашему, наибольшей (вариант: наиболее низкой) долей городского населения? Ответ обоснуйте.

15. В России насчитывается 11 атомных электростанций. В каком из 11 экономических районов страны действует более одной АЭС? В каком нет ни одной АЭС? С чем связаны отмеченные вами факты?

16. По какому экономико-географическому принципу составлен каждый из следующих рядов:
а) Жодино, Миасс, Кременчуг, Минск, Набережные Челны, Кутаиси;
б) Тольятти, Ижевск, Запорожье, Серпухов.
Назовите еще два города, которые одновременно можно бы было включить в оба ряда.

17. Назовите экономические районы, специализацию которых определяют отрасли нематериальной сферы. Какие типы подобной специализации районов вы можете выделить? В каких странах такие районы играют ведущую роль?

18. Назовите основные проблемы, которые стоят перед малыми городами вашей области. Какие пути для их решения вы можете предложить?



Михайлово
Федино
Палихово
Овечное
Турейка
СНОВ
р. Сотъ
Белички 8 км
Васильево 8 км
кург. Бурый
14
15
16
17
18
19
20
21
22

Рис. 1.

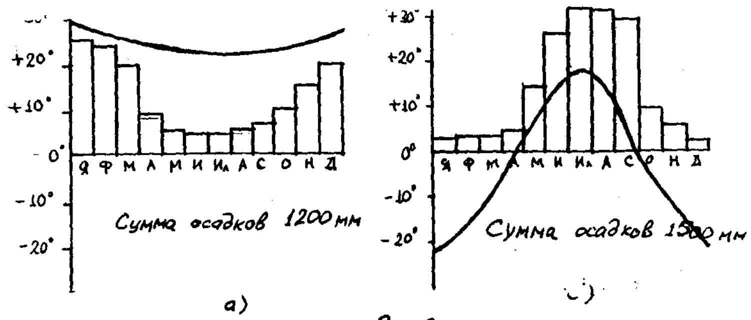
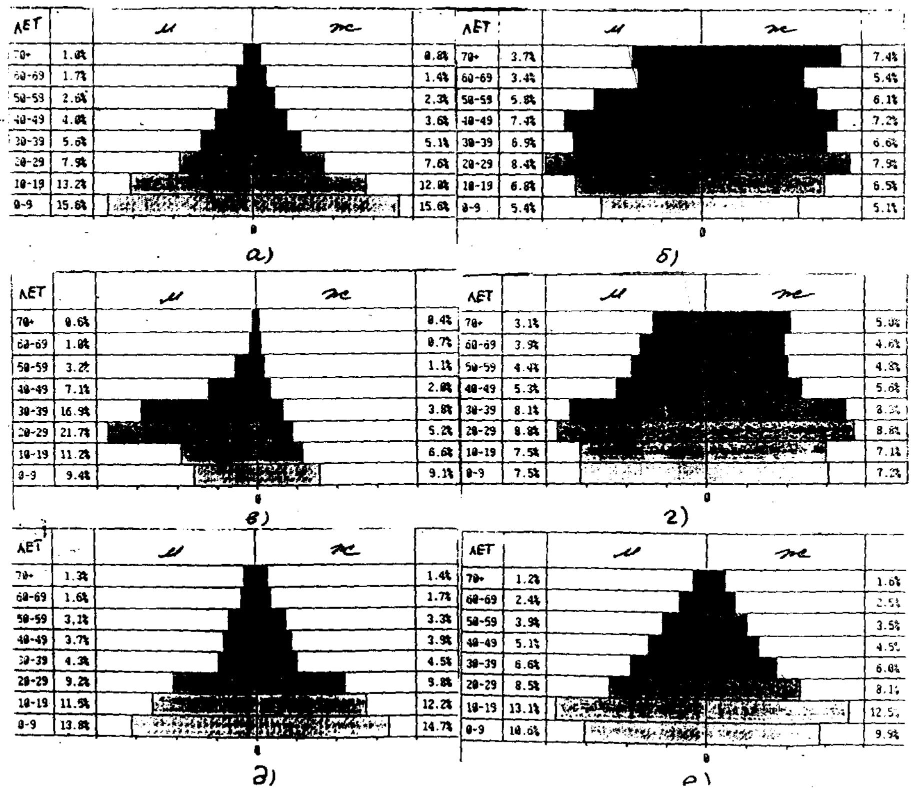

+20°
+10°
0°
-10°
-20°
Я Ф М А М И И А С О Н Д
Сумма осадков 1200 мм
а)
+30°
+20°
+10°
0°
-10°
-20°
Я Ф М А М И И А С О Н Д
Сумма осадков 1500 мм
б)

Рис. 2

Рис. 3


ЛЕТ
м
ж
70+ 1.0% 0.8%
60-69 1.7% 1.4%
50-59 2.6% 2.3%
40-49 4.0% 3.6%
30-39 5.6% 5.1%
20-29 7.9% 7.6%
10-19 13.2% 12.8%
0-9 15.6% 15.6%
а)
70+ 3.7% 7.4%
60-69 3.4% 5.4%
50-59 5.8% 6.1%
40-49 7.4% 7.2%
30-39 6.9% 6.6%
20-29 8.4% 7.9%
10-19 6.8% 6.5%
0-9 5.4% 5.1%
б)
70+ 0.6% 0.4%
60-69 1.0% 0.7%
50-59 3.2% 1.1%
40-49 7.1% 2.8%
30-39 16.9% 3.8%
20-29 21.7% 5.2%
10-19 11.2% 6.6%
0-9 9.4% 9.1%
в)
70+ 3.1% 5.0%
60-69 3.9% 4.6%
50-59 4.4% 4.8%
40-49 5.3% 5.6%
30-39 8.1% 8.5%
20-29 8.8% 8.8%
10-19 7.5% 7.1%
0-9 7.5% 7.2%
г)
70+ 1.3% 1.4%
60-69 1.6% 1.7%
50-59 3.1% 3.3%
40-49 3.7% 3.9%
30-39 4.3% 4.5%
20-29 9.2% 9.8%
10-19 11.5% 12.2%
0-9 13.8% 14.7%
д)
70+ 1.2% 1.6%
60-69 2.4% 2.5%
50-59 3.9% 3.5%
40-49 5.1% 4.5%
30-39 6.6% 6.0%
20-29 8.5% 8.1%
10-19 13.1% 12.5%
0-9 10.6% 9.9%
е)

Заказ 638 Тираж 300

Типография МНПО «НИОПИК» 3-й Неглинный пер., д. 5