

logique et REPRÉSENTATION des connaissances

Compte-rendu du premier TME : familiarisation avec LoTREC et la méthode des tableaux.

26 septembre 2019

G///// F////////, L///// S////////

Satisfiabilité de formules : résolution par la méthode des tableaux

Reprise des formules de l'exercice 2.

L'arbre construit pour F_1 n'est composé que d'un seul prémodèle qui forme une feuille fermée. F_1 est donc insatisfiable.

L'arbre construit pour F_2 se termine en cinq prémodèles dont aucun ne forme une feuille fermée. F_2 est donc satisfiable. Ces prémodèles sont des modèles de F_2 . Rien, cela dit, ne prouve qu'elle est aussi valide.

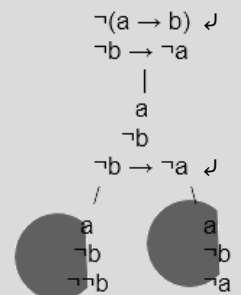
L'arbre construit pour F_3 se termine en deux prémodèles qui sont tous deux des feuilles fermées. F_3 est donc insatisfiable.

L'arbre construit pour F_4 se termine en huit prémodèles dont deux forment des feuilles fermées. F_4 est donc satisfiable sans être valide.

L'arbre construit pour F_5 se termine en neuf prémodèles dont trois forment des feuilles fermées. F_5 est donc aussi satisfiable sans être valide.

L'arbre construit pour F_6 se termine en quatre prémodèles dont aucun n'est une feuille fermée. Ce sont quatre modèles de F_6 qui est donc satisfiable. De plus, on sait aussi que l'arbre associé à sa négation $\neg F_6$ se décline en autant de feuilles fermées : F_6 est donc de surcroît une tautologie.

$$F_3 = \neg((a \rightarrow b) \rightarrow (\neg b \rightarrow \neg a))$$



Δ F_3 , un arbre à deux feuilles fermées (pour cause de littéraux complémentaires).

Diagnostic médical simpliste

Faut-il prendre du Tamiflu ?

L'ensemble des règles de diagnostic se note

$S \rightarrow F$	imp S F	la fièvre (F) se définit par une température supérieure (S) à 38°C
$G \rightarrow M$	imp G M	la grippe (G) implique de prendre un médicament (M), le Tamiflu
$F \wedge T \rightarrow G$	imp and F T G	une fièvre (F) accompagnée d'une toux (T) dénote une grippe (G)

L'observation est la suivante sur le patient concerné :

$T \wedge S$ and T S le patient tousse et présente une température supérieure à 38°C

On considère les cas où les conditions observées en 4 sont réunies sans que les règles ne préconisent la prise de Tamiflu. Pour être certain que le patient doit prendre du Tamiflu, ces cas ne doivent pas être réalisables.

En d'autres termes, la formule $\neg((S \rightarrow F) \wedge (G \rightarrow M) \wedge ((F \wedge T) \rightarrow G) \wedge (T \wedge S)) \rightarrow M$

doit être insatisfiable, ce qui se vérifie effectivement sous LoTREC : le patient doit bien suivre un traitement au Tamiflu.

S'il existe une incertitude sur la nature de la maladie, grippe ou bronchite, la prise de Tamiflu reste recommandée. De fait, la formule $\neg((S \rightarrow F) \wedge (G \rightarrow M) \wedge ((F \wedge T) \rightarrow \mathbf{(BVG)}) \wedge (T \wedge S)) \rightarrow M$ est toujours insatisfiable.

Modèles et prémodèles

La résolution pour $((a \rightarrow b) \wedge b \wedge c) \vee ((c \rightarrow b) \wedge (b \rightarrow a))$ sous LoTREC donne des feuilles ouvertes et des feuilles fermées. Les modèles générés coïncident avec la table de vérité. Cette formule en reçoit au moins trois qui sont inclus l'un dans l'autre : il suffit qu'a soit vrai ($a=1, b=0, c=0$), qu'a et b soient vrais ($a=1, b=1, c=0$), ou encore qu'a, b et c soient vrais tout ensemble ($a=b=c=1$). Ces modèles étant issus de feuilles (prémodèles) différentes, on a bien, ici, $\mathcal{M}(P_1) \subset \mathcal{M}(P_2) \subset \mathcal{M}(P_3)$.

On conjecture qu'il existe un lien entre le nombre de prémodèles obtenus et le nombre de modèles d'une formule. De fait, la quantité d'embranchements (et donc de prémodèles) d'un tableau augmente lorsqu'on croise des formules de type β (des disjonctions) au cours de la résolution. Ces disjonctions, en les séparant, sont ce qui permet d'éviter plus facilement les contradictions entre les littéraux de chaque nœud. On en déduit que la multiplicité des prémodèles donne moins de chances aux collisions d'advenir, et prépare donc la formule à recevoir davantage de modèles potentiels.

conclusion

Ce premier TME nous a donc permis d'appréhender un nouvel environnement de travail sous LoTREC. Introduit-e-s aux règles de la logique des propositions, nous avons eu l'occasion de vérifier le fonctionnement automatisé des méthodes appliquées en TD, en particulier la méthode des tableaux, un test de satisfiabilité courant pour les formules logiques – usuellement déroulé à la main.

Elle a en particulier servi à la modélisation (rapide et presque convaincante) d'une situation réelle sous la forme d'un problème logique, dans le cadre médical.

Répondre à une question avec certitude revient à s'assurer que cette réponse, dans l'environnement défini, est une tautologie. C'est d'autant plus utile qu'un problème est vital. Il suffirait donc, pour s'en sortir, d'avoir une représentation valable dudit problème et des variables d'environnement.

Sur un autre mode, l'exécution de cette méthode des tableaux pour plusieurs formules nous a permis d'inférer des règles générales sur sa mécanique interne et de comprendre le sens véritable de la "génération de prémodèles". Le rapport de subsumption entre valuation, prémodèle et modèle a paru limpide : là où un prémodèle est une valuation candidate à la satisfaction de la formule, un modèle est une valuation réussie. La méthode des tableaux sert alors à dégager toutes les possibilités "syntaxiques" de prémodèles avant de repérer celles qui conviennent.