

1 数式処理ソフトウェア Mathematica の利用

今回から，数式処理ソフトウェアの一種である Mathematica の利用法，および \LaTeX と組み合わせたレポートの作成法を学ぶ。

1.1 「数式処理ソフトウェア」とは

まずは「数式処理ソフトウェア」とは何かを説明しておく。

数式処理システム（フリー百科事典『ウィキペディア（Wikipedia）』）

数式処理システムは，数式をコンピュータを用い記号的に代数処理するソフトウェアである。一般的なコンピュータの計算が数値として処理し，場合によっては数値的な近似値を求めるのに対して，数式処理システムでは，代数的に処理が可能な範囲では，代数処理を行う。最近のシステムでは，数値的な演算が可能なものも多く，統合計算システムと呼ぶに相応しいものも存在する。

数式処理ソフトウェアには様々なものがあるが，代表的なものの名前を列挙しておこう（価格は学生版のもの，2007 年 5 月 14 日現在）。

	開発者	開発開始時期	学生版価格 (税込)
Mathematica	Wolfram Research	1986 年	30,450 円
Maple	Waterloo 大学	1979 年	21,000 円
MuPAD	Paderborn 大学	1989 年	24,150 円
Maxima	Bill Schelter ら	1967 年	無料
Risa/Asir	(株) 富士通研究所	1989 年	非商用は無料

これら以外にも様々なものがあり，ある目的（例えば群論）に特化した数式処理ソフトもある。また，木田祐司先生作成の UBASIC は，BASIC という言語を元に多項式の計算，多倍長の整数計算ができるように拡張されており，数式処理言語の 1 つと言っても良いであろう。¹

この講義では，Mathematica を利用することにする。Mathematica は商用であるので，自宅で利用したい場合にはライセンスを購入しなくてはならない。これに対し，Maxima はフリーウェアであるので，各自でダウンロードしてインストールすれば，自宅でも使うことができる。

1.2 Mathematica の基礎

Mathematica を起動するには，

スタート → すべてのプログラム → Mathematica4.1 → Mathematica4.1

とする。Mathematica が起動されると，「名称未定義-1」という名前の新規ファイルが開かれる。そこでまずは「ファイル」メニューの「別名で保存」で，例えば mathkadai01 という名前で「マイドキュメント」に保存しておく。

¹UBASIC について，詳しくは次の Web ページを参照せよ。

<http://www.rkmath.rikkyo.ac.jp/~kida/ubasic.htm>

それでは、実際に計算してみよう。たとえば、

```
1+1
```

と打ち込み、`[Shift] + [Enter]` とすると、

```
Out[1]= 2
```

と答えが返ってくる（起動した最初は色々な設定をするので、こんな簡単な計算でもちょっと待たされる）。

より大きな桁数の整数も扱うことができる。例えば、次の入出力のような計算もできる。

```
In[2]:= 12^23
```

```
Out[2]= 6624737266949237011120128
```

ここで、 12^{23} は 12^{23} の意味である。

Mathematica は、行列の計算、微積分の計算を行なうこともできる。以下に挙げる例から、どんなことができるかを理解してほしい。

```
In[3]:= A={{1,2,3},{4,5,6},{7,8,9}}
```

```
Out[3]= {{1,2,3},{4,5,6},{7,8,9}}
```

```
In[4]:= Det[A]
```

```
Out[4]= 0
```

行列 A の固有値は `Eigenvalues[A]`、固有ベクトルは `Eigenvectors[A]` として求めることができる。

```
In[5]:= D[Sin[x], x]
```

```
Out[5]= Cos[x]
```

```
In[6]:= D[Tan[x], {x,2}]
```

```
Out[6]= 2 Sec[x]^2 Tan[x]
```

それぞれ、

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x, \quad \frac{d^2}{dx^2}(\tan x) = \sec^2 x \tan x \quad \left(\sec x = \frac{1}{\cos x} \right)$$

という計算をやっている。

Mathematica を用いて、テイラー展開を計算することもできる。そのためには、`Series` という関数²を用いる。書式は、

```
Series[関数, {変数, 展開の中心, 展開の次数}]
```

である。例えば、指数関数 e^x の $x = 0$ のまわりのテーラー展開を 7 次まで求めるなら、次のようになる。

```
In[7]:= Series[E^x, {x, 0, 7}]
```

```
Out[7]= 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \frac{x^4}{24} + \frac{x^5}{120} + \frac{x^6}{720} + \frac{x^7}{5040} + O[x]^8
```

²Mathematica では、コンピュータに入力する命令のことを「関数」とよぶ

出力の最後の $0[x]^8$ は, 与えられた関数と Taylor 展開の 7 次の項までをとったものとの誤差が x^8 程度である, ということを意味している。

【練習問題】 $\frac{e^x - x^3 - 1}{x^2 + 1}$ の $x = 0$ を中心とした Taylor 展開を 7 次の項まで求めよ。

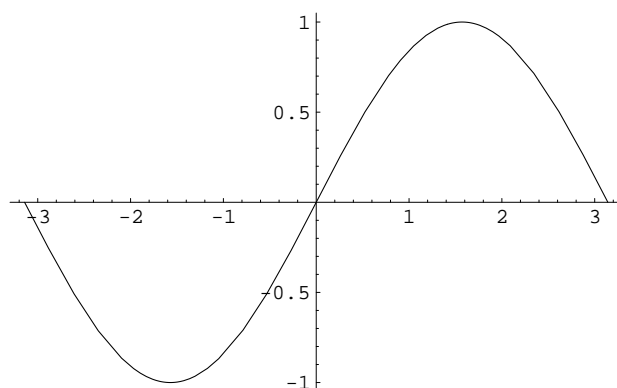
1.3 グラフの作成

Mathematica の便利な機能として, グラフの描画がある。基本的な書式は,

`Plot[関数, {変数, 変数の下限, 変数の上限}]`

である。例えば, 三角関数 $\sin x$ の $-\pi \leq x \leq \pi$ でのグラフを描くなら, 次のようにする。

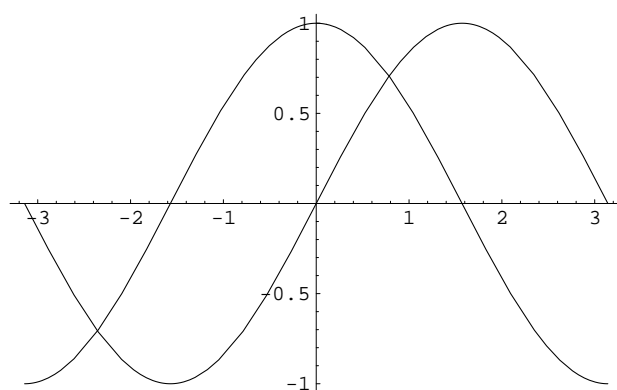
`In[8]:= Plot[Sin[x], {x, -Pi, Pi}]`



`Out[8]= - Graphics -`

2 つの関数のグラフを同時に表示することもできる。

`In[9]:= Plot[{Sin[x], Cos[x]}, {x, -Pi, Pi}]`



`Out[9]= - Graphics -`

2 Mathematica と L^AT_EX の連携

Mathematica によって作ったグラフを, L^AT_EX に取り込んで利用するには, まずは次のようにしてグラフを EPS ファイルとして保存する。

1. Plot 命令によってグラフを作成する。
2. 保存するグラフをマウスで選択する。
3. 編集 → 選択範囲の形式保存 → EPS
4. 「名前を付けて保存」というダイアログが出てくるので、EPS ファイルを取り込む \LaTeX ファイルと同じ場所に、名前を付けて保存する。(拡張子は自動的に .eps となる。)

こうして、例えば sin.eps というファイルができたとする。これを \LaTeX ファイルに取り込むには、次のようにする。

```
\documentclass[12pt,a4j]{jarticle}
\usepackage{graphicx}
\begin{document}
.....

\includegraphics[scale=0.8]{sin.eps}

.....
\end{document}
```

2 行目の `\usepackage{graphicx}` は、画像ファイル进行处理するためのスタイルファイルを読み込む命令である。これを読み込んでから、

```
\includegraphics[scale=倍率]{読み込むファイル名.eps}
```

と入力すればよい。ここで、`[scale=倍率]` の部分は図の大きさを調整するためのものであり、省略してもよい。

3 \LaTeX の数式についての補足 (eqnarray 環境)

今回の課題で用いるために、数式モードにおいて、数式を並べて記述するための環境 `eqnarray` を紹介しておく。基本的な書式は、次のようになっている。

```
\begin{eqnarray}
  左辺 1 \& = \& 右辺 1 \\
  左辺 2 \& = \& 右辺 2 \\
  .....
  左辺 n \& = \& 右辺 n
\end{eqnarray}
```

ここで、最後の行には改行命令 “`\\`” がいないことに注意してもらいたい。このように入力してコンパイルすると、等号 `=` の位置がそろった形で組版される。

次の例を見てもらいたい。

```
\begin{eqnarray}
\sin(x+y) &= & \sin x \cos y + \cos x \sin y \\
\cos(x+y) &= & \cos x \cos y - \sin x \sin y \\
\tan(x+y) &= & \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}
\end{eqnarray}
```

これをコンパイルすると、次の出力が得られる。

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y \quad (1)$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y \quad (2)$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y} \quad (3)$$

数式番号をつけない場合には、`\begin{eqnarray*} \end{eqnarray*}` と、“*”をつけられよい。

長くて 1 行に収まらない数式は、この環境を用いて改行して記述すればよい。例えば、

```
\begin{eqnarray*}
(a+b)^{10} &= &
b^{10} + 10ab^9 + 45 a^2b^8 + 120 a^3b^7 + 210 a^4b^6 \\
&& + 252a^5b^5 + 210a^6b^4 + 120a^7b^3 + 45a^8b^2 + 10a^9b + a^{10}
\end{eqnarray*}
```

とすると、

$$\begin{aligned} (a+b)^{10} = & b^{10} + 10ab^9 + 45a^2b^8 + 120a^3b^7 + 210a^4b^6 \\ & + 252a^5b^5 + 210a^6b^4 + 120a^7b^3 + 45a^8b^2 + 10a^9b + a^{10} \end{aligned}$$

と組版される。

4 今日の課題

次ページとほとんど同じになるように L^AT_EX ファイルをコンパイルし、PDF ファイルを作成して CHORUS で提出せよ。

ただし、自分で計算する とあるところには、自分で計算して数式を記述すること (Mathematica を用いて計算してもよい)。

また、ここに ... グラフを挿入する とあるところには、指示に従って Mathematica でグラフを作成し、それを取り込むこと。

《注》2 ページになってしまう場合は、グラフを適宜縮小して 1 ページに収めること。

計算機 1・2 第5回 課題

学籍番号: ***** 氏名: *****

平成 19 年 5 月 15 日

$\sin x$ の Taylor 展開の n 次の項までをとって得られる多項式を $f_n(x)$ とする。このとき,

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x, \\ f_3(x) &= x - \frac{x^3}{6}, \\ f_5(x) &= \boxed{\text{自分で計算する}}, \\ f_7(x) &= \boxed{\text{自分で計算する}} \end{aligned}$$

である。これらの部分和がどのようにもとの関数 $\sin x$ を近似しているかは, グラフを描いてみるとよく分かる。

ここに $\sin x, f_1(x), f_3(x), f_5(x), f_7(x)$ を同時にプロットした
グラフを挿入する。 (x の範囲は $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ とする。)

$y = f_n(x)$ のグラフは n が小さいほど早く $y = \sin x$ のグラフから離れていっており, n が大きくなるにつれて近似が正確になっていく様子が分かる。さらに, $y = \sin x, y = f_9(x), y = f_{11}(x), y = f_{13}(x)$ のグラフを同時に描くと, 次のようになる。

ここに $\sin x, f_9(x), f_{11}(x), f_{13}(x)$ を同時にプロットした
グラフを挿入する。 (x の範囲は $-2\pi \leq x \leq 2\pi$ とする。)

たくさんの項をとればとるほど, より良い近似式が得られることが分かる。