

# 1 Mathematica の基本的入力

前回に引き続き，数式処理ソフトウェアの一種である Mathematica の基本的な使い方を学ぶ。

## 1.1 整数の四則

Mathematica を起動するには，

スタート → すべてのプログラム → Mathematica4.1 → Mathematica4.1

とするのであった。Mathematica が起動されると，「名称未定義-1」という名前の新規ファイルが開かれる。そこでまずは，「ファイル」メニューの「別名で保存」で，例えば mathkadai0522 という名前で「マイドキュメント」に保存しておく。

コマンドを入力してから `Shift` + `Enter` を押すと，実行される。では，実際の入出力の例を見ていこう。

```
In[1]:= (2 3 + 7 4^5)/6
```

```
Out[1]=  $\frac{3587}{3}$ 
```

```
In[2]:= 500!
```

```
Out[2]= 12201368259911100687012387... (中略) ...000000000000000000000000
```

In[1] では， $(2 \times 3 + 7 \times 4^5) \div 6$  という計算を行なっている。ここでは，次の 2 点に注意してほしい。

- 掛け算は，半角空白でも `*` でも，どちらでも良い。
- 式をまとめるカッコには `()` しか使ってはいけない (`{ }`，`[ ]` はダメ)。

次に In[2] であるが，これは  $500! = 500 \times 499 \times 498 \times \cdots \times 2 \times 1$  を計算している。結果は長い出力となるが，きちんと計算される。C 言語の整数型変数 (int) では，これだけ大きい整数は扱うことができないのに対し，Mathematica では (計算機のメモリが許す限り) 大きな整数を扱うことができる。

上の Out[1] の計算結果は分数で与えられているが，小数で近似値を求めたい場合には

```
N[%3]
```

とする。ここで，(言うまでもないだろうが) %3 は対応する出力の番号である。

N は `[ ]` 内に与えられた数値の近似値を与えるコマンドである。オプションとして，コンマで区切ってもう 1 つ数値を代入すると，その桁の精度で近似することができる。例えば  $\pi$  を 100 桁までの近似値を表示するには以下のように入力する。

```
N[Pi, 100]
```

このように，コンマで区切って式を追加することによってオプションを使うことができるコマンドも多い。

## 1.2 文字式の計算

続いて、文字式などの計算も行ってみよう。変数は  $x, y, z$  などだけでなく、2 文字以上の文字列でもよい。従って、 $x \times y$  を計算するには次のような間違いを犯さないように注意する。

```
In[3]:= 3 x y + x*y - 7 xy
Out[3]= -7 xy + 4 x y
```

これは、入力 of 3 番目の項において、“ $-7 x y$ ” とすべきところを “ $-7 xy$ ” としたためである。 $xy$  は  $x \times y$  でなく、 $xy$  という名前の変数になってしまう。

大事な操作の 1 つに「割り当て」がある。例えば

```
f = x + 1
```

とすれば、 $f$  に  $x + 1$  が割り当てられ、以降  $f$  を入力すると全て  $x + 1$  を表す<sup>1</sup>。一度割り当てた値を消すには、次のようにすればよい。

```
f = .
```

これは、次のようにしても同じことである。

```
Clear[f]
```

それでは、実際の例を見てみよう。

```
In[4]:= f = x + 1
Out[4]= 1+x

In[5]:= f^3
Out[5]= (1+x)^3

In[6]:= Expand[f^3]
Out[6]= 1+3x+3x^2+x^3
```

In[6] では、式を展開するために Expand を用いている。逆に、因数分解をするには、Factor を用いる。

```
In[7]:= Factor[x^4 + 4]
Out[7]= (2-2x+x^2)(2+2x+x^2)
```

ここで、Mathematica の持つ優れたヘルプ機能を紹介しよう。例えば、Factor についてのヘルプを参照するには

```
?Factor
```

のように、コマンド名の前に ? を付けて入力する。さらに詳しい説明が必要な場合は「詳細」をクリックするとヘルプブラウザが起動するので確かめて欲しい。ヘルプブラウザではキーワードによる検索も行えるので自習時には大変有用である。

<sup>1</sup>ここでの  $x$  や  $y$  は数学の意味の変数（文字あるいは式といっても良い）であって C 言語などという変数とは異なることに注意せよ。C 言語での変数とは 値 を入れる箱であって常に何か具体的な値が入っていた。したがって  $f = x + 1$  という文を実行するとその時点での  $x + 1$  の値が  $f$  の値になり、以後  $x$  の値が変化しても  $f$  の値は変化しない。これに対して Mathematica の  $f = x + 1$  の後ではずっと  $f$  は  $x + 1$  という式を記憶している。

### 1.3 微積分の計算

Mathematica では微分・積分に関する関数として、以下のものが用意されている。

- `D[f, x]` 導関数  $\frac{df}{dx}$  を求める。
- `D[f, {x, n}]`  $n$  次導関数  $\frac{d^n f}{dx^n}$  を求める。
- `Integrate[f, x]` 不定積分  $\int f dx$  を求める (ただし積分定数はつかない)。
- `Integrate[f, {x, a, b}]` 定積分  $\int_a^b f dx$  を求める。
- `Limit[f, x->a]` 極限  $\lim_{x \rightarrow a} f$  を求める。
- `Series[f, {x, a, n}]` 関数  $f$  の  $x = a$  の周りでのテーラー展開を  $n$  次まで求める。

これらの使い方について、詳しくはヘルプを参照すること。

### 1.4 行列の計算

Mathematica では、行列を扱うこともできる。Mathematica で行列を定義するには、例えば次のようにする。

```
In[8]:= A = {{2,5,9},{4,7,10}}
```

```
Out[8]= {{2,5,9},{4,7,10}}
```

これで  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 9 \\ 4 & 7 & 10 \end{pmatrix}$  という行列を定義したことになる。Out[8] だと行列っぽく見えないが、次のようにすればそれらしく出力される。

```
MatrixForm[A]
```

このようにして定義した行列に対して、足し算、かけ算等も

行列の足し算:  $A + B$

行列の掛け算:  $A.B$

などとして計算できる ( $A, B$  は適当に定義された行列とする)。ここで、行列の掛け算の場合は、“.” という記号を用いることを注意しておく。

また、 $A$  が正方行列で行列式がゼロでないならば、

```
Inverse[A]
```

と入力することで逆行列を求めることができる。しかし、

```
A^(-1)
```

だと、逆行列ではなく、各成分の逆数を取った行列が出力される。例を見ておこう。

```

In[9]:= A = {{2,5,9},{4,7,10},{3,4,5}}
Out[9]= {{2,5,9},{4,7,10},{3,4,5}}

In[10]:= Inverse[A]
Out[10]= {{1, -11/5, 13/5}, {-2, 17/5, -16/5}, {1, -7/5, 6/5}}

In[11]:= A^(-1)
Out[11]= {{1/2, 1/5, 1/9}, {1/4, 1/7, 1/10}, {1/3, 1/4, 1/5}}

```

## 2 Mathematica と L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X の連携

前回は、Mathematica によって作成した EPS ファイルを、L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X に取り込む方法を説明した。今回は、Mathematica で計算した結果の数式を L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X に取り込む方法を説明する。

Mathematica には、そのまま L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X に貼り付けることができる形で結果を出力する、TeXForm という命令がある。これも、例で見てみよう。

```

In[12]:= Expand[(x+1)^2]
Out[12]= 1+2x+x^2

In[13]:= TeXForm[%12]
Out[13]//TeXForm=
      1 + 2\,x + x^2

```

TeXForm の出力結果には、空白を挿入する命令 `\`、が自動的に挿入されてしまう。その他にも、必ずしも標準的でない書き方の T<sub>E</sub>X 命令が出力されてしまうので、適宜修正して用いること。

次に、Mathematica の命令を L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X の文中に記述する際、`~` などの記号が含まれているので、エラーが起こる場合がある。これを避けるためには、`verbatim` 環境を用いると良い。`verbatim` 環境の中では、通常のワープロのように、タイプした文字がそのまま出力される。また、改行の位置も、画面で見たとおりに出力されることになる。以下に使用例をあげる。

### L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X ファイル例

```

\documentclass[12pt,a4j]{jarticle}
\begin{document}
Mathematica のコマンド
\begin{verbatim}
      Integrate[Sqrt[x^2 + 1], x]
\end{verbatim}
を入力すると、次の結果が得られる。
\[
      \frac{1}{2}\left(x\sqrt{1+x^2}+\mathrm{ArcSinh}(x)\right)
\]
\end{document}

```

## コンパイル後

Mathematica のコマンド

```
Integrate[Sqrt[x^2 + 1], x]
```

を入力すると，次の結果が得られる。

$$\frac{1}{2} \left( x\sqrt{1+x^2} + \operatorname{arcsinh}(x) \right)$$

《数学的な注》上の結果で， $\operatorname{arcsinh}(x)$  は，双曲線関数

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

の逆関数を意味する。すなわち， $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  を  $x$  について解いたものである。具体的に求めるには， $X = e^x$  とおいて，次のようにすればよい。

$$\begin{aligned} 2y &= X - X^{-1} \\ \Leftrightarrow X^2 - 2yX - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow X &= y + \sqrt{y^2 + 1} \end{aligned}$$

ここで， $X = e^x > 0$  であることを用いている。このことから，

$$\operatorname{arcsinh}(x) = \log \left( x + \sqrt{1+x^2} \right)$$

であることが分かる。

### 3 今日の問題

次ページとほとんど同じになるように  $\text{\LaTeX}$  ファイルを書いて，PDF ファイルを作成して CHORUS で提出せよ。

ただし，Mathematica の命令 とあるところには，対応する命令を記述すること。

結果の数式 とあるところには，Mathematica の出力を元に数式を書く。

最後の式変形のところでは，まずは自分の手で計算して，それを  $\text{\LaTeX}$  で記述する。計算の途中でも省略せず，なるべく丁寧に説明すること。（丁寧に説明するために 2 ページになっても，全く問題ない。）複数行にわたる式変形を記述するには，前回紹介した `eqnarray` 環境を用いるとよい。

《参考》出力に現れるであろう三角関数を紹介しておく。

$$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} \quad (\text{コタンジェント})$$

## 計算機 1・2 第6回 課題

学籍番号: \*\*\*\*\* 氏名: \*\*\*\*\*

平成 19 年 5 月 22 日

不定積分  $\int \frac{x+1}{x^3-x^2+x-1} dx$  を Mathematica で求めてみよう。まずは、被積分関数に f1 という名前をつけておく。

$$f1 = (x+1)/(x^3 - x^2 + x-1)$$

この不定積分を、g1 と名づけるには、

$$g1 = \boxed{\text{Mathematica の命令}}$$

という命令を入力すればよい。すると、次の結果が得られる。

$$g1 = \boxed{\text{結果の数式 (ここは数式モード)}}$$

この結果を微分して元の被積分関数と一致することを確認するには、

$$\boxed{\text{Mathematica の命令}}$$

とする。この出力結果を通分すれば、元の被積分関数を得られる。

次に、 $\int \frac{1}{\sin x} dx$  という不定積分を考える。まず、

$$f2 = 1/\text{Sin}[x]$$

とする。この不定積分を、g2 と名づけるには、

$$g2 = \boxed{\text{Mathematica の命令}}$$

という命令を入力すればよい。すると、次の結果が得られる。

$$g2 = \boxed{\text{結果の数式 (ここは数式モード)}}$$

この結果を微分して元の被積分関数と一致することを確認するために、

$$\boxed{\text{Mathematica の命令}}$$

とすると、次の結果が得られる。

$$\boxed{\text{結果の数式 (ここは数式モード)}}$$

この結果を、次のように変形すると、元の被積分関数を得られる。

得られた式をどのように変形すれば元の被積分関数を得られるかを、途中の式を書いて説明する