

lca与rmq模型问题整理

赵涵铮

2023 年 2 月 13 日

1 引言

在第一次课中，我们浅谈了lca与rmq问题，并实现了其模板题P3379 LCA和P3865 st表，并留下了沐枫网上的六道练习题作为作业。接下来将会进行逐一的讲解。

2 数列区间最大值

2.1 题目描述

输入数组 a ，给定 M 个询问，每次询问给定 X, Y ，要求输出 X 到 Y 这段区间内的最大数。

2.2 数据范围

$1 \leq N \leq 10^6, 1 \leq M \leq 10^6, 1 \leq X \leq Y \leq N$, 数字不超过 C/C++ 的 int 范围。

2.3 解题思路

这道题目是典型的RMQ问题，我们依然考虑倍增去预处理数组，使得对于任意数字 $i \in [1, n]$ ，我们都能快速求出来 $[i, i + 2^j], j \in (0, 20)$ 区间内的最大值。我们令 $Max[i][j]$ 表示从 a_i 开始， $[i, i + 2^j]$ 的区间内的最大值，考虑状态转移，可以通过：

$$Max[i][j] = \max(Max[i][j-1], Max[i + 2^{j-1}][j-1])$$

得到，可以这么理解：一个大区间可以分成相同大小的两个小区间，大区间的最大值就是两个小区间中较大的值。

2.4 参考代码

Listing 1: 数列区间最大值参考代码

```

1  #include<bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  const int MAXN=1e6+10;
4  inline int read() {
5      char c=getchar();
6      int x=0,f=1;
7      while(c<'0' || c>'9') {
8          if(c=='-')f=-1;
9          c=getchar();
10     }
11     while(c>='0' && c<='9') {
12         x=x*10+c-'0';
13         c=getchar();
14     }
15     return x*f;
16 }
17 int Max[MAXN][21];
18 int Query(int l,int r) {
19     int k=log2(r-l+1);
20     return max(Max[l][k],Max[r-(1<<k)+1][k]);
21 }
22 int main() {
23     int N=read(),M=read();
24     for(int i=1; i<=N; i++)
25         Max[i][0]=read();
26     for(int j=1; j<=21; j++) {
27         for(int i=1; i+(1<<j)-1<=N; i++)
28             Max[i][j]=max(Max[i][j-1],Max[i+(1<<(j-1))][j-1]);
29     }
30 }
31 for(int i=1; i<=M; i++) {

```

```
32         int l=read(),r=read();
33         printf("%d\n",Query(l,r));
34     }
35     return 0;
36 }
```