Ecole **S**upérieure **Pr**ivée d'**I**ngénierie et de **T**echnologies

Série 4 : Résolution d'équations non linéaires

Analyse numérique, 3A,3B A.U 16/17

Exercice 1

On se propose de résoudre numériquement l'équation :

$$(E) : f(x) = x^3 + x - 1 \ dans \ ]0, 1[$$

1. Monter que l'équation (E) admet une solution unique $\bar{x} \in]0, 1[$
2. Estimer le nombre d'itérations nécessaires pour calculer $\bar{x}$ avec une précision $\varepsilon = 10^{-3}$ en utilisant la méthode de dichotomie.
3. Décrire la méthode de Newton pour calculer la solution $\bar{x}$ de (E) et déterminer x_0 pour assurer la convergence de la méthode de Newton.
4. Donner une solution approchée de la solution $\bar{x}$ de (E) avec une précision $\varepsilon = 10^{-3}$, en appliquant la méthode de Newton.

Exercice 2

On se propose de résoudre, par la méthode de Newton, l'équation :

$$f(x) = 1 - xe^x = 0$$

1) Montrer que $f(x)$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[0, 1]$.
2) Combien faut-il d'itérations pour déterminer par la méthode de dichotomie cette solution avec une précision de 10^{-3} .
3) Application de la méthode de Newton :
   a) Ecrire le schéma itératif de la méthode de Newton.
   b) Etudier la convergence de la méthode de Newton.
   c) Choisir x_0 pour assurer la convergence de la méthode.
   d) Donner une valeur approchée de la racine α avec une précision de 10^{-2} .