

1 Lezione del 29-04-25

Riprendiamo il discorso sui diagrammi di Nyquist.

1.0.1 Esempio: diagramma di Nyquist

Facciamo l'esempio del tracciamento del diagramma di Nyquist per la funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

Il primo passo sarà chiaramente quello di trovare la funzione di risposta armonica:

$$G(j\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + 3j\omega + 2}$$

Vediamo quindi le risposte rispettivamente a $\omega \rightarrow 0$ e $\omega \rightarrow +\infty$:

- $\omega \rightarrow 0$:

$$\left. \frac{1}{-\omega^2 + 3j\omega + 2} \right|_{\omega \rightarrow 0} = \frac{1}{2} \angle 0^\circ$$

- $\omega \rightarrow +\infty$:

$$\left. \frac{1}{-\omega^2 + 3j\omega + 2} \right|_{\omega \rightarrow +\infty} = 0 \angle -180^\circ$$

Vediamo quindi le intersezioni con gli assi. Per valutarle razionalizziamo la $G(j\omega)$ in componente reale e immaginaria:

$$G(j\omega) = x + jy = \frac{1}{(2 - \omega^2) + 3j\omega} \cdot \frac{(2 - \omega^2) - 3j\omega}{(2 - \omega^2) - 3j\omega} = \frac{(2 - \omega^2) - 3j\omega}{(2 - \omega^2)^2 + 9\omega^2}$$

Poniamo quindi separatamente parte reale e immaginaria a 0:

- $\text{Re}(G(s)) = 0$:

$$2 - \omega^2 = 0 \implies \omega = \sqrt{2}$$

in quanto ci interessa solo la parte $\omega \in [0, +\infty)$. Sostituendo nella parte complessa si ha quindi:

$$G(j\omega) = \frac{-3j\sqrt{2}}{18} = -\frac{\sqrt{2}}{6}j$$

- $\text{Im}(G(s)) = 0$ finisci

1.0.2 Diagrammi di Nyquist da diagrammi di Bode

Possiamo tracciare i diagrammi di Nyquist, in maniera qualitativa, a partire dalla conoscenza dei corrispondenti diagrammi di Bode, in modulo e fase.

esempio