Appunti Elettrotecnica

Luca Seggiani
2024

1 Lezione del 25-09-24

1.1 Introduzione

Il corso di elettrotecnica riguarda lo studio dei **circuiti elettrici** e dei **macchinari elettrici**.

1.1.1 Analisi dei circuiti elettrici

Le leggi di Maxwell vanno a descrivere come si evolvono, nel tempo e nello spazio, i campi elettrici e magnetici. Purtroppo, le equazioni di Maxwell sono equazioni differenziali e legate fra di loro, ergo si possono spesso avere solo soluzioni numeriche. Esistono però casì particolari in cui si possono fare semplificazioni considerevoli.

Un **circuito elettrico** è formato da fili conduttori e **componenti circuitali**. All'interno di un circuito si va a descrivere un'onda elettrica:

$$\psi(s, t)$$

rappresentata come una funzione di spazio e tempo. Poniamo ad esempio la funzione, sulla sola posizione x:

$$\psi(x, t) = y \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right)$$

Questa funzione ha comunque due variabili: la posizione x e il tempo t. Immaginiamo di prendere un punto x_0 sul circuito elettrico:

$$\psi(t) = y \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x_0 - \frac{2\pi}{T}t\right)$$

Con $x_0 = 0$, annulliamo il primo termine. A questo punto abbiamo ottenuto una funzione in una sola variabile:

$$\psi(x_0, t) = y \sin\left(-\frac{2\pi}{T}t\right)$$

ovvero una sinusoide invertita che oscilla fra un massimo di y e un minimo di $-y$.

Questo significa che, mettendoci sul punto $x_0 = 0$ del circuito elettrico, notiamo che il valore dell'onda elettrica varia nel tempo seguendo questa funzione sinousidale.

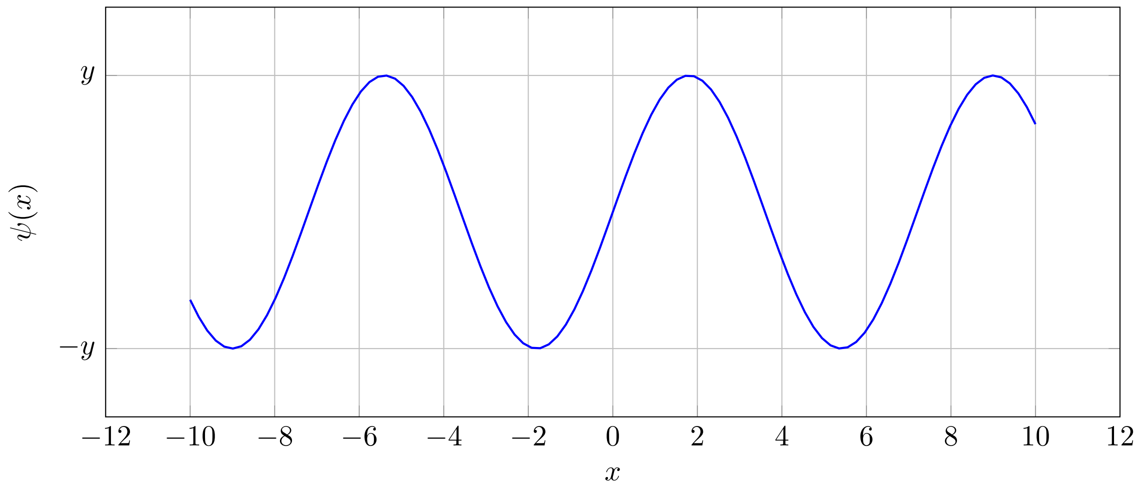
Possiamo fare il processo invrso: fissiamo il tempo t, e vediamo come varia l'onda elettrica su diverse posizioni x nel circuito. Abbiamo, simbolicamente:

$$\psi(x) = y \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t_0\right)$$

da cui ricaviamo l'equazione in una sola variabile t:

$$\psi(x) = y \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

ovvero una sinusoide che, come prima, oscilla fra un massimo di y e un minimo di $-y$. Si riporta un grafico:



Questo significa che, all'istante $t_0 = 0$ notiamo che il valore dell'onda elettrica varia sulla lunghezza del circuito seguendo ancora questa funzione sinousidale.

Possiamo provare a calcolare lunghezza d'onda e periodo di questa oscillazione: visto che il periodo del seno è 2π, abbiamo che nello spazio la lunghezza d'onda è λ e nel tempo il periodo è T.

Proviamo a calcolare λ: sappiamo che la lunghezza d'onda equivale alla velocità di propagazione sulla frequenza dell'oscillazione, ovvero:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

Posti i valori $300 \cdot 10^6$ m/s per v e 50 Hz per f (la frequenza della rete elettrica), abbiamo:

$$\lambda = \frac{3.00 \cdot 10^6 \text{ m/s}}{50 \text{ Hz}} = 6000 \text{ km}$$

Questa lunghezza d'onda diventa rilevante in trasmissioni elettriche su larga scala.

Possiamo fare considerazioni diverse se prendiamo in esempio le comunicazioni radio: lì si parla di frequenze $f >> 50$ Hz, nell'ordine dei megahertz o gigahertz.

L'elevata velocità della corrente ci permette di fare un'importante approssimazione e considerare **circuiti a parametri concetrati**. Quest'ipotesi, in inglese *lumped element model*, ci permette di ignorare l'estensione fisica del circuito, e quindi le variazioni delle funzioni d'onda sulla variabille spazio s, concentradosi sulla variabile tempo t.

1.2 Grandezze

Si usano le seguenti grandezze:

1.2.1 Intensità di corrente

1.1: Corrente elettrica

Si indica con I la corrente elettrica, misurata in Ampere [A], e definita come la variazione di carica:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Si prende come positivo il verso in cui si muovono i portatori di carica positive, anche se sappiamo nella stragrande maggioranza dei casi i portatori di carica essere negativi, e quindi il movimento vero e proprio degli elettroni in direzione opposta.

Notiamo che se un segmento di circuito da A a B si ha una corrente I_{AB}, vale:

$$I_{AB} = -I_{BA}$$

1.2.2 Differenza di potenziale

1.2: Differenza di potenziale

Si indica con V la differenza di potenziale o *tensione*, misurata in Volt [V], e definita come il lavoro necessario a spostare una carica elementare positiva da un punto A ad un punto B sulla carica:

$$V_{AB}(t) = \frac{L_{AB}(t)}{q(t)}$$

Il segno del potenziale è definito come *positivo* quando si deve vincere il campo magnetico per spingere la carica, ergo il campo elettrico svolge lavoro *negativo* sulla carica. Come prima, su segmenti di circuito da A a B vale:

$$V_{AB} = -V_{BA}$$

1.2.3 Nota sul dipolo elettrico

I componenti circuitali, presi a sé, vengono detti **dipoli elettrici**, dal fatto che hanno 2 poli. Di un dipolo elettrico si può misurare la differenza di potenziale ai capi e la corrente che vi scorre attraverso.

Quando si parla di tensione, o si parla di differenze di potenziale, o si assume un riferimento (lo zero del potenziale). Non possiamo sapere a priori se il potenziale al capo di un dipolo è maggiore del potenziale all'altro capo: bisogna prima scegliere una direzione e poi vedere se il segno ricavato è concorde o meno con la nostra scelta.

Lo stesso vale per la corrente. I riferimenti concordi al verso della corrente si dicono **associati**, quelli discordi si dicono **non associati**.

1.2.4 Potenza elettrica

1.3: Potenza elettrica

Si indica con P la potenza elettrica, misurata in Watt [W] e definita come il prodotto:

$$P = IV$$

fra corrente e tensione.

Anche la potenza ha un segno, che in questo caso si riferisce a potenza *erogata* o *dissipata*. La potenza calcolata sui riferimenti associati positiva è dissipata, quella negativa è erogata. Viceversa, la potenza calcolata sui riferimenti non associati positiva è erogata, quella negativa è dissipata.

1.2.5 Energia

1.4: Energia

Si indica con W (non Watt!) l'energia, misurata in Joule [J], o in Kilowatt/ora (KW/h), e definita come l'integrale sul tempo della potenza:

$$W = \int_{-\infty}^{t} P\,dt$$

1.3 Leggi di Kirchoff

Iniziamo col dare dei nomi a particolari punti del circuito elettrico: i punti di incontro di più fili prendono il nome di **nodi**, e i fili che collegano i dipoli ai nodi prendono il nome di **rami**. Da questo abbiamo che nei nodi si incontrano 3 o più rami.

Da qui possiamo definire la legge:

1.1: Prima legge di Kirchoff

La somma algebrica delle correnti dei rami tagliati da una linea chiusa è uguale a 0. In particolare, la somma algebrica delle correnti entranti e uscenti da un nodo è uguale a 0.

Definiamo quindi il concetto di **maglia**: una maglia è un percorso chiuso di nodi e rami, ovvero un sottoinsieme di rami tali per cui spostandosi da un nodo all'altro si percorre ogni ramo una sola volta. Sulle maglie si ha:

1.2: Seconda legge di Kirchoff

La somma algebrica delle cadute di potenziale lungo una maglia è uguale a 0.

2 Lezione del 26-09-24

2.1 Dipolo elettrico

Abbiamo introdotto i componenti circuitali come **dipoli elettrici**. In particolare, diciamo che un dipolo elettrico è un componente, con una certa differenza di potenziale V_{AB} ai suoi capi e una corrente $i_{AB}(t)$ che vi scorre all'interno, tale per cui si può definire una funzione del tipo:

$$V_{AB} = f(i_{AB}(t))$$

Possiamo individuare alcune caratteristiche importanti dei dipoli:

- **Linearità:** un dipolo si dice lineare se la funzione che lega voltaggio e corrente è lineare. Tutti i dipoli che studieremo sono lineari (resistenze, capacitori, ecc...). Esistono però svariati dipoli che hanno risposte non lineari ai voltaggi/correnti a cui vengono sottoposti (diodi (risposte diverse a direzioni diverse della corrente), amplificatori operazionali, ecc...).

- **Tempo invarianza:** un dipolo si dice tempo invariante quando le sue caratteristiche non variano nel tempo.

- **Memoria:** un dipolo si dice dotato di memoria quando i suoi valori di corrente e tensione attuali dipendono da valori di corrente e tensioni ad un'istante t precedente. I dipoli dotati di memoria presentano solitamente *cicli di isteresi*.
- **Passività/attività:** si dice **passivo** un dipolo che dissipa potenza, e **attivo** un dipolo che la eroga. Più propriamente, si ha che un dipolo e passivo quando l'energia su di esso, presa un riferimento associato, è ≥ 0.

2.2 Resistori

Un resistore è un componente circuitale caratterizzato dalla legge di Ohm ($J = \sigma E$), e quindi formato da un materiale *ohmico* che ha risposta lineare in densità di corrente alle variazioni del campo. Si indica come:

2.1: Prima legge di Ohm

Il voltaggio è legato alla corrente, in un resistore, secondo la relazione:

$$V_R(t) = R\, i_R(t)$$

dove R prende il nome di **resistenza**, misurata in Ohm $[\Omega]$, definita come:

$$R = \frac{V}{i}$$

2.2.1 Resistenza e resistività

Conosciamo la legge di Ohm sui materiali ohmici riportata prima. Da questa legge si ricava:

2.2: Seconda legge di Ohm

La resistenza di un filo di lunghezza l e sezione s è data da:

$$R = \rho \frac{l}{s}$$

dove ρ prende il nome di **resistività**, misurata in Ohm per metro $[\Omega \cdot \mathrm{m}]$.

Questo significa che la resistenza cresce con il crescere della lunghezza, e diminuisce con il crescere della sezione.

In verità questa non sono le uniche caratteristiche che influenzano la resistenza: un apporto significativo è dato anche dalla **temperatura**, alla quale la resistenza ha proporzionalità quasi lineare, ma che noi ignoreremo.

2.2.2 Conduttanza e conducibilità

Conviene definire altre due unità di misura: l'inverso della resistenza, detta **conduttanza**, che si misura in Siemens $[\Omega^{-1} = \mathrm{S}]$, o in **mho** $[\mho = \Omega^{-1}]$:

$$G = \frac{1}{R}$$

e l'inverso della resistività, detta **conducibilità**, che si misura in $[\Omega^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-1}]$:

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

I resistori sono inoltre:

- Tempo invarianti (a patto di trascurare la temperatura);
- Senza memoria;
- Passivi (dissipano potenza per **effetto Joule**). Ciò si può dimostrare calcolando la potenza dalla prima legge di Ohm:

  $$p(t) = v_{AB}(t) \cdot i_{AB}(t) = R\, i_{AB}^2(t) \geq 0$$

  e calcolando l'energia come integrale:

  $$w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(t)dt \Rightarrow w(t) > 0$$

2.2.3 Circuiti aperti/chiusi

Le resistenza, sopratutto nei loro casi limite, aiutano a modellizzare varie parti di un circuito:

- **Cortocircuito:** indicato da una resistenza nulla, ergo:

  $$V_{AB}(t) = 0 \Leftrightarrow R = 0$$

  Modellizza il filo ideale, ergo ciò che per noi è un ramo.

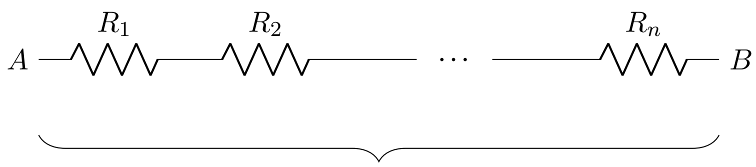
- **Circuito aperto:** indicato da una corrente nulla, ergo:

  $$i_{AB} = 0 \Leftrightarrow R = +\infty$$

  Modellizza interruzioni nel circuito: si può dimostrare che la corrente attraverso un'interruzione in un circuito è nulla sfruttando la prima legge di Kirchoff: una linea chiusa che comprende il nodo finale di un'interruzione avrà un ramo entrante e 0 uscenti, ovvero corrente entrante nulla.

2.2.4 Resistenze in serie

Poniamo di avere una configurazione di resistenze del tipo:



n resistori

Vogliamo calcolare una resistenza R_{eq} che valga quando la resistenza cumulativa di tutte e n le resistenze. Abbiamo allora che la corrente lungo ogni resistenza $i(t)$ è costante, mentre ogni resistenza contribuisce al potenziale V_{AB} con una certa caduta di potenziale $V_1(t), V_2(t), ..., V_n(T)$. Si applica quindi la prima legge di Ohm:

$$V_{AB} = V_1 t + V_2 t + ... + V_n t = R_1 \cdot i(t) + R_2 \cdot i(t) + ... + R_n \cdot i(t) = i(t) \cdot (R_1 + R_2 + ... + R_n)$$

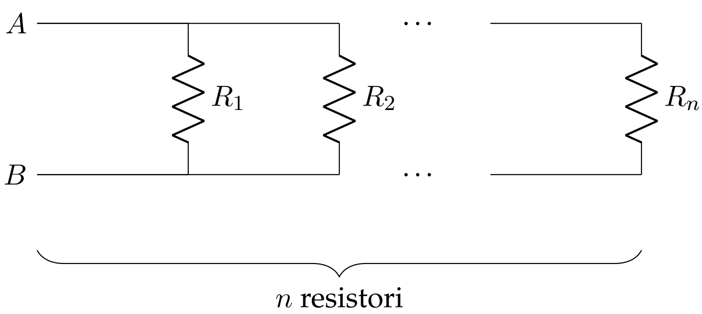
quindi, da $V_{AB} = i(t)\ R_{eq}$ si ha:

2.3: Resistenze in serie

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + ... + R_n$$

2.2.5 Resistenze in parallelo

Poniamo di avere le resistenze in parallelo invece che in serie:



Vogliamo ancora calcolare una resistenza R_{eq} che valga quando la resistenza cumulativa di tutte e n le resistenze. Qui abbiamo che la differenza di potenziale lungo ogni resistenza $V(t)$ costante. Si applica ancora la prima legge di Ohm:

$$i = i_1(t) + i_2(t) + ... + i_n(t) = \frac{V_{AB}(t)}{R_1} + \frac{V_{AB}(t)}{R_2} + ... + \frac{V_{AB}(t)}{R_n}$$

conviene raccogliere e passare alle conduttanze:

$$G_{eq} = V_{AB}(t)(G_1 + G_2 + ... + G_n) = G_{eq} \cdot V_{AB}(t)$$

Ora, se $G = \frac{1}{R}$:

$$R_{eq} = G_{eq}^{-1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}\right)^{-1}$$

quindi, si ha:

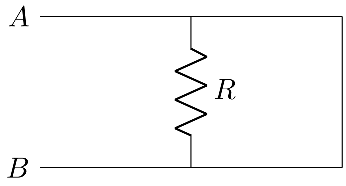
2.4: Resistenze in parallelo

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_n}\right)^{-1}$$

3 Lezione del 27-09-24

3.0.1 Resistenza e cortocircuito in parallelo

Poniamo di avere la configurazione:



Dove un resistore è in parallelo ad un corto circuito. Intuitivamente, tutta la corrente passerà dal cortocircuito, e non dalla resistenza. Possiamo modellizzare questo fatto in due modi:

- Attraverso la formula per le resistenze in parallelo, avremo che:

  $$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_1 = 0 \Rightarrow R_{eq} = \frac{0}{R_2} = 0$$

  ergo resistenza nulla.

  La prima trasformazione è necessaria in quanto rimuove i vincoli sul dominio di R_1 e R_2 (che altrimenti non potrebbero essere 0).

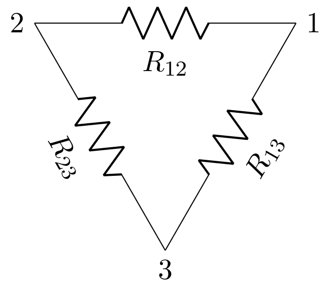
- Notiamo che A e B sono effettivamente allo stesso potenziale, ergo abbiamo differenza di potenziale $V_{AB} = 0$ ai capi della resistenza. Applicando quindi la prima legge di Ohm $V_{AB} = i(t)R$ si ha $i(t) = 0$, cioè corrente costante nulla sulla resistenza.

3.1 Altre configurazioni di resistenze

Esistono altri modi di configurare le resistenze, che permettono di studiare circuiti su cui i metodi studiati finora non funzionano.

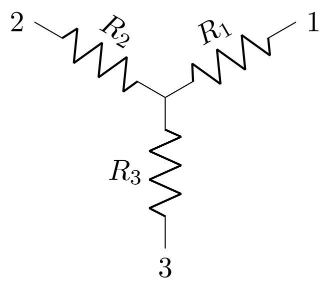
3.1.1 Resistenze a triangolo

Nelle resistenze a triangolo, una singola maglia di 3 nodi forma un triangolo con i lati 3 resistenze:



3.1.2 Resistenze a stella

Nelle resistenze a stella, più resistenze vengono collegate, da un'estremo, ad un singolo nodo centrale:



Si possono trasformare resistenze a triangolo in resistenze a stella aggiungendo un nodo centrale O e collegandovi i 3 nodi già esistenti attraverso le resistenze interne:

3.1: Resistenze da stella a triangolo

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$
$$R_2 = \frac{R_{12}R_{23}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$
$$R_3 = \frac{R_{22}R_{13}}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Allo stesso modo, si possono trasformare resistenze a stella in resistenze a triangolo unendo i nodi fra di loro attraverso le resistenze esterne:

3.2: Resistenze da triangolo a stella

$$R_{12} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_3}$$
$$R_{13} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_2}$$
$$R_{22} = \frac{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}{R_1}$$

3.2 Algoritmo per la resistenza equivalente

A questo punto, si possono semplificare circuiti di resistori arbitrari applicando l'algoritmo:

Algoritmo 1 Calcolo della resistenza equivalente

while ci sono > 1 resistenze **do**
  Semplificare le resistenze in serie
  Semplificare le resistenze in parallelo
  Se non hai semplificato niente, trasforma un triangolo in stella o viceversa.
end while

La resistenza equivalente è a volte detta anche *resistenza vista*. Questo perchè l'intero circuito si comporterà, per una qualsiasi rete esterna, come un singolo resistore di resistenza R_{eq}, ovvero avrà la stessa **risposta** di un singolo resistore di resistenza R_{eq}. Analiticamente, questo significa che la funzione f in $v(t) = f(i(t))$ (o la sua inversa) sono uguali per i due circuiti.

4 Lezione del 02-10-24

4.1 Generatori

I generatori sono i componenti che spostano le cariche attraverso le reti elettriche. Dividiamo i generatori in due macrocategorie, in base alle loro caratteristiche:

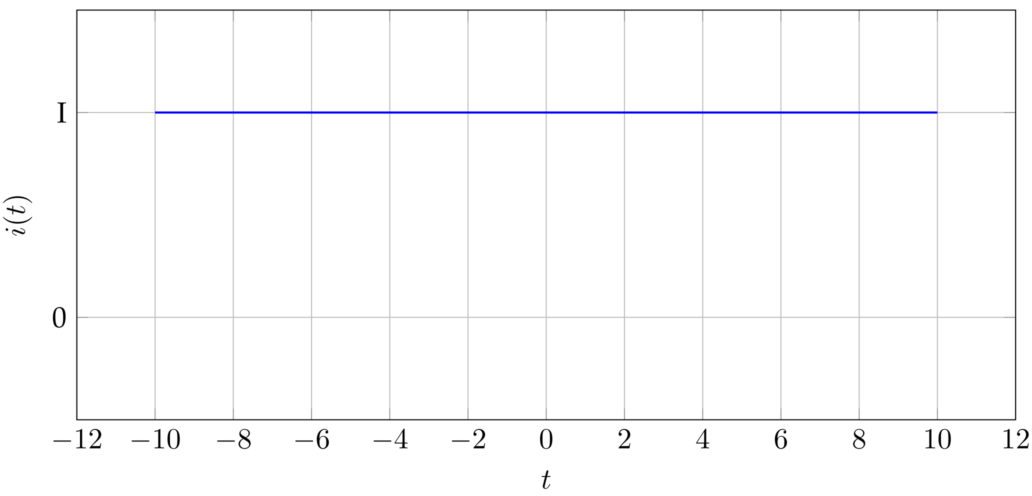
- **Indipendenti:** hanno sempre le stesse caratteristiche, e portano energia all'interno del circuito;
- **Dipendenti:** hanno caratteristiche *pilotate* da altri fattori del circuito, non portano energia in esso e quindi non sono diversi dagli altri dipoli passivi già visti.

Inoltre dividiamo entrambe in altre due categorie, in base al tipo di operazione che svolgono:

- **Generatori di tensione:** mantengono i loro capi a differenza di potenziale costante;
- **Generatori di corrente:** mantengono una corrente costante al loro interno.

Infine, dividiamo in due ulteriori modalità di operazione:

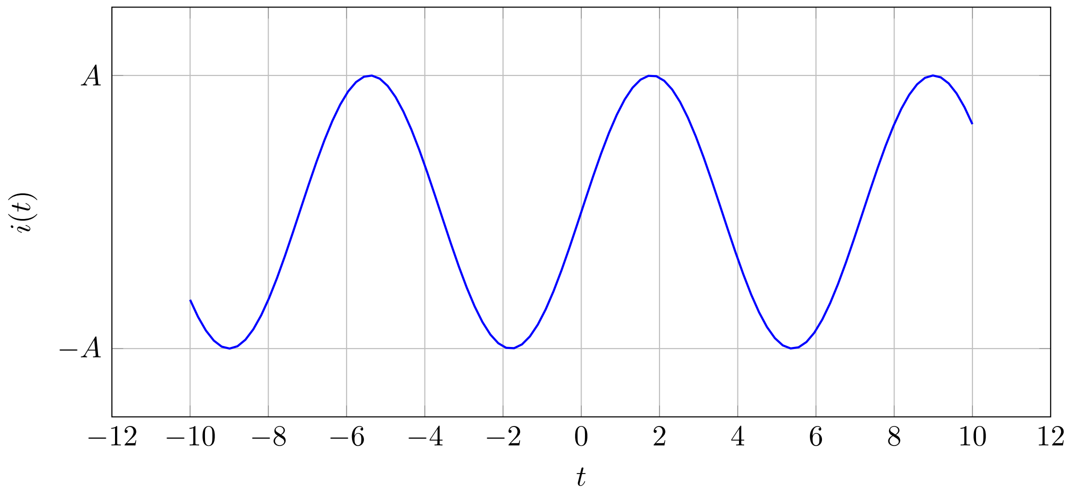
- **Corrente continua:** mantengono la corrente costante. Si dicono C.C. (Corrente Continua), o D.C. (Direct Current). Il grafico della corrente sarà:



- **Corrente alternata:** mantengono la corrente in regime sinousidale. Si dicono C.A. (Corrente Alternata), o A.C. (Alternating Current). Il grafico della corrente alternata è stato già visto all'inizio del corso, ha equazione:

$$i(t) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$$

con A ampiezza e T periodo, e grafico:



Esistono poi altri regimi di applicazione della corrente, che vedremo per casi specifici (impulsi, gradini, ecc...).

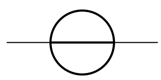
Riportiamo intanto ogni combinazione delle prime quattro tipologie nel dettaglio.

4.1.1 Generatori di tensione

Un generatore di tensione (o voltaggio) ideale è un componente circuitale che mantiene i suoi capi A e B ad una differenza di potenziale V_{AB} costante, ovvero:

$$v(t) = E(t) = V$$

dove con E si indica la forza elettromotrice. Si indica come:



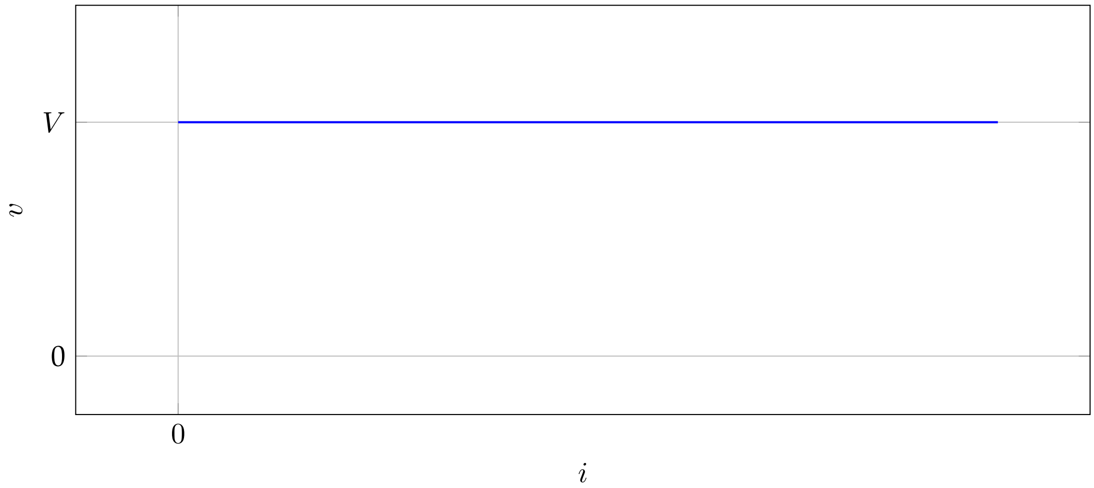
Si nota che a voltaggio nullo, un generatore di tensione equivale a un corto circuito (un filo ideale).

Correlazione con la corrente

La tensione erogata da un generatore di tensione è costante, qualsiasi sia la corrente che lo attraversa:

$$v(i) = \text{const.}$$

Il grafico di correlazione corrente-voltaggio sarà quindi:

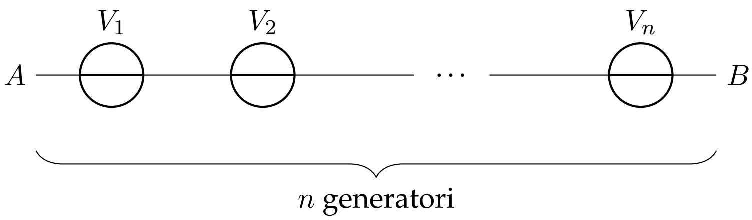


Correlazione con la potenza
Tradizionalmente si descrivono i generatori di tensione attraverso riferimenti non associati di corrente e tensione. Resta il fatto che la potenza:

$$p(t) = v(t)i(t) = E(t)i(t)$$

quando è erogata dal generatore, è > 0.

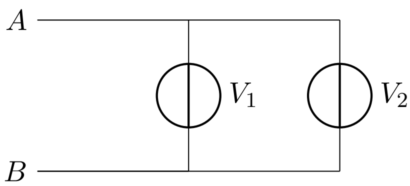
Collegamenti in serie
Per sommare i contributi al voltaggio di più generatori di voltaggio, li disponiamo in serie:



Abbiamo che il contributo totale dei generatori equivale a quello di un singolo generatore E_T di voltaggio:

$$V_T = V_1 + V_2 + ... + V_n$$

Collegamenti in parallelo
Non si possono collegare generatori di voltaggio in parallelo, a meno che questi non abbiano lo stesso voltaggio (e quindi risultino in movimento nullo di carica):



Dove si ha, dall'applicazione della seconda legge di Kirchoff:

$$V_1 - V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = V_2$$

che sarebbe altrimenti violata.

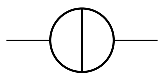
Nella realtà, se si provasse a collegare due generatori di tensione di voltaggio diverso in parallelo, questi proverebbero a imporre la loro differenza di potenziale sui due rami del circuito, creando forti correnti, e probabilmente causando danni termici ad esso o a loro stessi.

4.1.2 Generatori di corrente

Un generatore di corrente ideale è un componente circuitale che mantiene attraverso di sé una corrente costante, ovvero:

$$i(t) = I$$

Si indica come:



Si nota che a corrente nulla, un generatore di corrente equivale a un circuito aperto.

Correlazione con il voltaggio

Un generatore di corrente mantiene la stessa corrente qualsiasi sia il voltaggio.

$$i(v) = \text{const.}$$

Il grafico di correlazione corrente-voltaggio sarà quindi:

Correlazione con la potenza

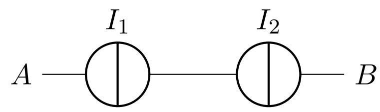
Come per i generatori di tensione, si descrivono i generatori di corrente attraverso riferimenti non associati di corrente e tensione. Resta comunque il fatto che la potenza:

$$p(t) = v(t)i(t) = v(t)I(t)$$

quando è erogata dal generatore, è > 0.

Collegamenti in serie

Non si possono collegare generatori di corrente in serie, a meno che questi non abbiano la stessa carica (e quindi risultino in movimento uniforme di carica):



Dove si ha, dall'applicazione della prima legge di Kirchoff:

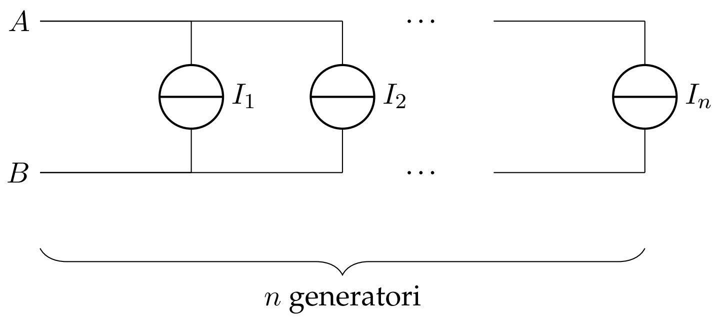
$$I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow I_1 = I_2$$

che sarebbe altrimenti violata.

Come prima, questa situazione non è effettivamente modellizzabile nella realtà usando il modello studiato. In verità il generatore di corrente in sé per sé è più uno strumento teorico che serve a modelizzare fenomeni diversi (transistor, amplificatori, ecc...).

Collegamenti in parallelo

Per sommare i contributi alla corrente di più generatori di corrente, li disponiamo in parallelo:



Abbiamo che il contributo totale dei generatori equivale a quello di un singolo generatore E_T di corrente:

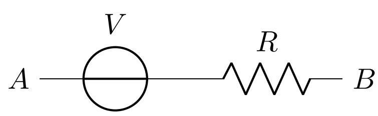
$$I_T = I_1 + I_2 + ... + I_n$$

4.1.3 Resistenza interna

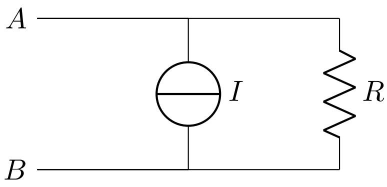
Possiamo combinare i componenti visti finora per creare modelli più realistici. Innanzitutto, è improbabile che un generatore reali applichi resistenza nulla alle cariche che vi scorrono dentro. Aggiungiamo quindi una resistenza (solitamente piccola per i generatori di tensione ed elevata per i generatori di corrente) al generatore, che chiameremo **resistenza interna**. Questa resistenza rappresenterà la potenza che viene dissipata per effetto Joule.

La resistenza si disporrà come segue per i diversi tipi di generatore:

- **Generatore di tensione:** resistenza in serie;



- **Generatore di corrente:** resistenza in parallelo.



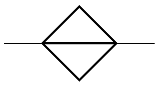
Notiamo che i casi visti prima come impossibili, di generatori di tensione in parallelo e di generatori di corrente in serie, sono rappresentabili quando si rilascia l'ipotesi che i generatori siano ideali e si introducono resistenze interne.

4.1.4 Generatori dipendenti

I generatori dipendenti, detti anche controllati o pilotati, sono particolari tipi di generatore il cui voltaggio (o corrente) dipende dal valore del voltaggio (o corrente) di un'altro punto del circuito, scalato di un qualche coefficiente. Si indicano come i generatori indipendenti ma all'interno di un rombo invece che di un cerchio.

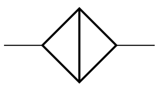
Abbiamo quindi 4 tipi fondamentali di generatori dipendenti:

- **Generatori di tensione,** si indicano come:



  - **Generatore di tensione pilotato in tensione:** comandato dalla funzione:
$$v(t) = \alpha \cdot v(t)$$
su un punto arbitrario dove si calcola $i(t)$.
  - **Generatore di tensione pilotato in corrente:** comandato dalla funzione:
$$v(t) = \alpha \cdot i(t)$$
su un punto arbitrario dove si calcola $v(t)$.

- **Generatori di corrente,** si indicano come:

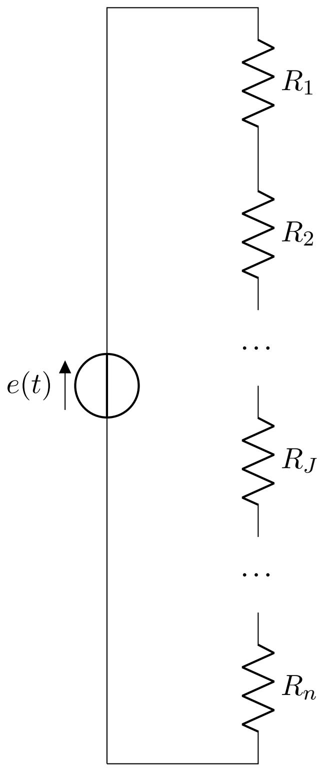


  - **Generatore di corrente pilotato in tensione:** comandato dalla funzione:
$$i(t) = \alpha \cdot v(t)$$
su un punto arbitrario dove si calcola $v(t)$.
  - **Generatore di corrente pilotato in corrente:** comandato dalla funzione:
$$i(t) = \alpha \cdot i(t)$$
su un punto arbitrario dove si calcola $i(t)$.

Bisogna notare che, come già riportato, un generatore dipendente non è diverso da un dipolo passivo in termini di potenza: non porta nessuna energia esterna all'interno del circuito. Si può anzi dire che è necessario avere almeno un generatore indipendente per avere spostamento di carica all'interno del circuito.

4.2 Partitore di tensione

Analizziamo il seguente circuito:



Reti di questo tipo prendono il nome di **partitori di tensione**, e hanno lo scopo di partizionare una certa differenza di potenziale in diverse frazioni proprie.

Poniamo di voler calcolare la caduta di potenziale su una particolare resistenza, diciamo la R_J. Avremo allora, dalla seconda legge di Kirchoff:

$$-e(t) + R_1(t)i(t) + R_2(t)i(t) + ... + R_J(t)i(t) + ... + R_n(t)i(t) = 0$$

che raccogliendo la corrente comune diventa:

$$e(t) = (R_1 + R_2 + ... + R_J + R_n)i(t) = i(t)\sum_{i=1}^{n} R_i$$

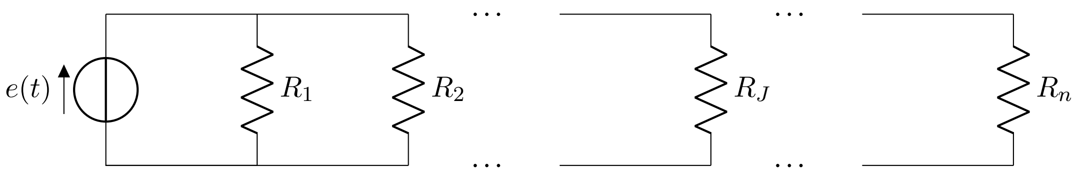
somma delle resistenze per corrente. A questo punto possiamo applicare la legge di Ohm per ottenere la caduta di potenziale:

$$V_J(t) = R_J i(t) = e(t)\frac{R_j}{\sum_{i=1}^{n} R_i}$$

cioè il rapporto fra la resistenza interessata e la resistenza complessiva del circuito, moltiplicata per la tensione.

4.3 Partitore di corrente

Analizziamo quindi il seguente circuito:



Reti di questo tipo hanno uno scopo simile a quello della rete vista prima, solo riguardo alla corrente: prendono infatti il nome di **partitori di corrente**.

Poniamo di voler calcolare la corrente su una singola resistenza. Potremo dire che la corrente complessiva è, dalla prima legge di Kirchoff:

$$I_T(t) = I_1(t) + I_2(t) + ... + I_J(t) + ... + I_n(t)$$

Un'altro modo di ottenere queste correnti è dalla legge di Ohm, usando le conduttanze invece delle resistenze:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = GR, \quad I(t) = v(t) \sum_{i=1}^{n} G_i$$

A questo punto, possiamo dire che la corrente nella J-esima resistenza vale:

$$I_J(t) = v(t) G_n = I(t) \frac{G_J}{\sum_{i=1}^{n}}$$

cioè il rapporto fra la conduttanza (della resistenza) interessata e la conduttanza complessiva del circuito, moltiplicata per la corrente.