1 Lezione del 28-11-24

1.1 Antitrasformata con poli multipli

Vediamo un'altra particolarità del processo di antitrasformazione, in particolare nel caso di **poli multipli**, cioè poli che compaiono con molteplicità ≥ 2 al denominatore. Prendiamo ad esempio la forma rapporto di polinomi:

$$I(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{(s+1)^3}$$

Avremo che, per esprimere i residui, non basterà il singolo rapporto $\frac{...}{s+1}$, ma servirà bensì:

$$I(s) = \frac{A_1}{s+1} + \frac{A_2}{(s+1)^2} + \frac{A_3}{(s+1)^2}$$

Vorremo quindi portare le soluzioni con poli multipli nella forma generale:

$$I(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{A_i}{(s-p_i)^i} = \frac{A_1}{(s-p_1)} + \frac{A_2}{(s-p_2)^2} + ... + \frac{A_n}{(s-p_n)^n}$$

su cui si userà agevolmente la regola di antitrasformazione:

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A_i}{(s-p)^i}\right\} = \frac{A_i}{(i-1)!} t^{i-1} e^{pt}$$

da cui quindi:

$$\mathcal{L}^{-1}(I(s)) = A_1 e^{pt} + \frac{A_2}{2} t e^{pt} + ... + \frac{A_n}{(n-1)!} t^{n-1} e^{pt}$$

credo, comunque rimetti anche in forma sommatoria

A questo punto mancherà da calcolare i residui, cosa che potremo fare applicando il **teorema dei residui ai poli multipli**:

$$A_i = \lim_{s \to p_i} \frac{1}{(n-1)!} \frac{\partial^{n-i} (s-p)^n \cdot I(s)}{\partial s^{n-1}}$$

riguarda formula e fai esempio numerico, sia qui che nella scorsa lezione