1 Lezione del 14-11-24

1.1 Legge di Ohm per circuiti a due porte

Abbiamo visto come, su circuiti a due porte, *tensione* e *corrente* sono **vettori** e *impedenza* e *ammettenza* sono **matrici**, ergo valgono le equazioni:

$$\begin{cases} \dot{V} = \overline{Z}\dot{I} \\ \dot{I} = \overline{Y}\dot{V} \end{cases}$$

con $\overline{Y} = \overline{Z}^{-1}$.

Inoltre, abbiamo visto la rappresentazioni in parametri Z e Y che si possono ricavare da queste due forme. Esistono altre rappresentazioni, che non si basano direttamente sulle equazioni della legge di Ohm rispetto all'impedenza o all'ammettenza, ma su altre caratteristiche del circuito. Vediamo infatti una rappresentazione utile a modellizzare parametri significativi di circuiti a due porte, la **rappresentazione a parametri h**.

1.2 Sintesi a parametri ibridi

Finora abbiamo scelto le variabili indipendenti come entrambe le tensioni o entrambe le correnti. Nessuno ci nega però di scegliere come variabili indipendenti una tensione e una corrente. Chiamiamo la parametrizzazione che otteniamo da questa scelta **sintesi a parametri ibridi**, o **a parametri h**.

La forma generale di una sintesi a parametri h è:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \overline{h_{11}}\dot{I}_1 + \overline{h_{12}}\dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 = \overline{h_{21}}\dot{I}_1 + \overline{h_{22}}\dot{V}_2 \end{cases}$$

o come matrice:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \overline{h} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 \end{pmatrix}$$

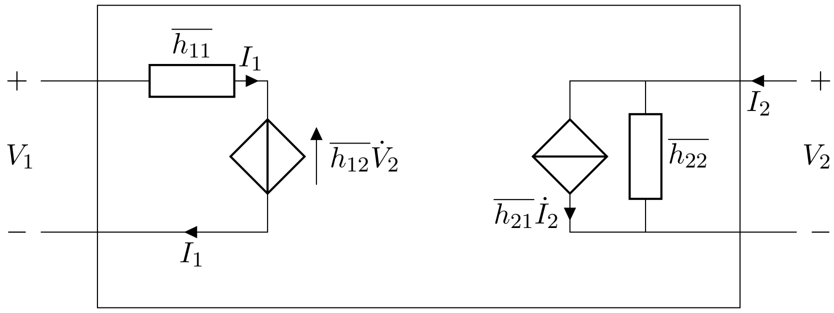
Le componenti di $\overline{h}$ si ricavano quindi come:

$$h : \begin{pmatrix} \overline{h_{11}} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\Big|_{\dot{V}_2=0} & \overline{h_{12}} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\Big|_{\dot{I}_1=0} \\ \overline{h_{21}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\Big|_{\dot{V}_2=0} & \overline{h_{22}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\Big|_{\dot{I}_1=0} \end{pmatrix}$$

Questo tipo di sintesi ha un significato interessante sui vari parametri:

- $\overline{h_{11}}$: impedenza in entrata;
- $\overline{h_{12}}$: inverso dell'amplificazione di tensione;
- $\overline{h_{21}}$: amplificazione di corrente;
- $\overline{h_{22}}$: inverso dell impedenza in uscita (ammettenza in uscita).

Il circuito equivalente che possiamo formare da una sintesi a parametri ibridi è il seguente:



da cui l'impedenza $\overline{h_{11}}$ e l'ammettenza $\overline{h_{22}}$ vengono rese come impedenze rispetivamente in serie e in parallelo, l'inverso dell'amplificazione di tensione $\overline{h_{12}}$ come il coefficiente di un generatore di tensione pilotato, e l'amplificazione di corrente $\overline{h_{21}}$ come il coefficiente di un generatore di corrente pilotato. Si noti che sia $\overline{h_{12}}$ che $\overline{h_{21}}$ sono numeri puri, mentre $\overline{h_{11}}$ e $\overline{h_{22}}$

1.2.1 Condizioni di reciprocità

Vediamo quindi quando ci troviamo in condizioni di reciprocità. Si ha dalle formule della rappresentazione:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \overline{h_{11}}\dot{I}_1 + \overline{h_{12}}\dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 = \overline{h_{21}}\dot{I}_1 + \overline{h_{22}}\dot{V}_2 \end{cases}$$

Dalla seconda equazione possiamo scrivere:

$$\overline{h_{22}}\dot{V}_2 = -\overline{h_{21}}\dot{I}_1 + \dot{I}_2 \Rightarrow \dot{V}_2 = -\frac{\overline{h_{21}}}{\overline{h_{22}}}\dot{I}_1 + \frac{1}{\overline{h_{22}}}\dot{I}_2$$

dove $-\frac{\overline{h_{21}}}{\overline{h_{22}}} = \overline{z_{21}}$ e $\frac{1}{\overline{h_{22}}} = \overline{z_{22}}$ sono effettivamente i parametri Z del circuito. Analogamente, dalla prima equazione possiamo scrivere:

$$\dot{V}_1 = \overline{h_{11}}\dot{I}_1 + \overline{h_{12}}\left(-\frac{\overline{h_{21}}}{\overline{h_{22}}}\dot{I}_1 + \frac{1}{\overline{h_{22}}}\dot{I}_2\right) \Rightarrow \dot{V}_1 = \left(\overline{h_{11}} - \frac{\overline{h_{12}h_{21}}}{\overline{h_{22}}}\right)\dot{I}_1 + \frac{\overline{h_{12}}}{\overline{h_{22}}}\dot{I}_2$$

dove ancora una volta $\overline{h_{11}} - \frac{\overline{h_{12}h_{21}}}{\overline{h_{22}}} = \overline{z_{11}}$ e $\frac{\overline{h_{12}}}{\overline{h_{22}}} = \overline{z_{12}}$ sono i parametri Z del circuito.

Si ricavano quindi i parametri Z in funzione dei parametri h:

$$\overline{Z} = \begin{pmatrix} \overline{h_{11}} - \frac{\overline{z_{12}z_{21}}}{\overline{h_{22}}} & \frac{\overline{h_{12}}}{\overline{h_{22}}} \\ -\frac{\overline{h_{21}}}{\overline{h_{22}}} & \frac{1}{\overline{h_{22}}} \end{pmatrix}$$

Imponendo quindi la condizione di reciprocità $\overline{z_{12}} = \overline{z_{21}}$, si ha:

$$\frac{\overline{z_{12}}}{\overline{z_{22}}} = -\frac{\overline{z_{21}}}{\overline{z_{22}}} \Rightarrow \overline{z_{12}} = -\overline{z_{21}}$$

posto $\overline{z_{22}} \neq 0$, che è comunque assunto rispettato (l'impedenza non può essere nulla).

Dalle equazioni si ha che quindi il circuito è **reciproco** quando la matrice dei parametri h è "antisimmetrica", cioè ha valori negati lungo la diagonale (si noti che questa definizione non è assolutamente quella data in algebra lineare, cioè $A^T = -A$: questa implicherebbe digonale nulla).