1 Lezione del 15-11-24

1.1 Rappresentazione a parametri T

Vediamo un ultimo tipo di parametrizzazione, la **parametrizzazione T**. Le equazioni di rappresentazione sono:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \overline{A}\dot{V}_2 + \overline{B}(-\dot{I}_2) \\ \dot{V}_2 = \overline{C}\dot{V}_2 + \overline{D}(-\dot{I}_2) \end{cases}$$

Notiamo come le grandezze indipendenti qui sono sempre sia tensioni e correnti, ma non in alternanza come nella parametrizzazione h. Inoltre, notiamo che il termine $\dot{I}_2$ compare con segno negato.

Potremmo pensare di calcolare i parametri T come segue:

$$T: \begin{pmatrix} \overline{A} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\Big|_{-\dot{I}_2=0} & \overline{B} = -\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\Big|_{\dot{V}_2=0} \\ \overline{C} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\Big|_{-\dot{I}_2=0} & \overline{D} = -\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}\Big|_{\dot{V}_2=0} \end{pmatrix}$$

ma notiamo che risulta difficile calcolare, ad esempio $\overline{A}$, in quanto si chiede di mettere sia un generatore che un aperto alla porta 2 Scriviamo quindi una matrice del tipo:

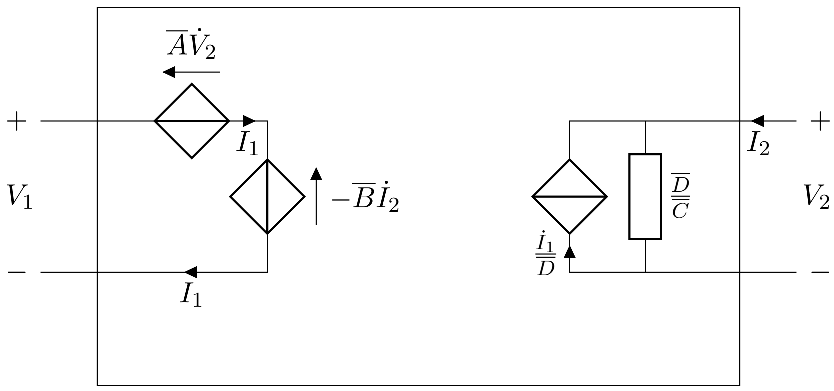
$$T: \begin{pmatrix} \frac{1}{\overline{A}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1}\Big|_{-\dot{I}_2=0} & \frac{1}{\overline{B}} = -\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_1}\Big|_{-\dot{V}_2=0} \\ \frac{1}{\overline{C}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\Big|_{-\dot{I}_2=0} & \frac{1}{\overline{D}} = -\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\Big|_{-\dot{V}_2=0} \end{pmatrix}$$

1.1.1 Circuito equivalente

Riscriviamo la seconda equazione di rappresentazione come:

$$\dot{I}_1 = \overline{C}\dot{V}_2 + \overline{D}(-\dot{I}_2) \Rightarrow -\dot{I}_2 = \frac{1}{\overline{D}}\dot{I}_1 - \frac{\overline{C}}{\overline{D}}\dot{V}_2$$

Un possibile circuito equivalente di una parametrizzazione T sarà quindi il seguente:



1.1.2 Condizioni di reciprocità

Troviamo quindi le condizioni di reciprocità. Come avevamo fatto per i parametri h, riportiamoci in parameri Z, ad esempio partendo dalla seconda equazione:

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{\overline{C}}\dot{I}_1 + \frac{\overline{D}}{\overline{C}}\dot{I}_2$$

da cui $\frac{1}{\overline{C}} = \overline{z_{21}}$ e $\frac{\overline{D}}{\overline{C}} = \overline{z_{22}}$, e analogamente per la prima:

$$\dot{V}_1 = \overline{A}\left(\frac{1}{\overline{C}}\dot{I}_1 + \frac{\overline{D}}{\overline{C}}\dot{I}_2\right) + \overline{B}\left(-\dot{I}_2\right) = \dot{I}_1\frac{1}{\overline{C}} + \dot{I}_2\left(\frac{\overline{D}}{\overline{C}} - \overline{B}\right)$$

da cui $\overline{z_{11}} = \frac{\overline{A}}{\overline{C}}$ e $\overline{z_{12}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{C}} - \overline{B}$. Si ricavano quindi i parametri Z in funzione dei parametri T:

$$\overline{Z} = \begin{pmatrix} \frac{\overline{A}}{\overline{C}} & \frac{\overline{AD}}{\overline{C}} - \overline{B} \\ \frac{1}{\overline{C}} & \frac{\overline{D}}{\overline{C}} \end{pmatrix}$$

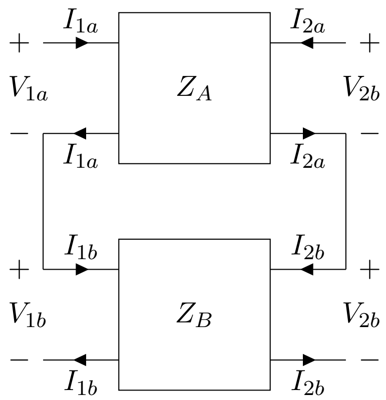
Imponendo la condizione di reciprocità $\overline{z_{12}} = \overline{z_{21}}$, si ha:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{C}} - \overline{B} = \frac{1}{\overline{C}} \Rightarrow \overline{AD} - \overline{BC} = 1$$

cioè, il circuito è **reciproco** quando la matrice dei parametri T ha determinante $\det(T) = 1$.

1.2 Circuiti a due porte in serie

Poniamo di avere due circuiti a due porte A e B, percorsi rispettivamente dalle correnti I_{1a} e I_{2a}, e I_{1b} e I_{2b}. collegati fra di loro in **serie**, cioè su cui scorre la *stessa corrente*:



nota che questa è sempre una porta

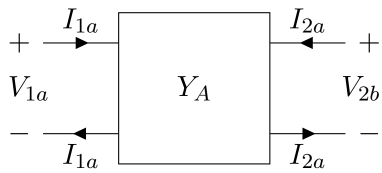
Calcoliamo la caduta di potenziale sulle due porte (1 e 2):

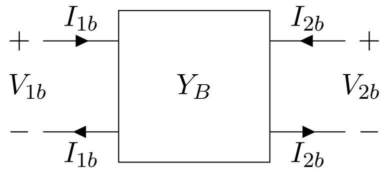
$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{1s} \\ \dot{V}_{2s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{V}_{1a} \\ \dot{V}_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{V}_{1b} \\ \dot{V}_{2b} \end{pmatrix} = \overline{Z_a}\begin{pmatrix} \dot{I}_{1a} \\ \dot{I}_{1b} \end{pmatrix} + \overline{Z_b}\begin{pmatrix} \dot{I}_{2a} \\ \dot{I}_{2b} \end{pmatrix} = \left(\overline{Z_a} + \overline{Z_b}\right)\begin{pmatrix} \dot{I}_{1s} \\ \dot{I}_{2s} \end{pmatrix}$$

che è quello che ci aspettavamo: la matrice dei parametri Z di due circuiti a due porte in serie è data dalla *somma* delle matrici dei parametri Z dei singoli circuiti.

1.2.1 Circuiti a due porte in parallelo

Poniamo adesso di avere due circuiti a due porte A e B, percorsi sempre dalle correnti I_{1a} e I_{2a}, e I_{1b} e I_{2b}. collegati fra di loro in **parallelo**, cioè che si trovano allo *stesso potenziale*:





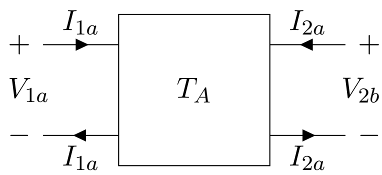
come prima è sempre una porta
Calcoliamo quindi la corrente che attraversa le porte:

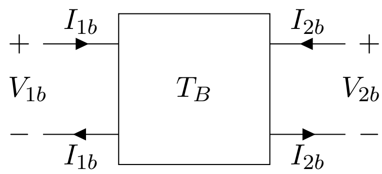
$$\begin{pmatrix} \dot{I}_{1s} \\ \dot{I}_{2s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{I}_{1a} \\ \dot{I}_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{I}_{1b} \\ \dot{I}_{2b} \end{pmatrix} = \overline{Y_a} \begin{pmatrix} \dot{V}_{1a} \\ \dot{V}_{2a} \end{pmatrix} + \overline{Y_b} \begin{pmatrix} \dot{V}_{1b} \\ \dot{V}_{2b} \end{pmatrix} = (\overline{Y_a} + \overline{Y_b}) \begin{pmatrix} \dot{I}_{1s} \\ \dot{I}_{2s} \end{pmatrix}$$

riguarda formule, poi ha preso un circuito in serie e l ha risolto coi parametri Y (Y$_A^-$1+ $Y_B^{1)^1}$

1.3 Circuiti a due porte in cascata

Nel collegamento **a cascata**, l'uscita di una porta và direttamente in ingresso a una seconda porta, cioè:





Non dobbiamo dimostrare che anche questo circuito è una porta, in quanto si prende come ingresso l'ingresso della porta T_A (I_{1c}) , V_{1c}) e come uscita l'uscita della porta T_B (I_{2c}) , V_{2c}).

Possiamo quindi esprimere queste relazioni fra le i circuiti interni e le porte esterne come segue:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{1c} \\ \dot{I}_{1c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{V}_{1a} \\ \dot{I}_{1a} \end{pmatrix} = \overline{T_a} \begin{pmatrix} \dot{V}_{2a} \\ -\dot{I}_{2a} \end{pmatrix} = \overline{T_a} \begin{pmatrix} \dot{V}_{1b} \\ \dot{I}_{1b} \end{pmatrix} = (\overline{T_a T_b}) \begin{pmatrix} \dot{V}_{2b} \\ -\dot{I}_{2b} \end{pmatrix} (\overline{T_a T_b}) \begin{pmatrix} \dot{V}_{2c} \\ -\dot{I}_{2c} \end{pmatrix}$$

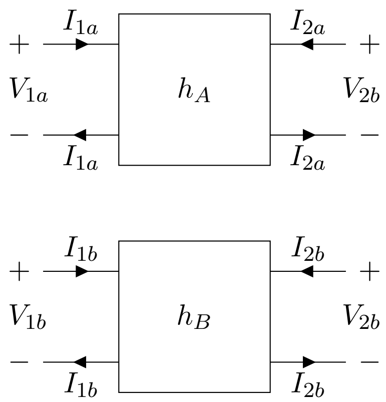
da cui:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{1c} \\ \dot{I}_{1v} \end{pmatrix} = (\overline{T_a T_b}) \begin{pmatrix} \dot{V}_{2c} \\ -\dot{I}_{2c} \end{pmatrix}$$

questo sopra boh

1.4 Collegamento ibrido serie/parallelo

Attraverso le porte abbiamo a disposizione un ulteriore tipo di collegamento, il cosiddetto collegamento **ibrido**, cioè dove una coppia di porte viene connessa in serie e l'altra coppia in parallelo:



Per questo tipo di circuiti potremmo dire:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_{1m} \\ \dot{I}_{2m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{V}_{1a} \\ \dot{I}_{2a} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{V}_{1b} \\ \dot{I}_{2b} \end{pmatrix} = \overline{h_a} \begin{pmatrix} \dot{I}_{1a} \\ \dot{V}_{2a} \end{pmatrix} + \overline{h_b} \begin{pmatrix} \dot{I}_{1b} \\ \dot{V}_{2b} \end{pmatrix} = (\overline{h_a} + \overline{h_b}) \begin{pmatrix} \dot{I}_{1m} \\ \dot{V}_{2m} \end{pmatrix}$$