1 Lezione del 13-11-24

Avevamo visto il concetto di **bipolo**, cioè un componente circuitale con due punti di contatto col resto del circuito, su cui passa una certa **corrente** e su cui si trova una certa **tensione**.

Potremmo avere anche un **tripolo**, cioè un componente con tre punti di contatto, su cui passano, anzichè una, 2 correnti, e su cui individuiamo 3 tensioni (A, B e C) e 3 **cadute** di tensione su ogni percorso che attraversa il bipolo ma li chiami dipoli o bipoli?

tutte le tensioni

Rappresentiamo un tripolo come segue: disegnino

1.1 Porte

Definiamo una **porta** come una coppia di poli di un circuito dove la corrente entrante è uguale a quella uscente. Rappresentiamo una porta come segue:

disegno porta

Notiamo che per n poli si hanno al massimo $\frac{n}{2}$ porte (ammesso un numero pari di poli).

Ciò che ci è di interesse sono i circuiti a **due porte** (o equivalentemente a *quattro poli*):

disegno due porte

Possiamo immaginare che un segnale *entra* da una porta, viene *elaborato* all'interno del circuito, e *esce* dalla porta opposta.

Per convenzione, scegliamo le due correnti $i_1(t)$e $i_2(t)$ come rivolte nello stesso senso, e le due tensioni $v_1(t)$ e $v_2(t)$ come con la stessa polarità:

disegno correnti e polarita, forse già sopra

1.1.1 Rappresentazione in impedenza di circuiti a due porte

Una coppia di **induttori mutuamente accoppiati** rappresenta effettivamente un circuito a due porte, in quanto la stessa corrente entra e esce da ogni induttore (cioè si formano due porte). Avevamo rappresentato questi circuiti come:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 \end{cases}$$

Analogamente, decidiamo di rappresentare un circuito a due porte attraverso equazioni che legano la tensione su una porta alla corrente su entrambe le porte:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = \overline{z_{11}} \dot{I}_1 + \overline{z_{12}} \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 = \overline{z_{21}} \dot{I}_1 + \overline{z_{22}} \dot{I}_2 \end{cases}$$

Per esprimere queste relazioni in forma più compatta, possiamo sfruttare il calcolo matriciale:

$$\dot{V} = \overline{Z} \dot{I}$$

dove $\dot{V}$ e $\dot{I}$ sono matrici:

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{pmatrix} = \overline{Z} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$$

e $\overline{Z}$ sarà l'**impedenza** in forma matriciale:

$$\overline{Z} = \begin{pmatrix} \overline{z_{11}} & \overline{z_{12}} \\ \overline{z_{21}} & \overline{z_{22}} \end{pmatrix}$$

Date le equazioni riportate sopra che legano voltaggio a corrente, possiamo ricavare il valore di ogni componente di $\overline{Z}$ come:

$$\begin{cases} \overline{z_{11}} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\Big|\dot{I}_2 = 0 \\ \overline{z_{12}} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\Big|\dot{I}_1 = 0 \\ \overline{z_{21}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\Big|\dot{I}_2 = 0 \\ \overline{z_{22}} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}\Big|\dot{I}_1 = 0 \end{cases}$$

dove la notazione $a\Big|b$ significa "a quando b".

Si ha, attraverso queste relazioni, che basta misurare la tensione sulle porte in due stati ($\dot{I}_1 = 0$ e $\dot{I}_2 = 0$) per ricavare completamente le variabili $\overline{Z}$ del circuito.

1.1.2 Rappresentazione in ammettenza di circuiti a due porte

Possiamo usare, anzichè l'impedenza $\overline{Z}$, l'ammettenza Y: se avevevamo espresso il comportamento del circuito come $\begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{pmatrix} = \overline{Z} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$, infatti, possiamo trovare l'inverso:

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \overline{Z}^{-1} \begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{pmatrix}$$

dove la matrice $\overline{Z}^{-1} = \overline{Y}$ è effettivamente l'**ammettenza** in forma matriciale del circuito:

$$\overline{Y} = \begin{pmatrix} \overline{y_{11}} & \overline{y_{12}} \\ \overline{y_{21}} & \overline{y_{22}} \end{pmatrix}$$

Questo, in forma sistema, ha l'aspetto:

$$\begin{cases} \dot{I}_1 = \overline{y_{11}}\dot{V}_1 + \overline{y_{12}}\dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 = \overline{y_{21}}\dot{V}_1 + \overline{y_{22}}\dot{V}_2 \end{cases}$$

penso qui intorno ok pero riguarda

Date le equazioni riportate sopra, possiamo ricavare il valore di ogni componente di $\overline{Y}$ come:

$$\begin{cases} \overline{y_{11}} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1}\Big|\dot{V}_2 = 0 \\ \overline{y_{12}} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\Big|\dot{V}_1 = 0 \\ \overline{y_{21}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_1}\Big|\dot{V}_2 = 0 \\ \overline{y_{22}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\Big|\dot{V}_1 = 0 \end{cases}$$

1.2 Circuiti equivalenti di circuiti a due porte

Ciò che può interessarci quando studiamo circuiti a due porte è ricavare **circuiti equivalenti**, cioè che si comportano in maniera equivalente agli stessi effetti esterni. L'idea è, come sempre, quella di prendere circuiti arbitrariamente complessi e ridurli a circuiti equivalenti relativamente semplici.

1.2.1 Sintesi a parametri Z

Un circuito equivalente potrebbe essere il seguente: ricopia
roba sintesi parametri Z

1.2.2 Sintesi a parametri Y

Come si è fatta la sintesi a parametri Z, si può fare la sintesi a parametri Y, cioè secondo le ammettanze:
roba sintesi paramateri Y