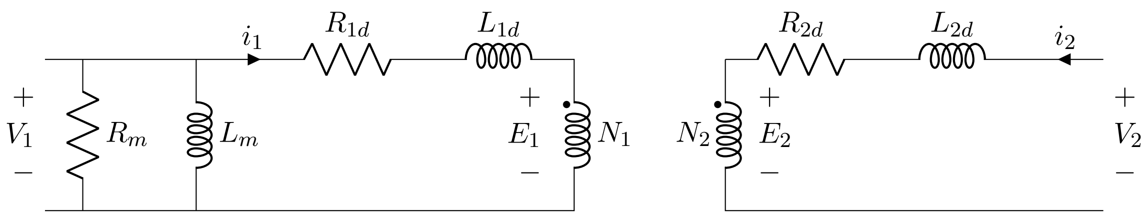
1 Lezione del 13-12-24

1.1 Circuito equivalente alla macchina asincrona

Vediamo 3 circuiti equivalenti alla macchina asincrona.

1. Di base, possiamo intendere lo statore e il rotore di una macchina asincrona come il primario e il secondario di un trasformatore, e quindi il circuito equivalente alla macchina asincrona è molto simile a quello del trasformatore reale:



   Le differenze stanno nel fatto che:

   (a) X_{1d} e X_{2d} sono solitamente maggiori rispetto al trasformatore. Questo è dato dal traferro fra statore e rotore (che possiamo assumere come *primario* e *secondario* di un trasformatore), che ha una permeabilità molto più bassa del blocco cavo del trasformatore. Per questo motivo è utile realizzare traferri il più sottili possibile (nell'ordine del millimetro);
   (b) La possibilità di avere **cortocircuiti** di rotore;
   (c) $\omega_2 = s\omega_1$, cioè non ci troviamo a regime puramente sinusoidale ma la pulsazione di ω_2 è s volte ω_1.

   Riguardo alla (3), notiamo le grandezze:

$$X_{2d} = \omega_2 L_{2d}$$
$$\dot{E}_2 = j\omega_2 N_2 \dot{\Phi}_2$$

   proporzionali a ω_2.

   Rivediamo quindi i casi particolari che avevamo distinto sullo scorrimento s:

   - $s = 0$: l'equivalente è identico al trasformatore per la *prova a vuoto*, in quanto sul lato destro del circuito non scorre corrente, e quindi nemmeno sull'induttanza al lato sinistro. Ricordiamo che questo era il caso di **rotore libero**.
   - $s = 1$: l'equivalente è identico al trasformatore per la *prova in cortocircuito*. Ricordiamo che questo era il caso di **rotore bloccato**.

   Abbiamo quindi che, nella macchina asincrona, la *prova a vuoto* corrisponde alla **prova a rotore libero**, mentre la *prova in cortocircuito* corrisponde alla **prova a rotore bloccato**.

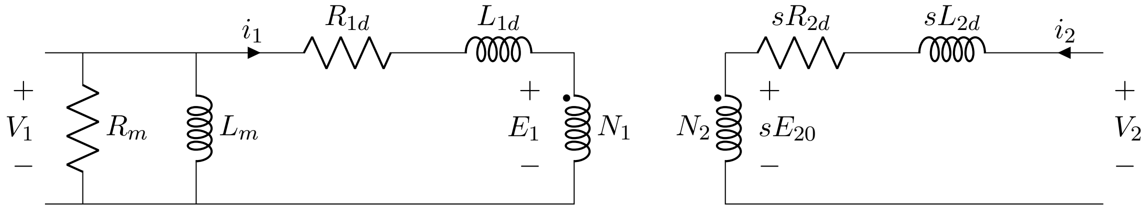
2. Un'altra modellizzazione può portarci a regime sinusoidale puro. Prendiamo il lato destro del circuito, cioè il rotore. La caduta di potenziale su X_{2d} sarà:

$$jX_{2d}\dot{I}_2 + R_{2d}\dot{I}_2 + \dot{E}_2 = 0 \Rightarrow X_{2d} = \omega_2 L_{2d} = \omega_2 \frac{\omega_1}{\omega_1} L_{2d} = \frac{\omega_2}{\omega_1}(\omega_1 L_{2d}) = sX_{2d0}$$

Allo stesso modo, riguardo a $\dot{E}_2$, si avrà:

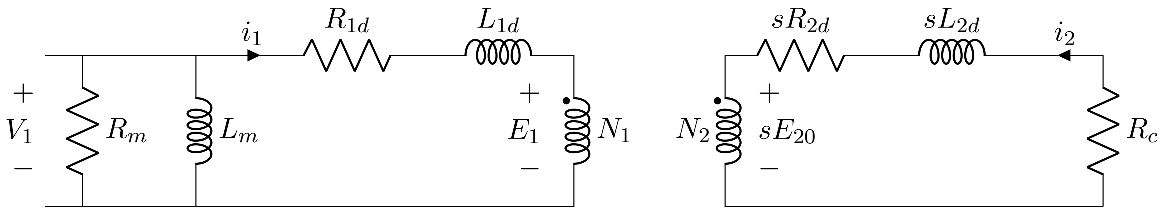
$$\dot{E}_2 = j\omega_2 N_2 \dot{\Phi}_2 = j\frac{\omega_2}{\omega_1} N_2 \dot{\Phi}_2 \omega_1 = s(j\omega_2 N_2 \dot{\Phi}_2) = s\dot{E}_{20}$$

Possiamo quindi ridisegnare il circuito equivalente come:



Con la differenza che in questo caso prendiamo $\omega_s = \omega_r$, cioè "normalizziamo" per avere pulsazione identica sui due lati.

3. Vediamo infine una modellizzazione che tiene conto di un eventuale carico al rotore. Si introduce una resistenza, detta **resistenza di carico**, R_c, al secondario:



La R_C, nella pratica, va effettivamente a rappresentare un *carico meccanico* collegato al rotore, e non una *resistenza elettrica* vera è proprio. Addirittura, può accadere che $R_C < 0$.

1.2 Modalità di funzionamento della macchina asincrona

Vediamo quindi come si comporta la macchina asincrona per diversi valori di scorrimento s, ricordando i casi già visti di rotore *libero* e *bloccato*:

s	**Funzionamento**	$\Omega_r = (1-s)\Omega_s$	$R_c = \frac{1-s}{s} R_{2d}$	$P_c = R_c I_2^2$
$s < 0$	Generatore	$\Omega_r > \Omega_s$	$R_c < 0$	$P_c < 0$
$s = 0$	Rotore libero	$\Omega_r = \Omega_s$	$R_c \to +\infty$	$P_c = 0$
$0 < s < 1$	Motore	$\Omega_r < \Omega_s$	$R_c > 0$	$P_c > 0$
$s = 1$	Rotore bloccato	$\Omega_r = 0$	$R_c = 0$	$P_c = 0$
$s > 1$	Freno	$\Omega_r \cdot \Omega_s < 0$	-	-

1.3 Coppia nelle macchine asincrone

Vediamo come calcolare la coppia erogata da una macchina asincrona. Innanzitutto definiamo la coppia come la potenza P_m su Ω_r

$$C_T = \frac{P_m}{\Omega_r} = \frac{R_c I_2^2}{(1-s)\Omega_s}$$

$$\dot{I}_2 = -\frac{s\dot{E}_{20}}{R_{2d} + jsX_{2d0}}$$

Usiamo il valore efficace della corrente:

$$I_2 = |\dot{I}_2| = \left| -\frac{s\dot{E_{20}}}{R_{2d} + jX_{2d0}} \right|$$

Notiamo che, per due complessi $\overline{z}_1$ e $\overline{z}_2$, si ha:

$$\left| \frac{\overline{z}_1}{\overline{z}_2} \right| = \left| \frac{\rho_1 e^{j\vartheta_1}}{\rho_2 e^{j\vartheta_2}} \right| = \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{j(\vartheta_1 - \vartheta_2)}$$

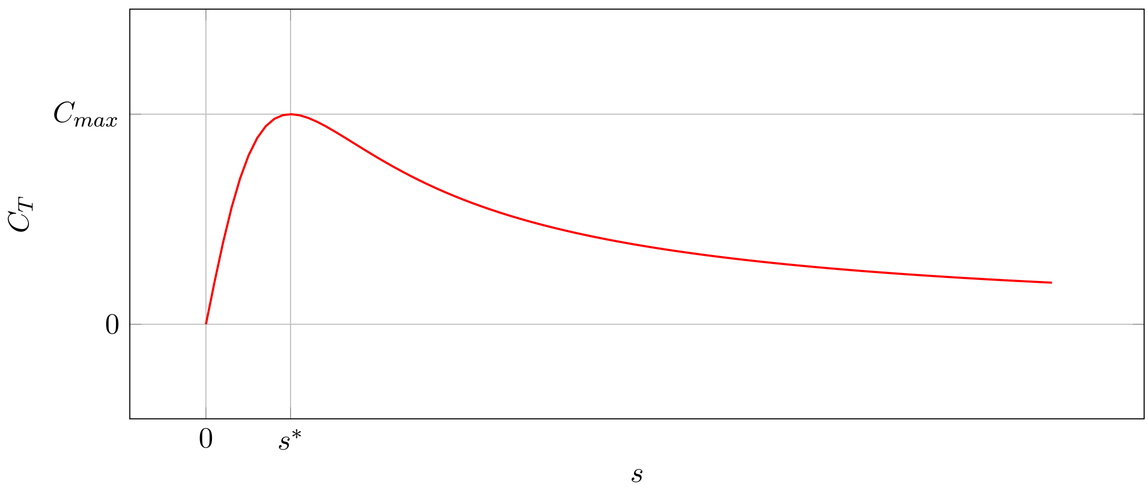
da cui

$$I_2 = \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_{2d}^2 + s^2 X_{2d0}^2}}$$

Avremo allora che:

$$C_T = \frac{\frac{1-s}{s} R_{2d} I_2^2}{(1-s)\frac{\omega_1}{\rho}} = \frac{\frac{1-s}{s} R_{2d} \frac{sE_{20}}{\sqrt{R_{2d}^2 + s^2 X_{2d0}^2}}}{(1-s)\frac{\omega_1}{\rho}} = \frac{\rho R_{2d}}{\omega_1} \cdot \frac{sE_{20}^2}{R_{2d}^2 + s^2 X_{2d0}^2} = \frac{\rho R_{2d} \frac{E_1^2}{n^2}}{\omega_1 \left(\frac{R_{2d}^2}{s} + sX_{2d0}^2 \right)}$$

dove ρ è la coppia dipolie n è il rapporto dipoli.



Potremmo voler calcolare la coppia massima nel punto $s = s^*$. Prendiamo allora la derivata, notando che il numeratore è costante:

$$\frac{\partial \frac{R_{2d}^2}{s} + sX_{2d0}^2}{\partial s} = 0 \Rightarrow -\frac{R_{2d}^2}{s^2} + X_{r2d0}^2 = 0 \Rightarrow \frac{R_{2d}^2}{s^2} = X_{r2d0}^2 \Rightarrow s^2 = \frac{R_{2d}^2}{X_{2d0}^2} \Rightarrow s^* = \frac{R_{2d}}{X_{2d0}}$$

Un problema comune è quello di volere coppia massima sia all'avvio della macchina che allo stato a regime: all'avvio $s = 1$, e va via via a scendere tendendo a 0. Quello che si fa è introdurre una resistenza iniziale:

$$1 = \frac{R_{2d} + R_{agg}}{x_{2d0}}$$

che avvicini il più possibile il valore s^* di coppia massima alla s corrente.

1.4 Rendimento nelle macchine asincrone

Definiamo il **rendimento** come:

$$\eta = \frac{P_{utile}}{P_{assorbita}} \cdot 100 = \frac{R_c I_2^2}{R_c I_2^2 + R_{1d} I_1^2 + R_{2d} I_2^2 + \frac{V_1^2}{R_m} + P_{add}} \cdot 100$$

dove P_{add} modellizza altre potenze addizionali che vengono dissipate.