Appunti Fisica I

Luca Seggiani

22 Marzo 2024

1 Lavoro svolto da forze costanti

Lavoro di forze orizzontali
Prendiamo in esempio un blocco trainato su un piano orizzontale scabro a velocità costante per un tratto $\vec{d} = d\hat{i}$. Il lavoro della forza F sarà:

$$L_f = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\theta > 0$$

Mentre il lavoro della reazione del piano N sarà:

$$L_n = \vec{N} \cdot \vec{d} = 0$$

e il lavoro della forza di gravità mg sarà:

$$L_{mg} = m\vec{g} \cdot \vec{d} = 0$$

Come vediamo, il lavoro delle forze sul piano verticale è effettivamente nullo in quanto il blocco non si muove verticalmente. Si può in generale dire che le forze vincolari compiono lavoro 0:

$$L_{\vec{N}} = 0(\vec{F} \perp d\vec{r})$$

Resta il lavoro della forza d'attrito:

$$L_d = \vec{F_d} \cdot \vec{d} = -F_d d = -\mu_d N d < 0$$

possiamo a questo punto imporre accelerazione nulla:

$$-Fd + F\cos\theta = -N\mu_d + F\cos\theta = ma_x = 0 \Rightarrow L_f + L_d = (-N\mu_d + F\cos\theta)d = 0$$

Lavoro della gravità nelle vicinanze della superficie terrestre
La gravità terrestre esercita su tutti i corpi nelle sue vicinanze una forza mg, che svolge un lavoro pari a :

$$L = L_{if} = m\vec{g} \cdot \vec{s} = -mg(y_f - y_i)$$

dove $\vec{s}$ rappresenta la variazione dell'altitudine tra le ordinate y_f e y_i. Osserviamo quindi che il lavoro dipende quindi solamente dalla quota finale e della quota iniziale. Possiamo in generale dire che il lavoro della gravità alla superfice terrestre di un corpo ad altitutinde h è:

$$L_{M\vec{g}} = -Mg\Delta h$$

Lavoro delle forze di contatto

Le forza di attrito dinamico compie lavoro:

$$L_{\vec{F}_{AD}} = \int -\mu_d|\vec{N}||d\vec{R}| < 0$$

mentre la forza di attrito statico, visto che agisce su distanze nulla, sarà:

$$L_{\vec{F}_{AD}} = 0$$

Teorema dell'energia cinetica

Il lavoro svolto dalla risultante delle forze $\vec{F}$ agenti su un punto materiale di massa inerziale M che si sposta da un punto $\vec{R_0}$ a un punto $\vec{R_1}$ è uguale alla variazione di energia cinetica del punto materiale tra $\vec{R_0}$ e $\vec{R_1}$. La stessa cosa vale anche per sistemi di punti materiali.

$$K(\vec{R_1}) - K(\vec{R_0}) = \sum \int_{\vec{R_0}}^{\vec{R_1}} \vec{F_i} \cdot d\vec{R}$$

Dimostriamo il caso dei punti materiali:

$$\sum \int_{\vec{R_0}}^{\vec{R_1}} \vec{F_i} \cdot d\vec{R} = \int_{\vec{R_0}}^{\vec{R_1}} (\sum \vec{F_i}) \cdot d\vec{R} = \int_{\vec{R_0}}^{\vec{R_1}} M\vec{a} \cdot d\vec{R} = \int_{\vec{R_0}}^{\vec{R_1}} M\frac{d\vec{V}}{dt} \cdot d\vec{R} = \int_{\vec{t_0}}^{\vec{t_1}} M\frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{V}dt$$

Prendiamo il termine $\frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{V}$. Possiamo riscriverlo come:

$$\frac{1}{2}\frac{d\vec{V}^2}{dt} = \frac{1}{2} \cdot 2\vec{V} \cdot (\frac{d\vec{V}}{dt}) = \vec{V} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Sostituiamo per ottenere:

$$\int_{t_0}^{t_1} M\frac{d}{dt}\frac{V^2}{2}dt = \left| M\frac{V^2}{2} \right|_{t_0}^{t_1} = \frac{M}{2}(V^2(t_1) - V^2(t_0))$$

Lavoro della forza elastica

Studiamo una molla di lunghezza L_0. La molla potrà essere spostata dalla sua posizione di riposo nelle due direzioni lungo il suo asse: diciamo di avere in momenti distinti spostamenti L_i e L_f, con variazione della posizione rispetto alla posizione di riposo L_0 pari a $x_i = L_i - L_0, \quad x_f = L_f - L_0$. A questo punto possiamo ricordare la legge elastica che determina la forza applicata dalla molla in funzione degli spostamenti x_i e x_f:

$$\vec{F} = -kx$$

e calcolare l'integrale:

$$L_{x_i x_f} = \int_{x_1}^{x_f} \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int_{x_1}^{x_f} -kx d\vec{r} = -\frac{k}{2}(x_f^2 - x_i^2)$$

Notiamo che se $x_f = -x_i$, il lavoro svolto è nullo.