Appunti Fisica I

Luca Seggiani

17 Maggio 2024

1 Introduzione alla magnetostatica

Studiando l'elettrostatica, abbiamo dato una definizione di **campo elettrico**. Vediamo adesso un campo collegato al campo elettrico, il **campo magnetico**. Il campo magnetico viene generato dai **magneti**, che possono essere magneti permanenti, oppure elettromagneti (che saranno visti nel dettaglio in seguito). E' fondamentale notare che non esiste un equivalente magnetico della carica elettrica: in altre parole, non esistono **monopoli** magnetici, e i magneti si presentano sempre come dipoli con un polo nord e un polo sud. N.B.: Il campo magnetico è un costrutto dell'elettrodinamica classica. In realtà, campo magnetico e campo elettrico sono manifestazioni dello stesso fenomeno attraverso punti di vista diversi. Il campo magnetico è un'effetto relativistico del campo elettrico, e viceversa.

Forza di Lorentz

Il campo magnetico influenza le cariche elettriche, proprio come faceva il campo elettrico. La forza applicata dal campo magnetico $\vec{B}$ ad una carica q in moto con velocità $\vec{\mathrm{v}}$ è:

$$\vec{F} = q\vec{\mathrm{v}} \times \vec{B}$$

Si osserva che la forza applicata dal campo elettrico dipende sia dalla carica che dalla sua velocità. Il campo magnetico $\vec{B}$ si misura in Tesla ($1\mathrm{T} = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A \cdot m}}$). Notiamo che, visto che il prodotto vettoriale restituisce un vettore perpendicolare alla velocità della particella (e al campo magnetico), la forza di Lorentz non varia il *modulo* della sua velocità. In altre parole, il lavoro della forza di Lorentz è nullo.

Possiamo conciliare la formula della forza di Lorentz col modello di Drude-Lorentz. Iniziamo con l'esprimere la forza applicata su una carica q da campo elettrico e campo magnetico (la cui formula sarebbe quella che prende effettivamente il nome di *forza di Lorentz*, bensì solitamente ci si riferisce con questo nome solamente alla parte magnetica):

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Possiamo da questo ricavare l'accelerazione che una particella immersa in un certo campo elettromagnetico subisce:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = \frac{q}{m}(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Possiamo quindi considerare (come avevamo già fatto nello studio della conducibilità attraverso Drude-Lorentz), due velocità medie $< \vec{v}_i >$ e $< \vec{v}_{i+1} >$, corrispondenti rispettivamente all'attimo appena prima e appena dopo un'urto col reticolo metallico o con un'altra particella. Come sappiamo, quanto accade fra un'urto e un altro è effettivamente irrilevante in quanto le particelle continuano a muoversi di moto rettilineo uniforme, e la loro quantità di moto quindi non cambia. Si ha allora, stabilito un cammino libero medio τ:

$$< \vec{v_{i+1}} > = < \vec{v}_i + \frac{q\tau}{m}(\vec{E} + \vec{v_i} \times \vec{B}) > = \frac{q\tau}{m}(\vec{E} + \vec{v_i} \times \vec{B})$$

come velocità media (potremo forse assimilarla alla velocità di deriva) di una particella. Dividiamo nelle due componenti:

$$< \vec{v} > = \frac{q\tau}{m}\vec{E} + \frac{q\tau}{m}(\vec{v} \times \vec{B})$$

Prendiamo come approssimazione che l'effetto $\frac{q\tau}{m}(\vec{v} \times \vec{B})$ del campo magnetico sia molto minore dell'effetto $\frac{q\tau}{m}\vec{E}$ del campo elettrico. Potremo allora trovare un'approssimazione di $\vec{v}$:

$$\vec{v} \approx \frac{q\tau}{m}\vec{E}$$

Possiamo quindi risostituire nella formula per la forza di Lorentz:

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = \vec{F} = q(\vec{E} + \frac{q\tau}{m}\vec{E} \times \vec{B})$$

Questo ci suggerisce che l'applicazione della forza di Lorentz al modello di Drude-Lorentz fornisce a livello microscopico risultati consistenti con quelli che osserviamo a livello macroscopico. Sempre attraverso Drude-Lorentz, abbiamo, riguardo ad una certa densità di corrente $J = nqv_d$, e *solo riguardo al campo magnetico*:

$$d\vec{F} = nAdl \cdot qv_d \times \vec{B} = J \cdot A \cdot dl \times \vec{B} = I \cdot dl \times \vec{B}$$

Su un certo spostamento di cui dl è elemento infintesimo. Passando ad integrale, si ha:

$$\vec{F} = \int_{l_1}^{l_f} I \cdot dl \times \vec{B} = I\vec{l} \times \vec{B}$$