

# 1 Lezione del 29-10-24

## 1.1 Regole di branch

Vediamo quindi nel dettaglio le regole di ramificazione da usare nell'applicazione del branch and bound, su problemi di minimo e di massimo. Consideriamo un problema TSP simmetrico minimizzante:

### 1.1.1 Regole di branch minimizzanti

Partiamo dal problema  $P$ , e istanziamo variabili per ottenere una serie di  $P_{i,j}$ , dove la  $i$  rappresenta il livello di profondità nell'albero e  $j$  il sottoproblema corrente a quel livello.

Ogni volta che si istanzia la prima cosa da controllare è l'ammissibilità delle soluzioni ottenute istanziando le variabili. Se si ha infatti che se  $P_{i,j} = \emptyset$ , quel sottoalbero può essere tagliato.

Si controlla poi se vale  $v_I(P_{i,j}) \geq v_S(P)$ , cioè se il minimo possibile ottenuto dal sottoproblema  $P_{i,j}$  è più piccolo della valutazione superiore del problema  $P$ . In questo caso si taglia il sottoalbero.

Si controlla infine se vale  $v_I(P_{i,j}) < v_S(P)$  e questa  $v_I$  è ammissibile per  $P$ . Se sì, allora si aggiorna il  $v_S$  corrente di  $P$  a  $v_I$ . Inoltre, si può applicare anche la regola precedente, e quindi tagliare il sottoalbero.

Riassumendo si hanno quindi le regole:

- $P_{i,j} = \emptyset \implies$  taglio;
- $v_I(P_{i,j}) \geq v_S(P) \implies$  taglio;
- $v_I(P_{i,j}) < v_S(P)$  e  $v_I \in P \implies v_S(P) \leftarrow v_I(P_{i,j})$ , taglio.

Consideriamo poi un problema di zaino booleano massimizzante:

### 1.1.2 Regole di branch massimizzanti

In un problema massimizzante si segue un approccio simile. Dal problema  $P$  si istanzia successivamente per ottenere  $P_{i,j}$  con le stesse caratteristiche di prima.

Istanziando, se si va a svuotare la regione ammissibile, cioè si ottiene  $P_{i,j} = \emptyset$ , si scarta quel sottoalbero.

Si controlla poi se vale  $v_S(P_{i,j}) \leq v_I(P)$ , cioè se il massimo possibile ottenuto dal sottoproblema  $P_{i,j}$  è più grande della valutazione inferiore del problema  $P$ . In questo caso, chiaramente, si taglia il sottoalbero.

Infine si controlla se vale  $v_S(P_{i,j}) > v_I(P)$ , e questa  $v_S$  è ammissibile per  $P$  (cioè, in questo caso, è a componenti intere). Se sì, allora si aggiorna il  $v_I$  corrente di  $P$  a  $v_S$ . Inoltre, si taglia il sottoalbero.

Anche qui, riassumendo, si hanno le regole:

- $P_{i,j} = \emptyset \implies$  taglio;
- $v_S(P_{i,j}) \leq v_I(P) \implies$  taglio;
- $v_S(P_{i,j}) > v_I(P)$  e  $v_S \in P \implies v_I(P) \leftarrow v_S(P_{i,j})$ , taglio.