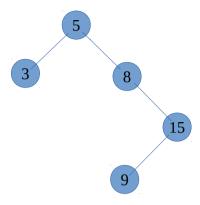
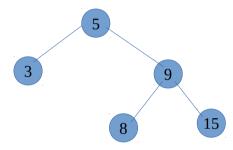
5)a)

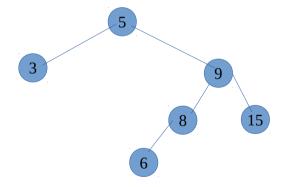
Hasta inserción del 9 (primer desbalanceo)



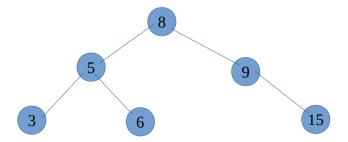
FE(8) = 2, $FE(15) = -1 \rightarrow rotación doble izq-der$



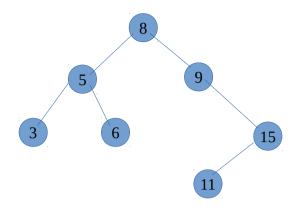
Inserto 6, produce desbalanceo



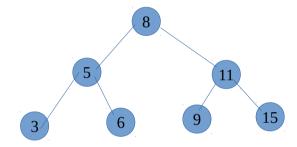
FE(5) = 2, $FE(9) = -1 \rightarrow rotación doble izq-der$



Inserto 11, desbalancea



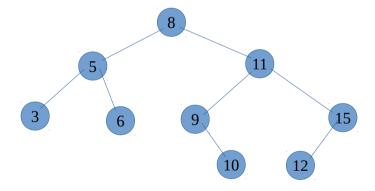
FE(9) = 2, $FE(15) = -1 \rightarrow Rotación doble izq-der$



La inserción de 10 no desbalancea.

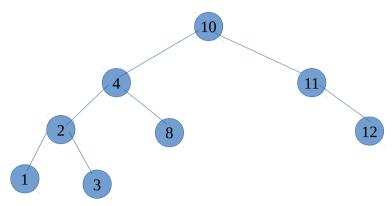
La inserción de 12 no desbalancea.

El árbol AVL resulta:



5)b)

Tras las inserciones, el árbol resulta:



Nótese que la segunda inserción de 1 se anula, dado que es un valor repetido.

Las tres eliminaciones (18, 14 y 17) resultan nulas, dado que no existen nodos en el árbol que contengan dichas claves.

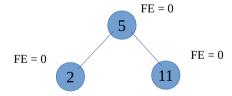
Consecuentemente, el árbol resultante es el mismo que se obtiene al finalizar las inserciones (detallado al principio de este mismo punto).

5)c)

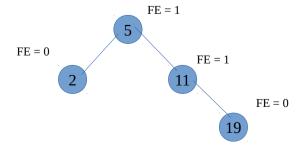
Inserción de 5

Inserción de 11 FE = 0 FE = 1 FE = 0

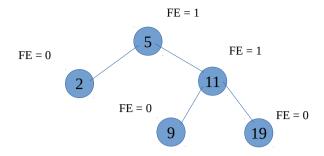
Inserción de 2



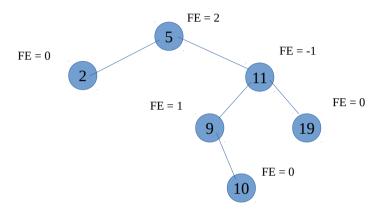
Inserción de 19



Inserción de 9



Inserción de 10, produce desbalanceo (FE(5) pasa a ser 2)

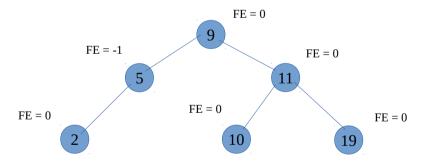


Obtengo rotación a realizar para balancear:

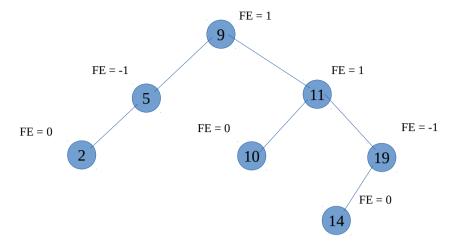
$$FE(5) = 2$$
 (padre), $FE(11) = -1$ (hijo)

Entonces, la rotación para balancear es una rotación doble izquierda-derecha con los nodos 5, 11 y 9 como los genéricos 1, 3 y 2 de la ppt 12 respectivamente, con el nodo 2 como subárbol A, el nodo 19 como subárbol D, subárbol B vacío y el nodo 10 como subárbol C.

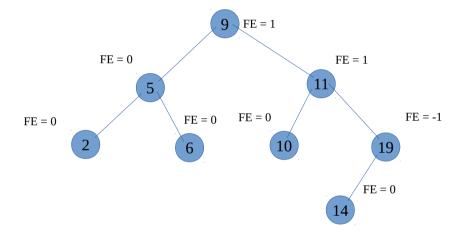
El árbol resultante es:



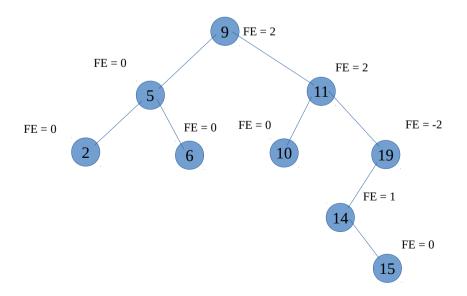
Inserción de 14



Inserción de 6



Inserción de 15, produce desbalanceo (FE(19) pasa a ser -2)

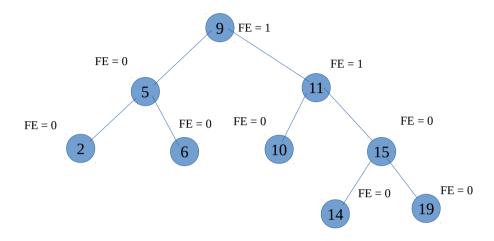


Obtengo rotación a realizar para balancear:

FE(19) = -2 (padre), FE(14) = 1 (hijo)

Entonces, la rotación para balancear es una rotación doble derecha-izquierda con los nodos 19, 14 y 15 como los genéricos 3, 1 y 2 de la ppt 12 respectivamente, con los subarboles A, B, C y D todos vacíos.

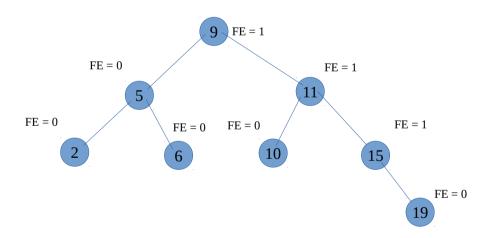
El árbol resultante es:



Eliminación de 14

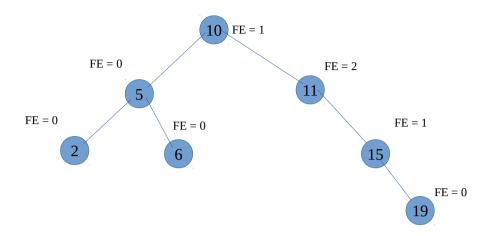
14 es nodo hoja y su eliminación no desbalancea el AVL, por lo que se lo elimina sin reorganización del árbol.

El árbol resultante es:



Eliminación de 9

9 es un nodo que tiene dos hijos. Por lo tanto, se reemplaza su clave por la clave superior siguiente (clave menor del subárbol derecho) y se elimina dicha clave, la cual es una hoja (en este caso es el 10).

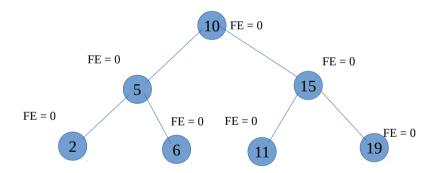


Nótese que ha ocurrido un desbalanceo debido a la eliminación (FE(11) pasa a ser 2) Obtengo rotación a realizar para balancear:

$$FE(19) = 2$$
 (padre), $FE(14) = 1$ (hijo)

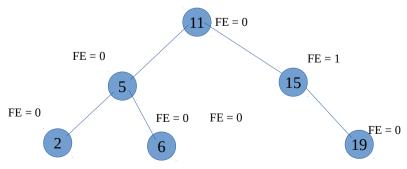
Entonces, la rotación para balancear es una rotación simple izquierda con los nodos 11, 15 y 19 como los genéricos 1, 2 y 3 de la ppt 12 respectivamente y con subarboles adicionales vacíos.

El árbol resultante es:



Eliminación de 10

10 es un nodo que tiene dos hijos. Por lo tanto, se reemplaza su clave por la clave superior siguiente (clave menor del subárbol derecho) y se elimina dicha clave, la cual es una hoja (en este caso es el 11).



Y este es el árbol resultante ya que está balanceado.