

Facultad de Ciencias, UNAM
Julio 2023-2

TEMAS SELECTOS DE ANÁLISIS NUMÉRICO

Proyecto No. 2

Diferenciación Numérica

Prof. César Carreón Otañez
Ayud: Jesús Iván Coss Calderón

Ciudad Universitaria
2023

Ejercicios Escritos.

1. Usar Diferencias Finitas Hacia Adelante para calcular los valores en las Tablas 1 y 2.
2. Usar Diferencias Finitas Hacia Atrás para calcular los valores en las Tablas 1 y 2.
3. Usar Diferencias Finitas Centrales para calcular los valores en las Tablas 3 y 4.

x	$f(x)$	$f'(x)$	
		Valor Aprox	Valor Real
0.5			
0.6			
0.7			

Tabla 1: $f(x) = \sin(x)$

x	$f(x)$	$f'(x)$	
		Valor Aprox	Valor Real
0.0			
0.2			
0.4			

Tabla 2: $f(x) = e^x - 2x^2 + 3x - 1$

x	$f(x)$	$f'(x)$
-0.3		
-0.2		
-0.1		

Tabla 3: $f(x) = 2\cos(2x) - x$

x	$f(x)$	$f'(x)$
1.0		
1.2		
1.4		

Tabla 4: $f(x) = x^2 \ln(x) + 1$

4. Dada la regla de diferenciación para 3 puntos x_0, x_1, x_2 usando polinomios de Lagrange

$$f'(x) \approx \sum_{k=0}^n f(x_k) L'_k(x)$$

deducir los valores para $f'(x_0), f'(x_1), f'(x_2)$ si la partición tiene longitud $h = x_{i+1} - x_i$.
(*Primer Forma.*)

5. Completar las Tablas 5 y 6 con la regla de los 3 puntos. (*Primer Forma.*)

x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	
		Valor Aprox	Valor Real
1.1			
1.2			
1.3			

Tabla 5: $f(x) = e^{2x}$

x_i	$f(x_i)$	$f'(x_i)$	
		Valor Aprox	Valor Real
8.1			
8.3			
8.5			

Tabla 6: $f(x) = x \ln(x)$

6. Usando interpolación de Richardson para aproximar las derivadas de las siguientes funciones:

(a) $f(x) = \ln(x)$, con $x_0 = 1.0$, $h = 0.4$ para $n = 0, 1, 2, 3, 4$.

(b) $f(x) = x + e^x$, con $x_0 = 0.0$, $h = 0.4$ para $n = 0, 1, 2, 3, 4$.

7. Aproximar la siguiente integral usando interpolación de Richardson, donde

$$L = \int_0^\pi \sin(x) dx$$

completando la siguiente tabla:

D	$k = 0$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$n = 0$	1.570796	0	0	0
$n = 1$	1.896119	0	0	0
$n = 2$	1.974232	0	0	0
$n = 3$	1.993570	0	0	L

Ejercicios Computacionales

8. Redactar los códigos para los siguientes métodos:

- (a) Diferencias finitas hacia adelante.
- (b) Diferencias finitas hacia atrás.
- (c) Diferencias finitas centradas.
- (d) Diferencias finitas para segunda derivada.
- (e) Aproximación con polinomios de Lagrange: 3 puntos (*primer forma*).
- (f) Fórmula final de 5 puntos.
- (g) Fórmula final de 5 puntos (*punto medio*).
- (h) Extrapolación de Richardson.

[5 ptos.]

9. Calcular las derivadas para las siguientes funciones con cada método (8a - 8g) y hacer una tabla comparativa por método.

- (a) $f_1(x) = \ln(x)$, $x_0 = 1.0$, $h = 0.4$.
- (b) $f_2(x) = x + e^x$, $x_0 = 0.0$, $h = 0.7$.
- (c) $f_3(x) = 2^x \sin(x)$, $x_0 = 1.05$, $h = 0.4$.
- (d) $f_4(x) = x^3 \cos(x)$, $x_0 = 2.3$, $h = 0.5$.

10. Utilizando Extrapolación de Richardson (8h) calcular las derivadas con los siguientes datos:

- (a) $f_1(x) = \ln(x)$ en $x_0 = 3$.
- (b) $f_2(x) = \tan(x)$ en $x_0 = \sin^{-1}(0.8)$.
- (c) $f_3(x) = \sin(x^2 + (1/3)x)$ en $x_0 = 0$.

Elegir h a criterio propio y comparar resultados con los valores exactos.

11. Dadas las siguientes funciones, aproximar $\nabla f(\bar{x}_0)$.

(a)

$$f(x, y) = \cos(x + y) \sin(x^2 + y^2) \quad \text{en} \quad \bar{x}_0 = (\pi, -\pi)$$

(b)

$$f(x, y, z) = e^{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{en} \quad \bar{x}_0 = (-1, 2, 1)$$

(c)

$$f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{en} \quad \bar{x}_0 = (1, -1, 1/2)$$

Usar cualquier método visto en clase.

Formato de Entrega:

- Todos los programas deberán ser **subidos al classroom** de la clase, el día fijado como entrega en un archivo zip. Los problemas escritos entregados en clase.
- **Cada pregunta computacional, es decir, que se resuelva mediante un programa, requiere una reseña comentando los resultados en un script que sea ejecutable, NO SE TOMARAN EN CUENTA CÓDIGOS SIN SUS COMENTARIOS CORRESPONDIENTES.**
- Recuerden, de encontrarse códigos o tareas iguales causa baja del curso.