

Elektrotehnički fakultet Sarajevo

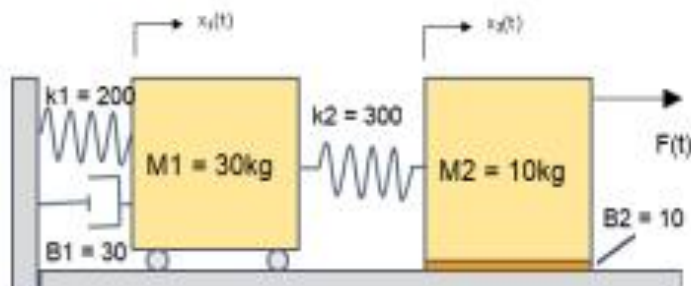
ZADAĆA 1
IZ PREDMETA
RAČUNARSKO MODELIRANJE I
SIMULACIJA

Student: Šejla Pljakić

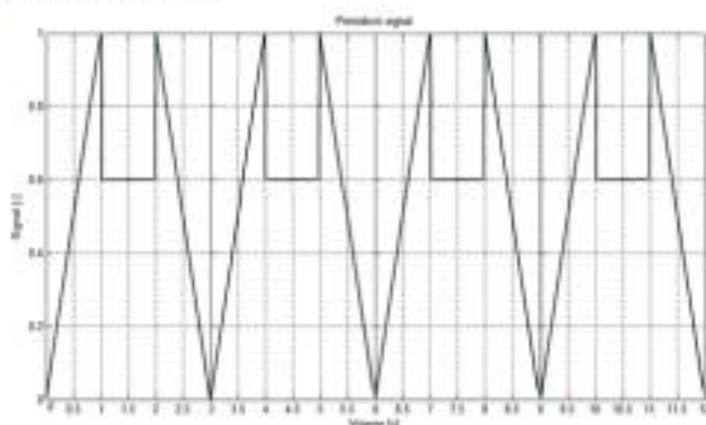
Broj indeksa: 17751

Zadatak Z1 – Modeliranje i simulacija kretanja dva tijela (nosi 5 bodova)

Studenti: Neka postoji sistem koji se sastoji od tijela M_1 i M_2 , opruga krutosti k_1 i k_2 i prigušnice sa koeficijentom B_1 pri čemu se trenje kotrljanja između tijela M_1 i podloge zanemaruje, dok se pretpostavlja da je trenje između tijela M_2 i podloge viskozno sa koeficijentom B_2 .



- Sila $F(t) = 0$, početni položaj M_1 je 5 nadesno, prikazati pomjeraje tijela M_1 i M_2 na grafikonu.
- Sila $F(t)$ je stotinu puta veća od signala sa grafikona, a početni uslovi su nulti. Na jednom grafikonu prikazati brzinu i ubrzanje tijela M_2 , a na drugom brzinu u funkciji vremena tijela M_1 i tačku kada se dostiže maksimalna brzina tijela M_1 .



- Modelirajte i simulirajte ova kretanja za period od 0 do 20 sekundi.
- Rješenje napraviti po uzoru na prerađene zadatke sa vježbi.
- OdeFun napisati tako da prima ulazne parametre prilikom poziva simulacije function dydt = OdeFun(t, y, ...), tj. koristiti globalne varijable koje se proslijeđuju funkciji. Neka vrijeme samplinga, tj korak bude fiksni i to $T_s = 0.01$.
- Izračunavanje sile F implementirati u posebnoj funkciji.
- Zadaću uploadovati u .pdf formatu do 15.11.2019.god do 23:59:59h.

Tijelo M1:

$$M1 \cdot \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} + B1 \cdot \frac{dx_1(t)}{dt} + k_2 \cdot (x_1(t) - x_2(t)) + k_1 \cdot x_1(t) = 0$$

Tijelo M2:

$$M2 \cdot \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} + B2 \cdot \frac{dx_2(t)}{dt} + k_2 \cdot (x_2(t) - x_1(t)) - F(t) = 0$$

Sada snizimo red diferencijalnih jednačina uvođenjem smjena. Kako imamo dvije promjenljive ($x_1(t)$ i $x_2(t)$), te kako je najveći izvod reda 2, smjene će izgledati ovako:

$$\begin{aligned} p_1(t) &= x_1(t) \\ p_2(t) &= dx_1(t)dt \\ p_3(t) &= x_2(t) \\ p_4(t) &= dx_2(t)dt \end{aligned}$$

Uvrstimo smjene:

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = p_2(t)$$

$$\frac{dp_3(t)}{dt} = p_4(t)$$

$$\frac{dp_2(t)}{dt} = \frac{(-B1 \cdot p_2(t) - k_1 \cdot x_1(t) - k_2 \cdot (x_1(t) - x_2(t)))}{M1}$$

$$\frac{dp_4(t)}{dt} = \frac{(-B2 \cdot p_4(t) - k_2 \cdot (x_2(t) - x_1(t)) + F(t))}{M2}$$

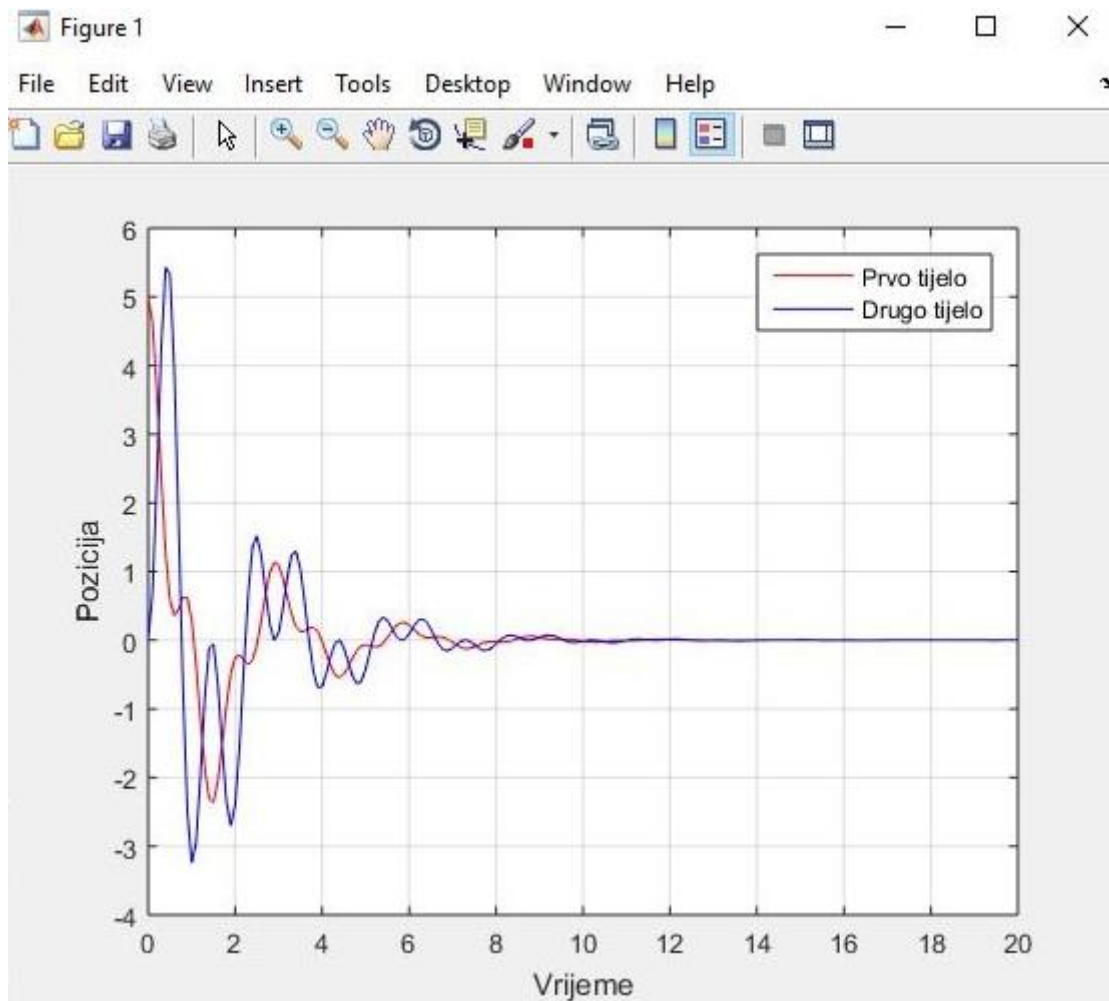
MATLAB kod za ODE funkciju fun.mat

```
fun.m x +
1 function [dpdt] = fun(t,p)
2 - F=0;
3 - M1=30;
4 - M2=10;
5 - B1=30;
6 - B2=10;
7 - K1=200;
8 - K2=300;
9
10 - dpdt=zeros(4,1);
11 - dpdt(1)=p(2);
12 - dpdt(2) = (-1./M1) .* (B1 * p(2) + K1 .* p(1) + K2 .* (p(1)- p(3)));
13 - dpdt(3)= p(4);
14 - dpdt(4)= (-1 ./ M2) .* (B2 .*p(4) + K2 .* (p(3) - p(1)) + F);
15 - end
```

Poziv ODE 23 solvera:

```
>> [t,p] = ode23(@fun, [0:0.1:20],[5;0;0;0]);
>> x1=p(:,1);
>> x2=p(:,3);
>> figure
>> plot(t,x1, 'r');
>> hold on
>> plot(t,x2,'b');
>> grid on
>> legend('Prvo tijelo', 'Drugo tijelo');
>> xlabel('Vrijeme');
>> ylabel('Pozicija');
>>
```

Grafik dobijen kao rezultat:



b) Jednačine u ovom slučaju će biti iste kao i u prethodnom. Vidimo da je period signala 3 sekunde. Postoje tri segmenta $[0,1]$, $[1,2]$, $[2,3]$

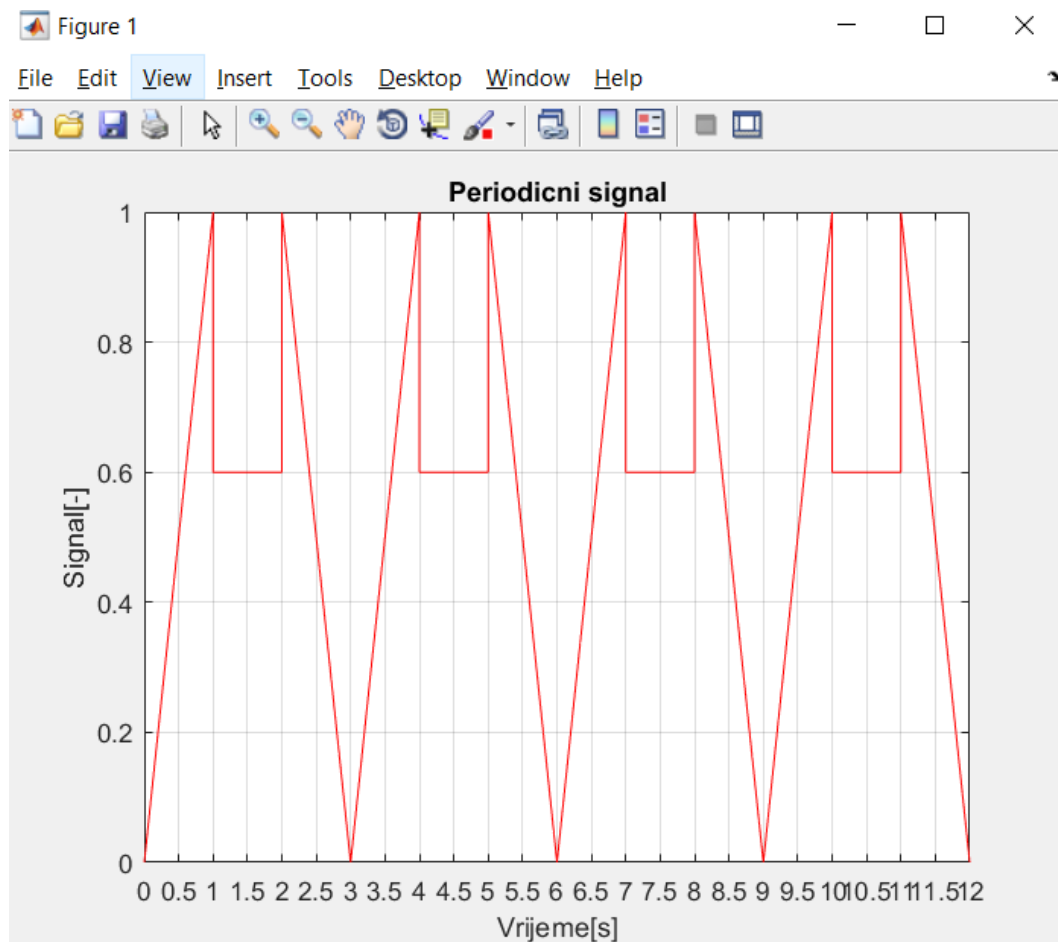
MATLAB kod koji generiše zadani signal.

```

>> t = 0:0.001:20;
>> t_p = rem(t,3);
>> F = (t_p) .* (t_p <= 1) + 0.6 .* (t_p > 1 & t_p <= 2) + (-t_p + 3) .* (t_p > 2);
>> figure;
>> plot(t,F, 'r');
>> grid on
>> xlabel('Vrijeme[s]');
>> ylabel('Signal[-]');
>> axis([0, 12, 0, 1]);
>> title('Periodicni signal');
>> set(gca, 'XTick', [0:0.5:12]);
>> set(gca, 'YTick', [0:0.2:1]);
fx >> |

```

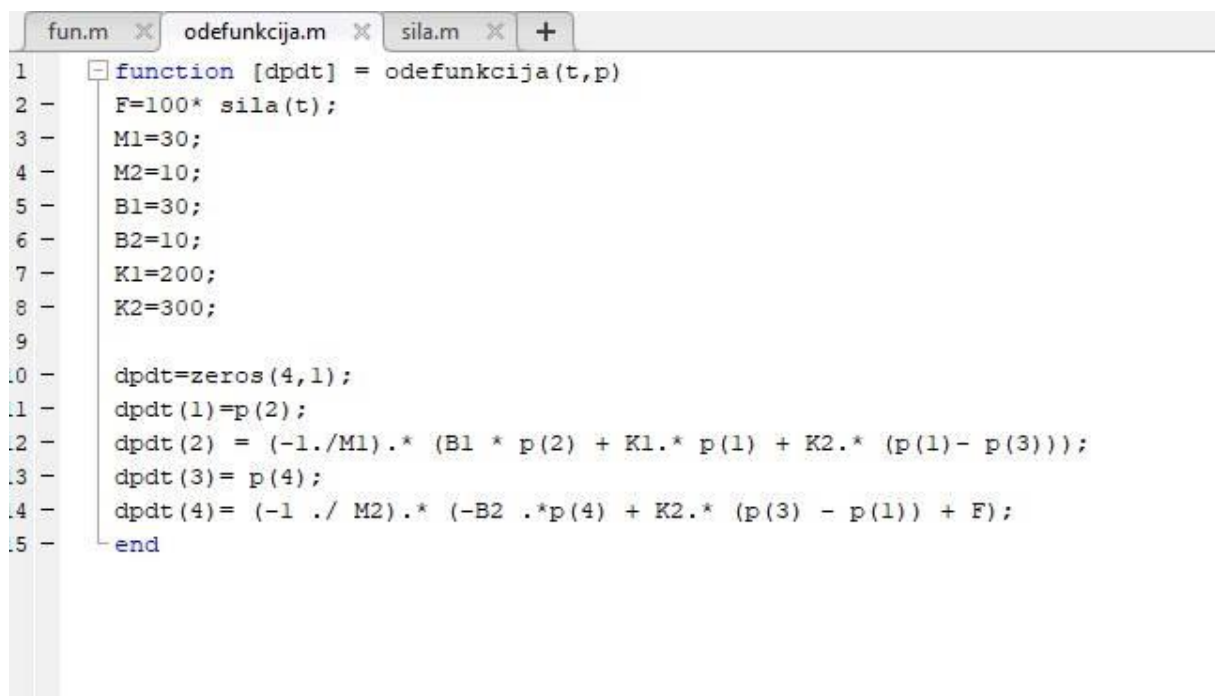
Grafik dobijen pokretanjem koda:



```
function [ F ] = sila ( t )
    t_p = rem(t,3);
    F = t_p .* (t_p <= 1) + 0.6 .* (t_p > 1 & t_p <= 2) + ( -t_p + 3) .* (t_p > 2);
end
```

Sada pravimo funkciju za računanje sile F(t):

Napravimo ODE funkciju:

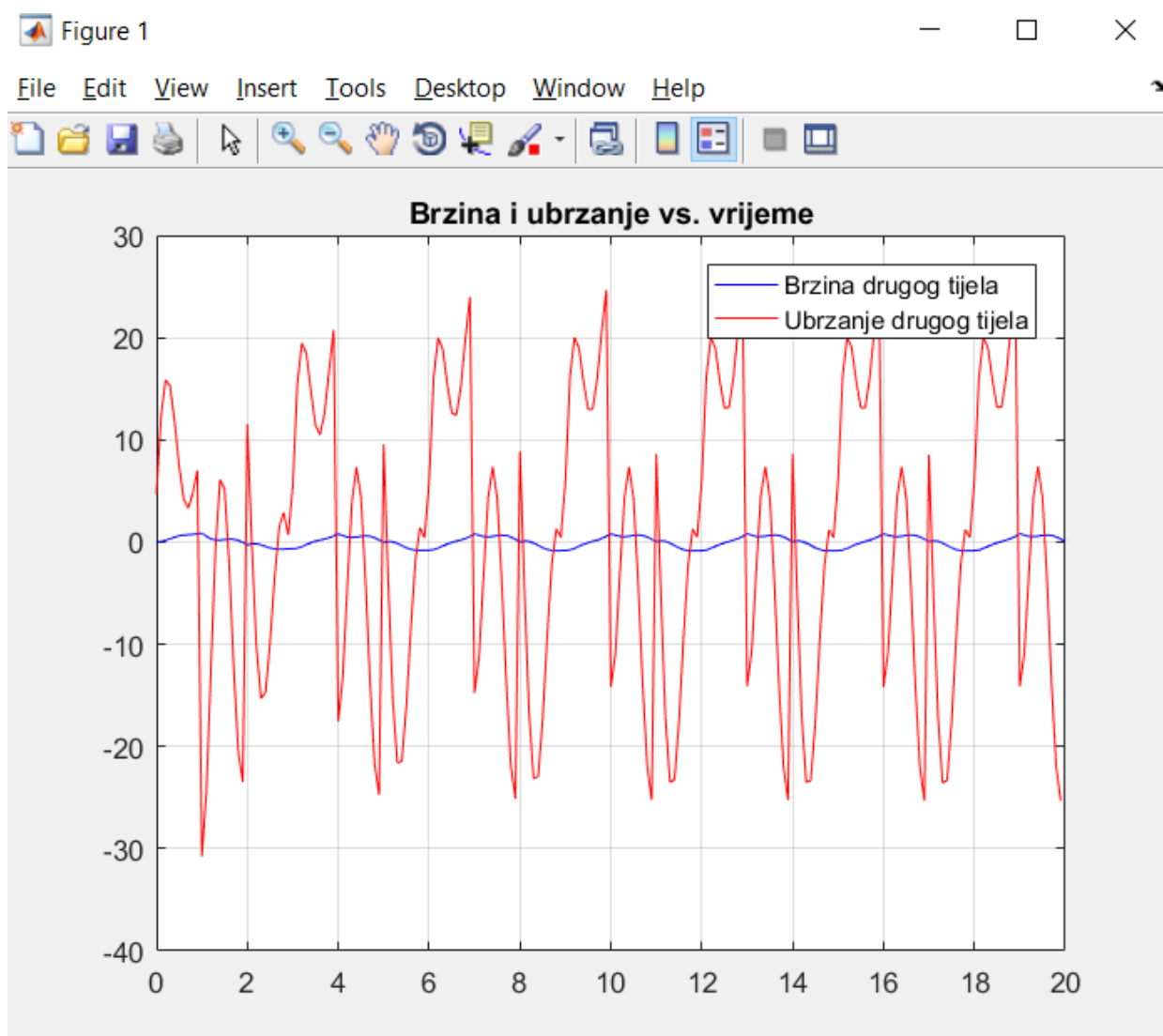


```
function [dpdt] = odefunkcija(t,p)
    F=100* sila(t);
    M1=30;
    M2=10;
    B1=30;
    B2=10;
    K1=200;
    K2=300;

    dpdt=zeros(4,1);
    dpdt(1)=p(2);
    dpdt(2) = (-1./M1).* (B1 * p(2) + K1.* p(1) + K2.* (p(1)- p(3)));
    dpdt(3)= p(4);
    dpdt(4)= (-1 ./ M2).* (-B2 .*p(4) + K2.* (p(3) - p(1)) + F);
end
```

```
>> [t,p]=ode23(@odefunkcija, [0:0.1:20], [0;0;0;0]);
>> v2 = p(:,4);
>> a2 = diff(v2) / 0.01;
>> figure
>> plot(t,v2,'b');
>> hold on
>> plot(t(1:length(t)-1),a2,'r');
>> legend('Brzina drugog tijela','Ubrzanje drugog tijela');
>> title('Brzina i ubrzanje vs. vrijeme');
>> grid on
>> |
```

Dobijeni grafik:



Crtnanje grafika brzine tijela M1 i maksimalna brzina:


```

>> [t,p] = ode23(@odefunkcija, [0:0.1:20], [0;0;0;0]);
>> v1 = p(:,2);
>> [x,y] = max(abs(v1));
>> figure
>> plot(t,v1,'b');
>> hold on
>> plot((y-1)*0.1,v1(y),'r. ');
>> legend('Brzina tijela M1','Max brzina tijela M1');
>> xlabel('Vrijeme');
>> ylabel('Brzina');
>> |

```

