

Zadaća 2

Student: Šejla Pljakić

Indeks: 17751

Zadatak 1 [1.6 poena]

Izrada

Postavimo matematički model problema. Iz postavke zadatka imamo sljedeće podatke:

	S ₁	S ₂	Cijena
L ₁	24	19	88
L ₂	9	17	75
L ₃	22	30	57
L ₄	23	19	87
L ₅	21	5	54

Matematski model ovog problema glasi:

$$\arg \max Z = 88x_1 + 75x_2 + 57x_3 + 87x_4 + 54x_5$$

p. o.

$$24x_1 + 9x_2 + 22x_3 + 23x_4 + 21x_5 \leq 4060$$

$$19x_1 + 17x_2 + 30x_3 + 19x_4 + 5x_5 \leq 3380$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Predstavimo u obliku dualnog problema

$$\arg \min W = 4060y_1 + 3380y_2$$

$$24y_1 + 19y_2 \geq 88$$

$$9y_1 + 17y_2 \geq 75$$

$$22y_1 + 30y_2 \geq 57$$

$$23y_1 + 19y_2 \geq 87$$

$$21y_1 + 5y_2 \geq 54$$

Pomnožimo sva ograničenja sa -1, kako bi problem prebacili u maksimizaciju.

$$\arg \max W = -4060y_1 - 3380y_2$$

$$-24y_1 - 19y_2 \geq -88$$

$$-9y_1 - 17y_2 \geq -75$$

$$-22y_1 - 30y_2 \geq -57$$

$$-23y_1 - 19y_2 \geq -87$$

$$-21y_1 - 5y_2 \geq -54$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \geq 0$$

dodamo dopunska ograničenja:

$$\arg \max W = -4060y_1 - 3380y_2$$

$$-24y_1 - 19y_2 + y_3 \geq -88$$

$$-9y_1 - 17y_2 + y_4 \geq -75$$

$$-22y_1 - 30y_2 + y_5 \geq -57$$

$$-23y_1 - 19y_2 + y_6 \geq -87$$

$$-21y_1 - 5y_2 + y_7 \geq -54$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \geq 0$$

Za bazne promjenljive uzimamo dopunske promjenljive pa je početna baza $B = (y_3, y_4, y_5, y_6, y_7)$ koja nije dopustiva, ali je dualno dopustiva.

Formirajmo početnu simpleks tabelu:

Baza	b_i	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
y_3	-88	-24	-19	1	0	0	0	0
y_4	-75	-9	-17	0	1	0	0	0
y_5	-57	-22	-30	0	0	1	0	0
y_6	-87	-23	-19	0	0	0	1	0
y_7	-54	-21	-5	0	0	0	0	1
		4060	3380	0	0	0	0	0

Odaberimo sada vodeći red. Vidimo da najmanju vrijednost koeficijenta b imamo u prvom redu, te ovaj red proglašavamo za vodeći red. Odaberimo sada vodeću kolonu. Izračunajmo vrijednosti količnika koeficijentata c i odgovarajućeg koeficijenta $a_{1,j}$. Vidimo da najmanju vrijednost dobijamo u prvoj koloni te ova promjenljiva ulazi u bazu. Podijelimo sada prvi red sa -24. Transformirani prvi red množimo sada sa 9 i dodajemo na drugi red, zatim sa 22 i dodajemo na treći red, zatim sa 23 i dodajemo na četvrti red

i sa 21 i dodajemo na peti red te na kraju sa -4060 i dodajemo na zadnji red. Sada smo anulirali sve elemente vodeće kolone koji se ne nalaze u vodećem redu. Nakon transformacija dobijamo tabelu:

Baza	b_i	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
y_1	11/3	1	19/24	-1/24	0	0	0	0
y_4	-42	0	-79/8	-3/8	1	0	0	0
y_5	71/3	0	-151/12	-11/12	0	1	0	0
y_6	-8/3	0	-19/24	-23/24	0	0	1	0
y_7	23	0	93/8	-7/8	0	0	0	1
	- 44660/3	0	- 19285/6	1015/6	0	0	0	0

Najmanji negativni koeficijent b je -42 koji odgovara promjenljivoj y_4 te ova promjenljiva napušta bazu. Odredimo koja promjenljiva ulazi u bazu. Najmanji k/oličnik je količnik koji odgovara promjenljivoj y_2 te ova promjenljiva ulazi u bazu. Podijelimo sada vodeći red sa -79/8. Ovako transformiran red množimo sa -19/24 i dodajemo na prvi red, zatim sa 151/12 i dodajemo na treći red, zatim sa 19/24 te dodajemo na četvrti red, sa -93/8 i dodajemo na peti red i na kraju sa 19285/6/29 i dodajemo na zadnji red. Nakon transformacija dobijamo tabelu:

Baza	b_i	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
y_1	71/237	1	0	-17/237	19/237	0	0	0
y_2	336/79	0	1	3/79	-8/79	0	0	0
y_5	18293/237	0	0	-104/237	-302/237	1	0	0
y_6	166/237	0	0	-220/237	-19/237	0	1	0
y_7	-2089/79	0	0	-104/79	93/79	0	0	1
	- 3695300/237	0	0	38600/237	3980/237	0	0	0

Najmanji negativni koeficijent b je -104/79 koji odgovara promjenljivoj y_7 te ova promjenljiva napušta bazu. Odredimo koja promjenljiva ulazi u bazu. Najmanji količnik je količnik koji odgovara promjenljivoj y_3 te ova promjenljiva ulazi u bazu.. Nakon transformacija dobijamo tabelu:

Baza	b_i	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7
y_1	42897/24648	1	0	0	0.016	0	0	-17/312

y_2	28677/8216	0	1	0	-0.673	0	0	3/104
y_5	86	0	0	0	-5/3	1	0	-1/3
y_6	19.36	0	0	0	-0.9103	0	1	-55/78
y_3	2089/104	0	0	1	-93/104	0	0	-79/104
	- 1937275/1027	0	0	0	- 162.4359	0	0	- 4825/139

Kako smo sada postigli da su svi koeficijenti b nenegativni, došli smo do kraja algoritma i do dozvoljenog baznog rješenja. Optimalno rješenje je:

$$y_1 = 42897/24648 = 1.7404$$

$$y_2 = 28677/8216 = 3.4904$$

$$W = -1937275/1027 = 18863.46$$

Optimalne vrijednosti dualnih promjenljivi su:

$$X_1 = -C_4 = 162.435$$

$$X_2 = 0$$

$$X_3 = 0$$

$$X_4 = 4825/39$$

$$x_5 = 0 \quad x_6 = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{3710}{31}, x_3 = \frac{3510}{31}, x_4 \approx 0.2743, x_5 = \frac{74630}{31}, x_6 = 0, x_7 = 0$$

- Treba proizvesti $x_1 = 162.435$ jedinica lijeka L1 i $x_2 = 0$ jedinica lijeka L2, $x_3 = 0$ jedinica lijeka L3, $4825/39$ jedinica lijeka L4 i 0 jedinica lijeka L5
- U skladištu će ostati 0 količinskih jedinica sirovine S_1 , i 0 količinskih jedinica sirovine S_2
- Sirovine koje će biti maksimalno istrošene su sirovine S_1 i S_2 . Promjenljive x_6 i x_7 su spregnute sa y_3 i y_4 respektivno. Maksimalno se isplati platiti $y_3 = \frac{486}{341} \approx 1.425$ novčanih jedinica za nabavku sirovine S_3 , te $y_4 = 0$ novčanih jedinica za nabavku sirovine S_4 .
- Proizvodnja je neisplativa za proizvod L_1 (jer je $x_1 = 0$ i za L_2). Minimalna cijena ovog proizvoda da bi proizvodnja bila isplativa je za $4825/29$ novčanih jedinica veća od originalne cijene, tj.