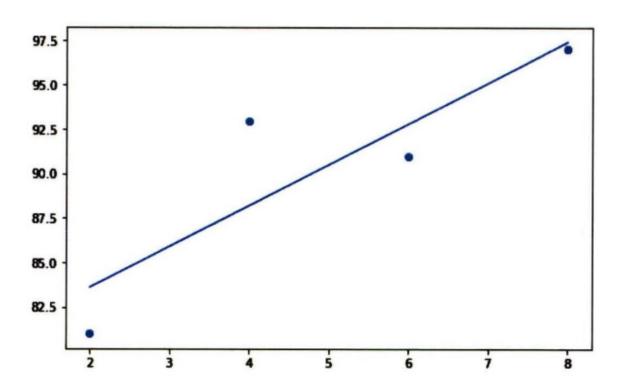
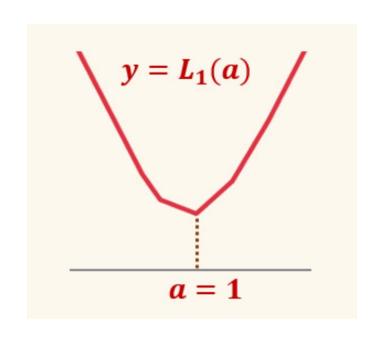
PREVIEW

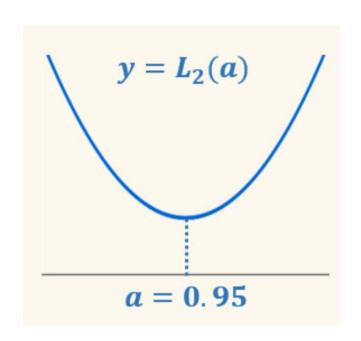
19:20-19:40	Pre-class quiz
19:40-19:50	기울기-오차 그래프의 형태가 이차곡선이 되는 이유
19:50-20:00	경사하강법
20:00-20:10	쉬는시간
20:10-20:20	에포크
20:20-20:30	다중선형회귀

기울기-오차 그래프





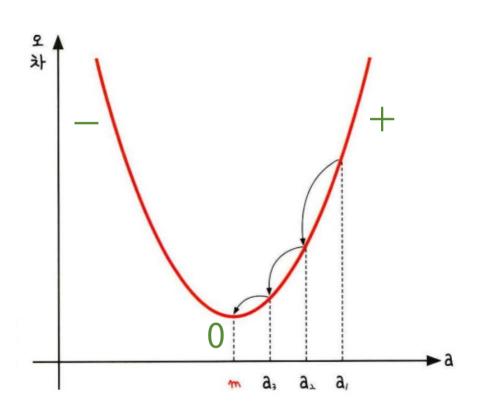
$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} |\widehat{y}_i - y_i|$$



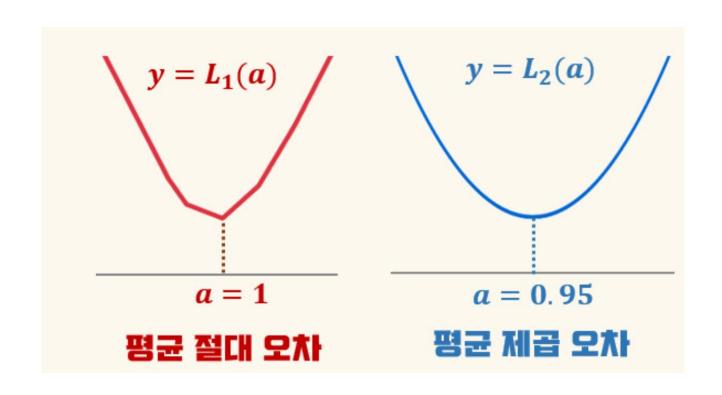
평균 제곱 오차

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}(\widehat{y}_i-y_i)^2$$

기울기-오차 그래프



순간 기울기 0 → 미분 했을 때의 값이 0





- 함수 값이 낮아지는 방향으로 독립 변수 값을 변형시켜가면서 최종적으로는 <mark>최소 함수값</mark>을 갖도록 하는 독립 변수 값을 찾는 방법이다.
- 경사 하강법은 반복적으로 기울기 a를 변화시켜서 m의 값을 찾아내는 방법을 말한다.

- 경사 하강법은 결국 '미분 값이 0인 지점'을 찾는 것이다.

- 1. a1에서 미분을 구한다.
- 2. 구해진 기울기의 반대 방향(기울기가 +면 음의 방향, -면 양의 방향)으로 얼 마간 이동시킨 a₂에서 미분을 구한다.
- 3. 위에서 구한 미분 값이 0이 아니면 위 과정을 반복한다.

- 미분계수와 근을 계산하기 어려운 함수 존재
- 컴퓨터에서 미분계수를 구현하는 과정보다 경사 하강법을 구현하는 과정이 더 쉬움

- 1. 지역 최소값(Local Minimum)에 빠지기 쉽다는 점
- 2. 안장점(Saddle point)을 벗어나지 못한다는 점

- 딥러닝에서 학습률의 값을 적절히 바꾸면서 최적의 학습률을 찾는 것은 중요한 최적화 과정 중 하나다.
- 기울기의 부호를 바꿔 이동시킬 때 얼마만큼 이동시킬지를 신중히 결정해야 하는데, 이때 이동 거리를 정해 주는 것이 바로 학습률이다.

$$x_{i+1} = x_i - ((이동 거리) \times (기울기의 부호))$$

$$x_{i+1} = x_i - \alpha \frac{df}{dx}(x_i)$$

$$x_{i+1} = x_i - \alpha \nabla(x_i)$$

$$\frac{1}{n}\sum (y_i - \widehat{y}_i)^2$$

$$\frac{1}{n}\sum (y_i - (ax_i + b))^2$$

$$\frac{2}{n}\sum (ax_i + b - y_i)x_i$$

$$\frac{2}{n}\sum_{i}(ax_i+b-y_i)$$

```
y_pred = a * x_data + b #y를 구하는 식 세우기
error = y_data - y_pred # 오차를 구하는 식
a_diff = -(2/len(x_data)) * sum(x_data * (error)) # 오차 함수를 a로 미분한 값
b_diff = - (2/len(x_data)) * sum(error) # 오차 함수를 b로 미분한 값
```

a = a - lr * a_diff # 학습률을 곱해 기존의 a값 업데이트 b = b - lr * b diff # 학습률을 곱해 기존의 b값 업데이트

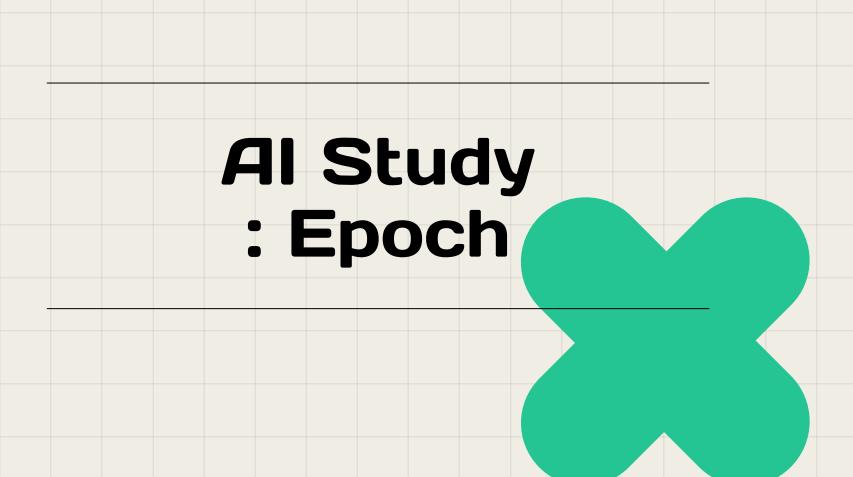


Table of contents

01

Epoch

×

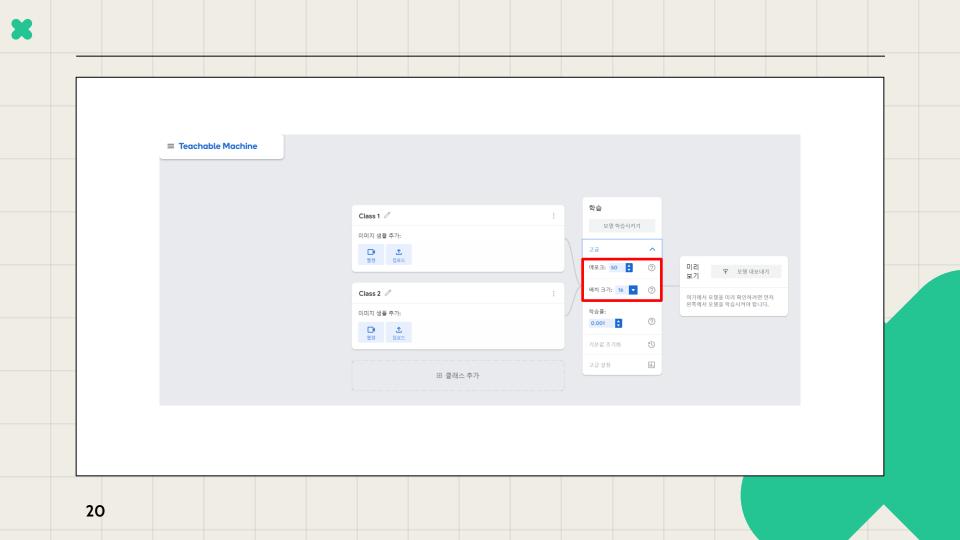
02

Batch Size

3

03

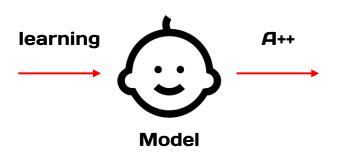
Iteration





- 1. 기울기 계산이 엄청 많이 일어남
- 2. 우리가 기계를 학습시킬 때 사용하는 데이터는 일반적으로 최소 1000만 건 이상
- 3. 이렇게 많은 데이터를 한 번에 돌리면, 아무리 좋은 컴퓨터라도 버티지 못할 것
- 4. 데이터의 크기가 너무 큰 경우, **메모리가 너무 많이 필요해지고**, 학습 한 번에 계산되어야 할 수가 너무 많아서 **계산 시간이 오래 걸림**





공부 잘하는 법

1. 반복 학습하기

Dataset 1회 학습: 1 epoch ex) 4회 학습: 4 epoch

과적합: 데이터에 너무 집중한 나머지 다른 상황에는 적용을 못함

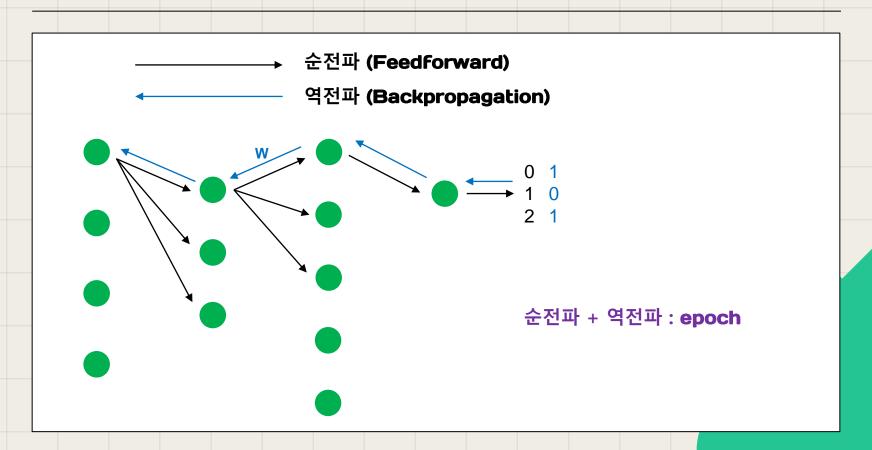
2. 나눠서 공부하기

Dataset을 n개씩 나누기: mini batch(크기 n) ex) 12개 데이터를 3개씩 나눔: 미니배치(크기 3)

여러가지 데이터를 공부함

01 **Epoch**







Dataset: 1000 전체 Dataset을 학습한 횟수 Epoch 1 Epoch 3

Batch Size



Dataset: 1000

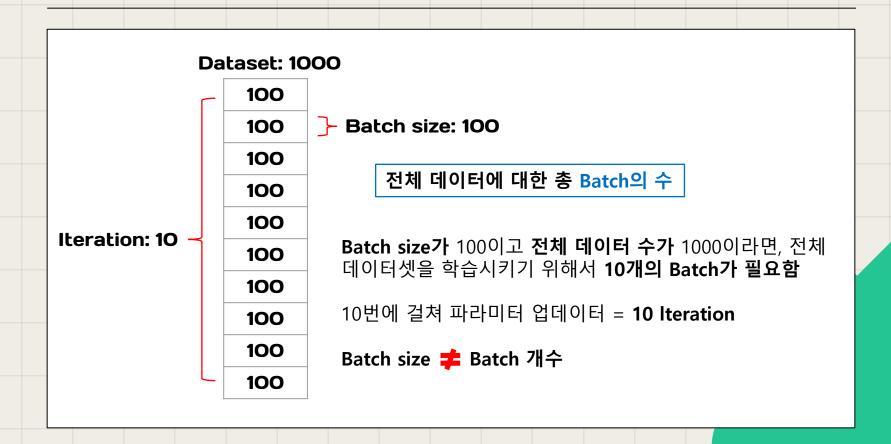
Batch size: 100

모델 학습 중 parameter를 업데이트할 때 사용할 데이터 개수

전체 데이터가 1000개이고 Batch size가 100이라면, 데이터를 100개씩 활용하여 모델을 점차 학습시켜 나가는 것

03 Iteration





Advantages & Disadvantages





※ Epoch 증가

Batch Size

장점: 정확도 증가, 데이터 수 적을 때 큰 효과

장점: 계산 속도 증가, 과적합 가능성 낮춤

단점: 과적합 위험 증가, 계산 시간 증가

단점: 데이터 수 적을 때 정확도 낮아짐

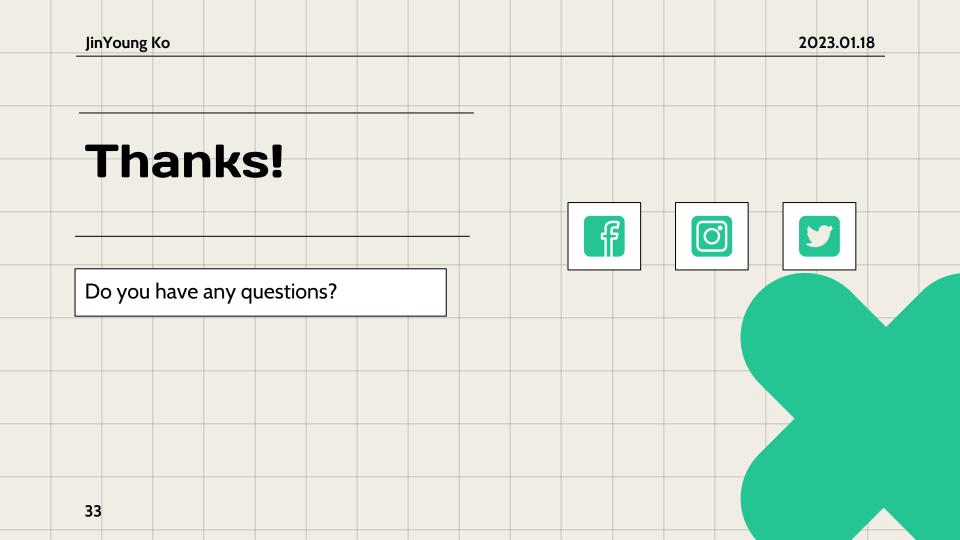
<Question>

100개의 데이터를 크기가 10인 미니배치를 만든 후, 30 에포크를 실시했다면, 총 몇 번 반복한 것인가?

> 10(미니배치) * 30(에포크) = 300번 반복 100개의 데이터를 가지고 300번 반복한 효과



```
Epoch 1992/2000
Epoch 1993/2000
Epoch 1994/2000
Epoch 1996/2000
Epoch 1997/2000
Epoch 1999/2000
Epoch 2000/2000
```



SMARCLE 2023 AI STUDY

4장: 경사하강법

2팀 - 강민서 김지율 고진영 한지원 이윤서



목차

다중 선형 회귀란

- 다중 선형 회귀에 대한 간단한 개념 설명
- 코딩으로 확인하는 다중 선형 회귀
- 텐서플로가 무엇인지 : 딥러닝은 어떤 방식으로 실행 될까
- 텐서플로에서 실행하는 선형 회귀

다중 선형 회귀란,

다중 선형 회귀는..

여러 개의 독립변수(x)를 가지고 종속변수(y)를 예측하기 위한 회귀 모형이다

- 더 정확한 예측을 위해 추가한 정보와 함께 예측값을 구하려면 변수의 개수를 늘려 다중 선형 회귀를 만들어야한다
- 독립변수들이 얼마나 영향을 주는지 알 수 있게 해주며 이를 통해 예측을 할 수 있게 한다
- 단순회귀와 마찬가지로 계수는 최소제곱법을 통해 편미분하여 계 수를 추정한다

다중 선형 회귀 분석의 식

$$y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + b$$

다중 선형 회귀 실습 코드

- 다중 선형 회귀도 단순 선형 회귀와 마찬가지로 최소제 곱법을 통해 구하므로 실습코드가 거의 비슷하다. 여기 에서 변수가 늘어났으므로 그에 따라 설정해주는 값의 개수만 달라질 뿐이다.
- 단순 선형 회귀와 마찬가지로 필요한 라이브러리들을 입포트 시켜주고 데이터 리스트를 선언하고 X1, X2, Y 리스트를 만든다.
- 그래프를 그리기 위한 코드로 3차원 그림으로 설정하고
 각 라벨을 정해주고 그래프로 표현한다

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl toolkits import mplot3d
#공부시간 X와 성적 Y의 리스트를 만듭니다.
data = [[2, 0, 81], [4, 4, 93], [6, 2, 91], [8, 3, 97]]
x1 = [i[0] \text{ for } i \text{ in data}]
x2 = [i[1] \text{ for } i \text{ in data}]
y = [i[2] \text{ for } i \text{ in data}]
#그래프로 확인해 봅니다.
ax = plt.axes(projection='3d')
ax.set_xlabel('study_hours')
ax.set_ylabel('private_class')
ax.set zlabel('Score')
ax.dist = 11
ax.scatter(x1, x2, y)
plt.show()
```

```
#리스트로 되어 있는 x와 v값을 넘파이 배열로 바꾸어 줍니다.(인텍스를 주어 하나씩 불러와 계산이 가능해 지도록 하기 위함입니다.)
x1 data = np.array(x1)
\times 2_{data} = np.array(\times 2)
y_{data} = np.array(y)
# 기울기 a와 절편 b의 값을 초기화 합니다.
a1 = 0
a2 = 0
b = 0
#학습률을 정합니다.
Ir = 0.02
#몇 번 반복될지를 설정하니다.(0부터 세므로 원하는 반복 횟수에 +1을 해 주어야 하니다.)
enochs = 2001
#경사 하강법을 시작합니다.
for i in range(epochs): # epoch 수 만큼 반복
   y_pred = a1 * x1_data + a2 * x2_data + b #y를 구하는 식을 세웁니다
  error = v_data - v_pred #오차를 구하는 식입니다.
  a1_diff = -(2/len(x1_data)) * sum(x1_data * (error)) # 오차함수를 a1로 미분한 값입니다.
   a2 diff = -(2/len(x2 data)) * sum(x2 data * (error)) # 오차함수를 a2로 미분한 값입니다.
  b_new = -(2/len(x1_data)) * sum(y_data - y_pred) # 오차함수를 b로 미분한 값입니다.
  a1 = a1 - Ir * a1_diff # 학습률을 곱해 기존의 a1값을 업데이트합니다.
  a2 = a2 - Ir * a2 diff # 학습률을 곱해 기존의 a2값을 업데이트합니다.
  b = b - Ir * b_new # 학습률을 곱해 기존의 b값을 업데이트합니다.
   if i % 100 == 0: # 100번 반복될 때마다 현재의 a1. a2. b값을 출력합니다.
      print("epoch=%.f, 기울기1=%.04f, 기울기2=%.04f, 절편=%.04f" % (i, a1, a2, b))
```

- 리스트 X와 Y값을 넘파이 배열로 바꾼다
- 기울기 값과 절편 값 초기화
- 에포크 값을 설정해준다
- 에포크 수만큼 반복문을 돌린다

실행 결과

에포크값이 높아짐에 따라 수렴하는 값을 통해 다중 선형 회귀 문제에서의 기울기 값 과 절편 값을 찾아 확인할 수 있다 epoch=0, 기울기1=18.5600, 기울기2=8.4500, 절편=3.6200 epoch=100. 기울기1=7.2994. 기울기2=4.2867. 절편=38.0427 epoch=200, 기울기1=4.5683, 기울기2=3.3451, 절편=56.7901 epoch=300. 기울기1=3.1235. 기울기2=2.8463. 절편=66.7100 epoch=400. 기울기1=2.3591, 기울기2=2.5823, 절편=71.9589 epoch=500. 기울기1=1.9546. 기울기2=2.4427. 절편=74.7362 epoch=600, 기울기1=1.7405, 기울기2=2.3688, 절편=76.2058 epoch=700, 기울기1=1.6273, 기울기2=2.3297, 절편=76.9833 epoch=800, 기울기1=1.5673, 기울기2=2.3090, 절편=77.3948 epoch=900. 기울기1=1.5356. 기울기2=2.2980. 절편=77.6125 epoch=1000, 기울기1=1.5189, 기울기2=2.2922, 절편=77.7277 epoch=1100, 기울기1=1.5100, 기울기2=2.2892, 절편=77.7886 epoch=1200, 기울기1=1.5053, 기울기2=2.2875, 절편=77.8209 epoch=1300, 기울기1=1.5028, 기울기2=2.2867, 절편=77.8380 epoch=1400, 기울기1=1.5015, 기울기2=2.2862, 절편=77.8470 epoch=1500. 기울기1=1.5008. 기울기2=2.2860. 절편=77.8518 epoch=1600, 기울기1=1.5004, 기울기2=2.2859, 절편=77.8543 epoch=1700, 기울기1=1.5002, 기울기2=2.2858, 절편=77.8556 epoch=1800. 기울기1=1.5001. 기울기2=2.2858. 절편=77.8563 epoch=1900. 기울기1=1.5001, 기울기2=2.2857, 절편=77.8567 epoch=2000. 기울기1=1.5000. 기울기2=2.2857. 절편=77.8569

```
epoch (1) loss: 21.2874 | weight1: 1.6577 | weight2: 1.7782 | bias: 0.8736
epoch (2) loss: 7.3093 |
                        weight1: 2.0118
                                           weight2 : 2.2163
                                                              bias : 1.3548
                         weight1: 2.1988
epoch (3) loss: 3.0495
                                           weight2: 2.4664
                                                              bias : 1.6194
epoch (4) loss: 1.7479
                         weight1: 2.2939
                                           weight2 : 2.6126
                                                             bias : 1.7646
epoch (5) loss: 1.3470
                         weight1: 2.3385
                                           weight2 : 2.7011
                                                             bias : 1.8440
epoch (6) loss: 1.2205
                         weight1: 2.3557
                                           weight2 : 2.7575
epoch (7) loss : 1.1779 |
                         weight1: 2.3580
                                           weight2: 2.7960
                                                             bias : 1,9099
epoch (8) loss : 1.1611 |
                        weight1: 2.3524
                                           weight2 : 2.8242
                                                             bias : 1.9218
epoch (9) loss : 1.1525 |
                         weight1: 2.3427
                                           weight2: 2.8467
                                                             bias : 1.9276
epoch (10) loss: 1.1466 | weight1: 2.3310 |
                                           weight2 : 2.8656 | bias : 1.9300
epoch (11) loss: 1.1417 |
                         weight1: 2.3184
                                            weight2: 2.8824 |
                                                              bias : 1.9306
epoch (12) loss: 1.1374 | weight1: 2.3056
                                            weight2: 2.8978
                                                               bias : 1.9302
epoch (13) loss: 1.1335 |
                          weight1: 2.2929
                                            weight2 : 2.9122 |
                                                               bias : 1.9293
epoch (14) loss: 1.1299 |
                          weight1: 2.2804
                                            weight2: 2.9258
                                                               bias : 1.9280
epoch (15) loss: 1.1265 |
                         weight1: 2.2684
                                            weight2: 2.9388
                                                               bias : 1.9266
epoch (16) loss: 1.1234
                         weight1: 2.2567
                                            weight2: 2.9513
                                                               bias : 1.9252
epoch (17) loss: 1.1205
                          weight1: 2.2455
                                            weight2: 2.9633
                                                               bias : 1.9237
epoch (18) loss: 1.1178 |
                         weight1: 2.2346
                                            weight2: 2.9749
                                                               bias : 1.9221
epoch (19) loss: 1.1153 | weight1: 2.2242
                                                              bias : 1.9206
                                            weight2: 2.9860 |
epoch (20) loss: 1.1130 | weight1: 2.2142 |
                                            weight2 : 2.9968 | bias : 1.9191
epoch (21) loss : 1.1109 |
                         weight1: 2.2046
                                            weight2: 3.0072 |
epoch (22) loss: 1.1089
                         weight1: 2.1954
                                            weight2 : 3.0172
epoch (23) loss: 1.1071
                         weight1: 2.1865
                                            weight2 : 3.0268
                                                               bias : 1.9147
epoch (24) loss: 1.1054
                          weight1: 2.1780
                                            weight2: 3.0362
                                                               bias : 1.9132
epoch (25) loss: 1.1038
                         weight1: 2.1698
                                            weight2 : 3.0452
                                                               bias : 1.9118
                                                               bias : 1.9103
epoch (26) loss: 1.1023
                         weight1: 2.1619
                                            weight2 : 3.0539
epoch (27) loss: 1.1009
                         weight1: 2.1544
                                            weight2: 3.0623 |
                                                               bias: 1.9089
epoch (28) loss: 1.0997
                         weight1: 2.1471
                                            weight2: 3.0704 |
                                                               bias : 1.9076
epoch (29) loss : 1.0985
                         weight1: 2.1402
                                            weight2: 3.0782 | bias: 1.9062
epoch (30) loss: 1.0974 |
                         weight1: 2.1335
                                            weight2: 3.0857
                                                               bias : 1.9048
epoch (31) loss: 1.0964 |
                         weight1: 2.1271
                                            weight2: 3.0930 | bias: 1.9035
epoch (32) loss: 1.0954
                         weight1: 2.1209
                                            weight2: 3.1001
                                                            | bias : 1.9022
epoch (33) loss: 1.0945
                         weight1: 2.1150
                                            weight2: 3.1069 | bias: 1.9009
epoch (34) loss: 1.0937
                         weight1: 2.1094
                                            weight2 : 3.1135 |
                                                              bias : 1.8996
epoch (35) loss: 1.0930
                         weight1: 2.1039
                                            weight2: 3.1198 |
                                                              bias : 1.8983
epoch (36) loss: 1.0923
                          weight1: 2.0987
                                            weight2: 3.1259 |
                                                               bias : 1.8971
epoch (37) loss: 1.0916
                         weight1: 2.0937
                                            weight2: 3.1319 | bias: 1.8958
epoch (38) loss: 1.0910
                                            weight2 : 3.1376 |
                                                              bias: 1.8946
                          weight1: 2.0889
epoch (39) loss: 1.0905
                                            weight2: 3.1431 | bias: 1.8934
                          weight1: 2.0843
epoch (40) loss: 1.0899 | weight1: 2.0799 | weight2: 3.1485 | bias: 1.8922
```

추가 손실값

손실값:(실제값-예측값)의 제곱

- 에포크 값마다 손실값을 구해주면 출력해줬을 때 사진과 같이 나올 수 있다
- 손실값이 3 에포크까지는 빠르게 작아지다가 이후 천천히 작아지는 것을 확 인할 수 있다
- 에포크 값이 높아지면서 점점 최적의 값으로 수렴하는 경사하강법을 채택했 기에 당연한 결과
- 가중치들과 바이어스도 어떤 값에 수렴하는 것을 위의 사진을 통해 확인할수 있다

텐서플로가 무엇인지: 딥러닝은 어떤 방식으로 실행 될까

택서플로우(TENSORFLOW): 구글(GOOGLE)에서 만든, 딥러닝 프로그램을 쉽게 구현할 수 있도록 다양한 기능을 제공해주는 라이브러리

- 텐서플로우 배우면 딥러닝할 수 있는게 아니라 그냥 딥러닝 수학계산을 조금 더 쉽게 도와주는 라이브러리일 뿐이다
- 이에 반해 직접 파이썬 쌩코딩으로 짜면 매우 코드가 길고 복잡해진다



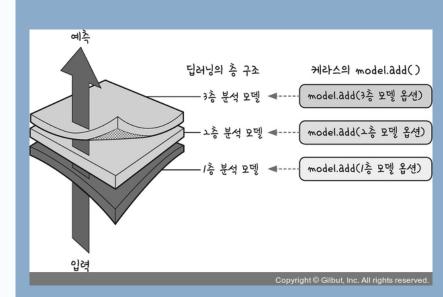
텐서플로가 무엇인지: 딥러닝은 어떤 방식으로 실행 될까

딥러닝은 여러 층이 쌓여 있는 구조

• 준비된 데이터가 입력되는 입력층에 이어 작업을 진행하는 여러 층에 이어 출력 결과 간 나오는 출력층까지 여러 개의 층이 각자 자신이 맡은 일을 하면서 앞뒤로 정보를 주고 받는다

이번 장의 목표

- 딥러닝을 실행하기 위해 텐서플로라는 라이브러리의 케라스 API를 불러 와 사용할 것이다
- 지금까지 배운 선형회귀의 개념과 딥러닝 라이브러리들이 어떻게 연결 되는지 살펴보기 위함이다
- 텐서플로 및 케라스의 사용법을 익히고 딥러닝 자체에 대한 학습에 한 걸음 더 나아가기 위함이다



머신 러닝에서 쓰이는 용어



가설함수 H(X)

하는 식 ex) y = ax + b



가중치 W

문제를 해결하기 위해 가정 변수 x에 어느 정도의 가중 치를 곱하는 지 결정하는 ex) 기울기 값 a



편향(BIAS) B

부여되는 값 차에 대한 식 ex) 절편 값 b



손실함수

데이터의 특성에 따라 따로 실제값과 예측값 사이의 오 ex) 평균 제곱 오차



옵티마이저

손실함수의 최소값을 찾는 것을 수행하는 알고리즘 ex) 경사하강법이 바로 여 러 옵티마이저 중 하나, 경 사하강법 이외의 옵티마이 저에 대해서는 9장에서 배 유다

$$y = ax + b \rightarrow H(x) = wx + b$$

텐서플로에서 실행하는 선형 회귀

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import Dense

x = np.array([2, 4, 6, 8])
y = np.array([81, 93, 91, 97])
```

- 필요한 라이브러리들을 임포트해준다
- 텐서플로에 포함된 케라스 API 중 필요한 함수들을 다음과 같이 불러온다

텐서플로에서 실행하는 선형 회귀

```
model = Sequential()
model.add(Dense(1, input_dim=1, activation='linear'))
model.compile(optimizer='sgd', loss='mse')
model.fit(x, y, epochs=2000)
```

- SEQUENTIAL() 함수를 MODEL로 선언
 - Sequential()은 딥러닝의 한 층 한 층을
 MODEL.ADD() 함수를 사용해 층을 추가시켜준다
- DENSE() 각 층의 입력과 출력을 촘촘하게 모두 연결하 라는 것
 - DENSE() 함수의 인자들을 하나 씩 살펴보자면, 첫 번째 인자는 본 실습문제의 가설함수는 H(X) = WX
 + B로 출력되는 값이 성적 하나이므로 1이라고 설정.
 - 입력될 변수도 학습시간으로 하나뿐이므로
 INPUT_DIM=1이라고 설정

- ACTIVATION은 활성화 함수를 정하는 옵션
 - 활성화 함수 : 입력된 값을 다음 층으로 넘길때 각 값을 어떻게 처리할지 결정하는 함수
 - LINEAR : 선형회귀를 다루고 있다
- MODEL.COMPILE() 함수는 앞서 만든 MODEL의 설정을 그대로 실행하라는 의미
 - OPTIMIZER='SGD', LOSS='MSE' : 경사하강법을 실행시킨다는 SGD, 손실함수로 평균제곱오차를 사용한다는 MSE로 설정
- MODEL.FIT() 몇 번을 오갈 것인지, 그리고 한 번 오갈 때 몇 개의 데이터를 사용할 것인지 정하는 함수, 에포크 값을 적어준다

텐서플로에서 실행하는 선형 회귀

```
plt.scatter(x, y)
plt.plot(x, model.predict(x), 'r') # 예측 결과를 그래프로 나타냅니다.
plt.show()

# 임의의 시간을 집어넣어 점수를 예측하는 모델을 테스트해 보겠습니다.
hour = 7
prediction = model.predict([hour])
print("%.f시간을 공부할 경우의 예상 점수는 %.02f점입니다." % (hour, prediction))
```

```
Epoch 1/2000
1/1 [=======] - 1s 114ms/step - loss: 9241.3984
... (중략) ...
Epoch 2000/2000
1/1 [======] - 0s 2ms/step - loss: 8.3022
97.5 -
95.0
92.5
90.0
87.5
85.0
82.5
```

7시간을 공부할 경우의 예상 점수는 95.12점입니다.

실행 결과