

Méthodes numériques sous Python

12 étapes vers Navier-Stokes

Saber EL AREM

ENSAM, Angers

March 5, 2023

Table des matières

- ➊ Introduction rapide à Python
- ➋ Step 1: Convection linéaire 1-D
- ➌ Step 2: 1-D Nonlinear Convection
- ➍ Step 3: 1-D Diffusion
- ➎ Étape 4 : Équation de Burgers en 1-D
- ➏ Étape 5 : Convection linéaire en 2D
- ➐ Étape 6 : Convection non linéaire en 2D
- ➑ Étape 7 : Diffusion en 2D

Objectifs du TP

Un cours *très* accéléré sur les bases de Python, couvrant largement

- 1 Bibliothèques (NumPy et Matplotlib, en particulier)
- 2 Variables
- 3 Espace
- 4 Découpage et affectation de tableaux

Convection linéaire 1-D

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

Math

- 1 Introduire l'idée d'une **grille**
- 2 Développer l'équation (la définition d'une dérivée)
- 3 Discrétiser en petits morceaux
- 4 Réorganiser pour résoudre en u_i^{n+1}
- 5 Conditions initiales et aux limites

Python

- Importation de bibliothèques, Affectation de variables
- Tracé 2D basique, Boucles for (simples)

Step 2: 1-D Nonlinear Convection

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (2)$$

Math

- 1 Introduire l'EDP non-linéaire
- 2 Développer l'équation en utilisant la définition de la dérivée
- 3 Discrétiser
- 4 Résoudre en u_i^{n+1}

CFL Condition

Un court détour sur la condition CFL, l'ordre de convergence et comment faire exploser les choses.

- Le nombre de Courant
- Explication du comportement d'explosion lorsque l'onde parcourt une distance $> dx$ pendant un temps dt

Step 3: 1-D Diffusion

1-D Diffusion

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

- 1 Introduire l'équation de diffusion
- 2 Discrétiser la dérivée du 2e ordre en utilisant le développement en série de Taylor
- 3 Discrétiser la dérivée temporelle en utilisant la définition de dérivé

Étape 4 : Équation de Burgers en 1-D

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4)$$

- 1 Introduire l'équation de Burgers
- 2 Notez qu'il s'agit d'une combinaison de diffusion et de convection non linéaire
- 3 Introduire différents C.I. et C.L. pour un comportement périodique
 - par exemple. Qu'est-ce que u_{i+1}^n signifie à la fin du transparent ?

- Présentation de Sympy
 - Jolie impression
 - Résolution symbolique des dérivées
 - Utilisation de Lambdify pour rendre les solutions "accessibles" à Numpy
- Matplotlib
 - Tracer plusieurs lignes par figure
 - Définition des styles de ligne
 - Légendes

Opérations sur les tableaux

Une autre brève introduction à la gestion des calculs avec des opérations (spécifiques) de tableau au lieu d'itérer sur l'ensemble du tableau.

- Opérations sur les tableaux, découpage et copie
- Remarque sur l'utilisation de %%timeit— fonction magique pour comparer les performances

Étape 5 : Convection linéaire en 2D

Math

- 1 Introduction à la grille 2D
- 2 Extension des règles de discrétisation actuelles en terrain plat 2D
- 3 Discrétiser l'équation 2D et résoudre

Python

- 1 meshgrid (grille de maillage)
- 2 Axes3D
- 3 tracés surf et wireframe
- 4 Démonstration que les résultats de boucles for imbriquées et les résultats des opérations (spécifiques) sur les tableaux sont les mêmes

Math

- Introduction des EDP couplées
- Discrétisation de deux équations
- Résolution pour trouver $u_{i,j}^{n+1}$ et $v_{i,j}^{n+1}$

Math

- 1 Introduction à l'équation de diffusion en 2D
- 2 Discrétisation d'équation, etc...

Rien de nouveau, bien que les fonctions soient utilisées pour afficher les résultats (devrait probablement passer à jsanim)