Gauss Eliminasyon

Üst üçgensel Matris

$$\begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$ formatına dönüştür

Gauss-Jordan

Gauss Eliminasyon → Birim matris

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Gauss-Seidal

İteratif yöntem

$$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = \frac{b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3}{a_{11}}$$

$$x_2 = \frac{b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3}{a_{22}}$$

$$x_3 = \frac{b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2}{a_{33}}$$

Cramer

Delta ile hesap

$\Delta = |A| \qquad \Delta_i = |A_i|$

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{31} \\ b_2 & a_{22} & a_{32} \\ b_3 & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} = \Delta_i}{|A| = \Delta}$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{31} \\ a_{12} & b_2 & a_{32} \\ a_{13} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix}}{|A|}$$

Ters Matris

$X = B \cdot A^{-1}$

$A^{-1} A \cdot X = B \cdot A^{-1}$

$$A^{-1} = \frac{Adj(A)}{|A|} \quad Adj(A) \to \text{kofaktör}^T$$

Ters Matris Hesaplama

Adjoint hesaplama = her elemanın kofaktörünü yazıp devriğini alma

$$Adj(A) = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdot & \\ C_{12} & \vdots & \vdots \\ \vdots & & \end{bmatrix}^t$$

Kofaktör hesaplama:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \qquad C_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{32} \\ a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}$$

1. satır
1. sütun çıkar

LU Ayrışımı

$A = L \cdot U$

$L \cdot \underbrace{U \cdot X}_{Z} = B$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{12} & 1 & 0 \\ l_{13} & l_{23} & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} \\ 0 & u_{22} & u_{23} \\ 0 & 0 & u_{33} \end{bmatrix}$$

Hepsi için:

a_{11} → 1. satır, 1. sütun

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\begin{matrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{3n}x_n = b_3 \end{matrix}}_{\text{bunun üzerinden açıklama}}$$

Aitken

$$\underset{\text{iyileştirilmiş}}{x_i^{(k)}} = x_i^{(k)} - \frac{\left(x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}\right)^2}{x_i^{(k)} - 2x_i^{(k-1)} + x_i^{(k-2)}}$$

k = it. sayısı

Jacobi İterasyonu

1. Her sutundaki mutlak değerce en büyük köşegene getir. Sutunlar yer değiştiremez. Satırları yer değiştir. (Bunları değiştirirken b sonuç satırınıda değiştirmeyi unutma!)
2. Tüm denklemlei yazıp 1. denklem x_1, 2. denk. x_2, 3. denk. x_3'ü yalnız bırak
3. $\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$ yapıp çöz. (Yada soruda verilir)

Ör:
$10x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 23$
$2x_1 - 10x_2 + 3x_3 = -9$
$-x_1 - x_2 + 5x_3 = 12$

hepsi olması gereken yerde

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 2 & 3 \\ 2 & -10 & 3 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$x_1 = \frac{23 - 2x_2 - 3x_3}{10} \qquad x_2 = \frac{-9 - 3x_3 - 2x_1}{-10} \qquad x_3 = \frac{12 + x_1 + x_2}{5}$$

$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} = \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$ için

$\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} = \begin{matrix} 2,3 \\ 0.9 \\ 2.4 \end{matrix}$
⋮

$$\max \left| \frac{x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}}{x} \right|$$ Yakınsaklık kriteri

$$x_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^{k-1} + c_i$$

Yarılama

$x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0 \quad [0,1]$ arası kök bul

$f(0) = -6$
$f(1) = 2$
$\}$ $f(0) \cdot f(1) < 0$ kesin kök var

$x_1 = \frac{0+1}{2} = 0,5$ $\quad f(1) \cdot f(0,5) < 0$ kök var

$f(0,5) = -0,625$

$x_2 = \frac{0,5+1}{2} = 0,75$ $\quad f(0,75) \cdot f(0,5) < 0$ kök var

$f(0,75) = 0,984$

$\varepsilon = 0,05$ hata derse

$\Rightarrow |x_1 - x_0| \leq$ Hata

$\Rightarrow \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| <$ Hata $\}$ Bağıl hata

Chio

$$\det A = \frac{1}{a_{11}^{(n-2)}} \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix} & \cdots & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{2n} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix} & \vdots & & \vdots \\ \vdots & & & \\ \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{n1} & a_{n2} \end{vmatrix} & \cdots & & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{n1} & a_{nn} \end{vmatrix} \end{vmatrix}_{n-1 \times n-1}$$