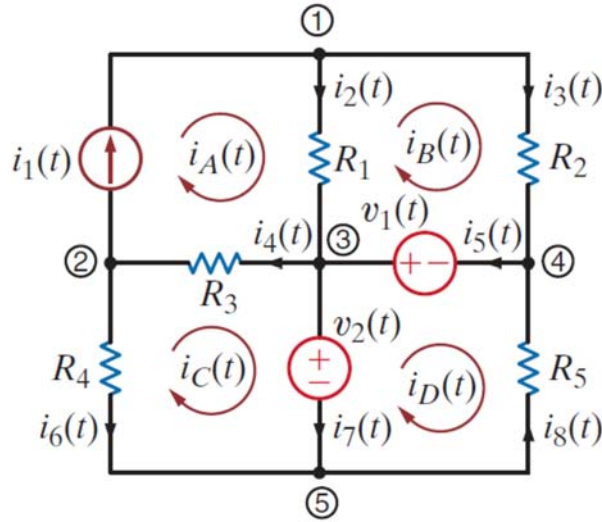


DEVRE ANALİZİ

Hafta 8-9

Çevre Analizi

Çevre analizinde devredeki çevre akımlarını belirlemek için KGY kullanılır. Bu akımlar belirlendikten sonra devredeki herhangi bir gerilimi bulmak için Ohm kanunu kullanılır. Dal sayısı B ve düğüm sayısı N olan herhangi bir devrede $B - N + 1$ adet doğrusal olarak bağımsız KGY denklemi yazılabilmektedir. Aşağıdaki devrede 8 dal ve 5 düğüm bulunmaktadır. Dolayısıyla devredeki tüm akımları belirlemek için gerekli olan doğrusal olarak bağımsız KGY denklemlerinin sayısı $B - N + 1 = 8 - 5 + 1 = 4$ olur.



Dal akımları şu şekilde ifade edilir:

$$i_1(t) = i_A(t)$$

$$i_2(t) = i_A(t) - i_B(t)$$

$$i_3(t) = i_B(t)$$

$$i_4(t) = i_A(t) - i_C(t)$$

$$i_5(t) = i_B(t) - i_D(t)$$

$$i_6(t) = -i_C(t)$$

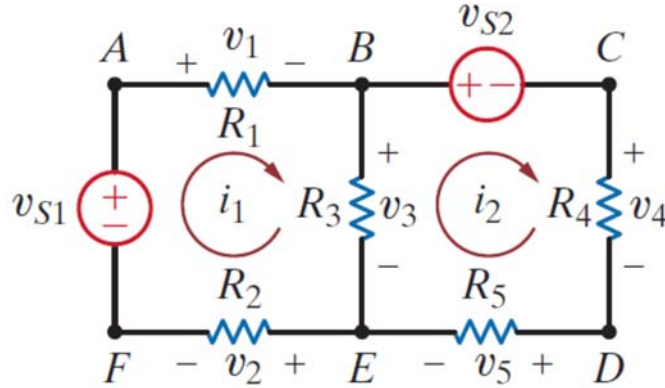
$$i_7(t) = i_C(t) - i_D(t)$$

$$i_8(t) = -i_D(t)$$

Buradan da görüldüğü üzere N adet bağımsız çevre olan devreyi tanımlamak için N adet bağımsız denkleme ihtiyaç bulunmaktadır.

Sadece Bağımsız Gerilim Kaynakları İçeren Devreler

Aşağıdaki devre ele alındığında 7 dal ve 6 düğüm olduğu görülmektedir. Buna göre $B - N + 1 = 7 - 6 + 1 = 2$ adet bağımsız KGY denklemine ihtiyaç vardır. Bu iki denklem A-B-E-F ve B-C-D-E bağımsız çevrelerinden elde edilebilir. Daha sonra çevre akımları olarak adlandırılan bir dizi değişken tanımlayarak devrenin gerçek akımlarını bulma işlemi kolaylaştırılır.



Devredeki çevre akımlarının yönü kabule dayanmaktadır. Eğer kabul edilen akımların gerçek yönü farklı ise düğüm analizinde olduğu gibi hesaplanan değerler negatif çıkar.

İlk çevreye KGY uygulandığında

$$v_1 + v_2 + v_3 - v_{S1} = 0$$

elde edilir. İkinci çevre için KGY yazıldığında ise

$$+v_{S2} + v_4 + v_5 - v_3 = 0$$

elde edilir. Burada

$$v_1 = i_1 R_1$$

$$v_2 = i_1 R_2$$

$$v_3 = (i_1 - i_2) R_3$$

$$v_4 = i_2 R_4$$

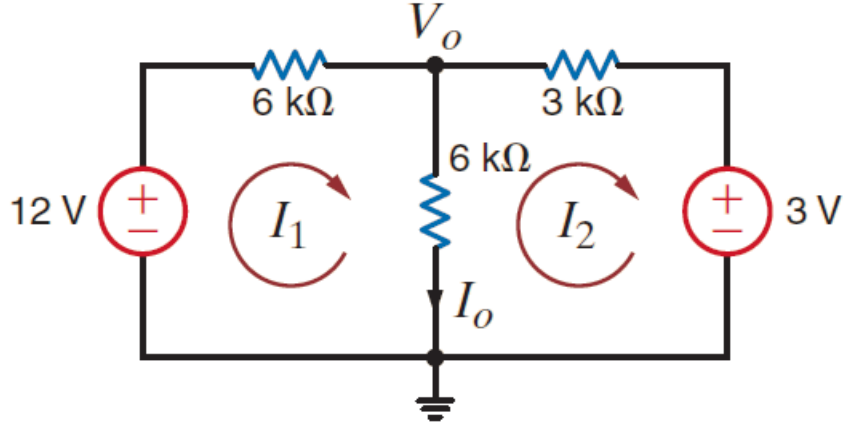
$$v_5 = i_2 R_5$$

şeklindedir.

Denklemler matris formunda yazıldığında aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_3 + R_4 + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{S1} \\ -v_{S2} \end{bmatrix}$$

Örnek: Aşağıdaki devrede I_o akımını çevre analizi yöntemi ile bulunuz.



$$-12V + 6kI_1 + 6k(I_1 - I_2) = 0$$

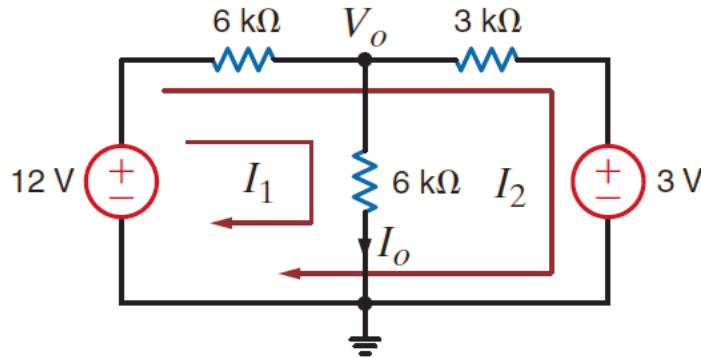
$$6k(I_2 - I_1) + 3kI_2 + 3V = 0$$

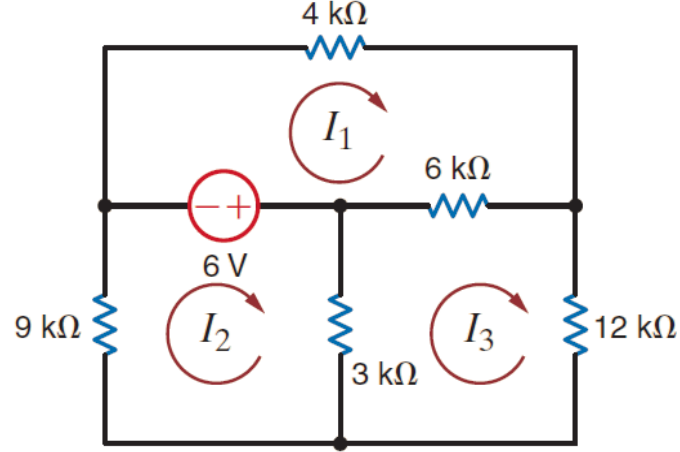
Bu denklem çözüldüğünde $I_1 = \frac{5}{4}mA$, $I_2 = \frac{1}{2}mA$ bulunur.

$$I_o = I_1 - I_2$$

$$I_o = \frac{3}{4}mA \text{ bulunur.}$$

Aynı devrede kabul edilen akım yönleri aşağıdaki gibi tercih edilseydi, $I_o = I_1$ olmak üzere yine aynı sonuç elde edilmiş olurdu. Çevre akımlarının gerçek akımları bulmak için kabul edilen yollar olduğu unutulmamalıdır.





Yukarıdaki devre için göz denklemleri yazıldığında:

$$(4k + 6k)I_1 - (0)I_2 - (6k)I_3 = -6$$

$$-(0)I_1 - (9k + 3k)I_2 - (3k)I_3 = 6$$

$$(-6k)I_1 - (3k)I_2 + (3k + 6k + 12k)I_3 = -0$$

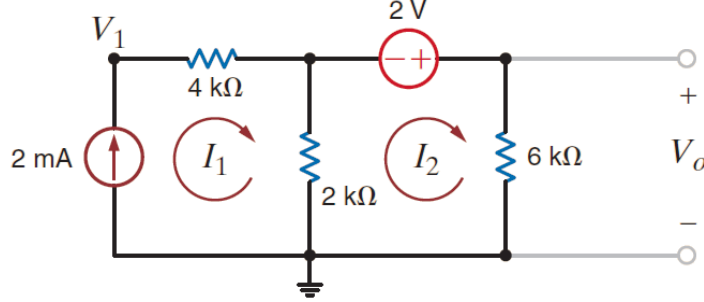
Bu denklemler matris formunda ifade edildiğinde:

$$\begin{bmatrix} 10k & 0 & -6k \\ 0 & 12k & -3k \\ -6k & -3k & 21k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

doğrusal denklem sistemi elde edilmiş olur. Burada yine katsayılar matrisinin simetrik yapıda olduğuna dikkat ediniz.

Bağımsız Akım Kaynakları İçeren Devreler

Düğüm analizi yapılırken gerilim kaynaklarının olması analizi kolaylaştırdığı gibi, çevre analizi yapılırken de devredeki akım kaynakları analizi kolaylaştırır. Aşağıdaki devrede I_1 akımı $2mA$ olduğu için yalnız ikinci göze ait denklem çözülerek V_o gerilimi hesaplanabilir.



$$-2k(I_1) + 8kI_2 = 2V$$

$I_1 = 2mA$ yerine yazıldığında $I_2 = \frac{3}{4}mA$ olarak bulunur.

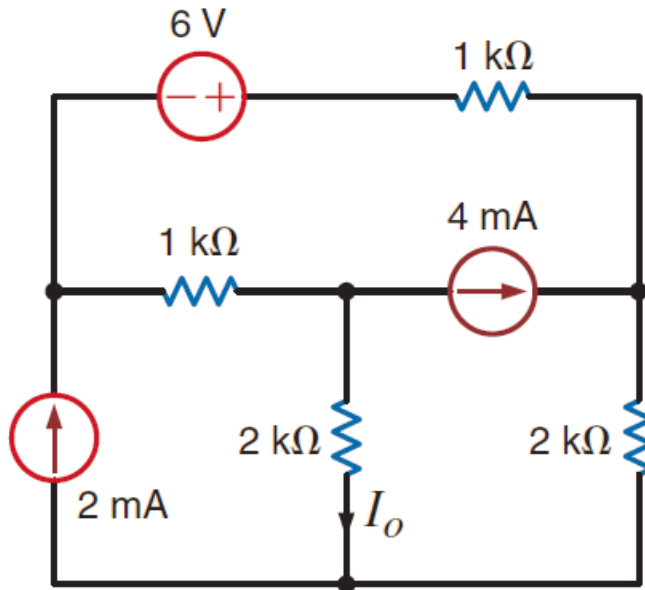
$$V_o = 6kI_2 = \frac{9}{2}V \text{ bulunur.}$$

Bu devrede V_1 gerilimini elde etmek için herhangi bir kapalı yol için KGY uygulanabilir. Bu yol dış çevreden seçilirse:

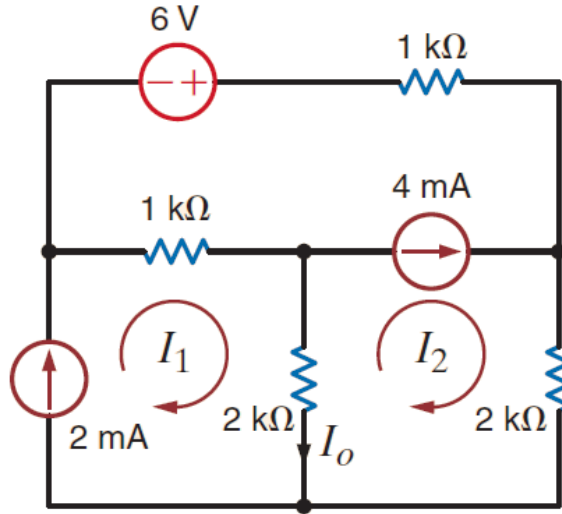
$$V_1 + 4kI_1 - 2V + 6kI_2 = 0$$

eşitliğinde bilinenler yerine yazıldığında, $V_1 = \frac{21}{2}V$ olarak hesaplanır.

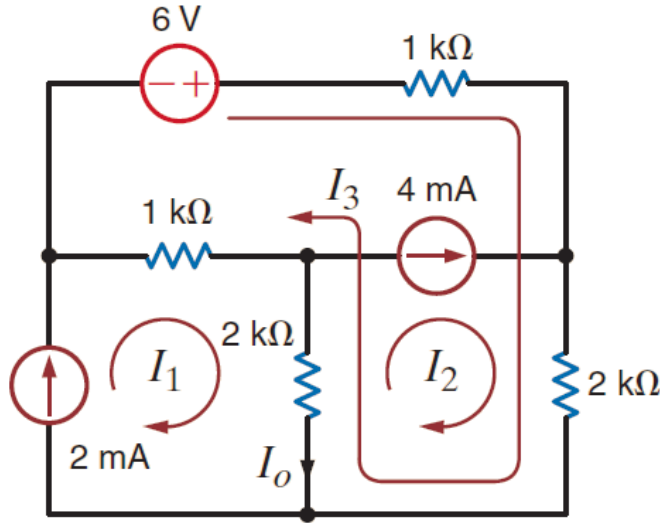
Örnek: Aşağıdaki devrede I_o akımını bulunuz.



Çözüm yapılırken öncelikle akımların belirlenmesi gerekmektedir. Her bir akım kaynağından yalnız bir akımın geçmesi durumunda analiz kolaylaşacağı için I_1 ve I_2 akımlarını aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi seçmek akıllıca olacaktır.



Yukarıdaki göz denklemleri yazılırken dikkat edilmesi gereken husus I_3 akımının hiçbir akım kaynağından geçmeyecek şekilde seçilmesi gerekliliğidir. Bu durumda akımın izleyeceği yol aşağıda gösterilmiştir.



$$I_1 = 2mA$$

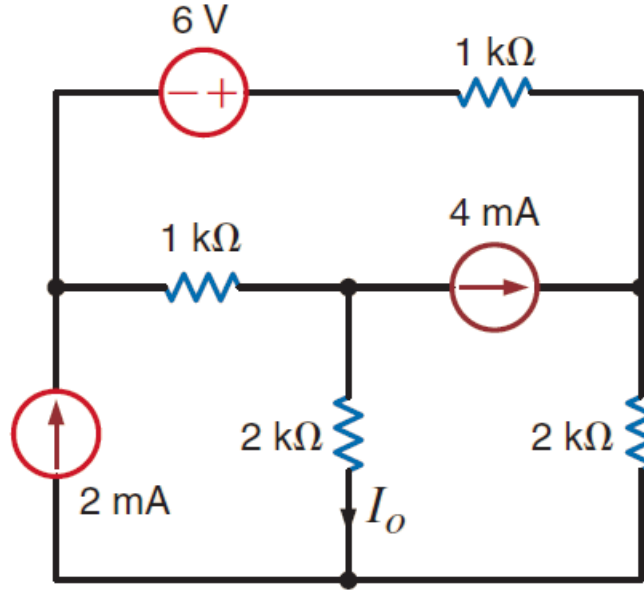
$$I_2 = 4mA$$

$$-6V + 1kI_3 + 2k(I_2 + I_3) + 2k(-I_1 + I_2 + I_3) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$

Burada bilinenler yerine yazıldığında $I_3 = -\frac{2}{3}mA$ bulunur. $I_o = -\frac{4}{3}$ elde edilmiş olur.

Süper Göz Yöntemi

Aşağıdaki devre çözülürken daha önce gösterilen çözümden farklı olarak 4mA'lık akım kaynağı iki akımın toplamı veya farkı cinsinden ifade edilir.



Bu akım kaynağının gerilimi bilinmediği için bu gerilim V_x olarak akım kaynağının yönü dikkate alınarak tanımlanır. Bu durum sol aşağıdaki şekilde gösterilmiştir. Bu devre için ikinci ve üçüncü göz denklemleri yazılıp toplandığında V_x teriminin elendiği görülür.

$$I_1 = 2mA$$

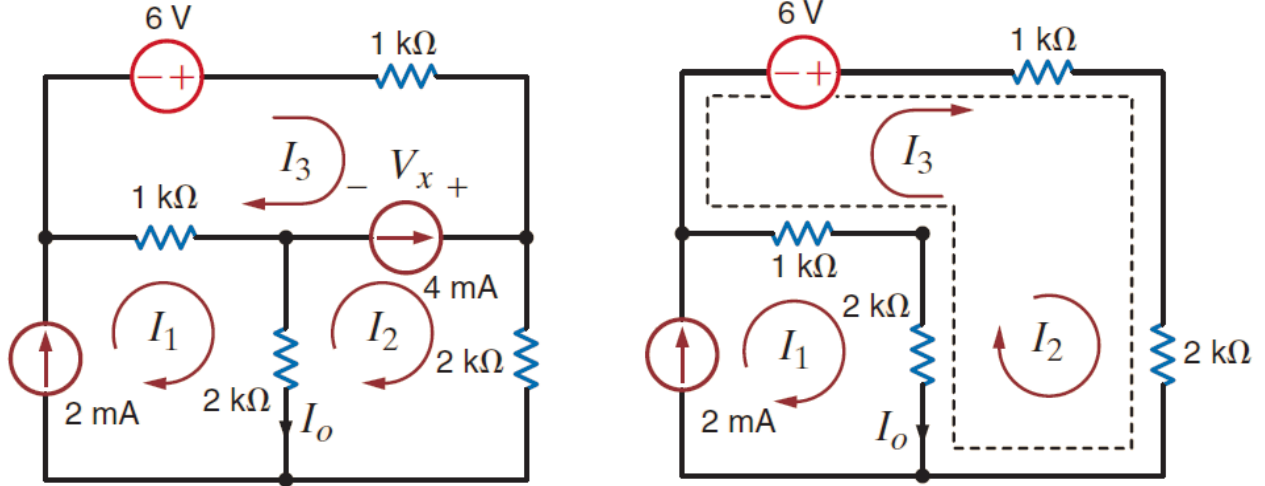
$$I_2 - I_3 = 4mA$$

$$2kI_2 + 2k(I_2 - I_1) - V_x = 0$$

$$-6V + 1kI_3 + V_x + 1k(I_3 - I_1) = 0$$

Son iki denklemin toplamı

$$-6V + 1kI_3 + 2kI_2 + 2k(I_2 - I_1) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$



Süper göz yaklaşımının amacı bilinmeyen V_x teriminden kurtulmaktır. Süper göz sağ yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi 4mA'lık kaynak devreden çıkarılarak oluşturulur. Daha sonra süper gözü oluşturan ve kesikli çizgi ile gösterilmiş yol üzerinde, sol üstteki şekildeki akımlar kullanılarak KGY denkleminin yazılmasıyla aynı denklem elde edilmiş olur.

$$-6V + 1kI_3 + 2kI_2 + 2k(I_2 - I_1) + 1k(I_3 - I_1) = 0$$

Bağımsız Akım Kaynakları İçeren Devreler

Bağımlı kaynak içeren devreler yine daha önce anlatılan yöntemlerle analiz edilmektedir. Bunun için ilk olarak KGY denklemlerini yazarken bağımlı kaynakları sanki bağımsız kaynaklarmış gibi varsayarak, daha sonra bağımlı kaynaklar için kontrol denklemleri yazılır. Düğüm gerilimlerinde olduğu gibi çevre analizinde de bağımlı kaynaklı devreler söz konusu olduğunda doğrusal denklem sisteminin simetrisi bozulmaktadır.

Çevre Analizi İçin Problem Çözme Yolu

1. Devredeki bağımsız çevre sayısını belirleyin. Her bağımsız çevre için bir çevre akımı tanımlayın. N gözlü devrede N adet bağımsız çevre denklemleri yazılmalıdır.

Eğer devrede akım kaynakları varsa iki teknikten biri uygulanır. Birinci çözümde her bir akım kaynağından yalnız bir çevre akımı geçecek şekilde çevre akımları belirlenir. Diğer çevre akımları akım kaynakları açık devre edilerek elde edilen yeni devre üzerinden tanımlanır (akım kaynağından geçmeyecek bir yol belirlenir). İkinci durumda ise devredeki her göz için bir akım belirlenir.

2. KAY yardımıyla bağımlı veya bağımsız devredeki her bir akım kaynağının akımını, tanımlanan çevre akımları cinsinden yazın. Kısıtlayıcı denklem olarak adlandırılan bu denklemlerin her biri, çözüm için gerekli olan N adet doğrusal bağımsız denklemlerden

biridir. Ayrıca her bağımlı kaynağın kontrol parametresini çevre akımları cinsinden ifade edin.

3. KGY yardımıyla geriye kalan doğrusal bağımsız denklemleri yazın. KGY denklemlerini yazarken bağımlı kaynak gerilimlerini bağımsız kaynak gerilimleriymiş gibi ele alın. Her bir bağımlı gerilim kaynağının kontrol değişkenini (bağımlılığını) çevre akımları cinsinden ifade edin.

Kaynaklar

1. Temel Mühendislik Devre Analizi, J. David Irwin, R Mark Nelms, Nobel Yayınevi