

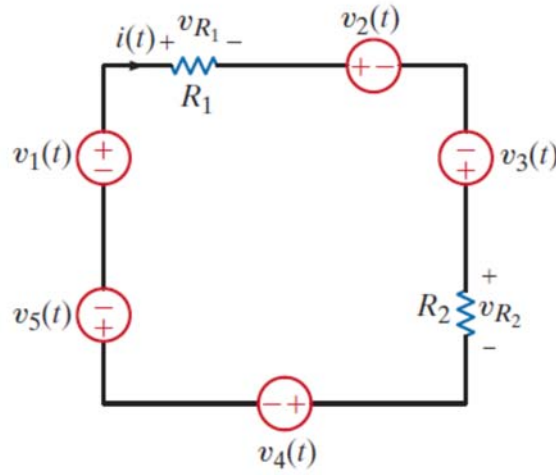
DEVRE ANALİZİ

Hafta 4

Omik (Rezistif) Devreler (devamı)

Çok Kaynaklı-Dirençli Devreler

Bu kısımda analiz edilecek devrelerde birden çok gerilim kaynağı ve direnç içeren devreler ele alınacaktır. Aşağıdaki şekildeki devrede akımın saat yönünde aktığı kabul edilerek $i(t)$ akımının yönü belirlenmiştir. Ancak akımın gerçek yönü, devredeki gerilim kaynaklarının değerlerine bağlıdır.



Bu devre için KGY uygulanırsa:

$$v_{R1} + v_2 - v_3 + v_{R2} + v_4 + v_5 - v_1 = 0$$

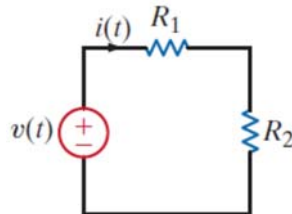
şeklinde ifade edilir veya Ohm kanunu kullanılarak

$$(R_1 + R_2)i(t) = v_1(t) - v_2(t) + v_3(t) - v_4(t) - v_5(t)$$

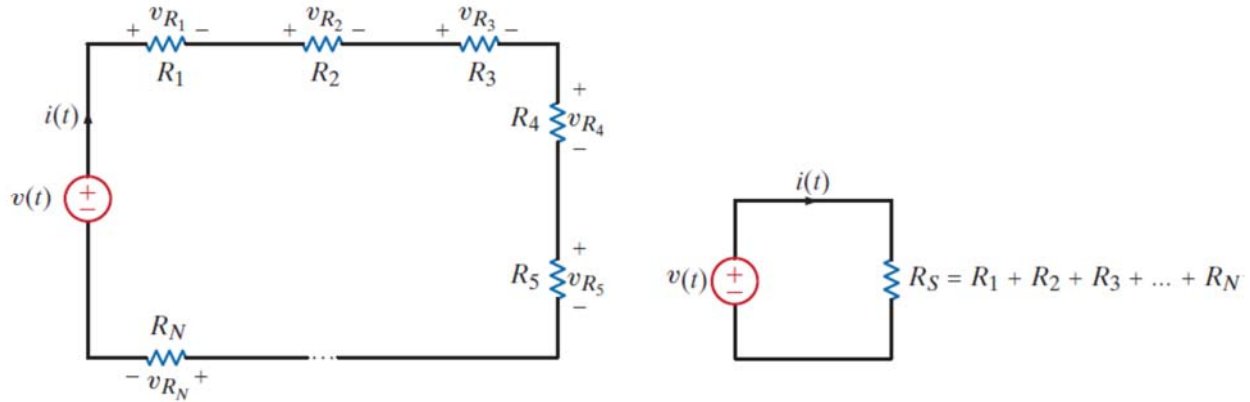
elde edilir. Bu ifadeler gerilim değerleri toplanarak

$$(R_1 + R_2)i(t) = v(t)$$

Şeklinde yazılabilir. Bu durumda elde edilen devre aşağıda verildiği gibi olur. Bu durumda seri bağlı gerilim kaynaklarının değeri, tüm kaynakların cebirsel toplamına eşit tek bir kaynak ile temsil edilebileceği sonucu ortaya çıkmış olur.



Benzer şekilde N tane direncin seri bağı olduğu devrede eş değeri direncin aşağıdaki gibi ifade edilebildiği daha önce ifade edilmişti:



$$\begin{aligned} v(t) &= v_{R1} + v_{R2} + v_{R3} + \dots + v_{RN} \\ &= R_1 i(t) + R_2 i(t) + R_3 i(t) + \dots + R_N i(t) \end{aligned}$$

Sonuç olarak

$$v(t) = R_S i(t)$$

Burada

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N$$

olmak üzere, devredeki herhangi bir R_i direncinin üzerinde düşen gerilim

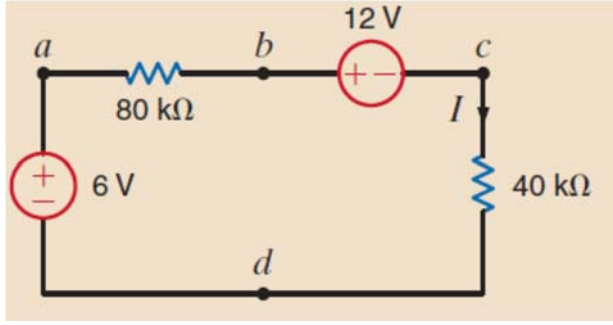
$$v_{R_i} = \frac{R_i}{R_S} v(t)$$

olur.

Tek Gözlü(Çevreli) Devreler İçin Problem Çözme Yolu

1. Bir $i(t)$ akımı tanımlayın. KAY'den biliyoruz ki tek çevreye sahip devrelerde sadece bir tek akım vardır. Bu akım çevrede saat yönünde veya satin tersi yönde akabilir.
2. Ohm yasasını kullanarak, tanımlanan akımdan hareket ile her bir direnç üzerindeki gerilimi tanımlayın.
3. Tek çevreli devreye KGY'yi uygulayın.
4. Akım $i(t)$ için elde edilen tek KGY denklemini çözünüz. Eğer $i(t)$ pozitif ise akım kabul edilen yönde, aksi halde kabul edilen yönün tersine akmaktadır.

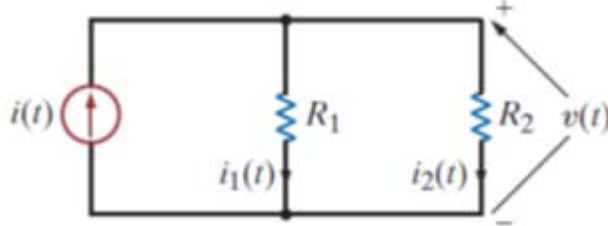
Örnek: Aşağıdaki devrede I akımını ve V_{bd} gerilimini bulunuz.



Akım Bölme

Eğer tek düğüm çiftine sahip bir devrede her bir çevre için KGY uygulanırsa tüm devre elemanları üzerinde aynı gerilimin olduğu görülür. Bu durumdaki elemanların paralel bağlandığı söylenir. Bununla birlikte, bu devredeki bilinmeyen akım ve gerilimleri bulmak için Kirşof akım yasası ve ohm kanunu uygulanacaktır.

Tek çevreli devrelerde izlenilen yöntemle benzer bir şekilde en basit durum için analiz gerçekleştirecek ve daha sonra genelleştirme yapılacaktır. Aşağıdaki devrede iki direnç ile paralel bağlanmış bir bağımsız akım kaynağı vardır.



Devredeki tüm elemanlar birbirine paralel bağlı olduğu için her bir elemanın üzerinde $v(t)$ gerilimi vardır. Ayrıca $i(t)$ akımının üstteki düğüme girdiği, $i_1(t)$ ve $i_2(t)$ akımlarının ise aynı düğümden çıktığı görülmektedir. KAY'a göre giren akımların toplamı çıkan akımların toplamına eşit olduğuna göre cevaplanması gereken soru $i_1(t)$ ve $i_2(t)$ akımlarının $i(t)$ akımına nasıl bölüştüğüdür. KAY'a göre

$$i(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

Buradan Ohm kanunu kullanılarak

$$i(t) = \frac{v(t)}{R_1} + \frac{v(t)}{R_2}$$

$$= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v(t)$$

$$= \frac{v(t)}{R_p}$$

elde edilir. Bu eşitlikte R_p değer eşdeğer direnci temsil eder ve $\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ şeklinde hesaplanır.

Kaynaktan gelen $i(t)$ akımının iki dal arasında paylaşılması **akım bölme** olarak adlandırılır. Buna göre akım bölmenin kuralına göre akımlar aşağıdaki şekilde hesaplanır.

$$v(t) = R_p i(t)$$

$$= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i(t)$$

olduğundan

$$i_1(t) = \frac{v(t)}{R_1}$$

$$i_1(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i(t)$$

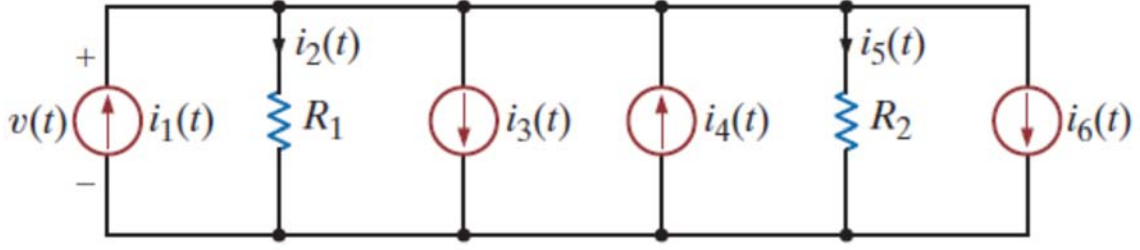
$$i_2(t) = \frac{v(t)}{R_2}$$

$$i_2(t) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i(t)$$

olarak ifade edilebilir.

Çok Kaynaklı-Dirençli Devreler

Bu kısımda paralel olarak bağlanmış birden çok sayıda kaynak ve dirençlerin olduğu devreler incelenecektir. Aşağıdaki devrede üst taraftaki düğümün alt taraftaki düğüme göre pozitif olduğu varsayalım.



Bu durumda devreye KAY uygulanırsa

$$-i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) + i_6(t) = 0$$

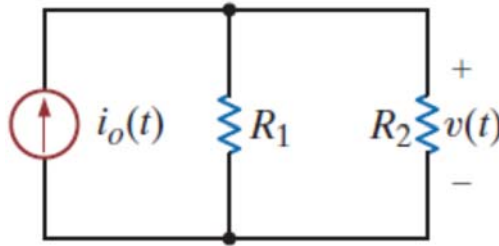
veya

$$i_2(t) + i_5(t) = i_1(t) - i_3(t) + i_4(t) - i_6(t)$$

Denklemin sağ tarafın cebirsel toplanarak sonuç tek bir eşdeğer kaynak olarak değerlendirilebilir.

$$i_o(t) = i_1(t) - i_3(t) + i_4(t) - i_6(t)$$

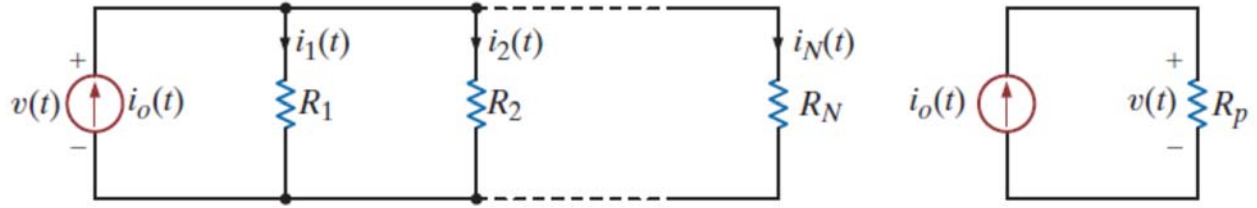
Bu durumda elde edilen eşdeğer devre aşağıda verilmiştir.



$$i_o(t) = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) v(t)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Benzer şekilde N tane paralel direnç içeren devreye KAY uygulanırsa, eşdeğer kaynak ve eşdeğer direnç ile devre aşağıdaki şekilde gösterilebilir.



$$i_o(t) = i_1(t) + i_2(t) + \dots + i_N(t)$$

$$= \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) v(t)$$

veya

$$i_o(t) = \frac{v(t)}{R_p}$$

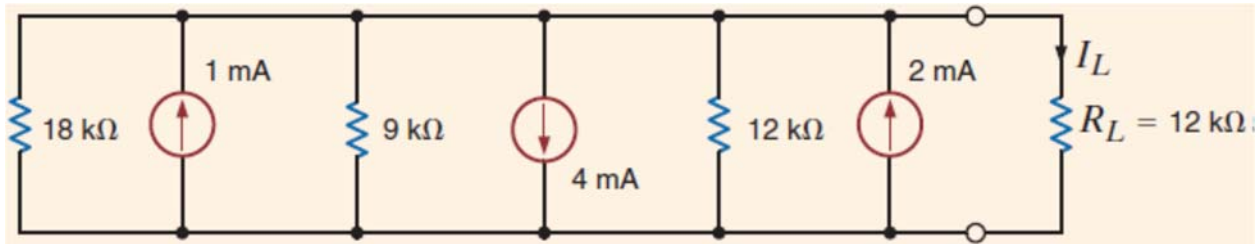
Yazılabilir. Buradaki R_p ise aşağıdaki bağıntı ile ifade edilir:

$$\frac{1}{R_p} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{R_i}$$

İki Düğümlü Devreler İçin Problem Çözme Yolu

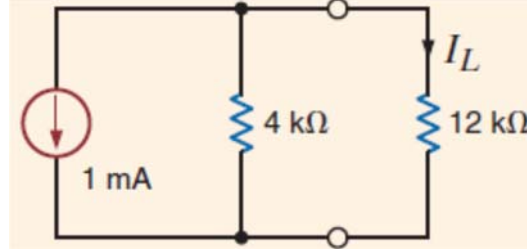
1. Devredeki iki düğüm arasındaki gerilimi $v(t)$ olarak tanımlayın. KGY'den biliyoruz ki iki düğümlü devrelerde yalnızca bir gerilim vardır. Düğümlerden birini referans alıp, diğeri o düğümüne göre daha yüksek potansiyele sahip olacak şekilde polarite seçimi yapın.
2. Ohm kanununu kullanarak her bir dirençten geçen akımı, tanımladığınız gerilim cinsinden ifade edin.
3. Düğümlerden birine KAY'ı uygulayın.
4. KAY denklemini çözerek $v(t)$ 'yi bulun. Eğer $v(t)$ pozitif bulunursa referans düğüm 1. Adımda varsayıldığı gibi diğerine göre daha düşük potansiyele sahiptir. Aksi halde referans düğüm diğer düğümden daha yüksek potansiyele sahiptir.

Örnek: Aşağıdaki devrede $12\text{k}\Omega$ 'luk dirençten geçen akımı bulunuz.



$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{18k} + \frac{1}{9k} + \frac{1}{12k}$$

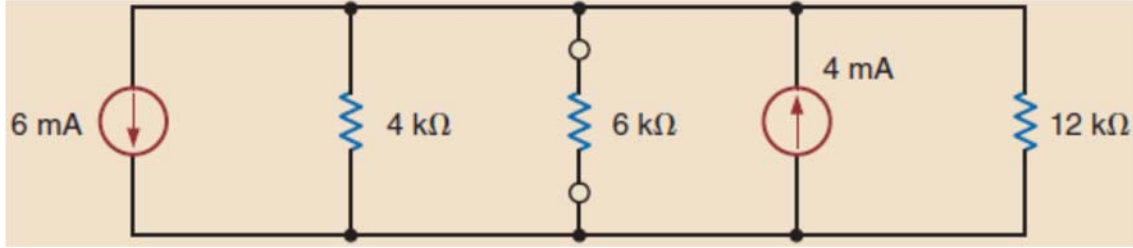
$$R_p = 4k\Omega$$



$$I_L = -\left(\frac{4k}{4k + 12k}\right)(1mA)$$

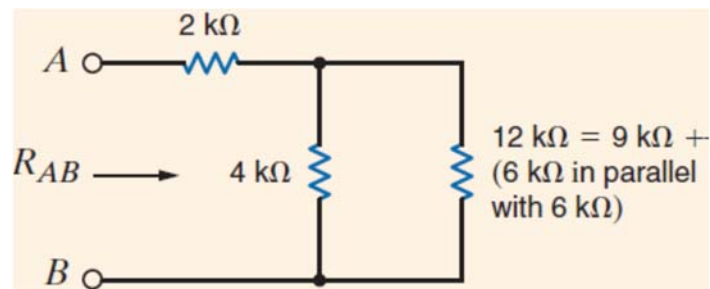
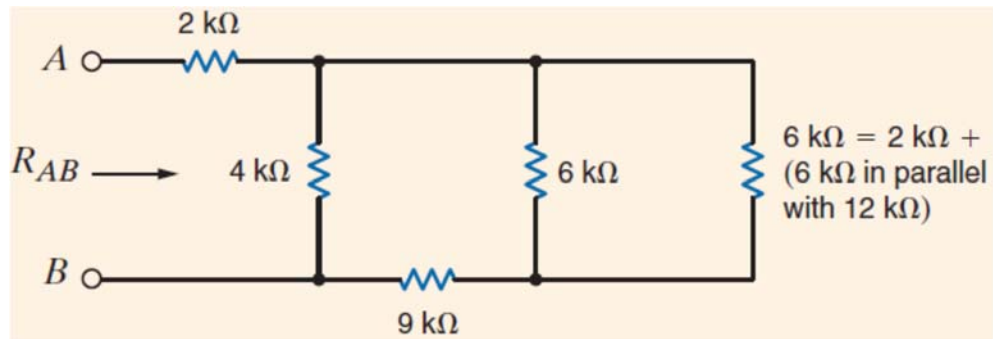
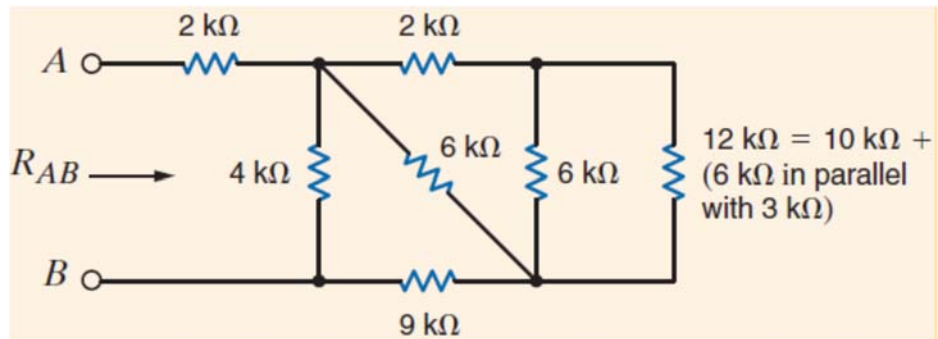
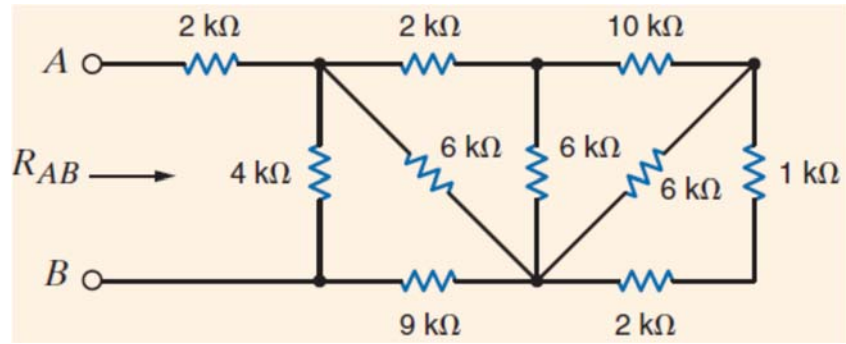
$$= -0,25mA$$

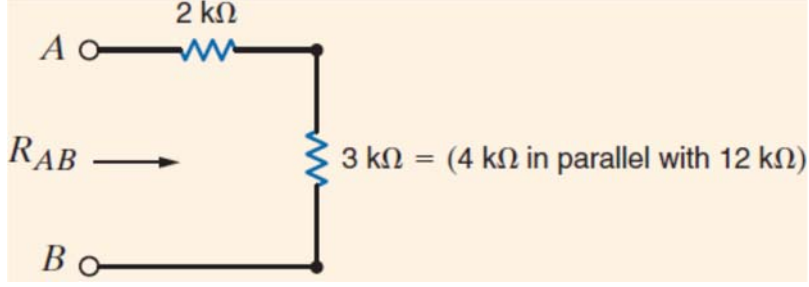
Örnek soru: Aşağıdaki devrede 6Ω'luk direnç tarafından harcanan gücü bulunuz.



Seri ve Paralel Direnç Kombinasyonları

Aşağıdaki devrede A-B terminalleri arasındaki eşdeğer direnci hesaplanmak istensin. Bu durumda A-B uçlarının tam tersi yönünden başlayarak adım adım eşdeğer direnç hesaplanır. Böylece her adımda devre bir basamak indirgenmiş olur.





Direnç Kombinasyonlu Devrelerde Problem Çözme Yolu

Çok sayıda direncin birleştirilmesinden oluşan bir devrede iki uç arasındaki eşdeğer direnci belirlemeye çalışırken analize devrenin diğer ucundan başlanması tavsiye edilir. Her adımda iki veya daha fazla direnç tek bir direnç oluşturacak şekilde birleştirilerek sürekli olarak girişe doğru ilerlenir ve devre adım adım basitleştirilir. Bu basitleştirme aşağıdaki aşamaları içerir:

1. **Seri bağlı dirençler:** R_1 ve R_2 dirençleri eğer uç uca, sadece bir düğüm ortak olacak biçimde bağlanmışlarsa ve üzerlerinden aynı akım geçiyorsa seri bağlanmış demektir. Bu dirençler $R_s = R_1 + R_2$ olmak üzere tek bir R_s direnci olarak birleştirilebilir.
2. **Paralel bağlı dirençler:** R_1 ve R_2 dirençleri eğer aynı iki düğüm arasına bağlanmışlar ve uçlarında aynı gerilim varsa paralel bağlanmışlar demektir. Bu dirençler $R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ olmak üzere tek bir R_p direnci olarak birleştirilebilir.

Bu birleştirme işlemleri devrede tek direnç kalana kadar indirgenerek devam eder.

Kaynaklar

1. Temel Mühendislik Devre Analizi, J. David Irwin, R Mark Nelms, Nobel Yayınevi