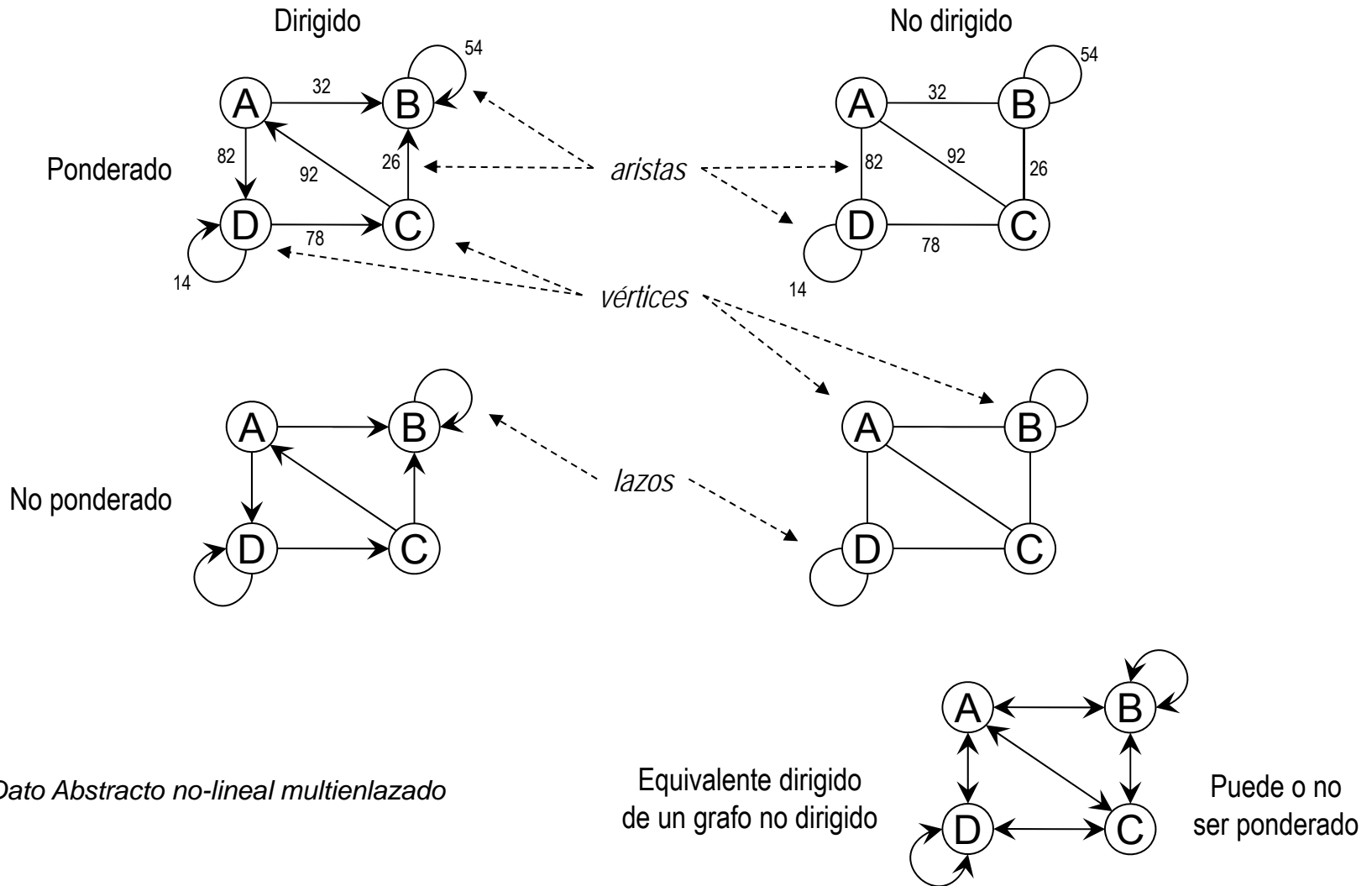


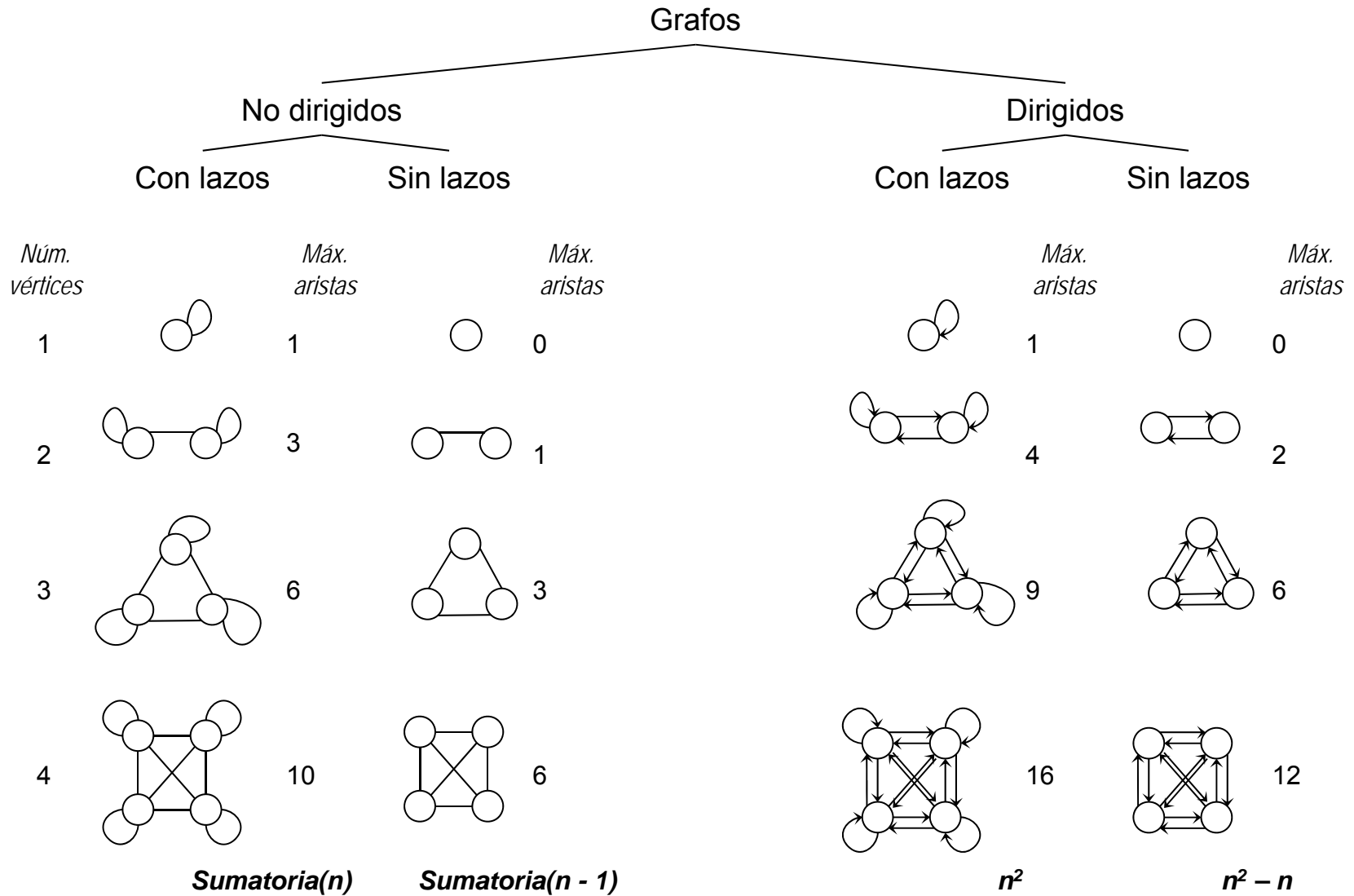
# Grafos



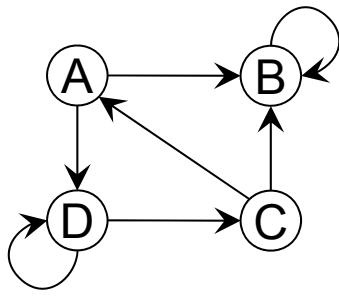
**Grafo:**  
*Tipo de Dato Abstracto no-lineal multienlazado*



# Cantidad de aristas por grafo



# Representación de Grafos



Dirigido, no ponderado

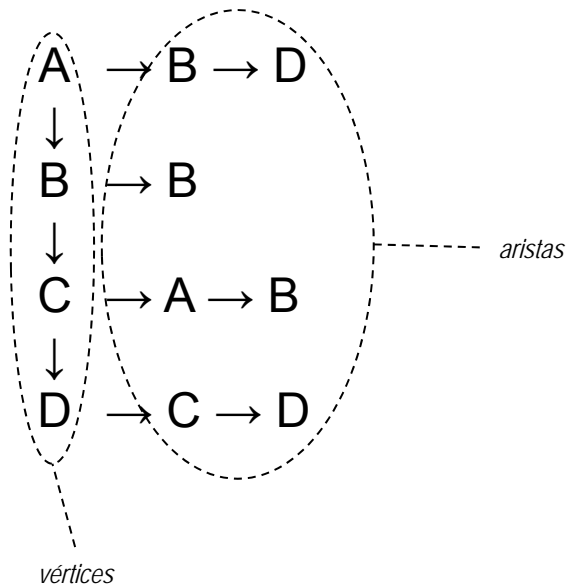
Matriz de adyacencia

**Vértices**

existe  
info

	0	1	2	3	4	5	6	7
existe	V	V	V	V	F	F	F	F
info	A	B	C	D				

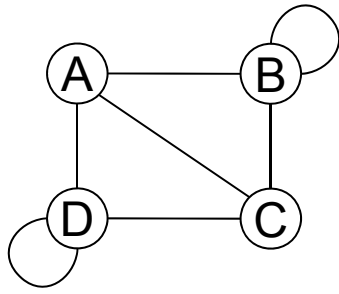
Lista de adyacencia



**Aristas**

	Destinos							
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	F	V	F	V	F	F	F	F
1	F	V	F	F	F	F	F	F
2	V	V	F	F	F	F	F	F
3	F	F	V	V	F	F	F	F
4	F	F	F	F	F	F	F	F
5	F	F	F	F	F	F	F	F
6	F	F	F	F	F	F	F	F
7	F	F	F	F	F	F	F	F

# Representación de Grafos



No dirigido, no ponderado

Matriz de adyacencia

**Vértices**

existe  
info

	0	1	2	3	4	5	6	7
existe	V	V	V	V	F	F	F	F
info	A	B	C	D				

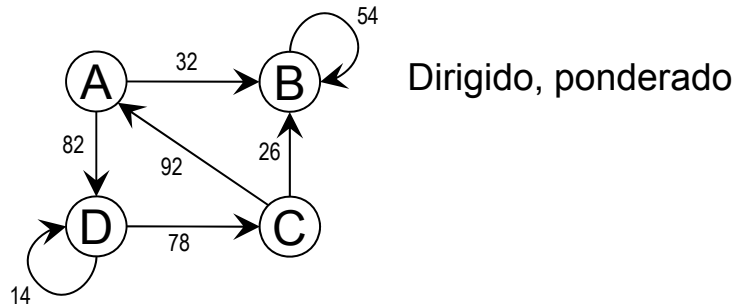
Lista de adyacencia

A → B → C → D  
 ↓  
 B → A → B → C  
 ↓  
 C → A → B → D  
 ↓  
 D → A → C → D

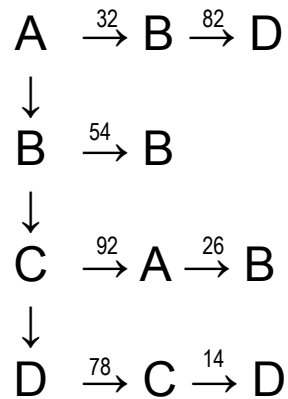
**Aristas**

		Destinos							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Orígenes	0	F	V	V	V	F	F	F	F
	1	V	V	V	F	F	F	F	F
	2	V	V	F	V	F	F	F	F
	3	V	F	V	V	F	F	F	F
	4	F	F	F	F	F	F	F	F
	5	F	F	F	F	F	F	F	F
	6	F	F	F	F	F	F	F	F
	7	F	F	F	F	F	F	F	F

# Representación de Grafos



Lista de adyacencia

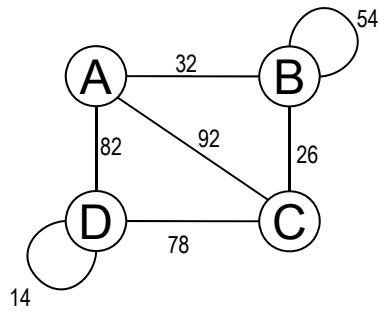


Matriz de adyacencia

Vértices		0	1	2	3	4	5	6	7
existe		V	V	V	V	F	F	F	F
	info	A	B	C	D				

		Destinos							
Orígenes	Aristas	0	1	2	3	4	5	6	7
	0	F	V	F	V	F	F	F	F
	1		32		82				
	2	F	V	F	F	F	F	F	F
	3		54						
	4	V	V	F	F	F	F	F	F
	5	92	26						
	6	F	F	V	V	F	F	F	F
	7			78	14				
	0	F	F	F	F	F	F	F	F
	1								
	2	F	F	F	F	F	F	F	F
	3								
	4	F	F	F	F	F	F	F	F
	5								
	6	F	F	F	F	F	F	F	F
	7								
	0	F	F	F	F	F	F	F	F
	1								
	2	F	F	F	F	F	F	F	F
	3								

# Representación de Grafos



No dirigido, ponderado

Matriz de adyacencia

		0	1	2	3	4	5	6	7
Vértices	existe	V	V	V	V	F	F	F	F
	info	A	B	C	D				

Lista de adyacencia

A  $\xrightarrow{32}$  B  $\xrightarrow{92}$  C  $\xrightarrow{82}$  D  
 ↓  
 B  $\xrightarrow{32}$  A  $\xrightarrow{54}$  B  $\xrightarrow{26}$  C  
 ↓  
 C  $\xrightarrow{92}$  A  $\xrightarrow{26}$  B  $\xrightarrow{78}$  D  
 ↓  
 D  $\xrightarrow{82}$  A  $\xrightarrow{78}$  C  $\xrightarrow{14}$  D

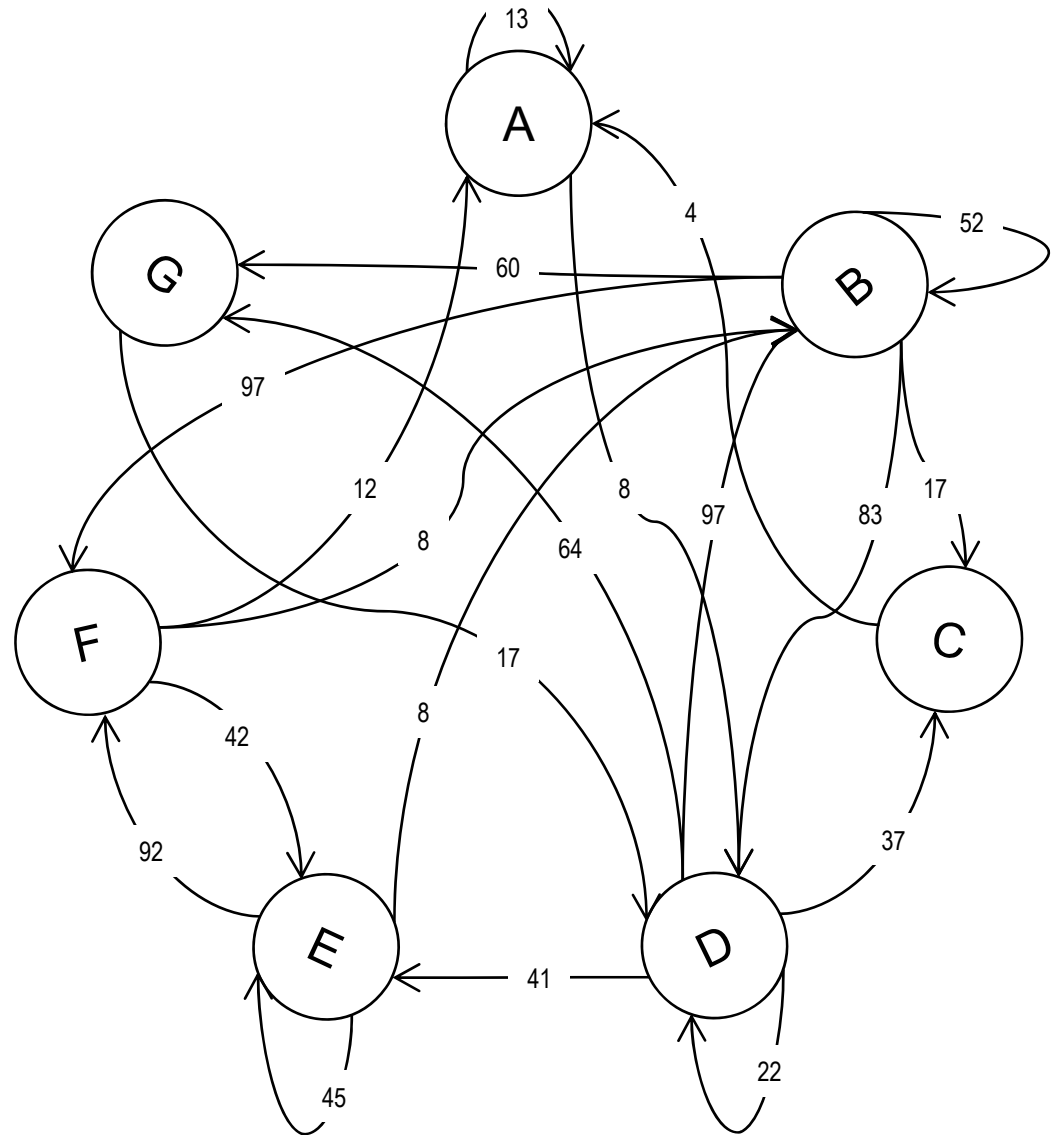
Aristas

		Destinos							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Orígenes	0	F	V	V	V	F	F	F	F
	1		32	92	82				
	2	V	V	F	V	F	F	F	F
	3	32	54	26					
	4	V	V	F	V	F	F	F	F
	5	92	26		78				
	6	V	F	V	V	F	F	F	F
	7	82		78	14				
	0	F	F	F	F	F	F	F	F
	1	F	F	F	F	F	F	F	F
	2	F	F	F	F	F	F	F	F
	3	F	F	F	F	F	F	F	F
	4	F	F	F	F	F	F	F	F
	5	F	F	F	F	F	F	F	F
	6	F	F	F	F	F	F	F	F
	7	F	F	F	F	F	F	F	F

# Grafos

*Representación gráfica  
un ejemplo*

**A** → **A:13** → **D:8**  
**B** → **B:52** → **C:17** → **D:83** → **F:97** → **G:60**  
**C** → **A:4**  
**D** → **B:97** → **C:37** → **D:22** → **E:41** → **G:64**  
**E** → **B:8** → **E:45** → **F:92**  
**F** → **A:12** → **B:8** → **E:42**  
**G** → **D:17**



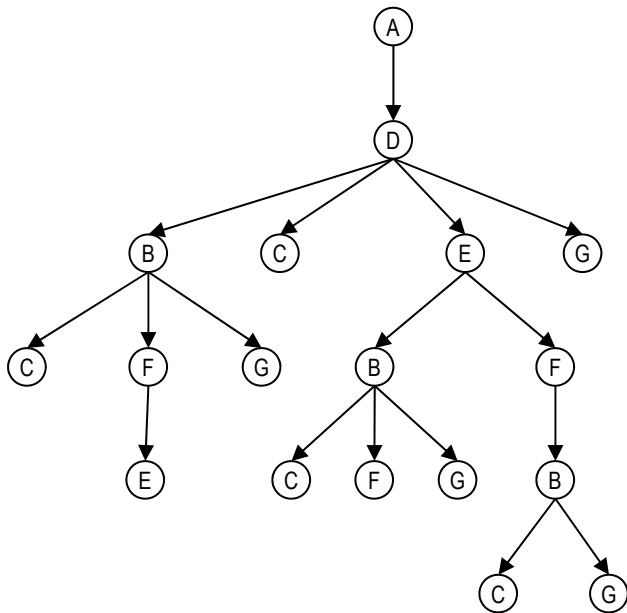


# Grafos

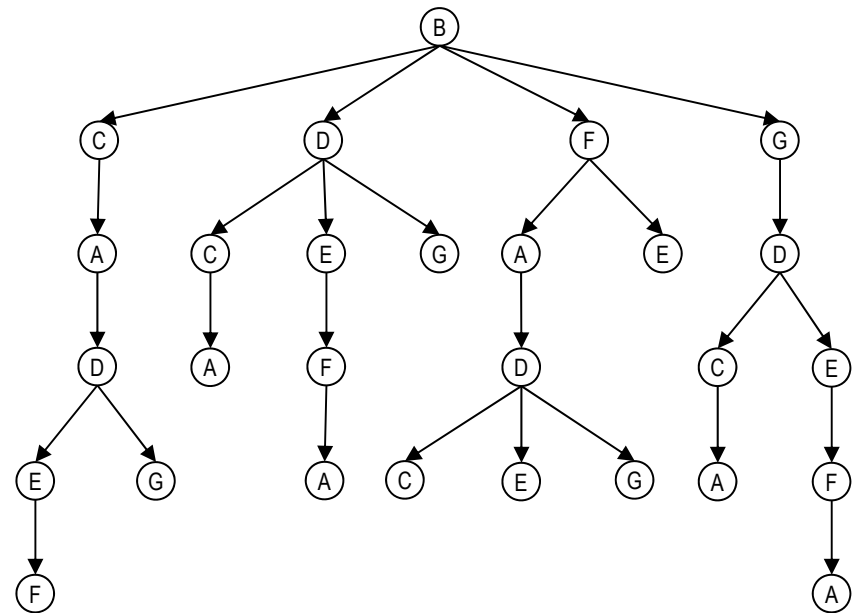
*Asimilado a un árbol*

A → A:13 → D:8  
B → B:52 → C:17 → D:83 → F:97 → G:60  
C → A:4  
D → B:97 → C:37 → D:22 → E:41 → G:64  
E → B:8 → E:45 → F:92  
F → A:12 → B:8 → E:42  
G → D:17

Origen en A



Origen en B



El mismo grafo “visto” desde distinto origen

# Recorrido de Grafos

Recorrido en anchura:

Se coloca el vértice origen en una cola

Mientras la cola no esté vacía:

Desencolar un vértice, será el vértice actual

Si el vértice actual no ha sido visitado:

“Procesar” el vértice actual

Colocar el vértice actual en la lista de visitados

Para cada vértice que el vértice actual tiene como destino,  
y que no ha sido visitado:

Encolar el vértice

Recorrido en profundidad:

Se coloca el vértice origen en una pila

Mientras la pila no esté vacía:

Desapilar un vértice, será el vértice actual

Si el vértice actual no ha sido visitado:

se “procesa” el vértice actual

se coloca el vértice actual en la lista de visitados

Para cada vértice que el vértice actual tiene como destino,  
y que no ha sido visitado:

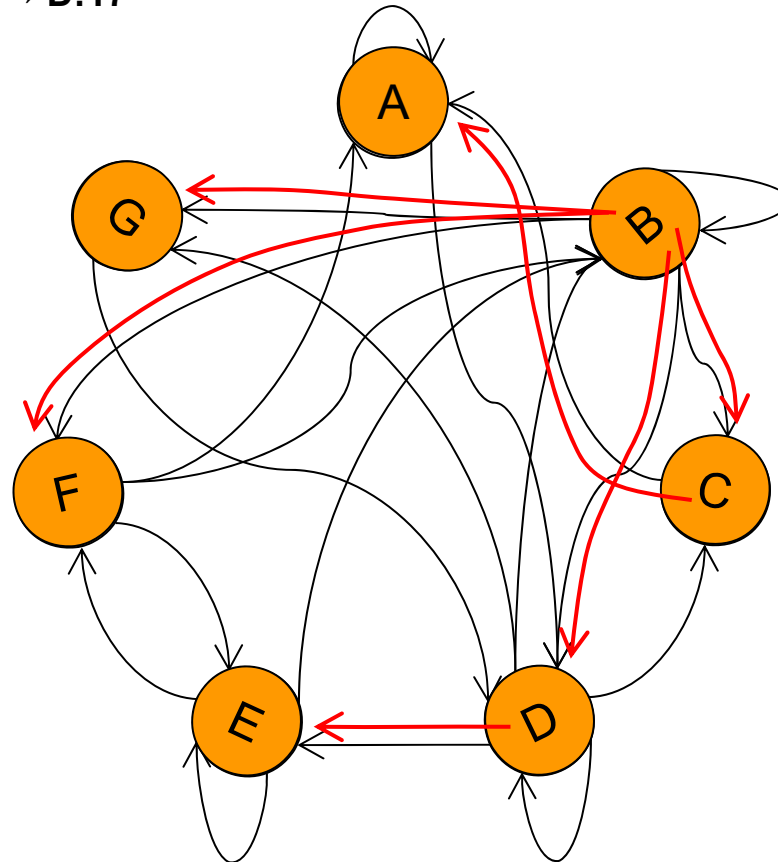
Apilar el vértice

# Recorrido de Grafos

## Ejemplo

Origen: B  
en anchura: B, C, D, F, G, A, E

**A** → A:13 → D:8  
**B** → B:52 → C:17 → D:83 → F:97 → G:60  
**C** → A:4  
**D** → B:97 → C:37 → D:22 → E:41 → G:64  
**E** → B:8 → E:45 → F:92  
**F** → A:12 → B:8 → E:42  
**G** → D:17



*Nota: La inserción de vértices a la cola se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

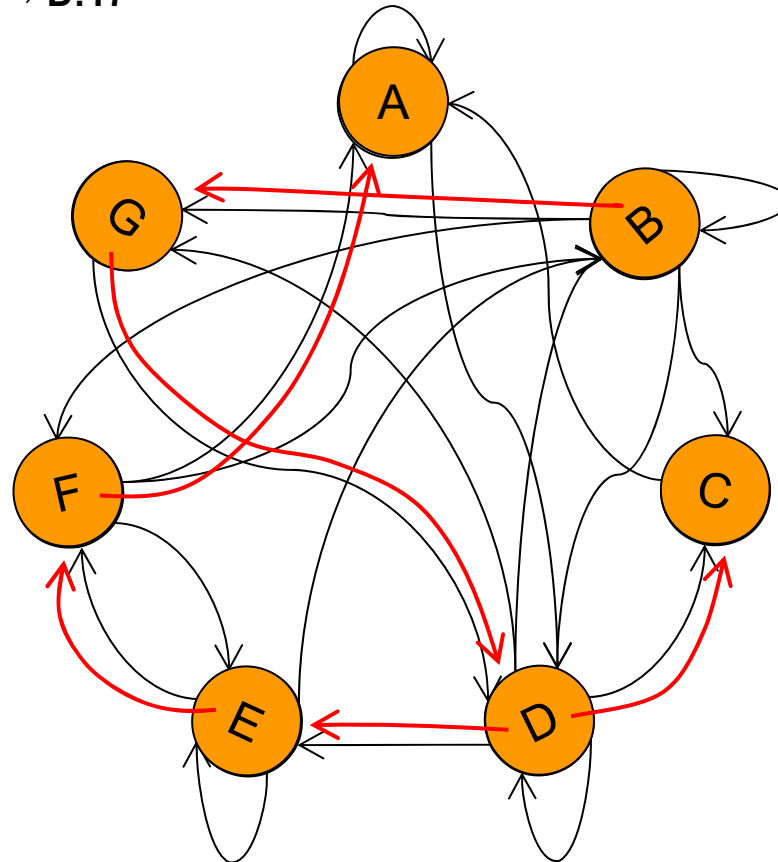
# Recorrido de Grafos

## Ejemplo

Origen: B

en profundidad: B, G, D, E, F, A, C

**A** → **A:13** → **D:8**  
**B** → **B:52** → **C:17** → **D:83** → **F:97** → **G:60**  
**C** → **A:4**  
**D** → **B:97** → **C:37** → **D:22** → **E:41** → **G:64**  
**E** → **B:8** → **E:45** → **F:92**  
**F** → **A:12** → **B:8** → **E:42**  
**G** → **D:17**



*Nota: La inserción de vértices a la pila se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

# Recorrido de Grafos

Origen: A  
 en anchura: A, D, B, C, E, G, F  
 en profundidad: A, D, G, E, F, B, C

Origen: B  
 en anchura: B, C, D, F, G, A, E  
 en profundidad: B, G, D, E, F, A, C

Origen: C  
 en anchura: C, A, D, B, E, G, F  
 en profundidad: C, A, D, G, E, F, B

Origen: D  
 en anchura: D, B, C, E, G, F, A  
 en profundidad: D, G, E, F, B, C, A

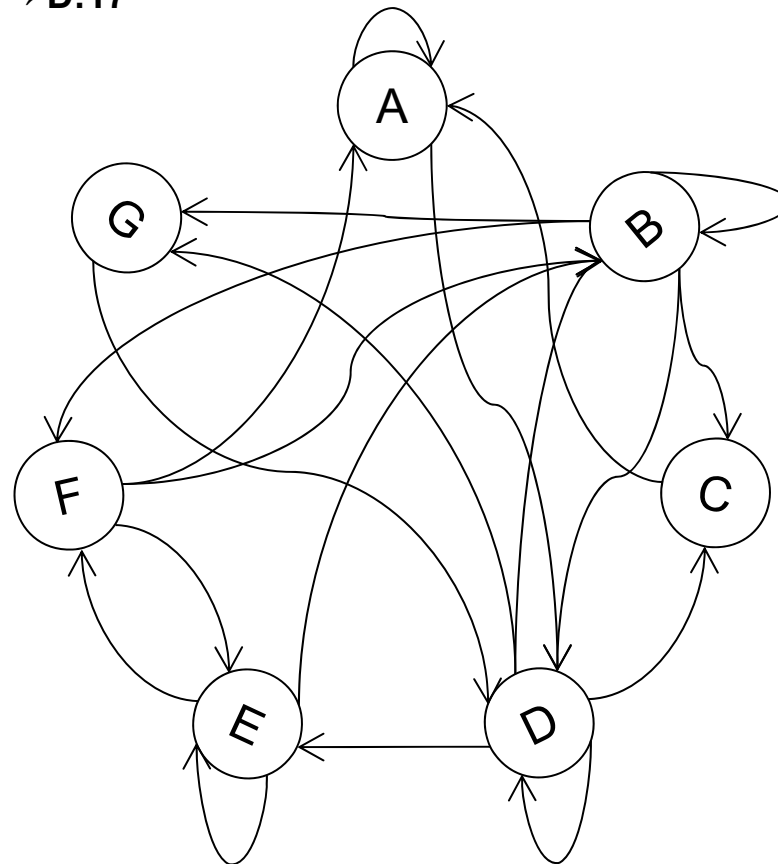
Origen: E  
 en anchura: E, B, F, C, D, G, A  
 en profundidad: E, F, B, G, D, C, A

Origen: F  
 en anchura: F, A, B, E, D, C, G  
 en profundidad: F, E, B, G, D, C, A

Origen: G  
 en anchura: G, D, B, C, E, F, A  
 en profundidad: G, D, E, F, B, C, A

*Nota: La inserción de vértices a la pila o a la cola se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

**A** → **A:13** → **D:8**  
**B** → **B:52** → **C:17** → **D:83** → **F:97** → **G:60**  
**C** → **A:4**  
**D** → **B:97** → **C:37** → **D:22** → **E:41** → **G:64**  
**E** → **B:8** → **E:45** → **F:92**  
**F** → **A:12** → **B:8** → **E:42**  
**G** → **D:17**



# Rutas en Grafos

Primero en anchura:

Colocar el vértice origen en una cola  
Inicializar una pila que almacene parejas de datos origen-destino

Mientras la cola no este vacía:

Desencolar un vértice, será el vértice actual

Si el vértice actual no ha sido visitado:

Si el vértice actual es igual al vértice destino:

Mostrar la ruta encontrada

Terminar

Colocar el vértice actual en la lista de visitados

Para cada vértice que el vértice actual tiene como  
destino, y que no ha sido visitado:

Encolar el vértice

Apilar la pareja: vértice actual y vértice destino

Si la cola se vació sin encontrar el destino:

No existe una ruta entre esos vértices

Primero en profundidad:

Colocar el vértice origen en una pila

Inicializar una pila que almacene parejas de datos origen-destino

Mientras la pila no este vacía:

Desapilar un vértice, será el vértice actual

Si el vértice actual no ha sido visitado:

Si el vértice actual es igual al vértice destino:

Mostrar la ruta encontrada

Terminar

Colocar el vértice actual en la lista de visitados

Para cada vértice que el vértice actual tiene como  
destino, y que no ha sido visitado:

Apilar el vértice

Apilar la pareja: vértice actual y vértice destino

Si la pila se vació sin encontrar el destino:

No existe una ruta entre esos vértices

# Rutas en Grafos

Primero el mejor:

Colocar el vértice origen en una lista “costos”, asociar a este un costo cero

Colocar el vértice origen en una lista ordenada (por costo), asociar a este un costo cero

Inicializar una pila que almacene parejas de datos origen-destino

Mientras la lista ordenada no este vacía:

Obtener el primer vértice de la lista ordenada, será el vértice actual, y el costo asociado a ese vértice será el costo actual

Eliminar el primer vértice de la lista

Si el vértice actual es igual al vértice destino:

Mostrar la ruta encontrada y terminar

Para cada vértice que el vértice actual tiene como destino:

Calcular el costo del vértice destino, sumando su costo al costo actual

Si el vértice no se encuentra en la lista de costos:

Insertar el vértice en la lista de costos, asociando el nuevo costo

Insertar el vértice en la lista ordenada, asociando el nuevo costo

Se apila la pareja: vértice actual y vértice destino

De lo contrario: Si el nuevo costo es menor al costo que tiene asociado el vértice en la lista de costos:

Actualizar el costo del vértice en la lista de costos con el nuevo costo

Actualizar el costo del vértice en la lista ordenada con el nuevo costo

Se apila la pareja: vértice actual y vértice destino

Si la lista ordenada se vació sin encontrar el destino: No existe una ruta entre esos vértices

## Rutas en Grafos

Desplegar la ruta:

Se recibe una pila con parejas de vértices origen-destino, y se recibe el vértice destino

El vértice destino se convierte en destino actual

Mientras la pila no esté vacía:

Imprimir el destino actual

Mientras la pila no este vacía y el vértice destino en el tope de la pila sea distinto del destino actual:

Desapilar

Si la pila no está vacía:

El vértice origen en el tope de la pila se convierte en el destino actual



# Rutas en Grafos

## Ejemplo

**A** → **A:13** → **D:8**  
**B** → **B:52** → **C:17** → **D:83** → **F:97** → **G:60**  
**C** → **A:4**  
**D** → **B:97** → **C:37** → **D:22** → **E:41** → **G:64**  
**E** → **B:8** → **E:45** → **F:92**  
**F** → **A:12** → **B:8** → **E:42**  
**G** → **D:17**

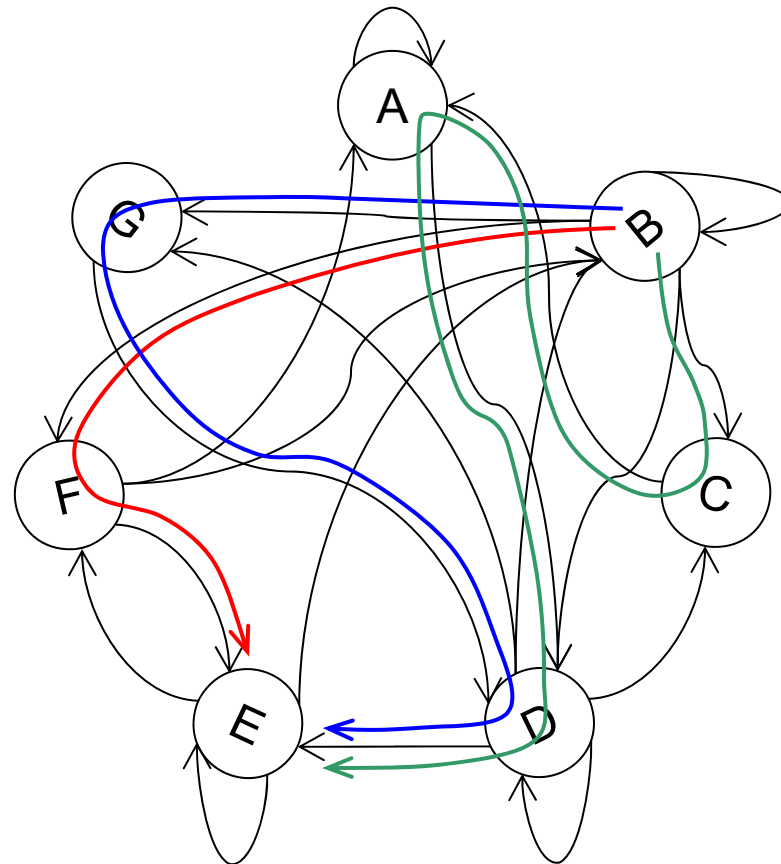
Origen: B, destino: E

primero en anchura: E ← F ← B →

primero en profundidad: E ← D ← G ← B →

primero el mejor: E ← D ← A ← C ← B →

→  $97 + 42 = 139$   
→  $60 + 17 + 41 = 118$   
→  $17 + 4 + 8 + 41 = 70$



*Nota: Para primero en anchura o en profundidad, la inserción de vértices a la pila o a la cola se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

# Rutas en Grafos

## Ejemplo

**A** → **A:13** → **D:8**  
**B** → **B:52** → **C:17** → **D:83** → **F:97** → **G:60**  
**C** → **A:4**  
**D** → **B:97** → **C:37** → **D:22** → **E:41** → **G:64**  
**E** → **B:8** → **E:45** → **F:92**  
**F** → **A:12** → **B:8** → **E:42**  
**G** → **D:17**

Origen: G, destino: A

primero en anchura: A ← F ← E ← D ← G →

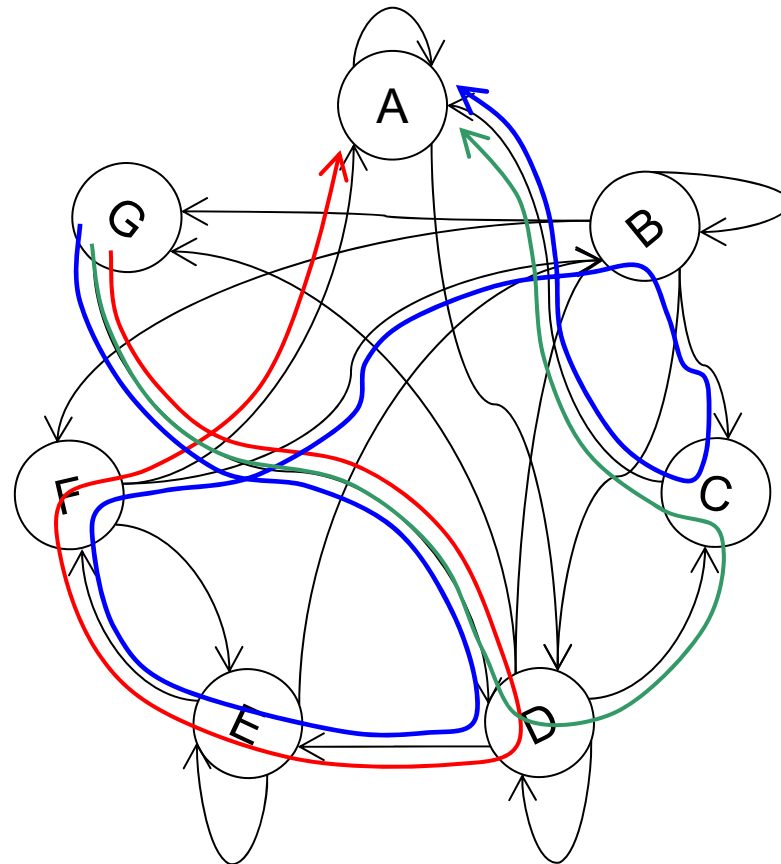
primero en profundidad: A ← C ← B ← F ← E ← D ← G →

primero el mejor: A ← C ← D ← G →

→  $17 + 41 + 92 + 12 = 162$

→  $17 + 41 + 92 + 8 + 17 + 4 = 179$

→  $17 + 37 + 4 = 58$



*Nota: Para primero en anchura o en profundidad, la inserción de vértices a la pila o a la cola se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

# Rutas en Grafos

## Algunos resultados

**A → A:13 → D:8**

**B → B:52 → C:17 → D:83 → F:97 → G:60**

**C → A:4**

**D → B:97 → C:37 → D:22 → E:41 → G:64**

**E → B:8 → E:45 → F:92**

**F → A:12 → B:8 → E:42**

**G → D:17**

Origen: A, destino: B

primero en anchura: B ← D ← A

primero en profundidad: B ← F ← E ← D ← A

primero el mejor: B ← E ← D ← A

Origen: A, destino: C

primero en anchura: C ← B ← D ← A

primero en profundidad: C ← B ← F ← E ← D ← A

primero el mejor: C ← D ← A

Origen: A, destino: D

primero en anchura: D ← A

primero en profundidad: D ← A

primero el mejor: D ← A

Origen: A, destino: E

primero en anchura: E ← D ← A

primero en profundidad: E ← D ← A

primero el mejor: E ← D ← A

Origen: A, destino: F

primero en anchura: F ← E ← D ← A

primero en profundidad: F ← E ← D ← A

primero el mejor: F ← E ← D ← A

Origen: A, destino: G

primero en anchura: G ← B ← D ← A

primero en profundidad: G ← D ← A

primero el mejor: G ← D ← A

Origen: B, destino: A

primero en anchura: A ← F ← B

primero en profundidad: A ← F ← E ← D ← G ← B

primero el mejor: A ← C ← B

Origen: B, destino: C

primero en anchura: C ← B

primero en profundidad: C ← D ← G ← B

primero el mejor: C ← B

Origen: B, destino: D

primero en anchura: D ← B

primero en profundidad: D ← G ← B

primero el mejor: D ← A ← C ← B

Origen: B, destino: E

primero en anchura: E ← F ← B

primero en profundidad: E ← D ← G ← B

primero el mejor: E ← D ← A ← C ← B

Origen: B, destino: F

primero en anchura: F ← B

primero en profundidad: F ← E ← D ← G ← B

primero el mejor: F ← B

Origen: B, destino: G

primero en anchura: G ← D ← B

primero en profundidad: G ← B

primero el mejor: G ← B

Origen: C, destino: A

primero en anchura: A ← C

primero en profundidad: A ← C

primero el mejor: A ← C

Origen: C, destino: B

primero en anchura: B ← D ← A ← C

primero en profundidad: B ← F ← E ← D ← A ← C

primero el mejor: B ← E ← D ← A ← C

Origen: C, destino: D

primero en anchura: D ← A ← C

primero en profundidad: D ← A ← C

primero el mejor: D ← A ← C

Origen: C, destino: E

primero en anchura: E ← D ← A ← C

primero en profundidad: E ← D ← A ← C

primero el mejor: E ← D ← A ← C

Origen: C, destino: F

primero en anchura: F ← E ← D ← A ← C

primero en profundidad: F ← E ← D ← A ← C

primero el mejor: F ← E ← D ← A ← C

Origen: C, destino: G

primero en anchura: G ← B ← D ← A ← C

primero en profundidad: G ← D ← A ← C

primero el mejor: G ← D ← A ← C

*Nota: Para primero en anchura o en profundidad, la inserción de vértices a la pila o a la cola se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

# Rutas en Grafos

## Algunos resultados

**A → A:13 → D:8**  
**B → B:52 → C:17 → D:83 → F:97 → G:60**  
**C → A:4**  
**D → B:97 → C:37 → D:22 → E:41 → G:64**  
**E → B:8 → E:45 → F:92**  
**F → A:12 → B:8 → E:42**  
**G → D:17**

Origen: D, destino: A  
primero en anchura: A ← F ← E ← D  
primero en profundidad: A ← C ← B ← F ← E ← D  
primero el mejor: A ← C ← D

Origen: D, destino: B  
primero en anchura: B ← D  
primero en profundidad: B ← F ← E ← D  
primero el mejor: B ← E ← D

Origen: D, destino: C  
primero en anchura: C ← B ← D  
primero en profundidad: C ← B ← F ← E ← D  
primero el mejor: C ← D

Origen: D, destino: E  
primero en anchura: E ← D  
primero en profundidad: E ← D  
primero el mejor: E ← D

Origen: D, destino: F  
primero en anchura: F ← E ← D  
primero en profundidad: F ← E ← D  
primero el mejor: F ← E ← D

Origen: D, destino: G  
primero en anchura: G ← B ← D  
primero en profundidad: G ← D  
primero el mejor: G ← D

Origen: E, destino: A  
primero en anchura: A ← C ← B ← E  
primero en profundidad: A ← C ← D ← G ← B ← F ← E  
primero el mejor: A ← C ← B ← E

Origen: E, destino: B  
primero en anchura: B ← E  
primero en profundidad: B ← F ← E  
primero el mejor: B ← E

Origen: E, destino: C  
primero en anchura: C ← B ← E  
primero en profundidad: C ← D ← G ← B ← F ← E  
primero el mejor: C ← B ← E

Origen: E, destino: D  
primero en anchura: D ← B ← E  
primero en profundidad: D ← G ← B ← F ← E  
primero el mejor: D ← A ← C ← B ← E

Origen: E, destino: F  
primero en anchura: F ← B ← E  
primero en profundidad: F ← E  
primero el mejor: F ← E

Origen: E, destino: G  
primero en anchura: G ← D ← B ← E  
primero en profundidad: G ← B ← F ← E  
primero el mejor: G ← B ← E

*Nota: Para primero en anchura o en profundidad, la inserción de vértices a la pila o a la cola se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

# Rutas en Grafos

## Algunos resultados

**A → A:13 → D:8**  
**B → B:52 → C:17 → D:83 → F:97 → G:60**  
**C → A:4**  
**D → B:97 → C:37 → D:22 → E:41 → G:64**  
**E → B:8 → E:45 → F:92**  
**F → A:12 → B:8 → E:42**  
**G → D:17**

Origen: F, destino: A  
primero en anchura: A ← F  
primero en profundidad: A ← C ← D ← G ← B ← E ← F  
primero el mejor: A ← F

Origen: F, destino: B  
primero en anchura: B ← F  
primero en profundidad: B ← E ← F  
primero el mejor: B ← F

Origen: F, destino: C  
primero en anchura: C ← D ← B ← F  
primero en profundidad: C ← D ← G ← B ← E ← F  
primero el mejor: C ← B ← F

Origen: F, destino: D  
primero en anchura: D ← B ← F  
primero en profundidad: D ← G ← B ← E ← F  
primero el mejor: D ← A ← F

Origen: F, destino: E  
primero en anchura: E ← F  
primero en profundidad: E ← F  
primero el mejor: E ← F

Origen: F, destino: G  
primero en anchura: G ← D ← B ← F  
primero en profundidad: G ← B ← E ← F  
primero el mejor: G ← B ← F

Origen: G, destino: A  
primero en anchura: A ← F ← E ← D ← G  
primero en profundidad: A ← C ← B ← F ← E ← D ← G  
primero el mejor: A ← C ← D ← G

Origen: G, destino: B  
primero en anchura: B ← D ← G  
primero en profundidad: B ← F ← E ← D ← G  
primero el mejor: B ← E ← D ← G

Origen: G, destino: C  
primero en anchura: C ← B ← D ← G  
primero en profundidad: C ← B ← F ← E ← D ← G  
primero el mejor: C ← D ← G

Origen: G, destino: D  
primero en anchura: D ← G  
primero en profundidad: D ← G  
primero el mejor: D ← G

Origen: G, destino: E  
primero en anchura: E ← D ← G  
primero en profundidad: E ← D ← G  
primero el mejor: E ← D ← G

Origen: G, destino: F  
primero en anchura: F ← E ← D ← G  
primero en profundidad: F ← E ← D ← G  
primero el mejor: F ← E ← D ← G

*Nota: Para primero en anchura o en profundidad, la inserción de vértices a la pila o a la cola se realizó siempre en orden alfabético, de otra forma los resultados pueden variar.*

# Implementación computacional de Grafos

## Con arreglos

Vértices		0	1	2	3	4	5	6	7
existe	info	V	V	V	V	F	F	F	F
	info	A	B	C	D				

		Destinos							
Aristas	Orígenes	0	1	2	3	4	5	6	7
		F	V	F	V	F	F	F	F
	0		32		82				
	1	F	V	F	F	F	F	F	F
	2		54						
	3	V	V	F	F	F	F	F	F
	4	92	26						
	5	F	F	V	V	F	F	F	F
	6			78	14				
	7	F	F	F	F	F	F	F	F

## Con listas ligadas

