

Öğrenci  
Adı ve Soyadı: AYLIN NİZAMOĞLU  
Numarası: 120926512

Ders Sorumlusu: Dr. H. Gürçay

Hacettepe Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi  
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü



Beytepe, 10.12.2012

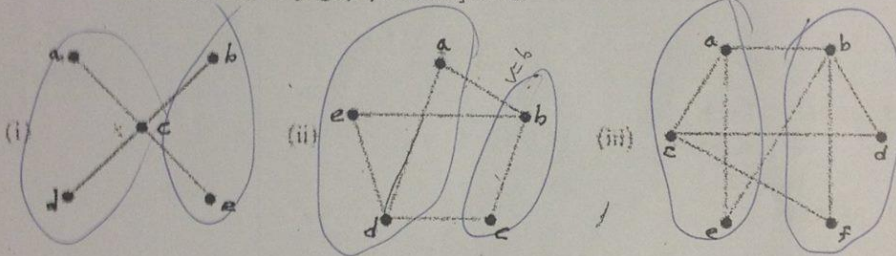
### Kesikli Matematiksel Yapılar Dersi Vize Soruları

SORU 1) (20 Puan) Aşağıdaki argümanların geçerli olup olmadıklarını gösteriniz.

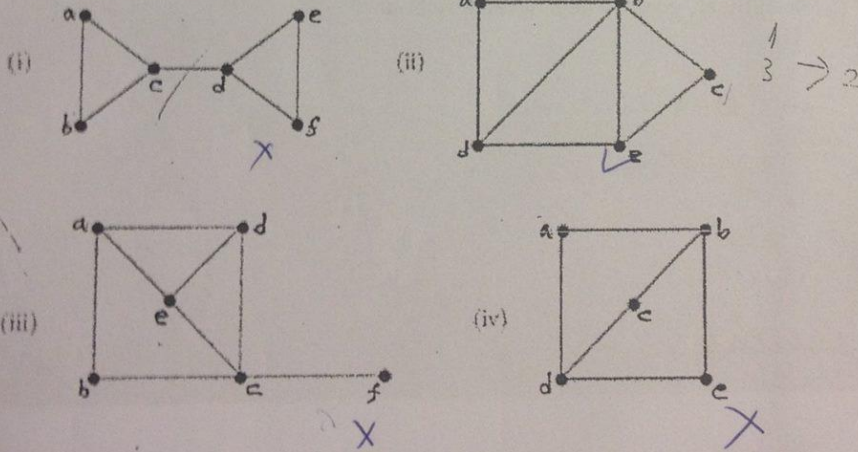
$$\begin{array}{ll} 1 & p \wedge q \\ 2 & p \rightarrow (r \wedge q) \\ (a) & 3 \quad r \rightarrow (s \vee t) \\ & 4 \quad \neg s \\ \hline & \therefore t \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 1 & p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ 2 & p \vee s \\ (b) & 3 \quad t \rightarrow q \\ & 4 \quad s \\ \hline & \therefore \neg r \rightarrow \neg t \end{array}$$

SORU 2) (10 Puan) Aşağıdaki çizgilerden hangileri çift taraflı (bipartite) çizgedir. Neden? Yanıt için gerekirse çizmeyi yeniden çizersiniz?



SORU 3) (10 Puan) Aşağıdaki çizgilerden hangileri Hamilton çevrimi içerir? Sebepleriyle belirtiniz.





## SORULAR

- 1) Aşağıda verilen argüman geçerli bir argüman mıdır? Kanıtlayınız.

$$p \rightarrow (q \rightarrow r)$$

$$p \vee s$$

$$t \rightarrow q$$

$$\neg s$$

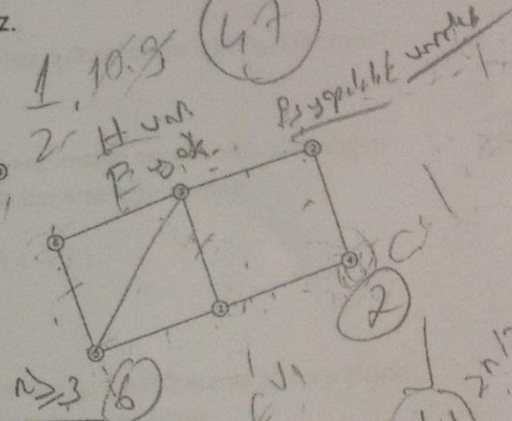
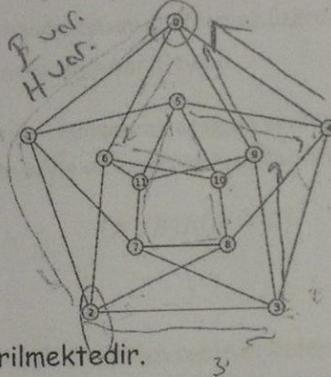
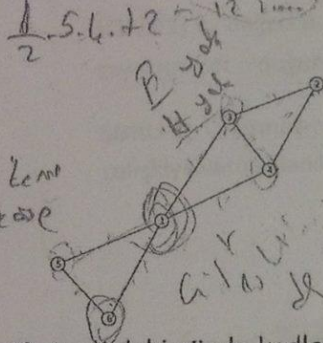
$$\therefore \neg r \rightarrow \neg t$$

- 2) Matematiksel tümevarımla her  $n$  tamsayısı için

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$$

olduğunu kanıtlayınız.

- 3) Aşağıda verilen çizgeler Euler çevrimi içerir mi? Hamilton çevrimi içerir mi? Çevrim içerirse yazınız. Çevrim içermiyorsa sebebiyle belirtiniz. Verilen çizgelerin hangileri çift eşliklidir. Çift eşlikli olabilenleri çift eşlikli olarak çiziniz.



- 4) Aşağıdaki sözde kodlar verilmektedir.

FUNCTION SQ(x)

1.  $i=1$

2.  $j=1$

3. WHILE ( $i \neq x$ )

a.  $j=j+2i+1$

b.  $i=i+1$

4. RETURN j

END OF FUNCTION SQ

Yukarıda verilen yordamın döngü değişmezi

$$j_n = i_n^2$$

ile verilmektedir. Buna göre

- a) Matematiksel tümevarımla döngü değişmezini kanıtlayınız.  
b) Bu alt-yordam neyi hesaplamaktadır?

$$j_n = i_n^2$$

$$j_{n+1} = (i_{n+1})^2$$

$$j_n + 2i_n + 1$$

$$i_n^2 + 2i_n + 1 = (i_n + 1)^2$$



SORU 4) (20 Puan) Aşağıdaki bağıntıları çözünüz:

(a)  $a_n = -3 a_{n-1}$ ,  $a_0 = 2$

(b)  $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$ ,  $a_0 = 2, a_1 = 3$

$2 \cdot 3^n - n3^n$

$2 \cdot (-3)^n$

$22 = 21 - 120$

$23 = 600 - 951$

$24 = 600 - 951$

SORU 5) (15 Puan)  $G(E,V)$  bir basit bağlantılı çizge olsun. Eğer  $G$  çizgesinin kenar sayısı 24 ve tüm köşelerin köşe derecesi en az 5 ise, bu durumda  $G$  çizgesinin en fazla kaç adet köşesi var olabilir.

$|E| = 24$   $\delta(v) \geq 5$

$\sum_{i=1}^n \delta(v_i) = 2m$

$v_1 + v_2 + \dots + v_n = 48$

$9.5 + 6$

SORU 6) Aşağıdaki sözde kodlar verilmektedir:

FUNCTION COMPUTATION (X, Y; N)

1.  $I = 0$

2.  $J = X$

3. WHILE ( $I \neq N$ )

a.  $J = J * Y$

b.  $I = I + 1$

4. RETURN J

END OF FUNCTION COMPUTATION

- a) (5 puan) Yukarıda verilen alt-yordamın döngü değişmezini bulunuz,  
b) (15 Puan) Matematiksel tümevarımla döngü değişmezini kanıtlayınız.  
c) (5 Puan) Bu alt-yordam neyi hesaplamaktadır?

$22 = 0$

$23 = 3(0 - 3 \cdot 3) = 3 \cdot -9$

$24 = 3(23 - 3 \cdot 3) = 3 \cdot 18$

$3 \cdot 3$

$3^{n-2} \cdot 3^{n-1} \cdot 2^{n-1}$

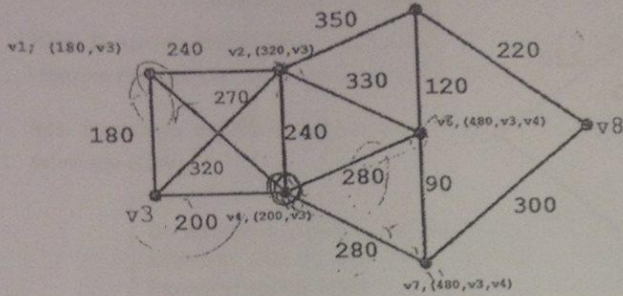
$x \cdot y \cdot x \cdot y \cdot x \cdot y \cdot x \cdot y$

$x \cdot y$

Basarılar



IV)



$$T = \{v2, v5, v6, v7, v8\}$$

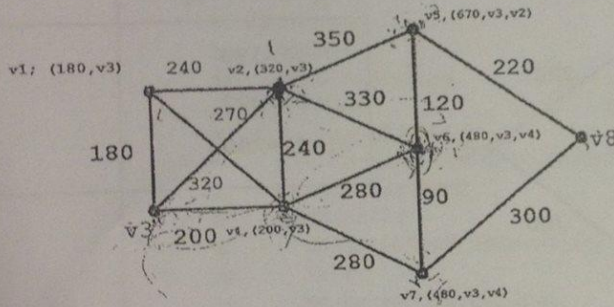
v4 seçildi

$$L(v6) = 480$$

$$L(v2) = 320$$

$$L(v7) = 480$$

V)



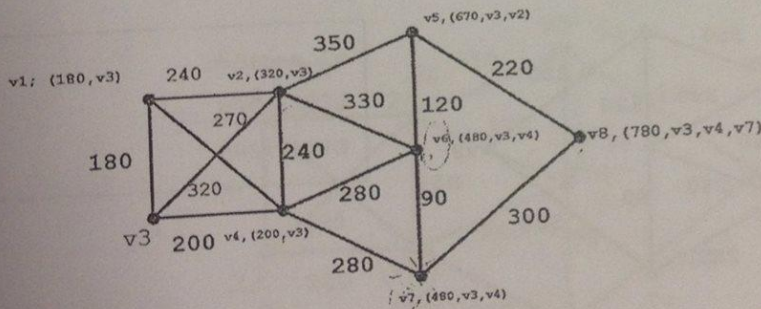
$$T = \{v5, v6, v7, v8\}$$

v2 seçildi

$$L(v6) = 480$$

$$L(v5) = 670$$

VI)



$$T = \{v5, v6, v8\}$$

v7 seçelim

$$L(v6) = 480$$

$$L(v8) = 780$$



Öğrenci  
Adı ve Soyadı:  
Numarası :

Hacettepe Üniversitesi  
Mühendislik Fakültesi  
Bilgisayar Mühendisliği Bölümü



Ders Sorumlusu: Dr. H. Gürçay

Beytepe, 19.12.2010

### Kesikli Matematiksel Yapılar Dersi II. Vize Soruları

SORU 1) Aşağıda verilen Dijkstra En Kısa Yol Algoritmasını kullanarak verilen çizgede v3 köşesinden v8 köşesine olan en kısa yolun uzunluğunu ve yolu bulunuz.

Not: Bu soruyu yanıtlarken algoritmanın her bir adımını gösteren çizgeyi düzgün bir şekilde her seferinde çiziniz.

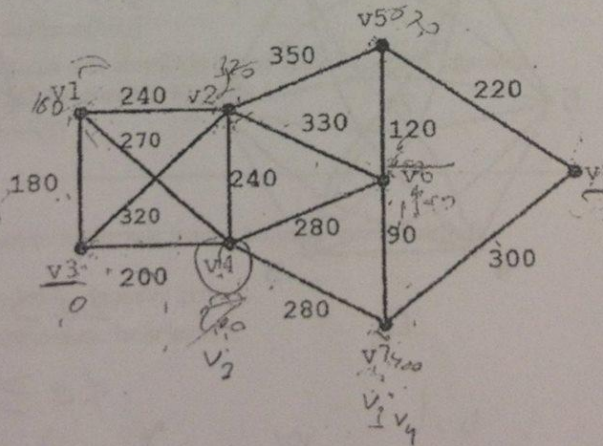
Bu algoritma bağlantılı, ağırlıklı çizgede bir a köşesinden bir başka z köşesine olan en kısa yolun uzunluğunu bulur. Herhangi bir (i,j) kenarının ağırlığı  $w(i,j) > 0$  'dır ve herhangi bir x köşesinin etiket değeri  $L(x)$  'dir.

Girdi: Tüm ağırlıkları pozitif olan bir bağlantılı, ağırlıklı çizge; a ve z köşeleri

Çıktı:  $L(z)$  değeri

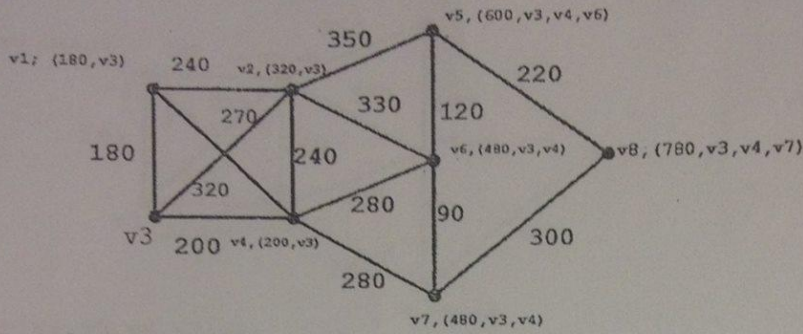
1.  $dijkstra(w, a, z, L)$  {
2.  $L(a) = 0$  ;
3. for all vertices  $x \neq a$
4.  $L(x) = \infty$
5.  $T :=$  set of all vertices
6. // T is the set of vertices whose shortest distance from
7. // a has not be found
8. while ( $z \in T$ ) {
9. choose  $v \in T$  with minimum  $L(v)$
10.  $T = T - \{v\}$
11. for each  $x \in T$  adjacent to v
12.  $L(x) := \min\{L(x), L(v) + w(v, x)\}$
13. }
14. }

$L(v_1) = 0, L(v_2) = 240, L(v_3) = 180, L(v_4) = 270, L(v_5) = 350, L(v_6) = 120, L(v_7) = 280, L(v_8) = 300$





VII)



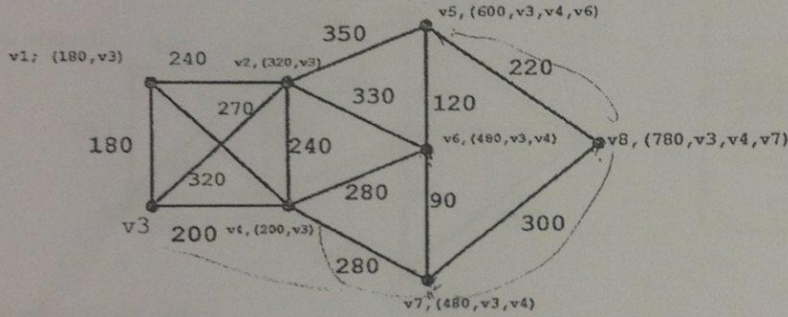
v6 seçildi

$L(v7)=480$

$L(v5)=600$

$T=\{v5, v8\}$

VIII)

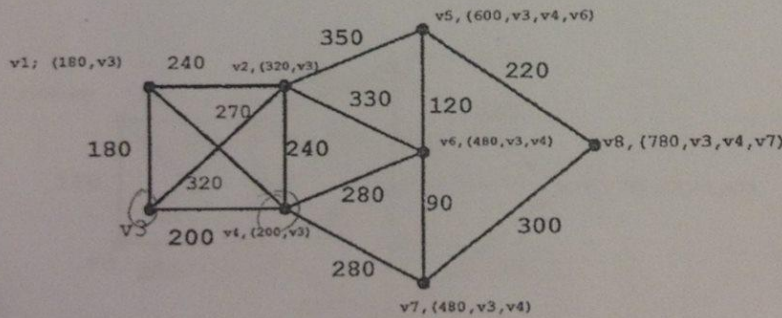


v5 seçildi

$L(v8)=780$

$T=\{v8\}$

IX)



v8 seçildi

Sonuç  $v3$  'den  $v8$  'e olan yol  $(v3, v4, v7, v8)$  yolu ve uzunluğu 780 dir.



12.08.2015

di. Eğer  
ten

SORU 4) (20 Puan)

```

STgcd(a,b,s,t) {
    if(a<b)
        swap(a,b)
    if(b==0) {
        s=1
        t=0
        return a
    }
    q=a/b
    r=a mod b
    g=ST(b,r,s',t')
    s=t'
    t=s'-t'*q
    return g
}

```

algoritması bilindiği gibi a ve b değerleri verildiğinde  $\gcd(a,b) = sa + tb$  olacak şekilde s ve t değerlerini bulmaktadır. Siz de bu algoritmayı a=640, b=13 alarak test edip s ve t değerlerini bulunuz. Herbir adımı açıkça yazınız.

SORU 5) (20 Puan) Kararlılık ve çelişkiye varma yoluyla aşağıda verilen argümanın geçerli olduğunu gösteriniz.

$$(a \wedge b)'$$

$$(c' \wedge a)'$$

$$(c \wedge b')$$

---

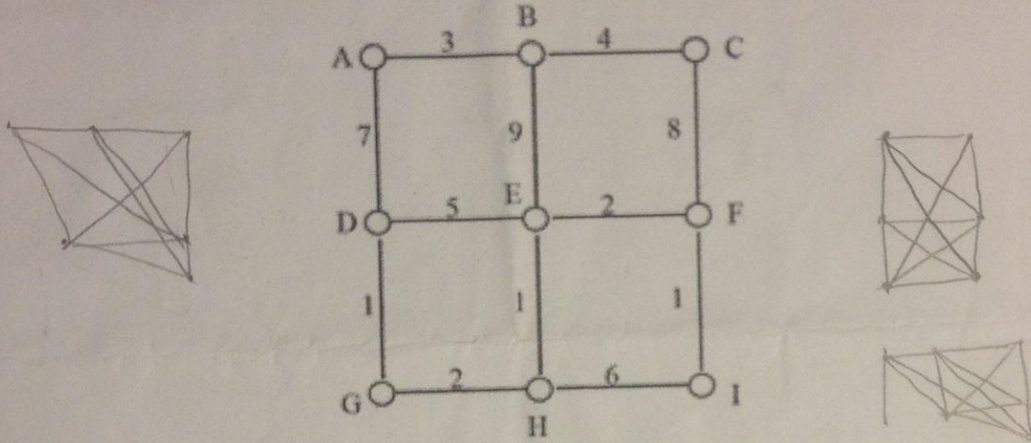

$$a'$$



Ders Sorumlusu: Dr. H. Gürçay

Beytepe, 12.08.2015

- 1) "Eğer zamanda yolculuk mümkün olsaydı, gelecekte biri bizi ziyaret ederdi. Eğer gelecekte biri bizi ziyaret ederse, biz bundan haberdar oluruz. Biz gelecekte birinin bizi ziyaret ettiği haberini almadık. O halde zamanda yolculuk imkansızdır" cümlesi veriliyor. Bu cümle hipotezler ve sonuç önerme oluşmaktadır. Mantıksal işlemcileri kullanarak, hipotezleri ve sonuç önermeyi **sembolleştiriniz**. Elde ettiğiniz argümanın doğruluğunu **çelişkiye varma** kanıt yöntemiyle kanıtlayınız.
- 2) Aşağıdaki çizge verilmektedir



Dijkstra en kısa yol algoritmasını kullanarak A köşesinden I köşesine olan en kısa yolu ve yolun uzunluğunu bulunuz.

**Not:** Algoritmanın her bir adımı tek tek yazmanız gerekmektedir.

- 3) G çizgesi 10 adet kenarı olan bir basit çizge olsun. G çizgesinin altı köşesi  $v_1, v_2, \dots, v_6$  ve bunların köşe dereceleri sırasıyla 2, 2, 3, 4, 4,  $n$  ise,
- (a)  $n$  tamsayı değeri ne olmalıdır?
- (b) G çizgesi bağlantılı mıdır? Bağlantılı ise sebebini belirtiniz, bağlantılı değilse sebebini belirtiniz.
- (c) G bir Euler çevrimi içerir mi? *icermi*
- (d) Her bir köşesinin köşe derecesi çift olan ama herhangi bir Euler çevrimi içermeyen bir çizge örneği veriniz (çiziniz).
- 4)  $p = 11$  ve  $q = 7$  olarak veriliyor. RSA algoritmasına göre şifreleme anahtarının değeri nedir? *c'yi bul*

60/13  
52/6

alıcının gönderdiği s değeri



# BBM 205 KESİKLİ MATEMATİKSEL YAPILAR FİNAL SINAVI SORULARI

Ders Sorumlusu: Dr. H. GÜRCAY

Beytepe, 28.08.2015

## SORU 1)

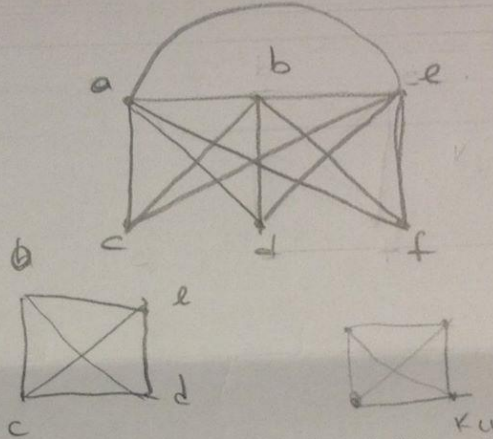
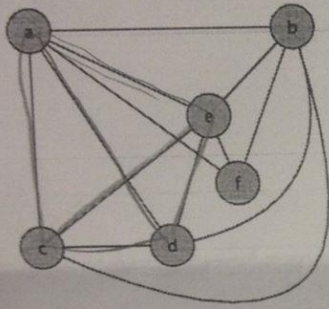
Aşağıdaki string verilmektedir.

~~SHE-SELLS-SEA-SHELLS~~

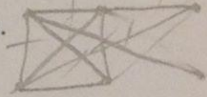
Bu string'i ASCII koduyla kodladığımızda kaç adet bit gerekir. Aynı string 'i Huffman kodlaması kullanarak sıkıştırdığımızda ise, kaç bit kullanmış oluruz.

## SORU 2)

Aşağıdaki çizge verilmektedir.



- (a) Verilen çizge düzlemsel olabilir mi? Düzlemsel ise çiziniz, değilse niçin düzlemsel olamayacağını **detayıyla** açıklayınız.
- (b) Bu çizge  $K_4$  çizgesine eş-yapılı olan bir alt çizgesini barındırır. Acaba çizge hangi köşeleri ve hangi kenarlarıyla  $K_4$  'e eş-yapılıdır, yazınız.
- (c) Sekiz adet köşesi olan, bir Euler çevrimi içeren ama her hangi bir Hamilton çevrimi içermeyen bir çizge varmıdır? Varsa çiziniz, yoksa sebebiyle belirtiniz.



## SORU 3)

G çizgesi 6 adet köşesi ve 10 adet kenarı olan bir basit çizge olsun. G çizgesinin her bir köşesinin köşe derecesi tek tamsayı olsun. Eğer bu G çizgesinde köşe derecesi 3 olan köşelerin sayısı, köşe derecesi 5 olan köşelerden 1 fazla ise, G çizgesinde köşe derecesine göre tüm köşelerin sayısı kaçtır?

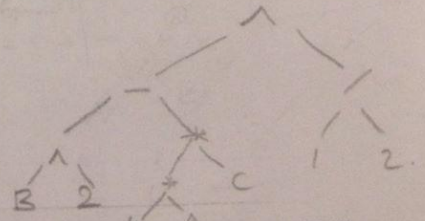
## SORU 4)

- a) Aşağıdaki infix formda verilen ifadenin prefix formunu bulunuz.

$$A / (B \wedge C + D * E) - (A * C)$$

- b) Aşağıdaki infix formda verilen ifadenin postfix formunu bulunuz.

$$(B \wedge 2) - (4 * (A * C)) \wedge (1 / 2)$$



**Not:** Burada aynı önceliğe sahip işlemciler arasında soldan sağa kuralı uygulandığına ve üstel ("^") işlemcisi aynı ifade içinde birden fazla kullanıldığında ise sağdan sola doğru kuralı uygulandığına dikkat ediniz. Örneğin,  $A \wedge B \wedge C \rightarrow A \wedge (B \wedge C)$  ;  $A / B * C \rightarrow (A / B) * C$  gibi.