



MUKAVEMET

2.Şekil Değiştirme

2.1 Deformasyon

Şekil Değiştirme

Deformasyon

- Bir cisme uygulanan kuvvet onun şeklini ve boyutlarını değiştirmeye çalışır.
- Bu değişimler **deformasyon** olarak tanımlanır.
- Bu deformasyon miktarı gözle görülebilecek kadar büyük yada görülemeyecek kadar küçük olabilir.
- Örneğin bir lastik bant uzatıldığında elemanda büyük deformasyonlar meydana gelir, fakat bir bina içerisindeki insanların hareketi yapıda oldukça küçük deformasyonlar meydana getirir.
- Sıcaklık değişimleri de deformasyonlar meydana getirir.

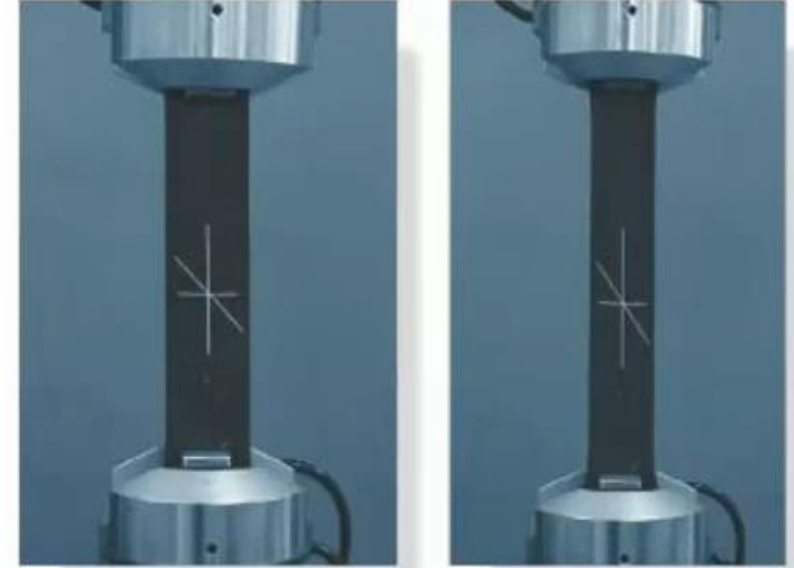


Lastik bant uzatıldığında ele manda büyük deformasyonlar meydana gelir.

Şekil Değiştirme

Deformasyon

- Genel olarak bir cismin deformasyonu hacmi boyunca düzgün olarak gerçekleşmez. ✓+
- Bu nedenle cisim içerisindeki bir çizgi parçasının geometrisi uzunluğu boyunca önemli ölçüde değişebilir.
- Bu yüzden, şekil değişimlerini daha düzgün bir şekilde inceleyebilmek için bir noktanın yakınında bulunan çok kısa çizgi segmentleri ele alınacaktır.
- Bununla birlikte, şekil değişiklikleri aynı zamanda çizgi parçasının noktadaki oryantasyonuna bağlıdır.



Lastik bant uzatıldığında elemanda büyük deformasyonlar meydana gelir.

2.2 Gerinim

Şekil Değiştirme

Gerinim (Şekil Değiştirme)

- Bir cisim üzerindeki çizgi parçalarının uzunluğundaki ve aralarındaki açılarının değişimlerine göre deformasyonunu tanımlamak için '**birim şekil değiştirme**' kavramı tanımlayacağız.
- Şekil değişiklikleri deneysel olarak ölçülür ve gerilme olan ilişkisini ileriki konulara açıklayacağız.

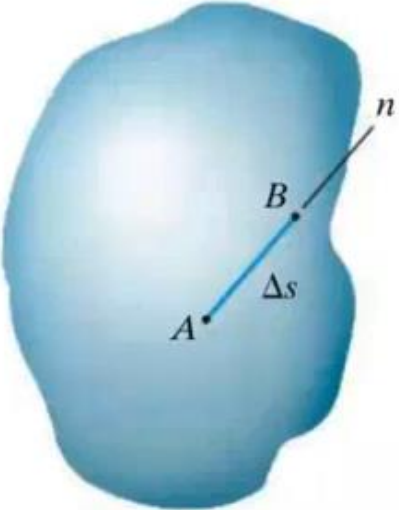


Normal Şekil Değiştirme;

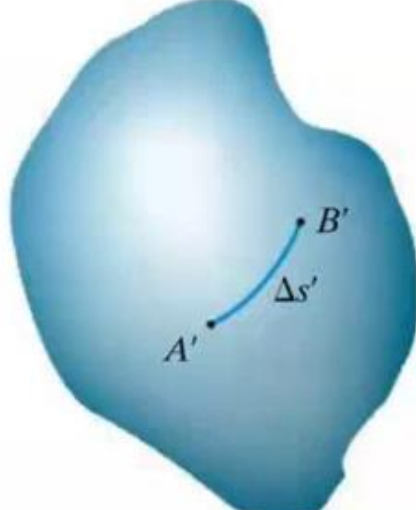
Bir cisim üzerinde n eksenı boyunca uzanan Δs uzunluğundaki düz AB çizgisini ele aldığımızda;

- Cisim deformasyona uğradıktan sonra A ve B noktaları sırasıyla A' ve B' konumlarına kayacak,
- Çizgi eğrisel olacak ve uzunluğu da $\Delta s'$ olacaktır.
- Çizginin boyundaki değişim de $\Delta s' - \Delta s$ kadar olacaktır.
- Bu durumda **ortalama normal şekil değişimi** ϵ_{ort}

$$\epsilon_{ort} = \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s} \text{ olur.}$$



Deforme
olmamış
cisim



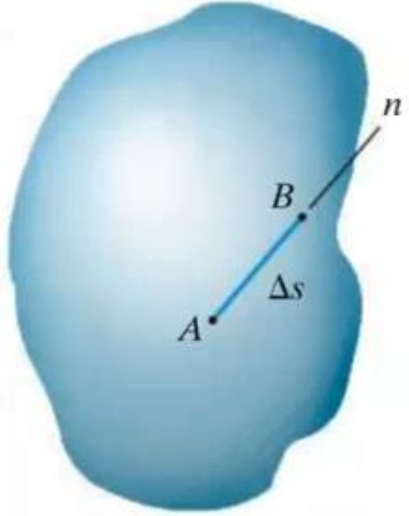
Deforme
olmuş
cisim

Şekil Değişirme

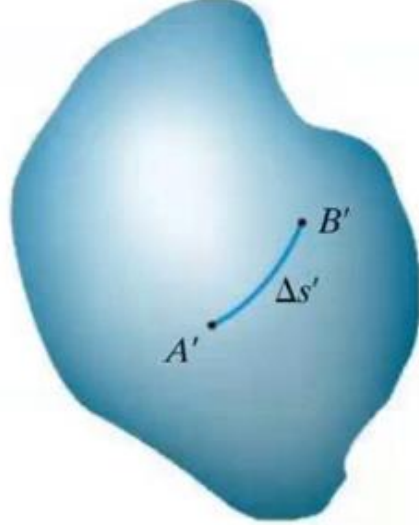
Gerinim (Şekil Değişirme)



Normal Şekil Değişirme;



Deforme
olmamış
cisim



Deforme
olmuş
cisim

- B noktasını A noktasına çok yaklaştırdığımızda Δs de sıfıra yaklaşacaktır ($\Delta s \rightarrow 0$).
- Bu da B' noktasının A' noktasına çok yaklaşmasına ve $\Delta s'$ uzunluğunun da sıfıra yaklaşmasına neden olacaktır.
- Böylece n doğrultusu boyunca A noktasındaki normal şekil değişimi;

$$\epsilon = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\Delta s' - \Delta s}{\Delta s}$$

olacaktır.

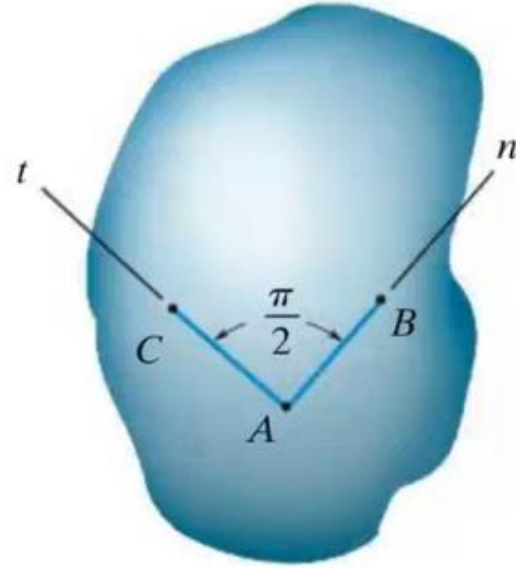
ϵ pozitif olduğunda başlangıçtaki doğru uzar.
 ϵ negatif olduğunda başlangıçtaki doğru kısalır.

Şekil değişimi iki uzunluk biriminin birbirine oranı şeklinde olan boyutsuz bir büyüklüktür.
Buna rağmen birim olarak bazen iki uzunluk biriminin birbirine oranı şeklinde ifade edilir.

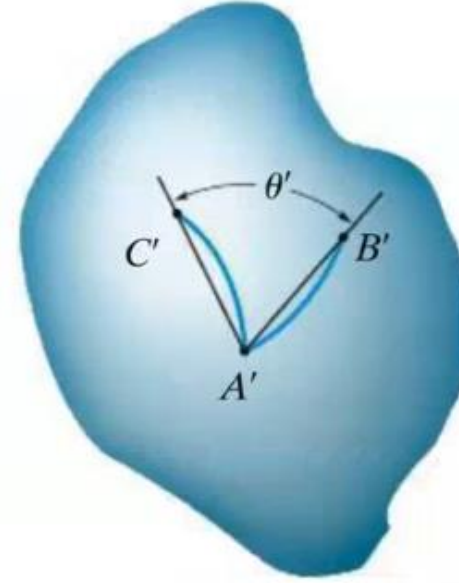
Kayma Şekil Değişimi; ✓

Şekil Değişirme

- Deformasyon sadece cisim üzerinde aldığımız çizgilerin boylarında değişime neden olmaz, onların yönlerinin değişmesine de sebep olur.
- Başlangıçta birbirine dik olan iki çizgi seçtiğimizde deformasyon nedeniyle bu çizgiler arasındaki açının değişimi **kayma şekil değişimi** olarak tanımlanır.
- Bu açı değişimi **γ (gama)** ile gösterilir ve **radian cinsinden ölçülür**.



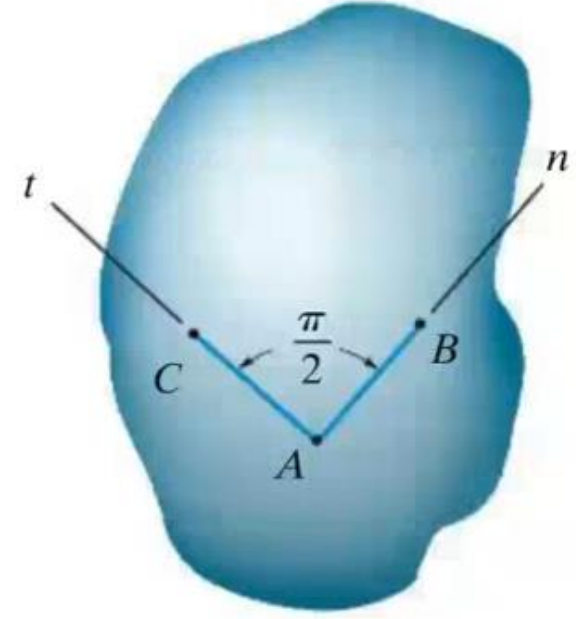
Deforme
olmamış
cisim



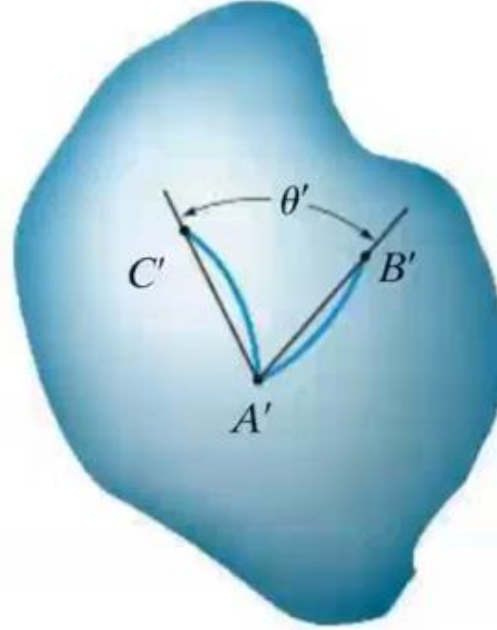
Deforme
olmuş
cisim

Şekil Değişirme

Kayma Şekil Değişimi;



Deforme
olmamış
cisim



Deforme
olmuş
cisim

- Deforme olmamış bir cisim üzerinde başlangıç noktaları A olan, birbirine dik n ve t eksenleri boyunca uzanan AB ve AC çizgileri olduğunu düşünelim.
- Deformasyondan sonra bu çizgilerin uç noktaları yer değiştirecek, çizgiler eğrisel olacak ve aralarındaki açı A noktasında θ' olacaktır.
- Böylece n ve t eksenleri ile ilişkili A noktasındaki kayma şekil değişimi;

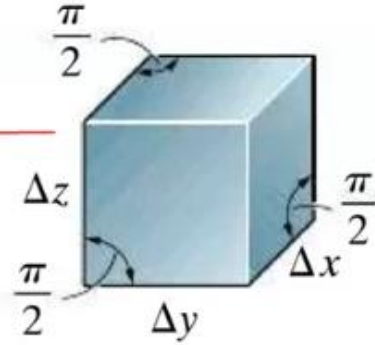
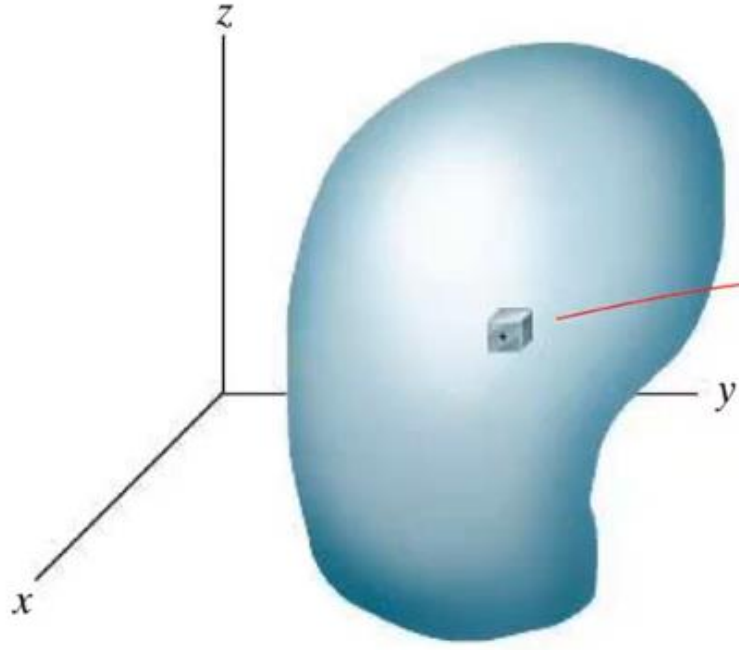
$$\gamma_{nt} = \frac{\pi}{2} - \lim_{\substack{B \rightarrow A \\ C \rightarrow A}} \theta'$$

Eğer;

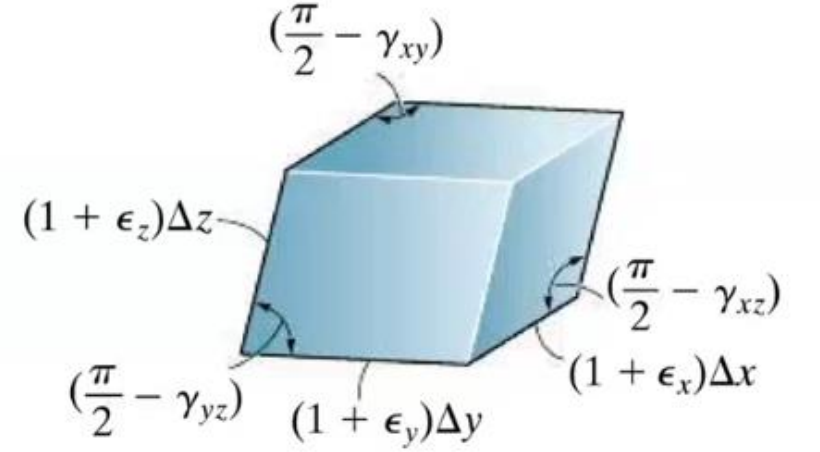
$\theta' < \frac{\pi}{2}$ ise kayma şekil değişimi **pozitif**, $\theta' > \frac{\pi}{2}$ ise kayma şekil değişimi **negatif** olur.

Şekil Değiştirme

Kartezyen Şekil Değişimi Bileşenleri; ✓



Deforme
olmamış
eleman

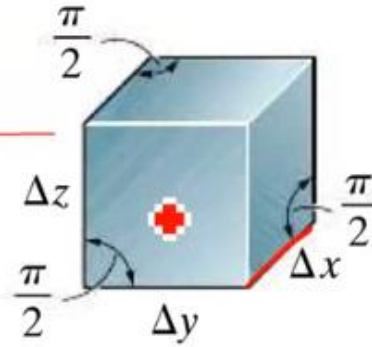
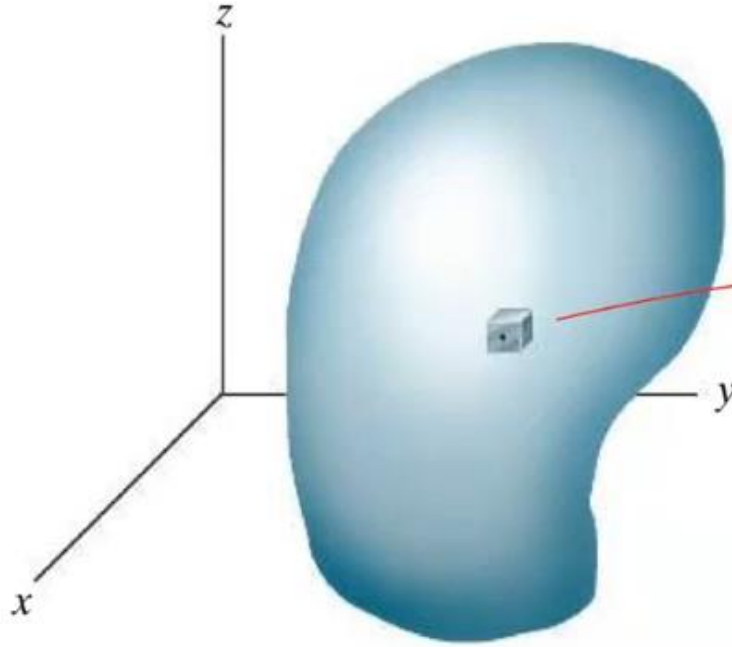


Deforme
olmuş
eleman

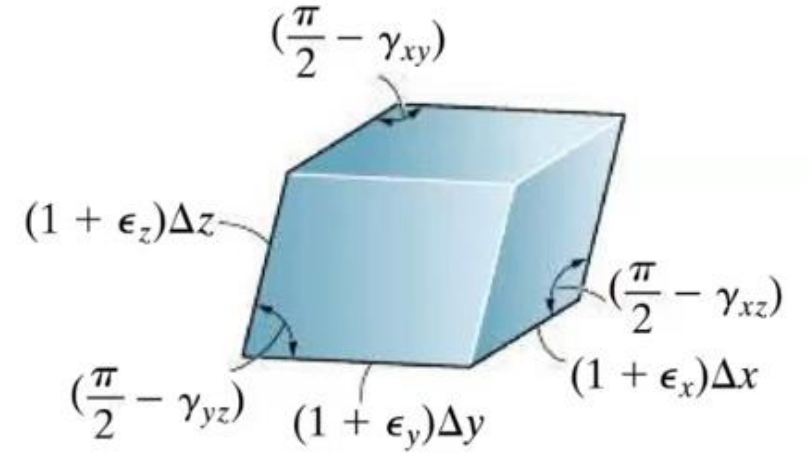
- Elimizdeki cismimizi boyutları Δx , Δy ve Δz olan küçük kübik elemanlara bölelim.
- Eğer elemanımızın şekli çok küçük ise deformasyondan sonra şekli kenarları düz olan paralelyüz formunda olacaktır.
- Bu deforme olmuş şekli elde etmek için normal şekil değişiminin elemanın kenar uzunluklarını, kayma şekil değişiminin de her bir yüzün açılarını nasıl değiştirdiğine bakmalıyız.

Şekil Değiştirme

Kartezyen Şekil Değişimi Bileşenleri;



Deforme
olmamış
eleman



Deforme
olmuş
eleman

- Örneğin Δx uzunluğu $\epsilon_x \Delta x$ kadar uzayacak ve yeni boyu $\Delta x + \epsilon_x \Delta x$ olacaktır. Böylece paralel yüzün üç kenarının yaklaşık uzunlukları;

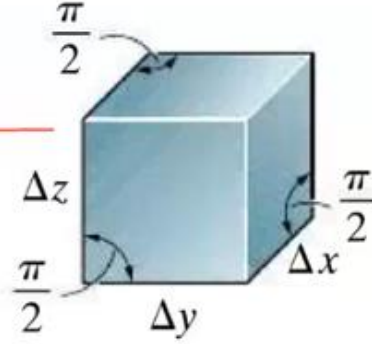
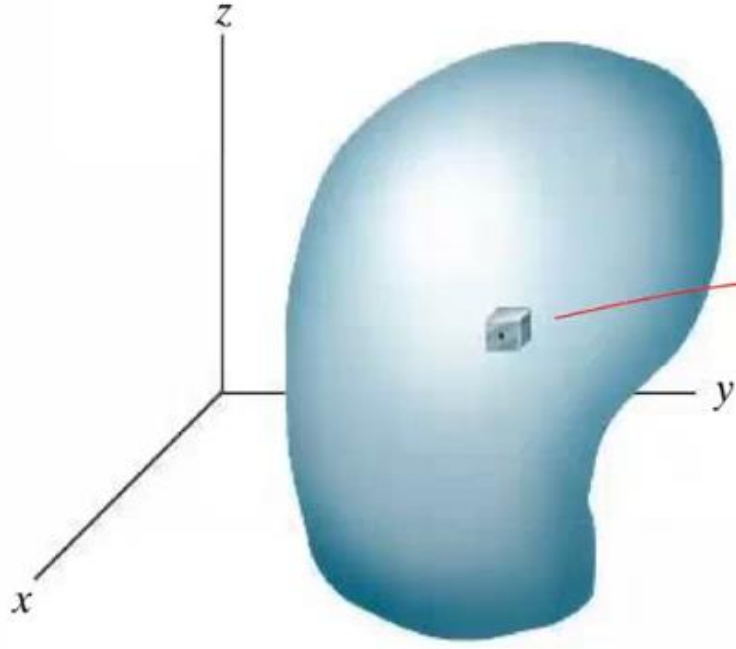
$$(1 + \epsilon_x) \Delta x \quad (1 + \epsilon_y) \Delta y \quad (1 + \epsilon_z) \Delta z$$

- Bu kenarlar arasındaki yaklaşık açılar;

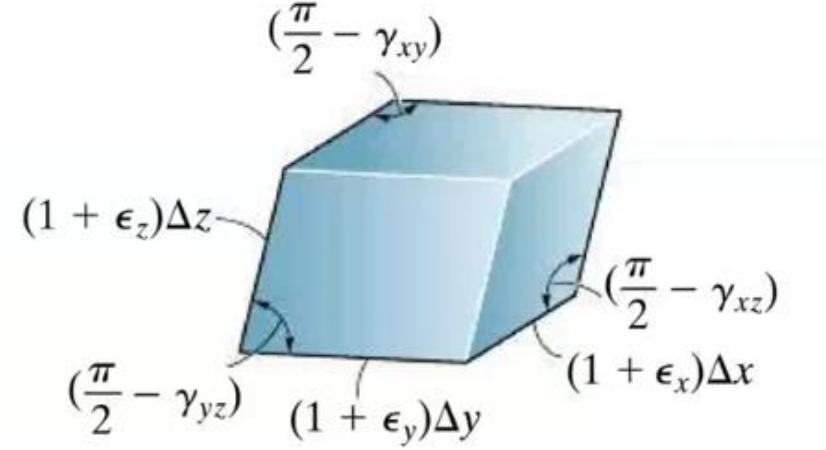
$$\frac{\pi}{2} - \gamma_{xy} \quad \frac{\pi}{2} - \gamma_{yz} \quad \frac{\pi}{2} - \gamma_{xz} \quad \text{olacaktır.}$$

Şekil Değişirme

Kartezyen Şekil Değişimi Bileşenleri;



Deforme
olmamış
eleman



Deforme
olmuş
eleman

Özet olarak;



- Cisim üzerindeki bir noktadaki şekil değişimini belirlemek için ϵ_x , ϵ_y ve ϵ_z normal şekil değişimlerine, γ_{xy} , γ_{yz} ve γ_{xz} kayma şekil değişimlerine ihtiyaç vardır.

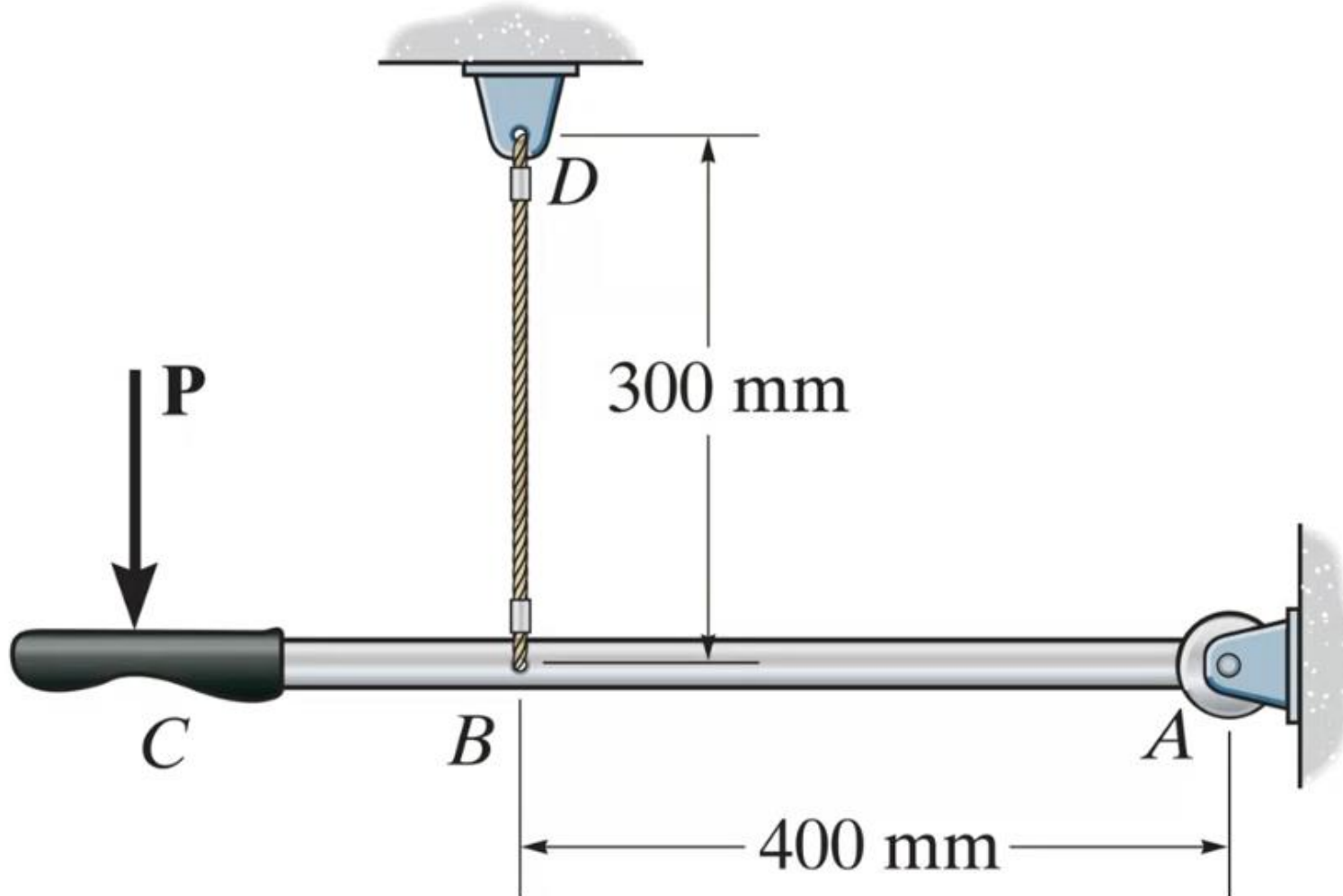
NOT: Normal şekil değişimi elemanın hacminde, kayma şekil değişimi ise elemanın şeklinde değişiklik meydana getirir.

Örnek 2.2

Şekil Değişirme

Örnek;

Şekildeki ABC rijit koluna P yükü uygulandığında kol saatin tersi yönde $0,05^\circ$ dönüyor. Buna göre BD kablosunda meydana gelen normal şekil değişimini bulunuz.



Şekil Değiştirme

Çözüm;

Kolun saatin tersi yönündeki dönüşünden sonraki konumu şekilde gösterilmiştir.

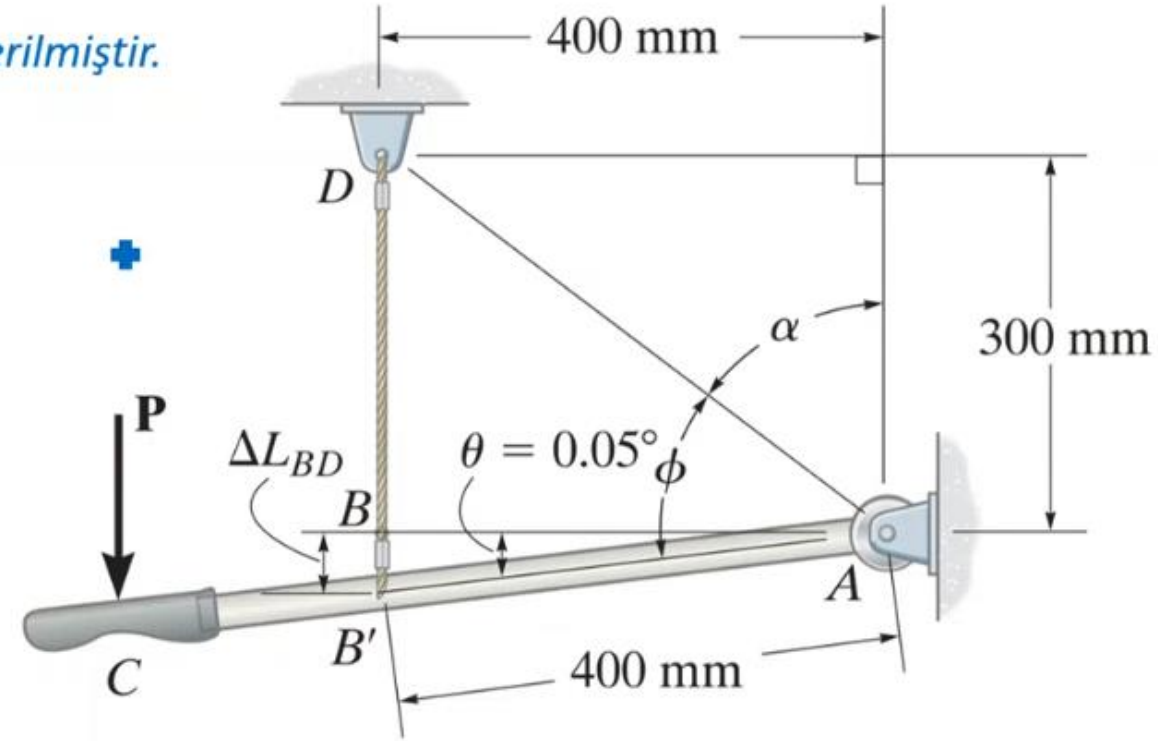
Geometriden α ve ϕ açıları ile L_{AD} uzunluğunu bulabiliriz.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{400 \text{ mm}}{300 \text{ mm}}\right) = 53.1301^\circ$$

$$\phi = 90^\circ - \alpha + 0.05^\circ = 90^\circ - 53.1301^\circ + 0.05^\circ$$

$$\phi = 36.92^\circ$$

$$L_{AD} = \sqrt{(300 \text{ mm})^2 + (400 \text{ mm})^2} = 500 \text{ mm}$$



Şekil Değiştirme

Çözüm;

Kosinüs teoreminden $L_{B'D}$ uzunluğunu bulabiliriz.

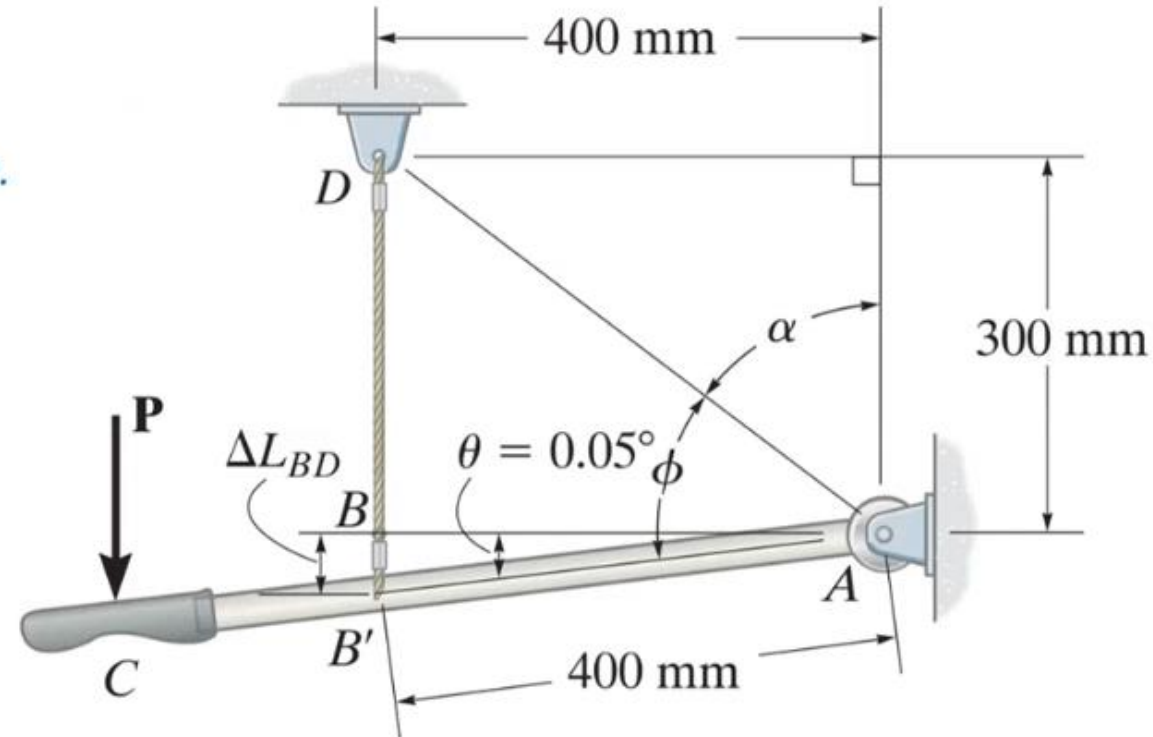
$$\begin{aligned} L_{B'D} &= \sqrt{L_{AD}^2 + L_{AB'}^2 - 2(L_{AD})(L_{AB'}) \cos \phi} \\ &= \sqrt{(500 \text{ mm})^2 + (400 \text{ mm})^2 - 2(500 \text{ mm})(400 \text{ mm}) \cos 36.92^\circ} \end{aligned}$$

$$L_{B'D} = 300.3491 \text{ mm}$$

L_{BD} ve $L_{B'D}$ uzunluklarını kullanarak normal şekil değişimini bulabiliriz.

$$\epsilon_{BD} = \frac{L_{B'D} - L_{BD}}{L_{BD}} = \frac{300.3491 \text{ mm} - 300 \text{ mm}}{300 \text{ mm}}$$

$$\epsilon_{BD} = 0.00116 \text{ mm/mm}$$

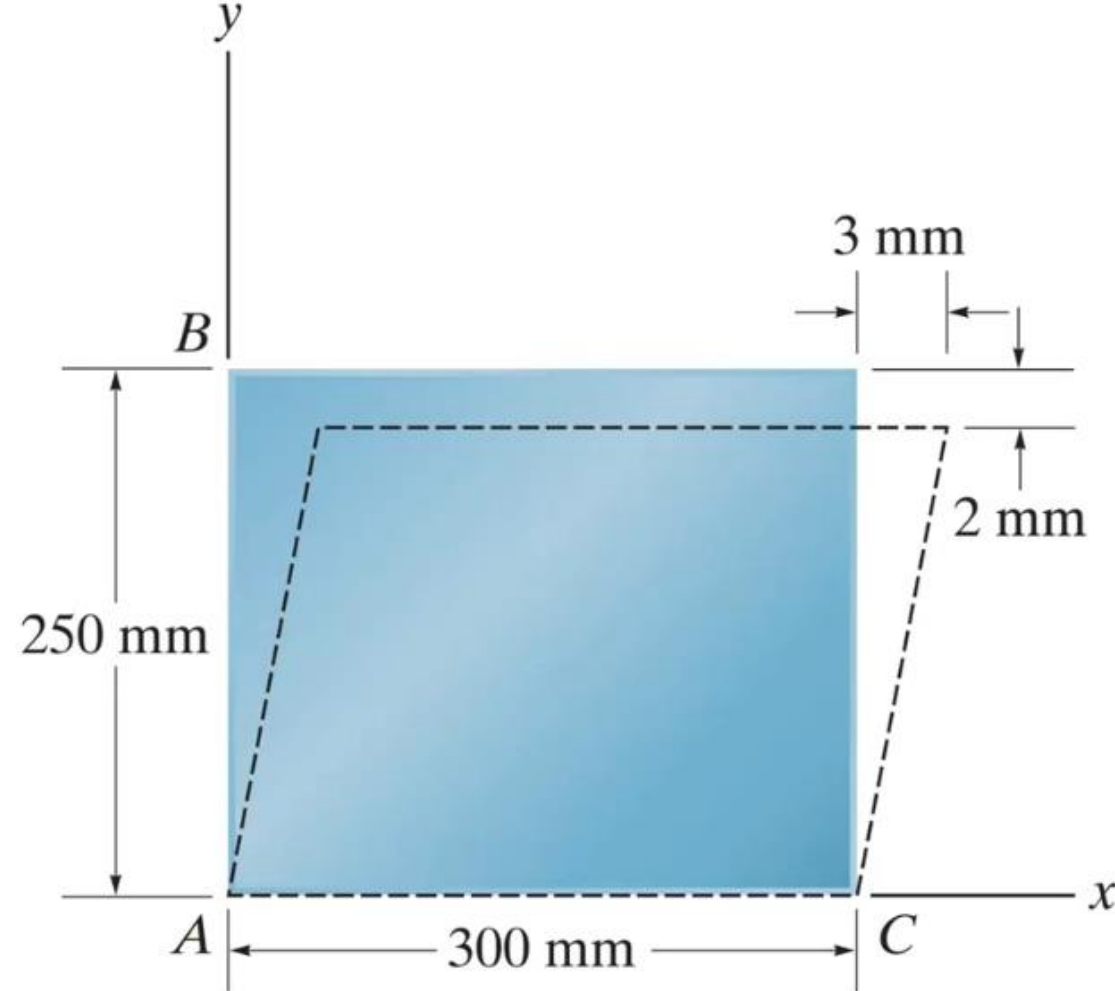


Örnek 2.3

Örnek;

Şekil Değişirme

Şekilde gösterilen koyu renkli plaka yüklemenden dolayı kesikli çizgi ile gösterilen formu almıştır. Buna göre; AB kenarı boyunca ortalama normal şekil değişimini, x ve y eksenlerine göre de A noktasındaki kayma şekil değişimini bulunuz.



Çözüm;

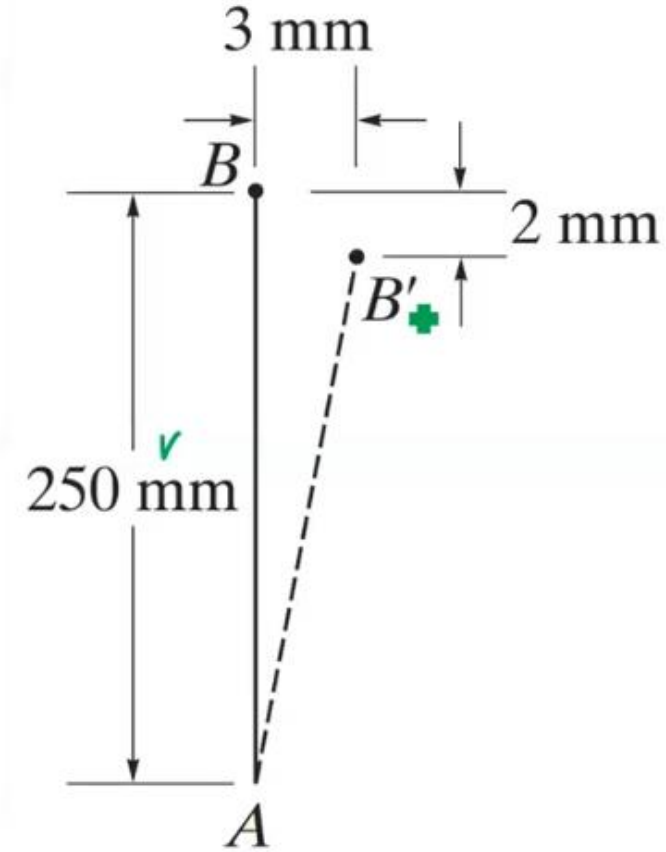
Şekil Değiştirme

AB kenarı deformasyondan dolayı AB' şeklini alıyor. Buna göre AB' ;

$$AB' = \sqrt{(250 \text{ mm} - 2 \text{ mm})^2 + (3 \text{ mm})^2} = 248.018 \text{ mm}$$

AB kenarındaki ortalama normal şekil değişimi;

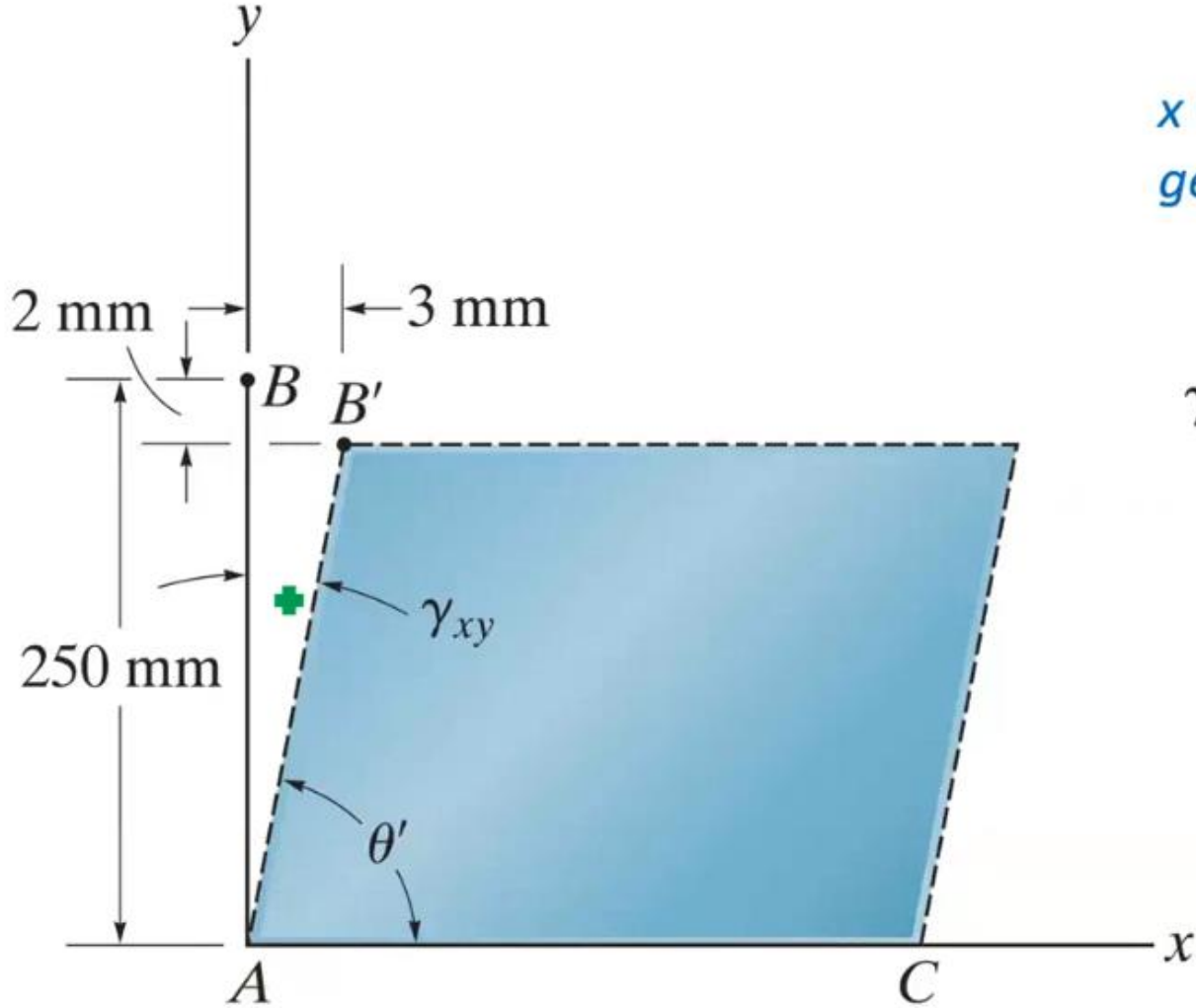
$$\begin{aligned} (\epsilon_{AB})_{\text{avg}} &= \frac{AB' - AB}{AB} = \frac{248.018 \text{ mm} - 250 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} \\ &= -7.93(10^{-3}) \text{ mm/mm} \end{aligned}$$



Çözüm;

Şekil Değiştirme

x ve y eksenlerine göre A noktasındaki ortalama kayma gerilmesi;



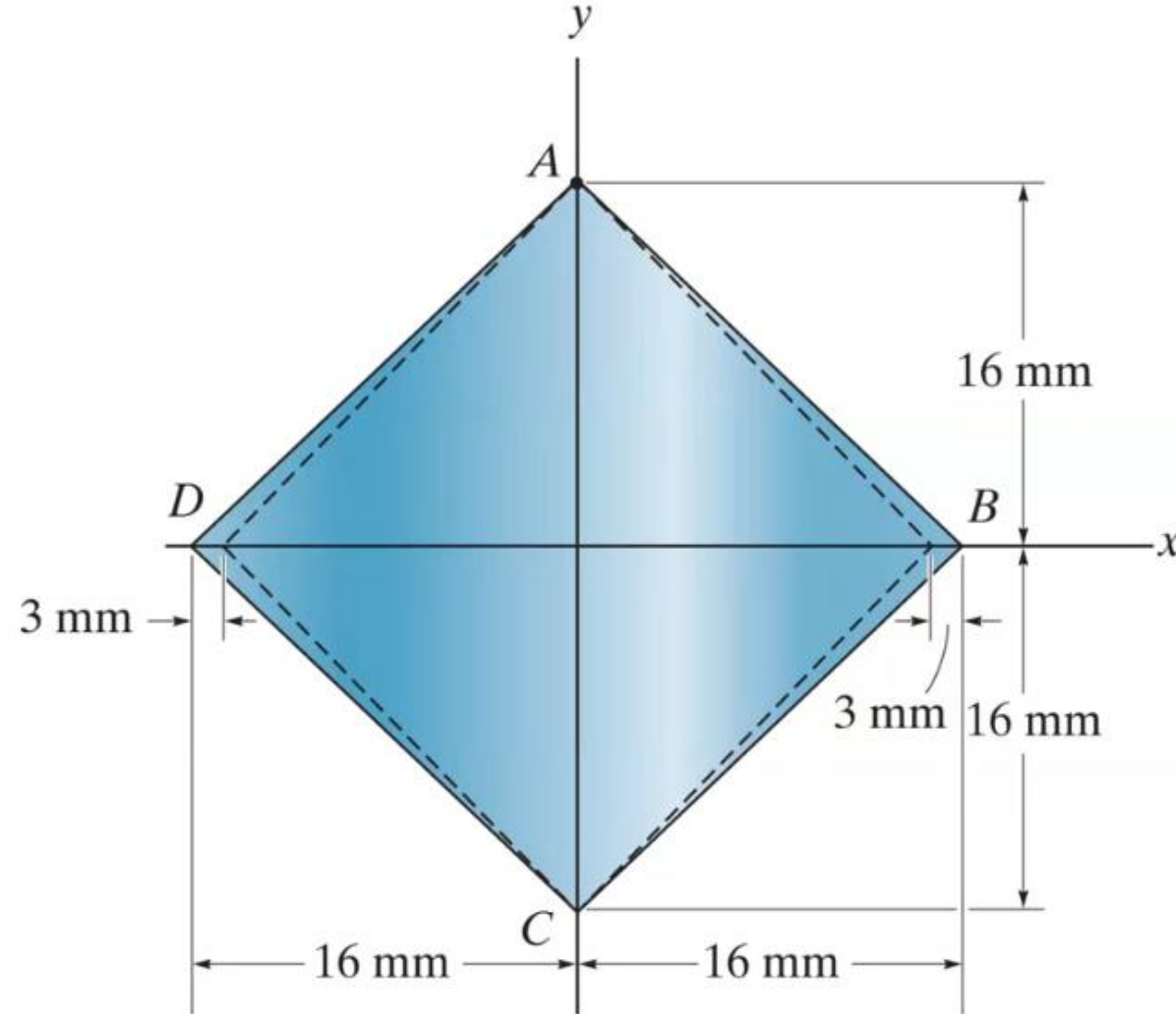
$$\gamma_{xy} = \tan^{-1} \left(\frac{3 \text{ mm}}{250 \text{ mm} - 2 \text{ mm}} \right) = 0.0121 \text{ rad}$$

Örnek 2.2-11 (Problems)

Şekil Değiştirme

Örnek;

Şekildeki plaka deformasyona uğradığında kesikli çizgi ile gösterilen şekli alıyor. Buna göre A ve B noktalarındaki ortalama kayma şekil değişimlerini bulunuz.



Şekil Değiştirme

Trigonometrik bağıntılar uygulanarak α ve ϕ açıları bulunur.

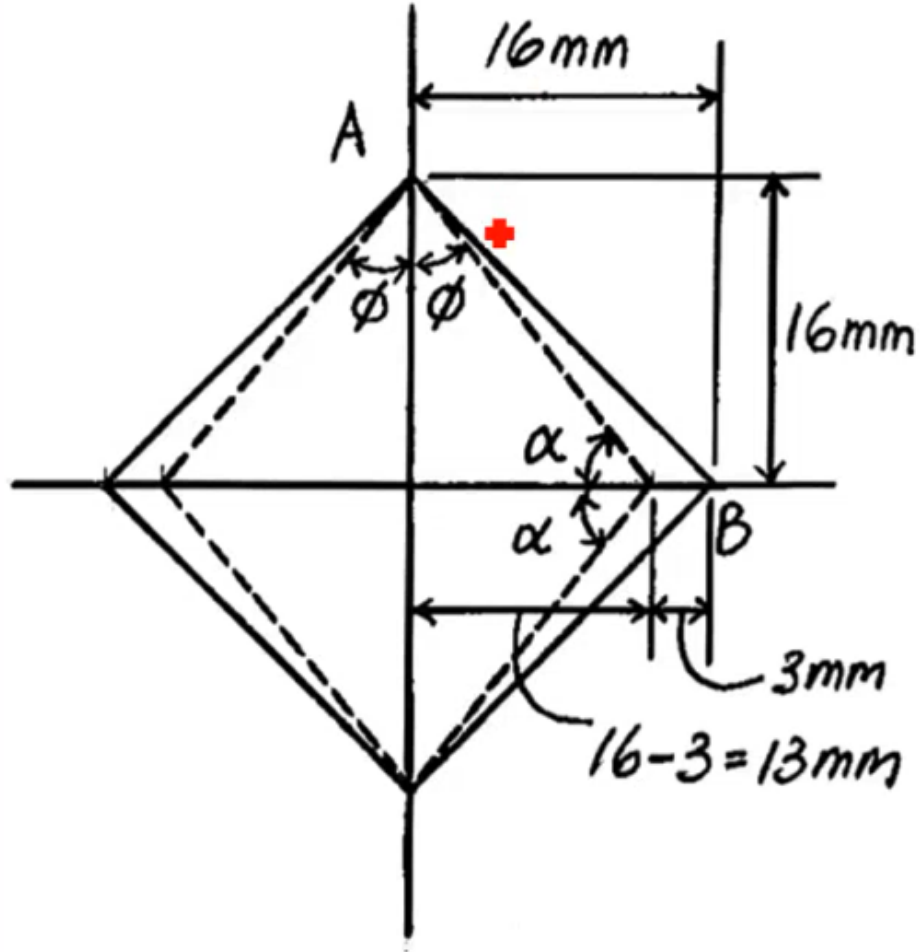
$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{13}{16} \right) = 39.09^\circ \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \right) = 0.6823 \text{ rad}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{16}{13} \right) = 50.91^\circ \left(\frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} \right) = 0.8885 \text{ rad}$$

A ve B noktasındaki kayma şekil değişimleri;

$$(\gamma_{xy})_A = \frac{\pi}{2} - 2\phi = \frac{\pi}{2} - 2(0.6823) = 0.206 \text{ rad}$$

$$(\gamma_{xy})_B = \frac{\pi}{2} - 2\alpha = \frac{\pi}{2} - 2(0.8885) = -0.206 \text{ rad}$$



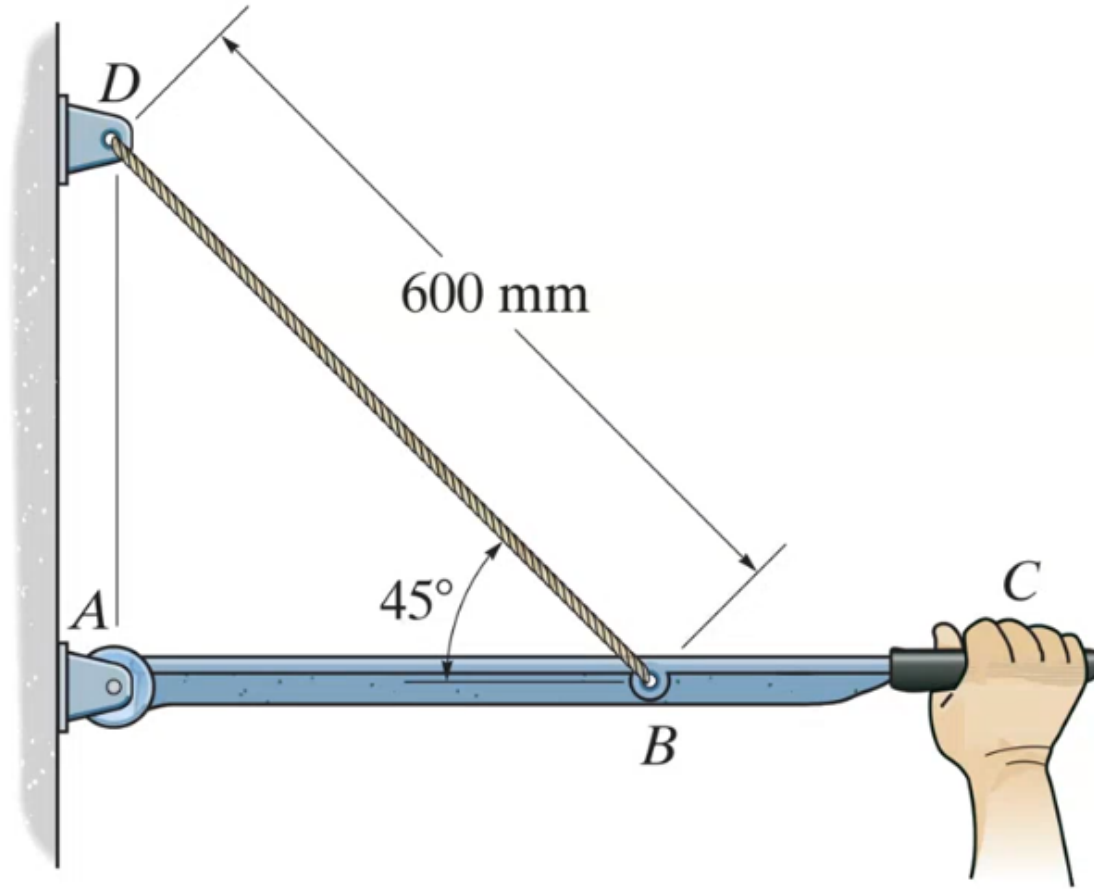
Çözüm;

Örnek 2.2-21 (Problems)

Şekil Değiştirme

Örnek;

Şekildeki rijit kol uygulanan kuvvet nedeniyle saat yönünde 3° açı yapacak şekilde dönüyor. Buna göre kabloda meydana gelen ortalama normal gerilmeyi bulunuz.



Şekil Değiştirme

Çözüm;

Geometriden $L_{B'D}$ uzunluğunu bulabiliriz.

$$L_{B'D} = \sqrt{(0.6 \cos 45^\circ)^2 + (0.6 \sin 45^\circ)^2 - 2(0.6 \cos 45^\circ)(0.6 \sin 45^\circ) \cos 93^\circ}$$
$$= 0.6155 \text{ m}$$

Kablonun deformasyondan önceki uzunluğu $L_{BD} = 600 \text{ mm}$ 'dir.
Bu nedenle kablodaki ortalama normal şekil değişimi;

$$\epsilon_{ort} = \frac{L_{B'D} - L_{BD}}{L_{BD}} = \frac{0.6155 - 0.6}{0.6}$$

$$\epsilon_{ort} = 0.0258 \text{ m/m}$$

