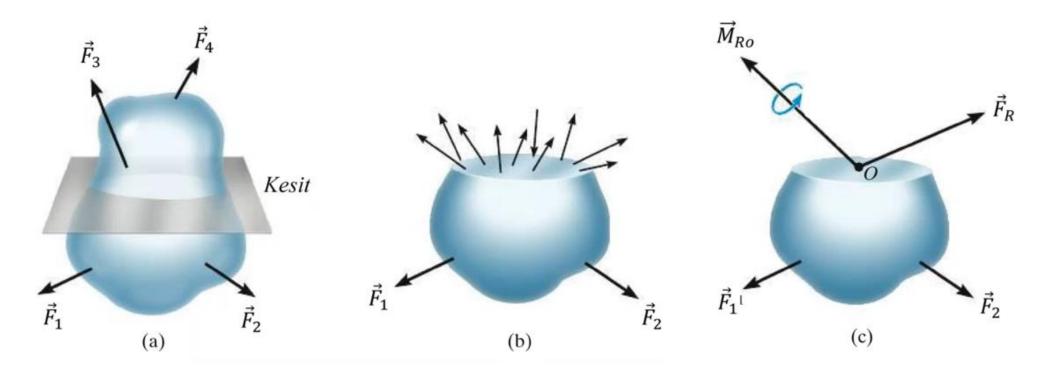


#### 1.2 Deforme olabilen bir cismin dengesi

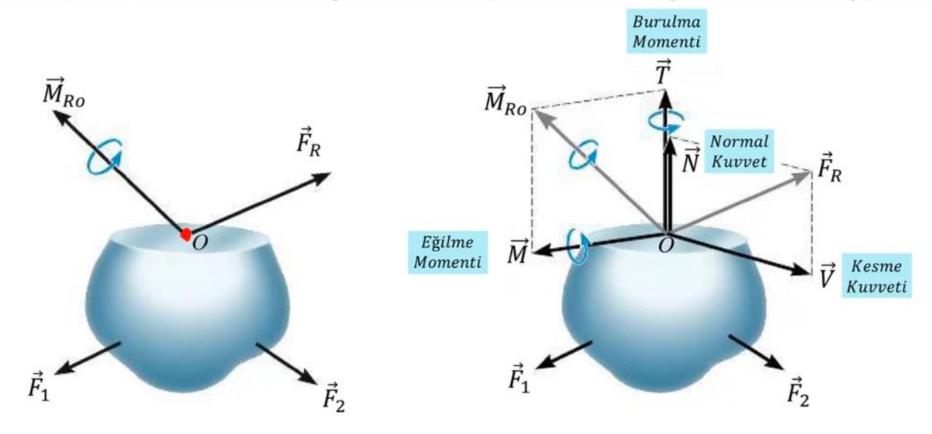
### Gerilme

Mukavemette bir cisimde oluşan iç gerilmelerin belirlenmesinde statikten yararlanılır.

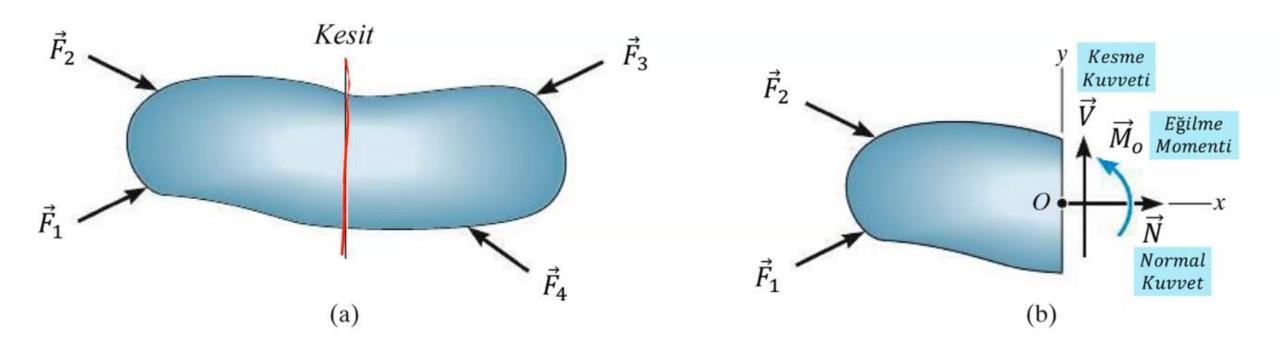


- Örneğin dört adet kuvvet ile dengede tutulan bir cismi ele alalım.
- Cisim içerisindeki herhangi bir noktadaki iç yüklemeleri bulmak için cismi o noktadan hayali olarak kestiğimizde iç kuvvetlerin kesit boyunca dağıldığını görebiliriz.
- Bu kuvvetler üst parçanın alt parçaya etki ettirdiği kuvvetlerdir ve bu yayılı kuvvetler gerilme olarak adlandırılır.

- İç kuvvetlerin dağılımı tam olarak bilinmeyebilir.
- Fakat kesit üzerindeki bir O noktasında denge denklemleri kullanılarak bu iç kuvvetlerin bileşkeleri bulunabilir.



- $ightharpoonup ec{F}_R$  ve  $ec{M}_{Ro}$  kesit boyunca dağılan iç kuvvetlerin bileşkeleridir.
- > Bu iç kuvvetlerin dağılımının elde edilmesi mukavemet açısından birincil öneme sahiptir.
- Bu problemi çözmek için gerilme kavramını oluşturmak gerekir.

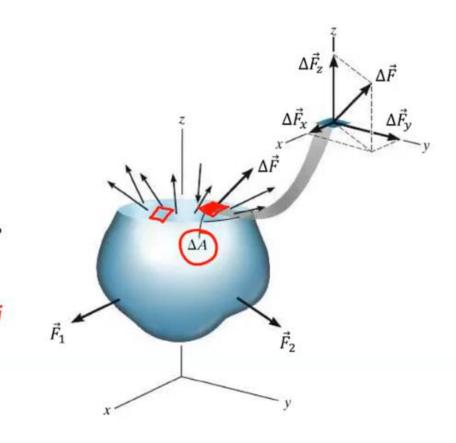


İki boyutlu problem

#### 1.3 Gerilme

### Gerilme

- ➤ Kesiti ΔA büyüklüğünde daha küçük alanlara bölelim.
- $\blacktriangleright$   $\Delta A$  sıfıra yaklaştıkça,  $\Delta \vec{F}$  ve bileşenleri ( $\Delta \vec{F}_x$ ,  $\Delta \vec{F}_y$  ve  $\Delta \vec{F}_z$ ), bunlarla birlikte  $\Delta \vec{F}'$ in  $\Delta A'$ ya bölümü de sınırlı bir limit değerine yaklaşacaktır.
- ightharpoonup Bu bölüme ( $\Delta \vec{F}/\Delta A$ ) gerilme denir ve bir noktadan geçen belirli bir düzleme etki eden iç kuvvetlerin yoğunluğunu ifade eder.



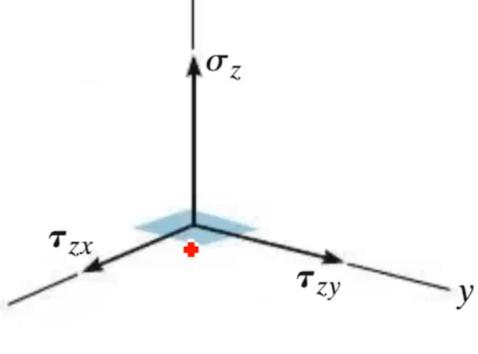
Gerilme birim alan başına düşen kuvveti temsil ettiğinden SI birim sisteminde gerilme birimi Pascal'dır. (1 Pa = 1 N/m²)

# Normal Gerilme; √

 $\triangleright$   $\Delta A'$ ya dik yönde etkiyen kuvvetin yoğunluğuna normal gerilme denir.

$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A}$$

 $\triangleright$  Eğer normal kuvvet  $\triangle A'$ yı çekecek yönde etkirse çekme gerilmesi, sıkıştıracak yönde etkirse basma gerilmesi olarak adlandırılır.



#### Kayma Gerilmesi;

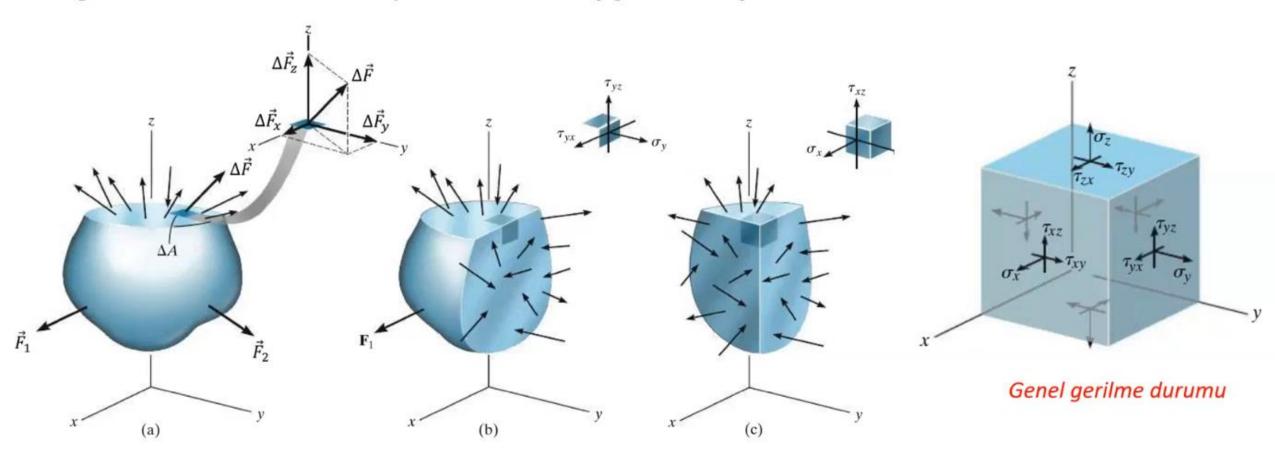
 $\triangleright$   $\Delta A'$ ya teğetsel yönde etkiyen kuvvetin yoğunluğuna kayma gerilmesi denir.

$$au_{zx} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A}$$
 $au_{zy} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A}$ 

 $au_{zx}$  ve  $au_{zy}$  kayma gerilmesi gösteriminde z indisi (birinci indis) alanın yönünü, x ve y indisleri (ikinci indisler) kayma gerilmesinin doğrultusunu ifade eder.

#### Genel Gerilme Durumu;

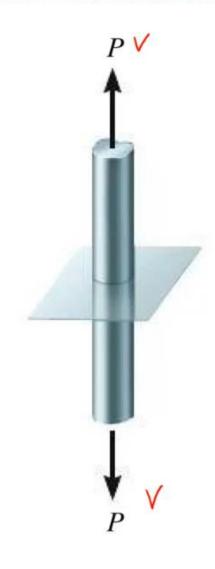
- Eğer cisim paralel düzlemlerle daha fazla kesildiğinde genel gerilme halini temsil eden kübik eleman elde edilebilir.
- Bu gerilme hali elemanın her bir yüzüne etki eden üç gerilme bileşeni ile temsil edilebilir.



#### 1.4 Eksenel Olarak yüklenmiş bir çubukta ortalama normal gerilme

### Gerilme

#### Eksenel olarak yüklenmiş bir çubukta ortalama normal gerilme



Prizmatik bir çubuğu eksenel olarak yüklediğimizde çubuk uzunluğunun merkezi boyunca düzgün bir şekilde deforme olur.

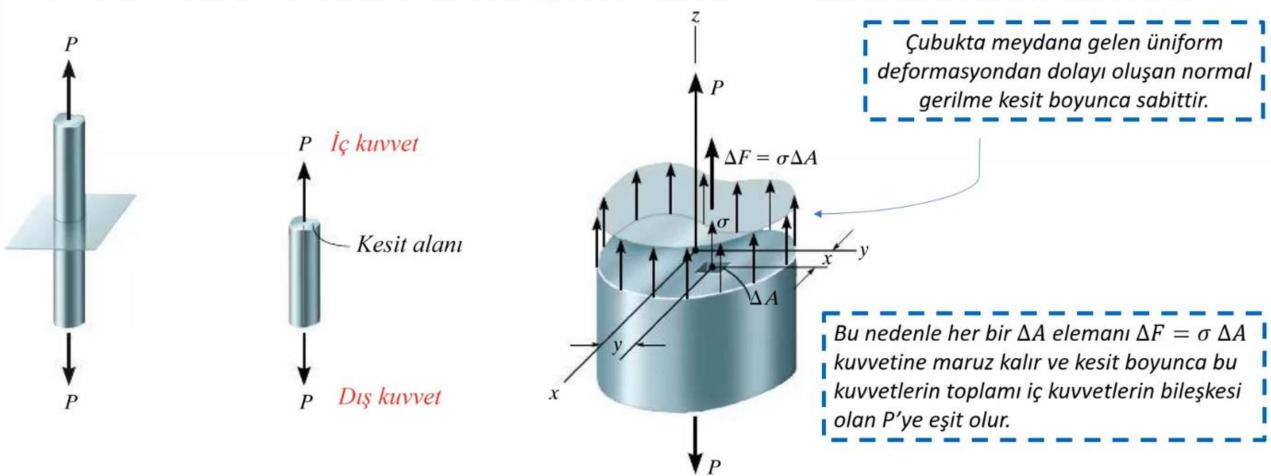


#### Eksenel olarak yüklenmiş bir çubukta ortalama normal gerilme 🗸

#### Ortalama normal gerilme dağılımı; 🗸

- Eksenel olarak yüklenmiş bir çubuk düşünelim;
- ➢ Bu çubuğu ortadan ikiye kestiğimizde dengeden do

  yı kesitte oluşan iç gerilmelerin bileşkesi P kuvvetine eşit olacaktır.



#### Eksenel olarak yüklenmiş bir çubukta ortalama normal gerilme

#### Ortalama normal gerilme dağılımı;

Eğer;

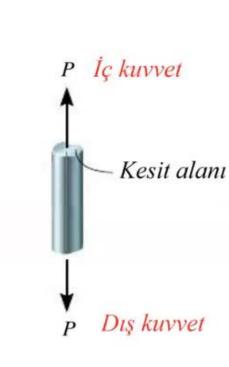
$$\Delta A \rightarrow dA$$
 $\Delta F \rightarrow dF$  olursa

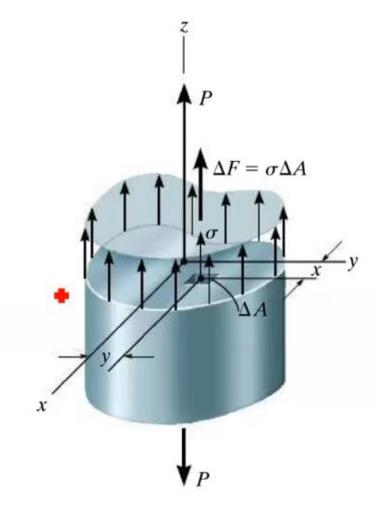
$$+\uparrow F_{Rz}=\Sigma F_z;$$

$$\int dF = \int_A \sigma \ dA$$

$$P = \sigma A$$







$$\sigma = \frac{P}{A}$$

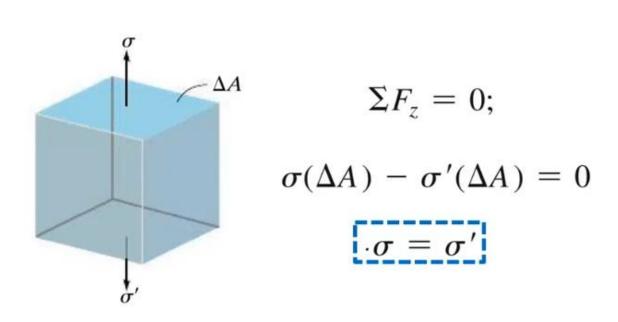
 $\sigma$  : Kesitte herhangi bir noktadaki ortalama normal gerilme

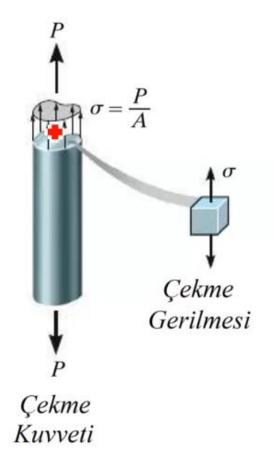
P: Bileşke iç kuvvet (Çubuk kesitinin orta noktası boyunca etki eden)

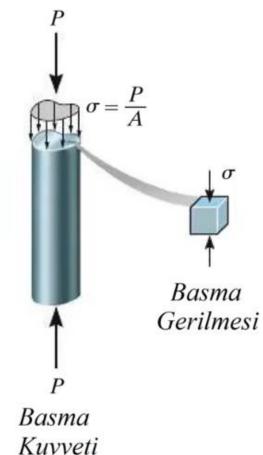
A : Çubuğun kesit alanı

#### Eksenel olarak yüklenmiş bir çubukta ortalama normal gerilme Denge;

Eksenel olarak yüklenmiş bir çubuk elemanın her bir noktasındaki küçük hacim elemanında sadece normal gerilme bulunur. Bu elemanın dengesinden;



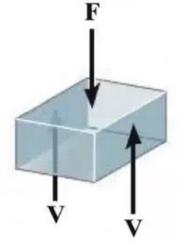




### 1.5 Ortalama Kayma Gerilmesi

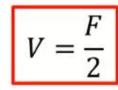
#### Ortalama Kayma Gerilmesi;

- Kayma gerilmesi kesme düzleminde etkiyen gerilme olarak tanımlanır. Bu şu şekilde tanımlanabilir.
- İki tane rijit destek üzerine bir çubuk yerleştirilmiş olsun.
- Eğer uygulanan kuvvet çubuğu deforme edecek büyüklükte ise çubuk AB ve CD düzlemleri boyunca kesilebilir.



Kesilen parçanın dengesi göz önüne alınırsa V kesme kuvveti;

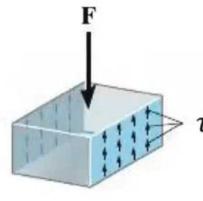
$$\sum F_{y} = 0 \qquad F - 2V = 0$$



Gerilme

olarak bulunur.

> Bu kesme kuvvetleri tarafından her bir alanda oluşturulan ortalama kayma gerilmesi;



$$\tau_{ort} = \frac{V}{A}$$

 $au_{ort}$  : Ortalama kayma gerilmesi (kesit boyunca her noktada aynı olduğu varsayılır)

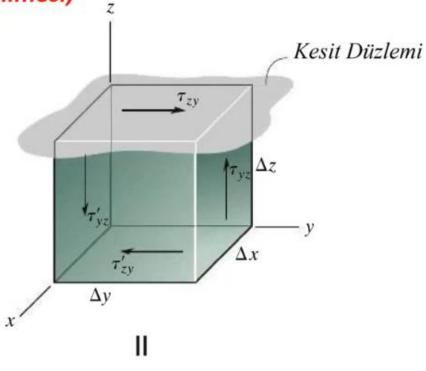
V: Kesme kuvveti

A: Kesit alanı

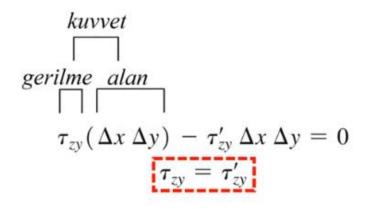
- Kayma gerilmesi ile kesme kuvvetinin yönü aynıdır.
- Burada ele alınan kayma gerilmesi basit kayma haline örnektir.

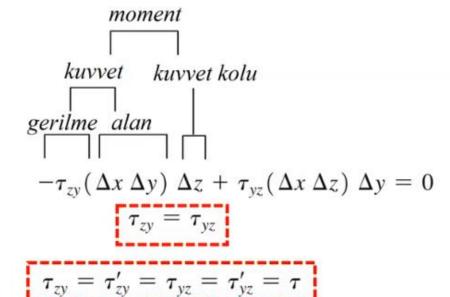
Ortalama Kayma Gerilmesi;

Denge Hali ✓



$$\Sigma F_y = 0;$$





$$\Sigma M_x = 0;$$

Buradan;



Saf Kayma Hali

- Dört kayma gerilmesi aynı büyüklükte olmalıdır.
- Ayrıca karşılıklı yüzeylerde birbirine zıt olarak yönlenmelidir.

#### 1.6 Müsaade Edilebilir Gerilme

# Gerilme

#### Müsaade Edilebilir Gerilme;

- Yapısal veya mekanik bir elemanın güvenliğini sağlamak için uygulanan yükün elemanın tam olarak destekleyebileceği yükten daha düşük bir yük ile sınırlandırılması gerekir. Örneğin;
  - İmalat ve montaj hataları
  - Bilinmeyen titreşimler, ani yüklemeler
  - Korozyon ve çürüme
  - Kompozit (ahşap,beton vb.) malzemelerin mekanik özelliklerindeki farklılıklar
- Bir eleman için izin verilen bir yükü belirtmenin bir yöntemi emniyet katsayısı olarak adlandırılan bir sayı kullanmaktır.
- Emniyet katsayısı hasar yükünün izin verilen yüke oranıdır.

$$E.K. = \frac{F_h}{F_m}$$

 $F_h$ : Hasar yükü

 $F_m$ : Müsaade edilebilir yük

- F<sub>h</sub>: Hasar yükü malzemenin deneysel testinden elde edilir.
- Emniyet katsayısı da deneyime dayanarak seçilir.
- Yükleme ile ortalama gerilme (normal ve kayma gerilmesi) lineer ilişkili olduğundan, emniyet katsayısı hasar gerilmesinin müsaade edilebilir gerilmeye oranı şeklinde ifade edilebilir.

$$E.K. = \frac{\sigma_h}{\sigma_m}$$

 $\sigma_h$ : Hasar gerilmesi

 $\sigma_m$ : Müsaade edilebilir gerilme

ya da l

Bu ifadelere göre emniyet katsayısı 1'den büyük olmalıdır.

#### 1.7 Basit Bağlantılarını Tasarımı

## Gerilme

Basit bağlantıların tasarımı;

- ightharpoonup Malzemenin davranışı ile ilgili basitleştirici varsayımlar yapıldığında  $\sigma=rac{P}{A}$  ve  $au_{ort}=rac{V}{A}$  bağıntıları ile genellikle basit bir bağlantı veya mekanik eleman analiz edilebilir veya tasarlanabilir.
- $\blacktriangleright$  Emniyet gerilmesi  $\sigma_m$  veya  $au_m$  değeri bilinen bir elemanda , ilgili çekme-basma kuvvetlerini veya kesme kuvvetini emniyetle taşıyabilecek alanın değeri;

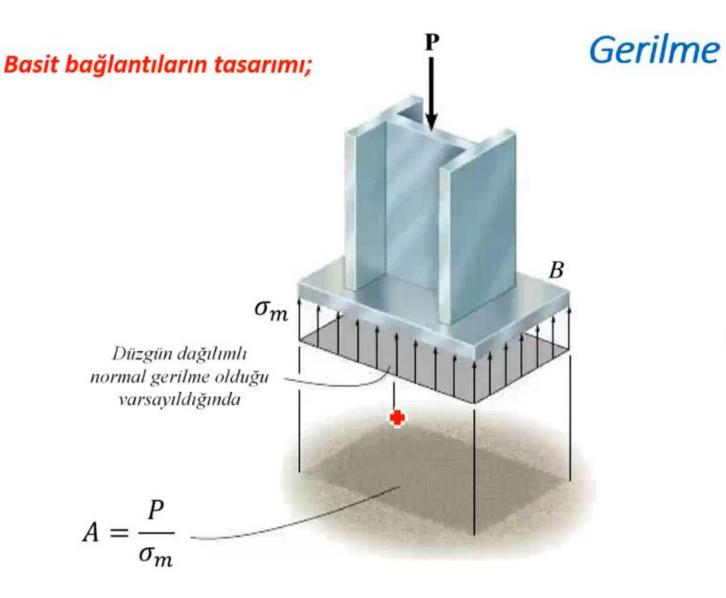
$$A = \frac{P}{\sigma_m} \qquad \qquad ya \ da \qquad \qquad A = \frac{V}{\tau_m}$$

$$A = \frac{V}{\tau_m}$$

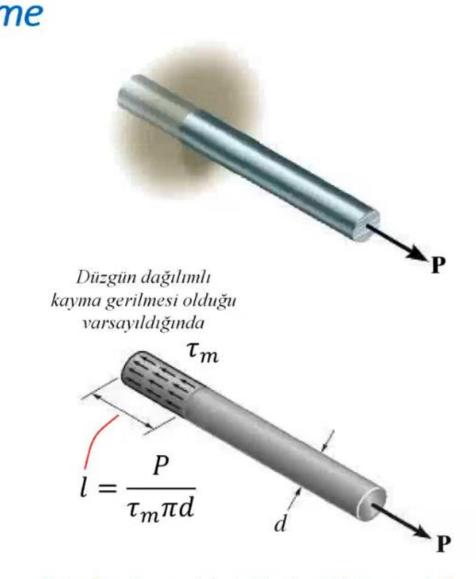
bağıntıları ile bulunabilir.

 $\sigma_m$ : Müsaade edilebilir normal gerilme

 $au_m$ : Müsaade edilebilir kayma gerilmesi

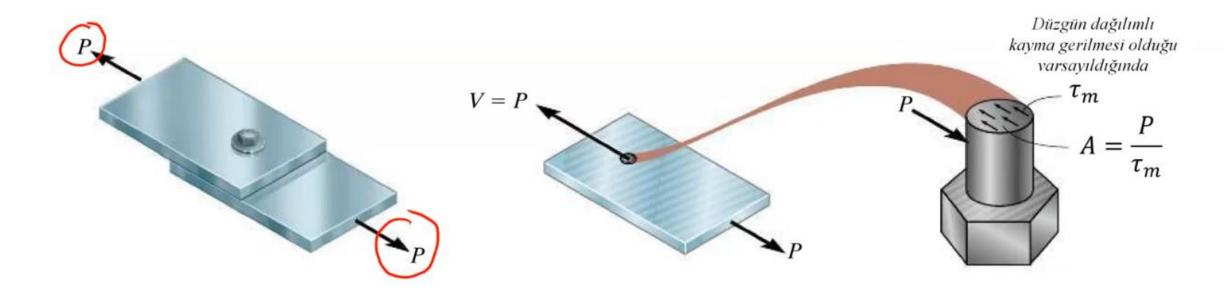


Kolon taban plakasının B alanı, beton için izin verilen taşıma gerilmesi kullanılarak belirlenir.



Çubuğun beton içindeki gömülü 'l' uzunluğu, yapıştırma tutkalının izin verilen kayma gerilmesi kullanılarak belirlenebilir.

#### Basit bağlantıların tasarımı;



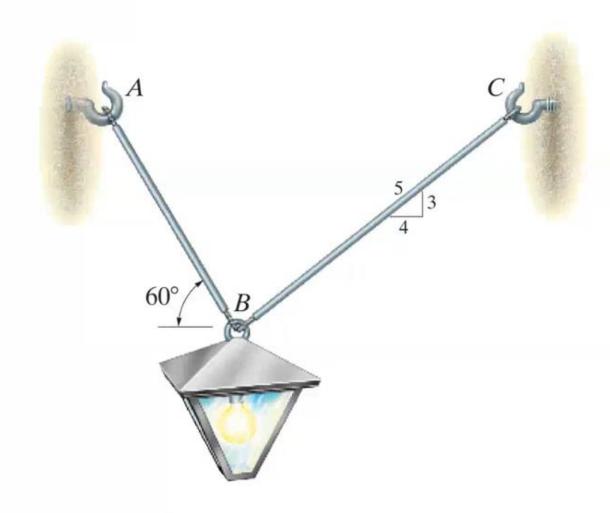
Basit bindirmeli bağlantı için cıvatanın alanı, cıvata için izin verilen en büyük kayma gerilmesine göre belirlenir.

### Örnek 1.7

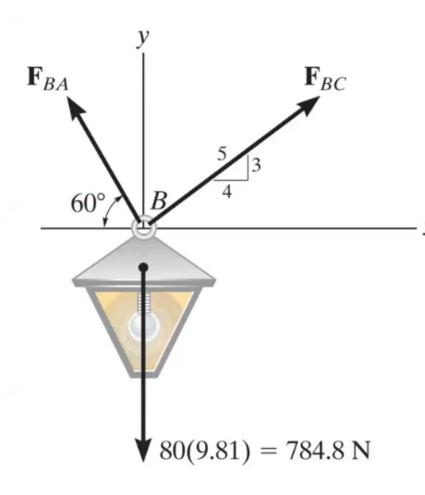
# Gerilme

### Örnek;

Şekildeki 80 kg ağırlığındaki lamba AB ve BC çubukları ile dengede durmaktadır. AB çubuğunun çapı 10 mm ve BC çubuğunun çapı da 8 mm olduğuna göre çubuklardaki ortalama normal gerilmeleri bulunuz.



### Çözüm;



Lambanın serbest cisim diyaqramından AB ve BC çubuk kuvvetleri bulunur.

$$\pm \Sigma F_x = 0;$$
  $F_{BC}(\frac{4}{5}) - F_{BA}\cos 60^\circ = 0$ 

$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$
  $F_{BC}(\frac{3}{5}) + F_{BA} \sin 60^\circ - 784.8 \text{ N} = 0$ 

$$F_{BC} = 395.2 \text{ N}, \qquad F_{BA} = 632.4 \text{ N}$$

$$F_{BA} = 632.4 \text{ N}$$

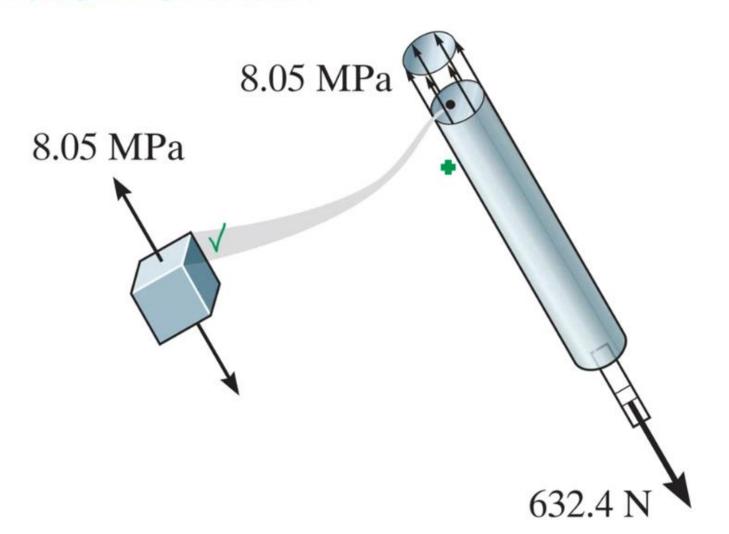
#### Ortalama normal gerilmeler;

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{395.2 \text{ N}}{\pi (0.004 \text{ m})^2} = 7.86 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BA} = \frac{F_{BA}}{A_{BA}} = \frac{632.4 \text{ N}}{\pi (0.005 \text{ m})^2} = 8.05 \text{ MPa}$$

### Çözüm;

AB çubuğundaki gerilme durumu



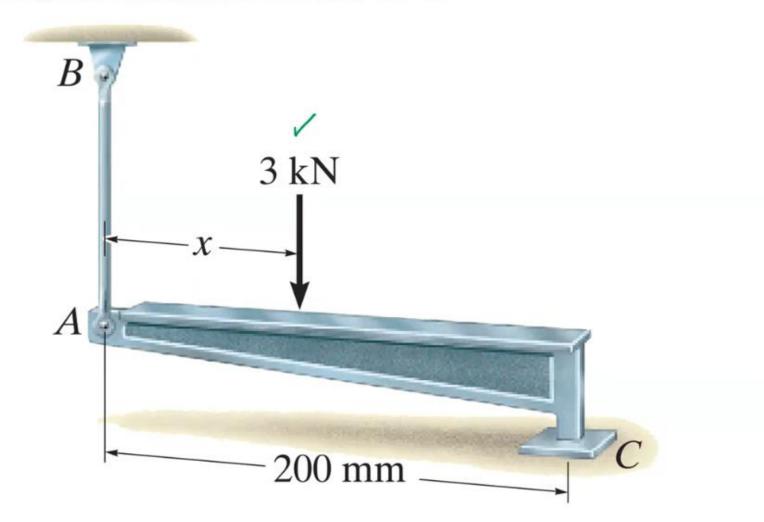
$$\sigma_{BA} = 8.05 \text{ MPa}$$

### Örnek 1.9

### Gerilme

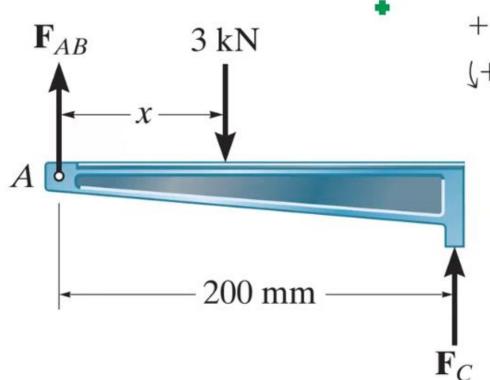
### Örnek;

Şekilde gösterilen AC elemanı 3 kN'luk bir düşey bir kuvvete maruz bırakılmıştır. C desteğindeki ortalama basma gerilmesinin, AB bağlantı çubuğundaki ortalama çekme gerilmesine eşit olması için kuvvetin uygulanması gereken x konumunu belirleyiniz. Çubuk 400 mm²'lik bir kesit alanına sahiptir ve C'deki temas alanı ise 650 mm²'dir.



### Çözüm;

AC elemanının serbest cisim diyagramı kullanılarak  $F_{AB}$ ,  $F_C$  ve x uzunluğu arasında bir ilişki yazılabilir.



$$+\uparrow \Sigma F_y = 0;$$
  $F_{AB} + F_C - 3000 \,\text{N} = 0$  (1)  
 $\downarrow + \Sigma M_A = 0;$   $-(3000 \,\text{N})(x) + F_C(200 \,\text{mm}) = 0$  (2)

C desteğindeki ortalama basma gerilmesinin ve AB bağlantı çubuğundaki ortalama çekme gerilmesine eşit olması gerektiği şartından;

$$\sigma = \frac{F_{AB}}{400 \text{ mm}^2} = \frac{F_C}{650 \text{ mm}^2}$$
  $F_C = 1.625 F_{AB}$ 

Bu ifade (1) nolu denge denkleminde yerine yazılırsa;

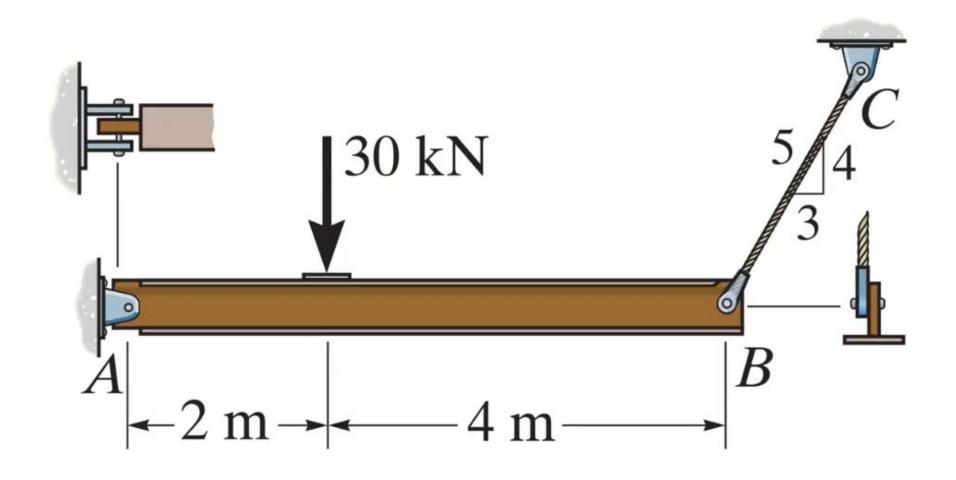
$$F_{AB} = 1143 \text{ N}$$
  $F_C = 1857 \text{ N}$ 

### Örnek 1.10

### Gerilme

#### Örnek;

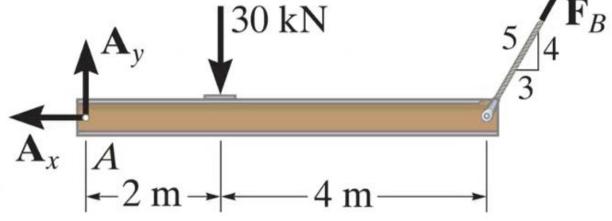
Şekilde yükleme durumu verilen kiriş A noktasından 20 mm çapında pim ile, B noktasından da 30 mm çapında pim ile bağlanmış olup bağlantı şekilleri yanlarında verilmiştir. Buna göre A ve B pimlerindeki ortalama kayma gerilmesini bulunuz.



### Çözüm;

A ve B pim kuvvetlerinin bulunabilmesi için mesnet tepkileri hesaplanmalıdır.

# Gerilme



Kirişin serbest cisim diyagramından;

$$\downarrow + \Sigma M_A = 0; \quad F_B\left(\frac{4}{5}\right)(6 \text{ m}) - 30 \text{ kN}(2 \text{ m}) = 0 \qquad F_B = 12.5 \text{ kN}$$

$$+ \Sigma F_x = 0; \quad (12.5 \text{ kN})\left(\frac{3}{5}\right) - A_x = 0 \qquad A_x = 7.50 \text{ kN}$$

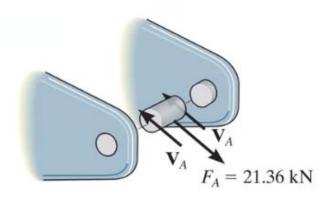
$$+ \uparrow \Sigma F_y = 0; \quad A_y + (12.5 \text{ kN})\left(\frac{4}{5}\right) - 30 \text{ kN} = 0 \qquad A_y = 20 \text{ kN}$$

A pimine etki eden bileşke kuvvet;

$$F_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(7.50 \text{ kN})^2 + (20 \text{ kN})^2} = 21.36 \text{ kN}$$

### Çözüm;

Pim bağlantılarına göre pimlerde oluşan kesme kuvveti;



A pimi çift kesme kuvvetine maruzdur. Bu nedenle A pimindeki  $V_{\Delta}$  kesme kuvveti;

$$V_A = \frac{F_A}{2} = \frac{21.36 \text{ kN}}{2} = 10.68 \text{ kN}$$

B pimi tek kesme kuvvetine maruzdur. Bu nedenle B pimindeki  $V_B$  kesme kuvveti;

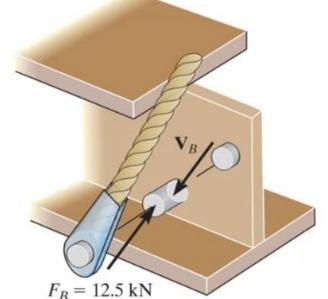
$$V_B = F_B = 12.5 \text{ kN}$$



$$(\tau_A)_{ort} = \frac{V_A}{A_A} = \frac{10.68(10^3) \text{ N}}{\frac{\pi}{4}(0.02 \text{ m})^2} = 34.0 \text{ MPa}$$

B pimindeki ortalama kayma gerilmesi;

$$(\tau_B)_{ort} = \frac{V_B}{A_B} = \frac{12.5(10^3) \text{ N}}{\frac{\pi}{4}(0.03 \text{ m})^2} = 17.7 \text{ MPa}$$

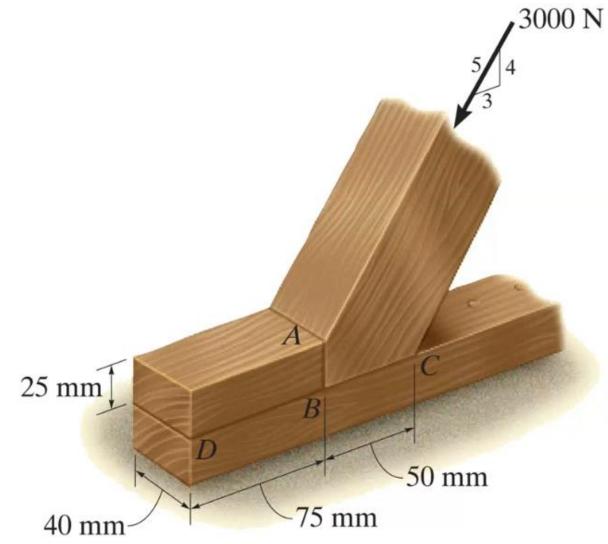


### Örnek 1.12

### Gerilme

### Örnek;

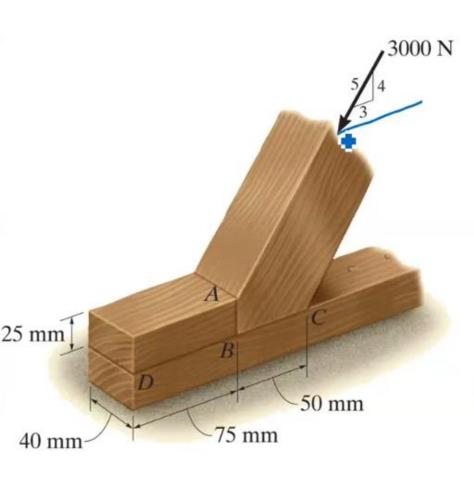
Şekildeki eğimli eleman, 3000 N'luk bir basma kuvvetine maruz kalmaktadır. AB ve BC tarafından tanımlanan düz temas yüzeyleri boyunca oluşan ortalama basma gerilmesini ve DB tarafından tanımlanan yatay düzlem boyunca oluşan ortalama kayma gerilmesini belirleyiniz.

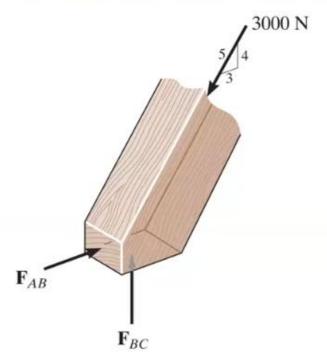


### Çözüm;

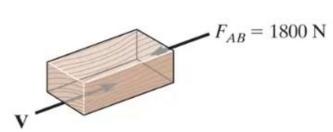
# Gerilme

#### Elemanın eğimli kısmının serbest cisim diyagramından;

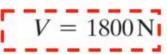




#### Elemanın ADB parçasının serbest cisim diyagramından;



$$\stackrel{+}{\rightarrow} \Sigma F_x = 0;$$



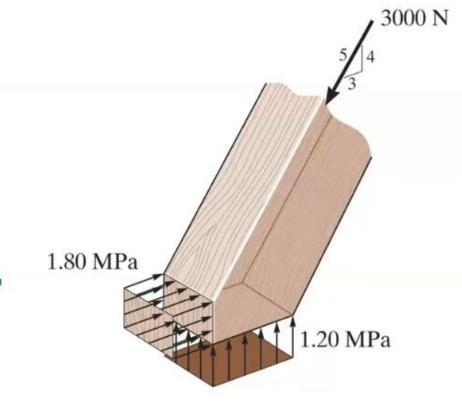
### Çözüm;

# Gerilme

#### Eğimli kısmın AB ve BC yüzeylerine etki eden normal gerilmeler;

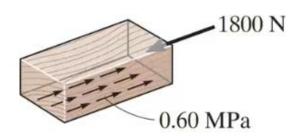
$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{1800 \text{ N}}{(0.025 \text{ m})(0.04 \text{ m})} = 1.80(10^6) \text{ N/m}^2 = 1.80 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{F_{BC}}{A_{BC}} = \frac{2400 \text{ N}}{(0.05 \text{ m})(0.04 \text{ m})} = 1.20(10^6) \text{ N/m}^2 = 1.20 \text{ MPa}$$



#### DB düzleminde oluşan ortalama kayma gerilmesi;

$$\tau_{\text{avg}} = \frac{1800 \text{ N}}{(0.075 \text{ m})(0.04 \text{ m})} = 0.600(10^6) \text{ N/m}^2 = 0.600 \text{ MPa}$$

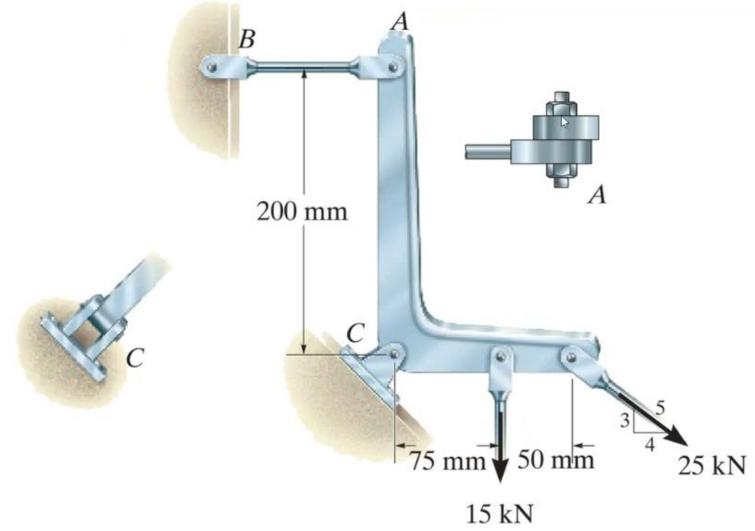


### Örnek 1.13

### Gerilme

### Örnek;

Şekildeki kumanda kolu gösterilen yüklerin etkisindedir. A ve C noktasındaki pimlerin kayma için emniyet katsayısı E.K.=1,5 ve kayma hasar gerilmesi  $\tau_h=82,5~MPa'$ dır. Buna göre pimler için gerekli olan en küçük çapları en yakın onluk değerine yuvarlayarak bulunuz.

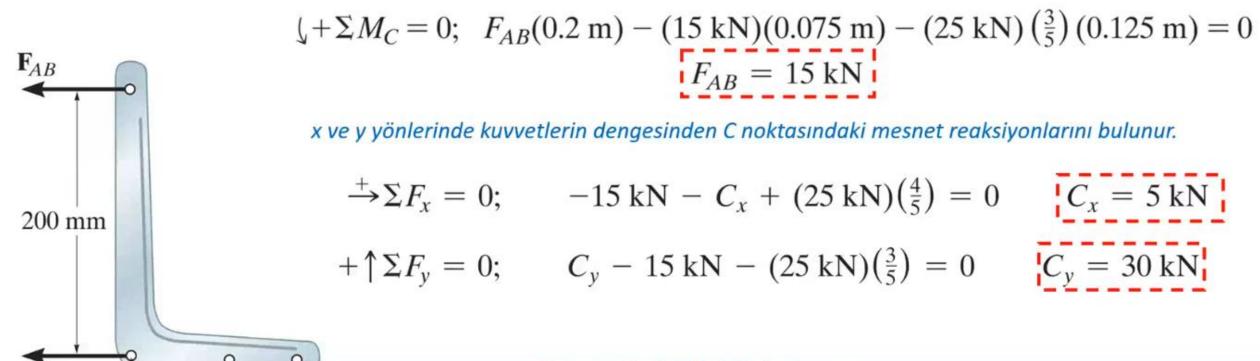


### Çözüm;

### Gerilme

Kolun serbest cisim diyagramından A ve C noktalarındaki mesnet reaksiyonları bulunur.

C noktasına göre moment aldığımızda A noktasındaki  $F_{AB}$  mesnet reaksiyonu;

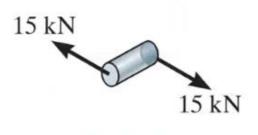


C mesnedindeki  $F_C$  bileşke kuvvet;

$$F_C = \sqrt{(5 \text{ kN})^2 + (30 \text{ kN})^2} = 30.41 \text{ kN}$$

### Çözüm;

Mesnet tepkileri belirlendikten sonra pimlere etki eden kesme kuvvetleri belirlenir.



Müsaade edilebilir kayma gerilmesi;

$$E.K. = \frac{\tau_h}{\tau_m}$$
  $1.5 = \frac{82.5 \text{ MPa}}{\tau_m}$   $\tau_m = 55 \text{ MPa}$ 



A pimi

A pimi için gerekli olan en küçük çap;

• 
$$A = \frac{V}{\tau_m}$$
  $\pi \left(\frac{d_A}{2}\right)^2 = \frac{15(10^3) \,\text{N}}{55(10^6) \,\text{N/m}^2}$   $d_A = 0.01863 \,\text{m} = 18.63 \,\text{m}$ 

 $d_A = 20 \,\mathrm{mm}$ 

C pimi

C pimi için gerekli olan en küçük çap;

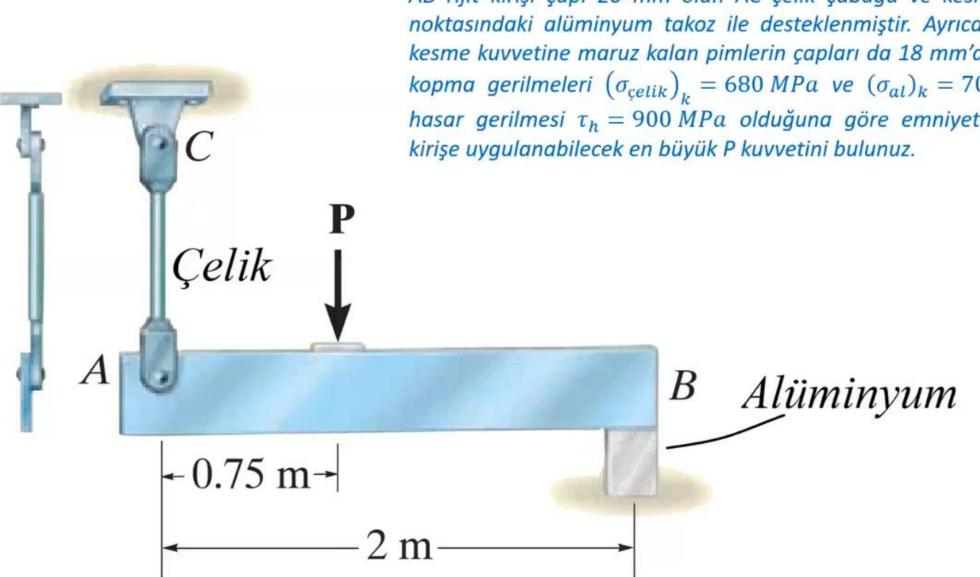
$$A = \frac{V}{\tau_m} \qquad \pi \left(\frac{d_C}{2}\right)^2 = \frac{15.205(10^3) \,\text{N}}{55(10^6) \,\text{N/m}^2} \qquad d_C = 0.01876 \,\text{m} = 18.76 \,\text{mm}$$

 $d_C = 20 \text{ mm}$ 

# Örnek 1.16 Örnek;

# Gerilme

AB rijit kirişi çapı 20 mm olan AC çelik çubuğu ve kesit alanı 1800 mm² olan B noktasındaki alüminyum takoz ile desteklenmiştir. Ayrıca A ve C noktalarında tek kesme kuvvetine maruz kalan pimlerin çapları da 18 mm'dir. Çelik ve alüminyum için kopma gerilmeleri  $(\sigma_{celik})_{\nu} = 680 MPa$  ve  $(\sigma_{al})_{k} = 70 MPa$ , pimlerdeki kayma hasar gerilmesi  $\tau_h = 900 \, MPa$  olduğuna göre emniyet katsayısını E.K.=2 alarak kirişe uygulanabilecek en büyük P kuvvetini bulunuz.



### Çözüm;

Müsaade edilebilir gerilmeler;

$$\left(\sigma_{\varsigma elik}\right)_{m} = \frac{\left(\sigma_{\varsigma elik}\right)_{k}}{E.K.} = \frac{680 MPa}{2}$$

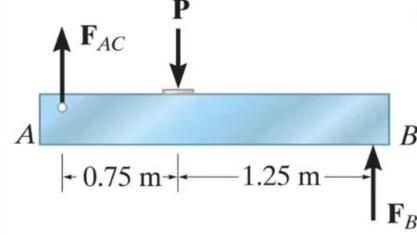
$$(\sigma_{al})_m = \frac{(\sigma_{al})_k}{E_l K_l} = \frac{70 MPa}{2}$$

$$\left(\sigma_{ec{c}elik}
ight)_{m}=340~MPa$$

$$(\sigma_{al})_m = 35 MPa$$

$$\tau_m = \frac{\tau_h}{E.K.} = \frac{70 MPa}{2}$$

$$au_m=35$$
 MPa



Kirişin serbest cisim diyagramından  $F_{AC}$ ,  $F_{B}$  ve P kuvvetleri arasında bir ilişki yazılabilir.

$$(+\Sigma M_B = 0; P(1,25) - F_{AC}(2m) = 0$$
 (1)

### Çözüm;

Şimdi sırasıyla çubuk, blok ve pimlerde izin verilen gerilmeyi meydana getiren P'nin her bir değerini belirlemeliyiz.

### AC çubuğu için; √

AC çubuğu için; V
$$\widehat{F}_{AC} = (\sigma_{\text{çelik}})_m (A_{AC}) = 340(10^6) \frac{N}{m^2} \left[ \pi(0,01)^2 \right] = 106,8 \text{ kN}$$

$$F_{B}(2m) - P(0,75) = 0 \qquad (2)$$

$$F_B(2m) - P(0.75) = 0$$
 (2)

#### (1) Nolu denklemi kullanarak;

$$P = \frac{(106,8 \, kN)(2m)}{1,25 \, m} = 171 \, kN$$

#### B bloğu için;

$$F_B = (\sigma_{al})_m (A_B) = 35(10^6) \frac{N}{m^2} \left[ 1800 \text{ mm}^2 (10^{-6}) \frac{m^2}{mm^2} \right] = 63 \text{ kN}$$

#### (2) Nolu denklemi kullanarak;

$$P = \frac{(63 \ kN)(2m)}{0.75 \ m} = 168 \ kN$$

### Çözüm;

Şimdi sırasıyla çubuk, blok ve pimlerde izin verilen gerilmeyi meydana getiren P'nin her bir değerini belirlemeliyiz.

#### A veya C pimi için;

$$F_{AC} = V = \tau_m A = 450(10^6) \frac{N}{m^2} [\pi(0,009m)^2] = 114,5 \text{ kN}$$

$$P(1,25) - F_{AC}(2m) = 0 (1)$$
$$F_B(2m) - P(0,75) = 0 (2)$$

$$F_B(2m) - P(0,75) = 0$$
 (2)

#### (1) Nolu denklemi kullanarak;

$$P = \frac{(114,5 \ kN)(2m)}{1,25 \ m} = 183 \ kN$$

#### P kuvveti için üç farklı değer elde ettik.

$$P = 171 \, kN$$

Bu üç değer karşılaştırıldığında; P en küçük değerine (168 kN) ulaştığında, ilk önce izin verilen normal gerilme alüminyum blokta oluşacaktır. Bu nedenle;

B bloğu için;

$$P = 168 \, kN$$

 $P = 168 \, kN$ 

olmalıdır.

A veya C pimi için;

$$P = 183 \, kN$$