

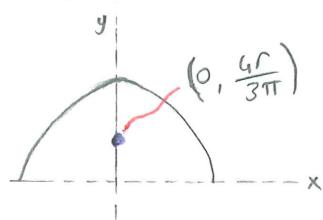
⇒ Ağırlık Merkezi - Kütle Merkezi =

# Daire Parçasının Ağırlık Merkezi =

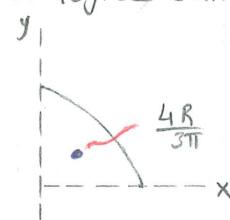
# Üçgenin Ağırlık Merkezi =

# Jayın Ağırlık Merkezi =

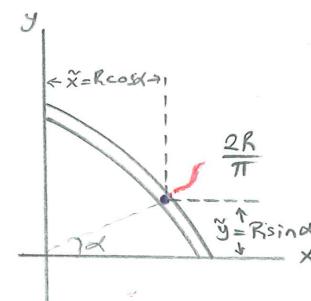
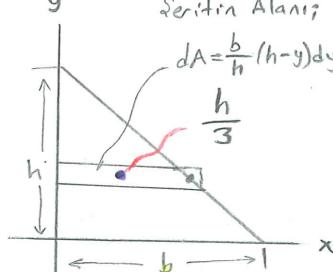
\* Yarım Daire



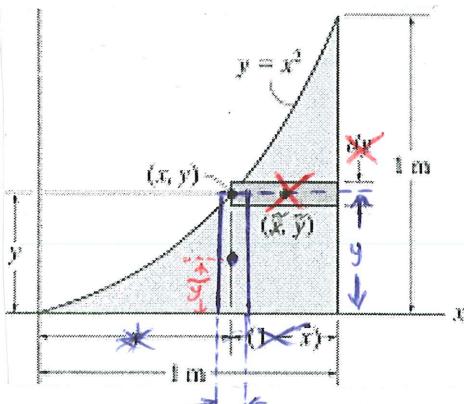
\* Geyrek Daire



Seritin Alanı:



Soru 40: Şekilde verilen parçanın geometrik koordinatlarını bulunuz.



#① Dikdörtgen serit elementinin geometrik merkezinin x ve y eksenine uzaklıkları:

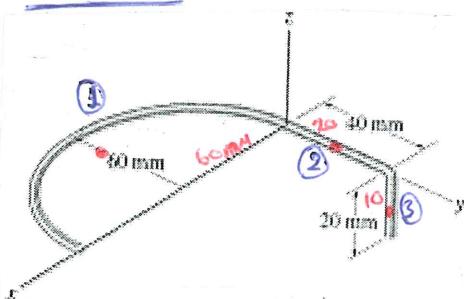
$$\tilde{x} = x \quad \tilde{y} = \frac{y}{2}$$

Serit elementinin alanı:  $dA = y \cdot dx$

$$\text{② } \bar{x} = \frac{\int_A \tilde{x} dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^1 xy dx}{\int_0^1 y dx} = \frac{\int_0^1 x \cdot x^2 dx}{\int_0^1 x^2 dx} = \frac{\frac{x^4}{4}}{\frac{x^3}{3}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{3}} = \frac{0,25}{0,33} = 0,75 \text{ m}$$

$$\bar{y} = \frac{\int_A \tilde{y} dA}{\int_A dA} = \frac{\int_0^1 (y/2) y dx}{\int_0^1 y dx} = \frac{\int_0^1 (x^2/2) x^2 dx}{\int_0^1 x^2 dx} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{x^5}{5}}{\frac{x^3}{3}} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{3}} = \frac{0,10}{0,33} = 0,3 \text{ m}$$

Soru 41: Şekildeki telin ağırlık merkezini bulunuz.



#① Segment	L (mm)	$\tilde{x}$ (mm)	$\tilde{y}$ (mm)	$\tilde{z}$ (mm)	$\tilde{x}L$ (mm)	$\tilde{y}L$ (mm)	$\tilde{z}L$ (mm)
1	$\pi \cdot 60 = 188,5$	60	-38,2	0	11.310	-7200	0
2	40	0	20	0	0	800	0
3	20	0	40	-10	0	800	-200
$\sum L = 248,5$							
					11300	-5600	-200

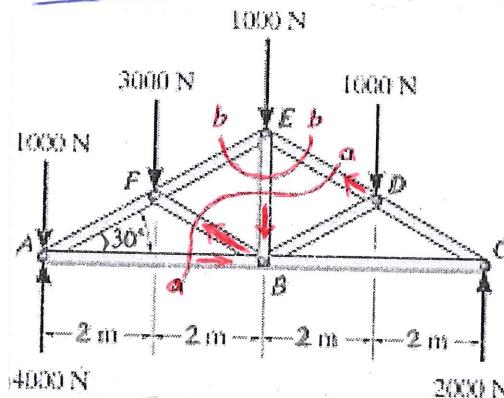
$$\text{② } \tilde{y} = \frac{2R}{\pi} = \frac{2 \cdot 60}{\pi} = 38,2 \text{ mm}$$

$$\text{③ } \bar{x} = \frac{\sum \tilde{x}L}{\sum L} = \frac{11310}{248,5} = 44,5 \text{ mm}$$

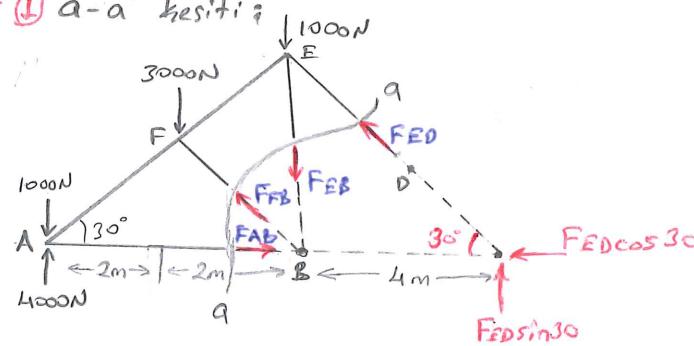
$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}L}{\sum L} = \frac{-5600}{248,5} = -22,5 \text{ mm}$$

$$\bar{z} = \frac{\sum \tilde{z}L}{\sum L} = \frac{-200}{248,5} = -0,805 \text{ mm}$$

Soru 38: Şekildeki kafes sisteminde EB kabukundaki kuvveti belirleyiniz.



#① a-a kesiti:

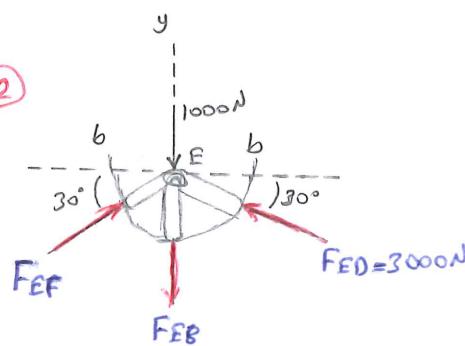


$\nabla EM_B = 0$

$$\Rightarrow 4000 \cdot 4 - 1000 \cdot 6 - 3000 \cdot 2 - F_{ED} \sin 30 \cdot 4 = 0$$

$$\Rightarrow F_{ED} = 3000 \text{ N (B)}$$

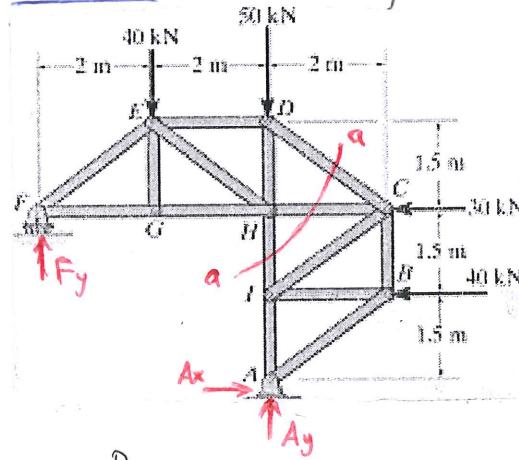
(2)



$$\nabla \sum F_x = 0 \Rightarrow F_{EF} \cdot \cos 30 - 3000 \cdot \cos 30 = 0 \Rightarrow F_{EF} = 3000 \text{ N (B)}$$

$$+\nabla \sum F_y = 0 \Rightarrow 2(3000 \cdot \sin 30) - 1000 - F_{EB} = 0 \Rightarrow F_{EB} = 2000 \text{ N (A)}$$

Soru 39: Şekildeki kafes sisteminde DC, HC ve HI kabuk kuvvetlerini bulunuz.



#①

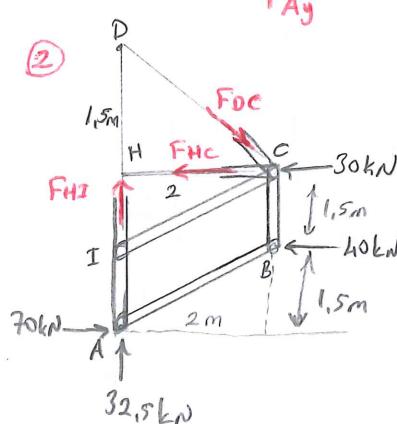
$$\nabla \sum M_A = 0 \Rightarrow F_y \cdot 6 - 40 \cdot 2 - 40 \cdot 1,5 - 30 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow F_y = 57,5 \text{ kN}$$

$$\nabla \sum F_x = 0 \Rightarrow -30 - 60 + A_x = 0 \Rightarrow A_x = 70 \text{ kN}$$

$$\nabla \sum F_y = 0 \Rightarrow -40 - 50 + 57,5 + A_y = 0 \Rightarrow A_y = 32,5 \text{ kN}$$

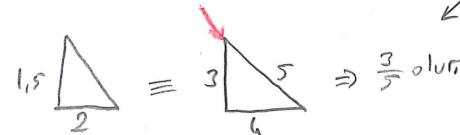
(2)



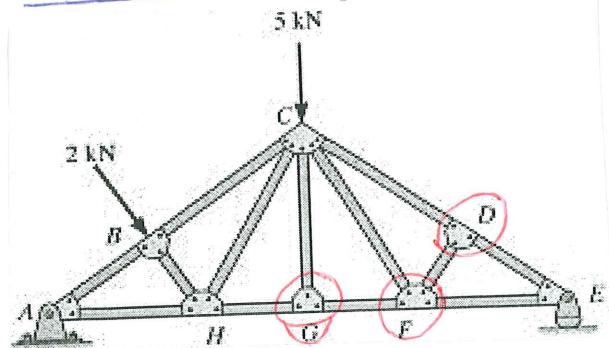
$$\nabla \sum M_C = 0 \Rightarrow F_HI \cdot 2 + 32,5 \cdot 2 + 40 \cdot 1,5 - 70 \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_HI = 42,5 \text{ kN (G)}$$

$$\nabla \sum M_D = 0 \Rightarrow -F_HC \cdot 1,5 + 30 \cdot 1,5 + 40 \cdot 3 - 70 \cdot 4,5 = 0 \Rightarrow F_HC = 100 \text{ kN (G)}$$

$$+\nabla \sum F_y = 0 \Rightarrow 32,5 + 42,5 - F_{DC} \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = 0 \Rightarrow F_{DC} = 125 \text{ kN (B)}$$

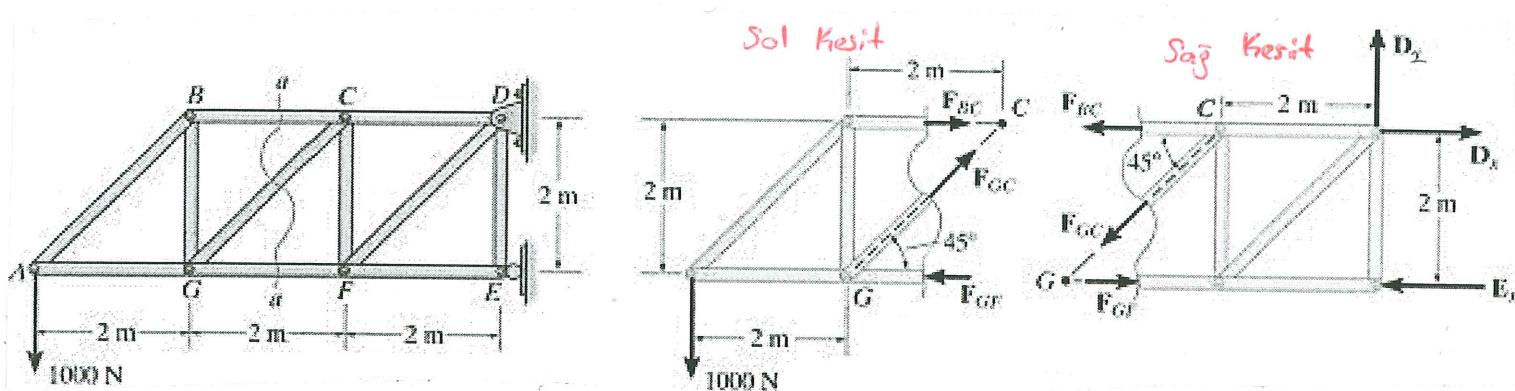


Soru 36: Şekilde gösterilen Fink çatı kafes sisteminin sıfır kuvvet elemanlarını bulunuz.



- ★ 3 cubuk olan bir düşüm noktasında herhangi bir kuvvet veya mesnet teptisi yoksa ve cubuklardan 2 tanesi aynı doğrultudaysa üçüncü cubuk üzerindeki kuvvet "0" dir. 0 nedenle;
- ★ C düşüm noktasında  $F_{C0} = 0 \text{ N}$
- ★ D düşüm noktasında  $F_{D0} = 0 \text{ N}$
- ★ F düşüm noktasında  $F_{F0} = 0 \text{ N}$  old.  $F_{CF} = 0 \text{ N}$  olur

→ Basit Kafes Sistemleri - Kesim Yöntemi:



#  $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = 0$ ,  $\sum M_0 = 0$  denklemleri uygulanır.

# Kafesi kesipimiz yerde eleman kuvvetlerini bilmediğimiz maksimum üç eleman olmalıdır.

# Daima kesitteki bilinmeyen cubuk kuvvet akme, “-” gitkasa basma kabul edilir.

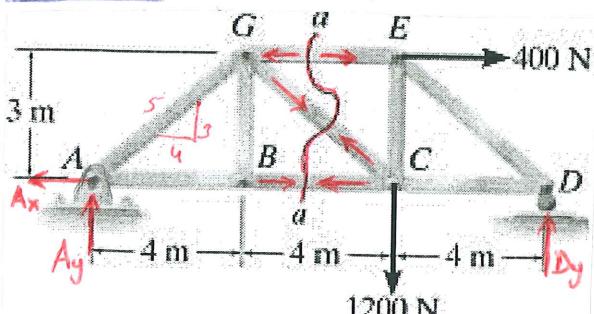
# Sol kesitte bilinmeyen sayısı 9'tu olduğundan kesimlere sol kesitten başlanır.

#  $\sum M_C = 0 \Rightarrow F_{GF}$  bulunur.

#  $\sum M_G = 0 \Rightarrow F_{BC}$  bulunur.

#  $\sum F_x = 0$  veya  $\sum F_y = 0$  dan  $F_{GC}$  bulunur.

Soru 37: Şekildeki kafes sisteminde GE, GC ve BC cubuklarındaki kuvvetleri bulunuz.



$$\textcircled{1} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow 400 - A_x = 0 \Rightarrow A_x = 400 \text{ N}$$

$$\textcircled{2} \quad \sum M_A = 0 \Rightarrow 1200 \cdot 8 + 400 \cdot 3 - D_y \cdot 12 = 0 \Rightarrow D_y = 900 \text{ N}$$

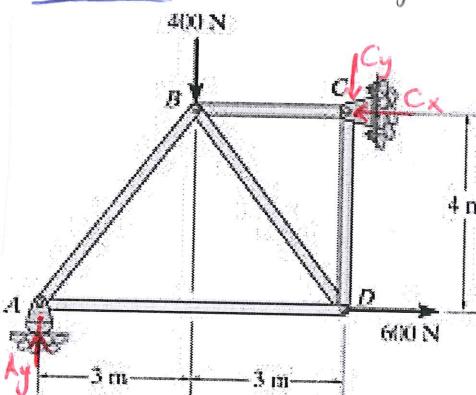
$$\textcircled{3} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + D_y - 1200 = 0 \Rightarrow A_y = 300 \text{ N}$$

$$\textcircled{4} \quad \sum M_G = 0 \Rightarrow 300 \cdot 4 + 400 \cdot 3 - F_{BC} \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_{BC} = 800 \text{ N (A)}$$

$$\textcircled{5} \quad \sum M_C = 0 \Rightarrow 300 \cdot 8 - F_{GE} \cdot 3 = 0 \Rightarrow F_{GE} = 800 \text{ N (B)}$$

$$\textcircled{6} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow 300 - F_{GC} \cdot \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow F_{GC} = 500 \text{ N (B)}$$

Soru 35: Şekildeki kafes sisteminde her bir elemanda oluşan cubuk kuvvetlerini bulunuz.

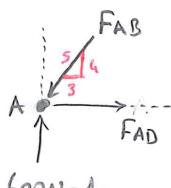


①  $\sum F_x = 0 \Rightarrow 600 - C_x = 0 \Rightarrow C_x = 600 \text{ N}$

$\sum M_C = 0 \Rightarrow 600 \cdot 6 + 400 \cdot 3 - A_y \cdot 6 = 0 \Rightarrow A_y = 600 \text{ N}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow 600 - 600 - C_y = 0 \Rightarrow C_y = 200 \text{ N}$

② A Düğüm Noktası:



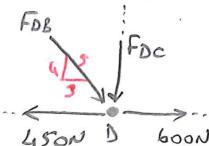
$\sum F_y = 0 \Rightarrow 600 - \frac{4}{3} F_{AB} = 0$

$F_{AB} = 750 \text{ N (B)}$

$\sum F_x = 0 \Rightarrow -\frac{3}{5} F_{AB} + F_{AD} = 0$

$F_{AD} = 450 \text{ N (a)}$

$600 \text{ N} = A_y$



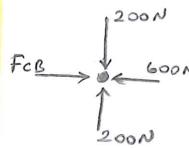
$\sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{3}{5} F_{DB} + 600 - 650 = 0$

$F_{DB} = -250 \text{ N (Ters yönde)} = 250 \text{ N (a)}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow -F_{DC} - \frac{4}{3} (-250) = 0$

$F_{DC} = 200 \text{ N (B)}$

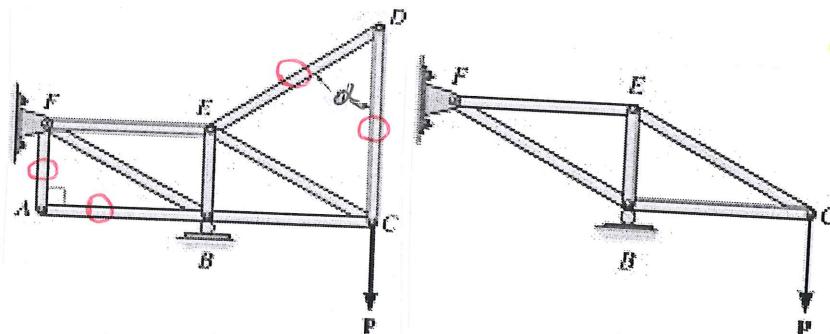
③ C Düğüm Noktası:



$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{CB} - 600 = 0$

$F_{CB} = 600 \text{ N (B)}$

⇒ Sıfır Destek Cubukları: Kuvvet veya mesnət teşkisi uygulanmayan cubuklar



# Yük taşımayan cubuklardır.

# Yapım sırasında kararlılığı artırmak için,

# Uygulanan yüklenme depisteğinde destek sağlamak için kullanılır.

# Düğüm noktalarının tettiğiyle belirlenir.

# A Düğüm Noktası:

$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} = 0 \text{ N}$

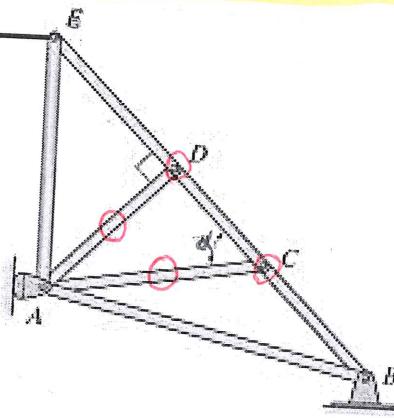
$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{AF} = 0 \text{ N}$

$P$

# D Düğüm Noktası:

$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{DC} \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_{DC} = 0 \text{ N}$

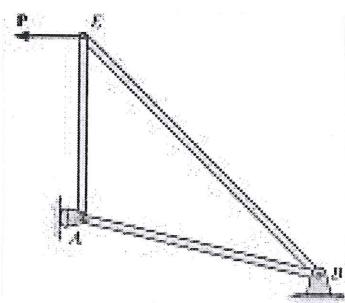
$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{DE} + 0 = 0 \Rightarrow F_{DE} = 0 \text{ N}$



# C Düğüm Noktası:

$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{CA} \sin \alpha = 0 \Rightarrow F_{CA} = 0 \text{ N}$

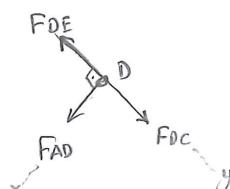
$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{CB} = F_{CD}$



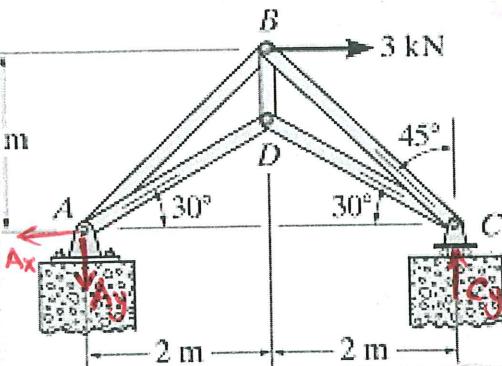
# D Düğüm Noktası:

$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{DA} = 0 \text{ N}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{DE} = F_{DC}$



Soru 34: Şekildeki kafes sisteminde her bir elemanda olusan çubuk kuvvetlerini belirleyiniz.



① Her doğrultuda en az iki bilinmeyen çubuk kuvveti var. Bu yüzden önce mesnet tepkileri bulunur. (momentten)

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow C_y \cdot 4 - 3 \cdot 2 = 0 \Rightarrow C_y = 1,5 \text{ kN}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow 3 - A_x = 0 \Rightarrow A_x = 3 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 1,5 - A_y = 0 \Rightarrow A_y = 1,5 \text{ kN}$$

② C Düğüm Noktası:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \Rightarrow -F_{CD} \cdot \cos 30 + F_{BC} \cdot \sin 45 = 0 \Rightarrow -0,86 F_{CD} + 0,7 F_{BC} = 0 \Rightarrow F_{CD} = 0,82 F_{BC} \\ \sum F_y &= 0 \Rightarrow 1,5 + F_{CD} \cdot \sin 30 - F_{BC} \cdot \cos 45 = 0 \Rightarrow F_{BC} = 5 \text{ kN (B)} \\ &\qquad\qquad\qquad 0,82 F_{BC} \\ F_{CD} &= 4,09 \text{ kN (G)} \end{aligned}$$

③ D Düğüm Noktası:

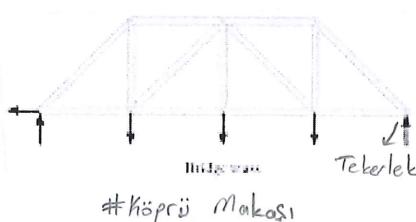
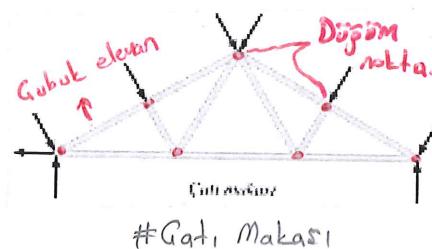
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -F_{DA} \cdot \cos 30 + 4,09 \cdot \cos 30 = 0 \Rightarrow F_{DA} = 4,09 \text{ kN (G)}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \Rightarrow F_{BD} - 2(4,09 \cdot \sin 30) = 0 \Rightarrow F_{BD} = 4,09 \text{ kN (G)} \end{aligned}$$

④ A Düğüm Noktası:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \Rightarrow -3 - F_{AB} \cdot \sin 45 + 4,09 \cdot \cos 30 = 0 \Rightarrow F_{AB} = 0,77 \text{ kN (B)} \\ F_{AB} &= 1,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

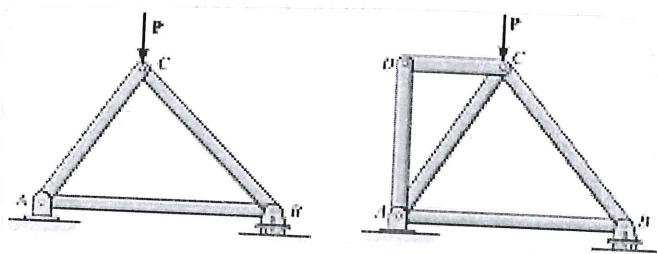
## ⇒ Basit Kafes Sistemleri # (Düğüm Yontemi)



$\sum F_x = 0$  denklemleriyle hesaplanır  
 $\sum F_y = 0$

⇒ Her düğüm noktasının serbest cisim diyagramı çizilmeli!

Not: Gubukun ağırlığı dikkate alınacaksa, elemanın iki ucuna eşit paylaştırılın.

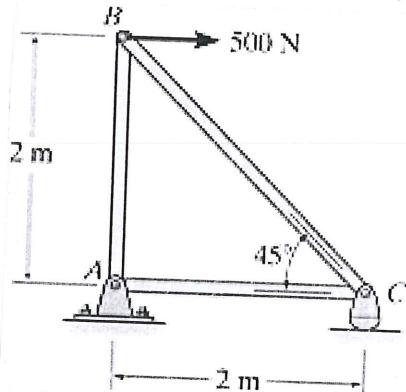


# Gökmeyi önlemek için, kafes sistemler rıjt olmalıdır.

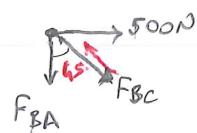
# En basit rıjt form üçgendir.

# Düğüm yöntemleri analizinde, en az bir bilinen kuvvet ve en fazla iki bilinmeyen kuvvette sahip bir düğüm noktasından başlanmalıdır.

Soru 33: Şekildeki kafes sisteminde her bir elemenda oluşan gubuk kuvvetlerini belirleyin.



#① B Düğüm Noktası :



$$\rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow 500N + F_{BC} \sin 45^\circ = 0$$

$$F_{BC} = -707,1N = 707,1N(B)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow F_{BC} \cos 45^\circ + F_{BA} = 0$$

$$F_{BA} = 500N(A)$$

② C Düğüm Noktası :

$$707,1N \rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow F_{CA} - 707,1 \cdot \cos 45^\circ = 0$$

$$F_{CA} = 500N(A)$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow C_y - 707,1 \cdot \sin 45^\circ = 0$$

$$C_y = 500N$$

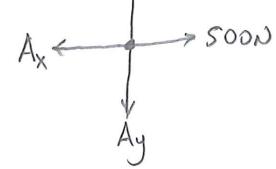
③ A Düğüm Noktası :

$$500N \rightarrow \sum F_x = 0 \Rightarrow 500 - A_x = 0$$

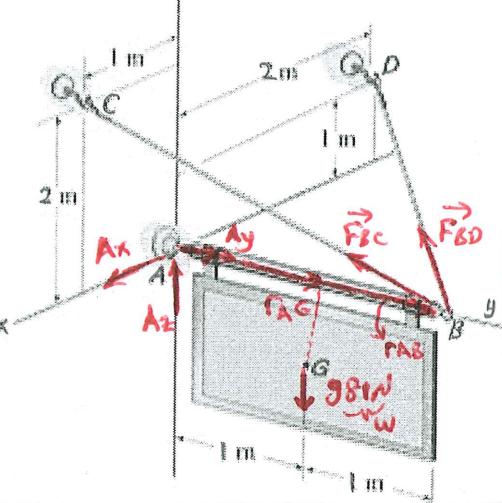
$$A_x = 500N$$

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \Rightarrow 500 - A_y = 0$$

$$A_y = 500N$$



Soru 82: Şekildeki: 100 kg ağırlığında tırhanın ağırlık merkezi G noktasıdır. Bu na göre A noktasında bulunan küresel mesnet reaksiyonları ile BC ve BD ip gerilme kuvvetlerini bulunuz.



\*

$$B(0, 2, 0)_m$$

$$C(1, 0, 2)_m$$

$$D(-2, 0, 1)_m$$

①

$$\vec{r}_{BD} = (-2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})_m$$

$$\vec{r}_{BC} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})_m$$

$$\omega = -981 \hat{k}$$

②

$$\vec{F}_{BD} = F_{BD} \left( \frac{\vec{r}_{BD}}{|\vec{r}_{BD}|} \right) = F_{BD} \left( \frac{-2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 1^2}} \right)$$

$$\vec{F}_{BD} = -\frac{2}{3} F_{BD} \hat{i} - \frac{2}{3} F_{BD} \hat{j} + \frac{1}{3} F_{BD} \hat{k}$$

$$\vec{F}_{BC} = F_{BC} \left( \frac{\vec{r}_{BC}}{|\vec{r}_{BC}|} \right) = F_{BC} \left( \frac{\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} \right)$$

$$\vec{F}_{BC} = \frac{1}{3} F_{BC} \hat{i} + \frac{2}{3} F_{BC} \hat{j} + \frac{2}{3} F_{BC} \hat{k}$$

$$F_A = Ax \hat{i} + Ay \hat{j} + Az \hat{k}$$

$$\textcircled{3} \quad \sum F = 0 \Rightarrow \vec{F}_A + \vec{F}_{BD} + \vec{F}_{BC} + \vec{\omega} = 0$$

$$\Rightarrow (Ax \hat{i} + Ay \hat{j} + Az \hat{k}) + \left( -\frac{2}{3} F_{BD} \hat{i} - \frac{2}{3} F_{BD} \hat{j} + \frac{1}{3} F_{BD} \hat{k} \right) + \left( \frac{1}{3} F_{BC} \hat{i} - \frac{2}{3} F_{BC} \hat{j} + \frac{2}{3} F_{BC} \hat{k} \right) + (-981 \hat{k}) = 0$$

$$\Rightarrow \left( Ax - \frac{2}{3} F_{BD} + \frac{1}{3} F_{BC} \right) \hat{i} + \left( Ay - \frac{2}{3} F_{BD} - \frac{2}{3} F_{BC} \right) \hat{j} + \left( Az + \frac{1}{3} F_{BD} + \frac{2}{3} F_{BC} - 981 \right) \hat{k} = 0$$

$$\textcircled{4} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow Ax - \frac{2}{3} F_{BD} + \frac{1}{3} F_{BC} = 0 \quad \textcircled{1}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Ay - \frac{2}{3} F_{BD} - \frac{2}{3} F_{BC} = 0 \quad \textcircled{2}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow Az + \frac{1}{3} F_{BD} + \frac{2}{3} F_{BC} - 981 = 0 \quad \textcircled{3}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{aligned} \vec{r}_{AB} &= 2\hat{j} \\ \vec{r}_{AG} &= \hat{j} \\ w &= -981 \hat{k} \end{aligned} \quad \sum M_A = 0 \Rightarrow \vec{r}_{AB} \times (\vec{F}_{BC} + \vec{F}_{BD}) + (\vec{r}_{AB} \times \vec{\omega}) = 0$$

$$\Rightarrow 2\hat{j} \left[ \left( \frac{1}{3} F_{BC} - \frac{2}{3} F_{BD} \right) \hat{i} - \left( \frac{2}{3} F_{BD} + \frac{2}{3} F_{BC} \right) \hat{j} + \left( \frac{1}{3} F_{BD} + \frac{2}{3} F_{BC} \right) \hat{k} \right] + (1\hat{j}) \times (-981 \hat{k}) = 0$$

$$\Rightarrow \left( \frac{4}{3} F_{BC} + \frac{2}{3} F_{BD} - 981 \right) \hat{i} + \left( \frac{4}{3} F_{BD} - \frac{2}{3} F_{BC} \right) \hat{k} = 0$$

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow \frac{4}{3} F_{BC} + \frac{2}{3} F_{BD} - 981 = 0 \quad \textcircled{4}$$

$$F_{BC} = 589 \text{ N}$$

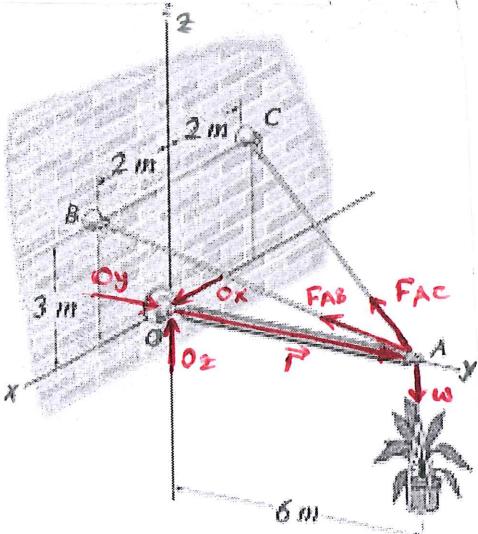
$$\underline{F_{BD} = 294 \text{ N}}$$

$$\underline{Ax = 0 \text{ N}}$$

$$\underline{Ay = 589 \text{ N}}$$

$$\underline{Az = 490,5 \text{ N}}$$

Soru 80: O noktasında Lüresel mafsal bulunmaktadır. Bu na göre AB ve AC halatlarındaki çekme kuvvetlerini belirleyiniz. Balkının ağırlığı  $75N$ 'dur.



# A(0, 6, 0) m

B(2, 0, 3) m

C(-2, 0, 3) m

②  $\vec{F}_{AB} = F_{AB} \left( \frac{\vec{r}_{AB}}{|\vec{r}_{AB}|} \right) = F_{AB} \left( \frac{2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}}{\sqrt{2^2 + (-6)^2 + 3^2}} \right)$

$\vec{F}_{AB} = \frac{2}{7} F_{AB} \hat{i} - \frac{6}{7} F_{AB} \hat{j} + \frac{3}{7} F_{AB} \hat{k}$

①  $\vec{r}_{AB} = (2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ m}$

$\vec{r}_{AC} = (-2\hat{i} - 6\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ m}$

$\vec{r} = 6\hat{j}$

w = 75 N

③  $\sum M_O = 0 \Rightarrow \vec{r} \times (\vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AC} + \vec{w}) = 0$

$$\Rightarrow 6\hat{j} \left( \left( \frac{2}{7} F_{AB} \hat{i} - \frac{6}{7} F_{AB} \hat{j} + \frac{3}{7} F_{AB} \hat{k} \right) + \left( -\frac{2}{7} F_{AC} \hat{i} - \frac{6}{7} F_{AC} \hat{j} + \frac{3}{7} F_{AC} \hat{k} \right) + (75\hat{k}) \right) = 0$$

$$\begin{cases} \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \\ \hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k} \\ \hat{j} \times \hat{j} = 0 \end{cases} \Rightarrow \left( \frac{18}{7} F_{AB} + \frac{18}{7} F_{AC} - 650 \right) \hat{i} + \left( -\frac{12}{7} F_{AB} + \frac{12}{7} F_{AC} \right) \hat{k} = 0$$

④  $\sum M_x = 0 \Rightarrow \frac{18}{7} F_{AB} + \frac{18}{7} F_{AC} - 650 = 0$

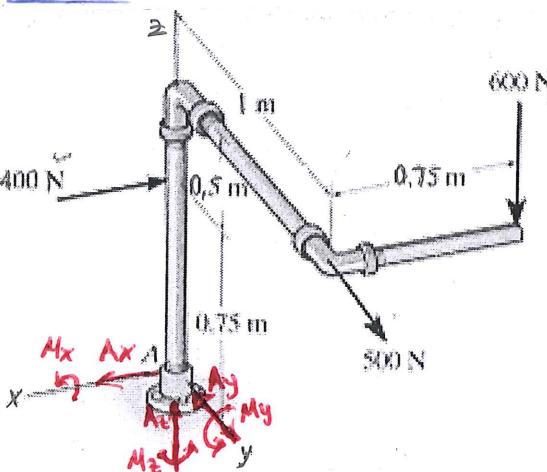
$\sum M_y = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$\sum M_2 = 0 \Rightarrow -\frac{12}{7} F_{AB} + \frac{12}{7} F_{AC} = 0$

Taraflara topla!

F<sub>AB</sub> = F<sub>AC</sub> = 87,5 N

Soru 81: Şekildeki sisteme A noktasındaki mesnet tepkilerini bulunuz. (Ankastre mesnet)



①  $\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - 400 = 0 \Rightarrow A_x = \underline{400 \text{ N}}$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y - 500 = 0 \Rightarrow A_y = \underline{500 \text{ N}}$

$\sum F_z = 0 \Rightarrow A_z - 600 = 0 \Rightarrow A_z = \underline{600 \text{ N}}$

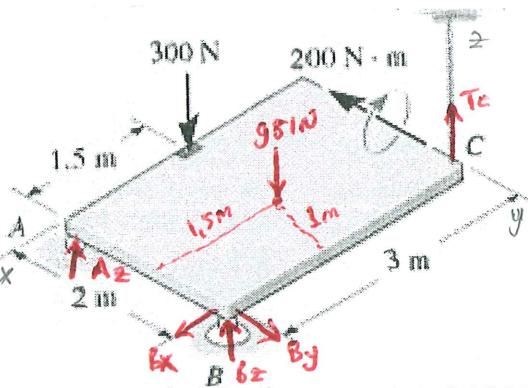
②  $\sum M_x = 0 \Rightarrow M_x - 500(1,25) - 600(1) = 0 \Rightarrow M_x = \underline{1225 \text{ N.m}}$

$\sum M_y = 0 \Rightarrow M_y - 600(0,75) - 800(0,75) = 0 \Rightarrow M_y = \underline{750 \text{ N.m}}$

$\sum M_z = 0 \Rightarrow M_z = \underline{0 \text{ N.m}}$  (Hiabur kuvvet momenti olusturmaz.)

\*Not: Moment alınken; herhangi bir kuvvetin uzantısı moment alınan eksenden geçiyor ise o kuvvetin, o eksendeki momente etkisi yoktur.

Soru 28: Şekilde gösterilen 100 kg ağırlığında plaka kenarları boyunca kuvvet ve kuvvet çiftine maruz kalmaktadır. Plaka A noktasından tekerlek B noktasından kütresel mafsal ve C noktasından ise ile yatay düzleme dayanmış durmaktadır. Buna göre mesnetlerde oluşan kuvvetleri belirleyiniz.



$$\textcircled{1} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow B_x = 0 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = 0 \text{ N}$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow A_z + B_z + T_c - 300 - 981 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad -2/T_c + B_z + A_z = 1281$$

$$2T_c + 2B_z = 981$$

$$-2A_z = -1581$$

$$\boxed{A_z = 790,5 \text{ N}}$$

**Not** ⇒ Sağ el kuralına göre basparmağımızı moment alacağımız kuvvetin yönünde tutuyoruz. Eğer kuvvet dört parmağıma kapatırsa pozitif, aksa negatif alınır.

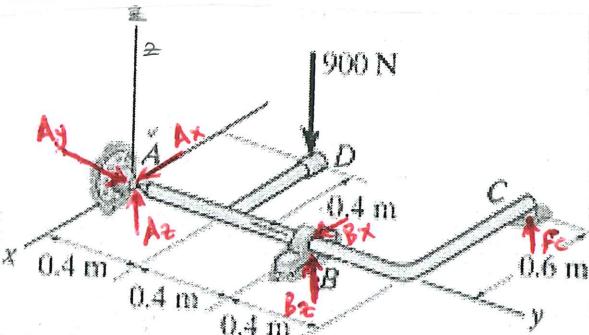
$$\textcircled{2} \quad \sum M_x = 0 \Rightarrow T_c(2) + B_z(2) - 981(1) = 0$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow 300(1,5) - A_z(3) - B_z(3) + 981(1,5) - 200 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad 450 + 790,5(3) - 3B_z + 1471,5 - 200 = 0 \Rightarrow \boxed{B_z = -217 \text{ N}}$$

$$\textcircled{5} \quad 2T_c + 2(-217) = 981 \Rightarrow \boxed{T_c = 707,5 \text{ N}}$$

Soru 29: A noktasında kütresel mafsal, B noktasında kaymaz sürtünmesiz yataklı, C noktasında bir tekerlek bulunmaktadır. Buna göre mesnetlerde oluşan kuvvetleri bulunuz.



$$\textcircled{1} \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 0 \text{ N}$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow F_c(0,6) - 900(0,4) = 0 \Rightarrow F_c = 600 \text{ N}$$

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow -900(0,4) + B_z(0,8) + F_c(1,2) = 0 \Rightarrow \boxed{B_z = -450 \text{ N}}$$

$$\textcircled{2} \quad \sum M_z = 0 \Rightarrow -B_x(0,8) = 0 \Rightarrow \boxed{B_x = 0 \text{ N}}$$

$$\textcircled{3} \quad \sum F_z = A_z - 900 - B_z + F_c \Rightarrow A_z = \boxed{750 \text{ N}}$$

Tekrar!  
**NOT** SAĞ EL KURALI #

Basparmağımızı moment alacağımız koordinat yönünde tutuyoruz. Kuvvetler dört parmağımızı aamaya yönündeyse negatif, eğer dört parmağımızı kapatma yönünde ise pozitif olarak alırız.

⇒ Denge Denklemleri:

$$\sum \vec{F} = 0 \quad \text{ve} \quad \sum M_o = 0$$

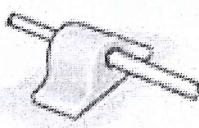
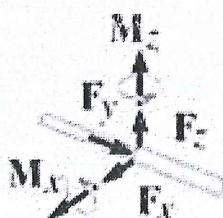
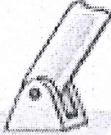
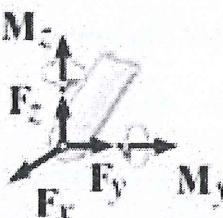
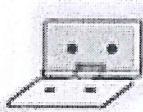
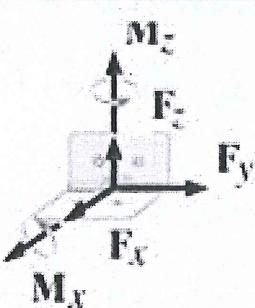
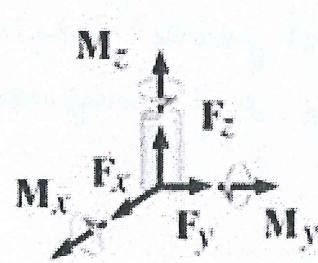
# Kuvvetler ve Momentler Karakteristik Formda:

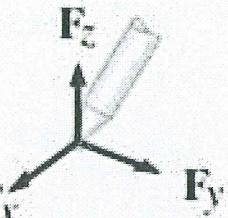
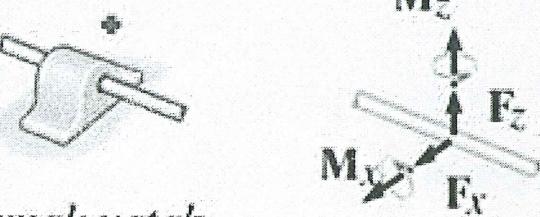
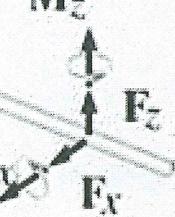
$$\sum \vec{F} = \sum F_x \hat{i} + \sum F_y \hat{j} + \sum F_z \hat{k} = 0 \quad \text{ve} \quad \sum \vec{M}_o = \sum M_x \hat{i} + \sum M_y \hat{j} + \sum M_z \hat{k} = 0$$

#  $i, j, k$  birbirinden bağımsız olduğundan bu iki vektörel denge denklemi, 6 tane skaler denge denklemi

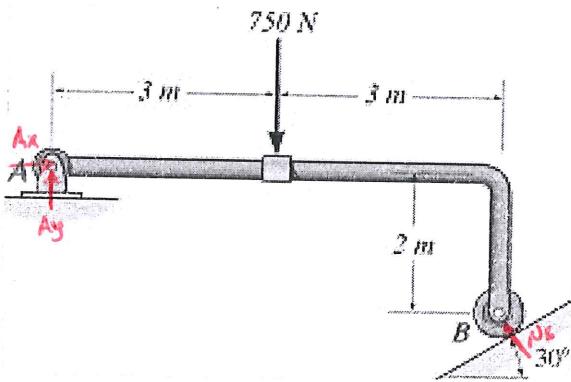
$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \\ \sum F_y &= 0 \\ \sum F_z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_x &= 0 \\ \sum M_y &= 0 \\ \sum M_z &= 0 \end{aligned}$$

Mesnet Tipi	Tepki	Bilinmeyen Sayısı
(6)  Kare şafıflı kaymamış yatak		Beş bilinmeyen. Tepkiler iki kuvvet ve üç kuvvet çifli momentidir.
(7)  Eksenel yatak		Beş bilinmeyen. Tepkiler üç kuvvet ve iki kuvvet çifli momentidir.
(8)  Sabit mesnet		Beş bilinmeyen. Tepkiler üç kuvvet ve iki kuvvet çifli momentidir.
(9)  Menteşe		Beş bilinmeyen. Tepkiler üç kuvvet ve iki kuvvet çifli momentidir.
(10)  Ankastre mesnet		Altı bilinmeyen. Tepkiler üç kuvvet ve üç kuvvet çifli momentidir.

Mesnet Tipi	Tepki	Bilinmeyen Sayısı
(1)  Kablo		Bir bilinmeyen. Tepki, kablo doğrultusunda elemandan uzaklaşan yönde etkiyen bir kuvvettir.
(2)  Sürtünmesiz yüzey		Bir bilinmeyen. Tepki, temas noktasında yüzeye dik etkiyen bir kuvvettir.
(3)  Tekerlek		Bir bilinmeyen. Tepki, temas noktasında yüzeye dik etkiyen bir kuvvettir.
(4)  Küresel mafsal		Üç bilinmeyen. Tepki, üç dik kuvvet bileşenidir.
(5)  Kaymali yatak		Dört bilinmeyen. Tepkiler, şafta dik etkiyen iki kuvvet ve iki kuvvet çifti momentidir.

Soru 25: Şekilde yükleme durumu verilen elementin A ve B noktalarındaki mesnet reaksiyonlarını?



$$\rightarrow \sum M_A = 0$$

$$\Rightarrow -750(3) - Nb \sin 30 \cdot (2) + Nb \cos 30 \cdot (6) = 0$$

$$Nb = 536,2 \text{ N}$$

} Hareketli Mesnet

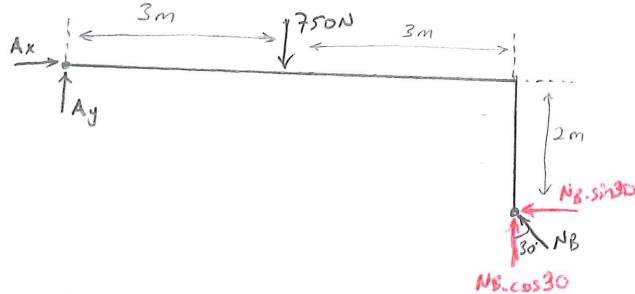
$$\sum F_x = 0$$

$$\Rightarrow -Nb \sin 30 + Ax = 0 \Rightarrow Ax = 268 \text{ N}$$

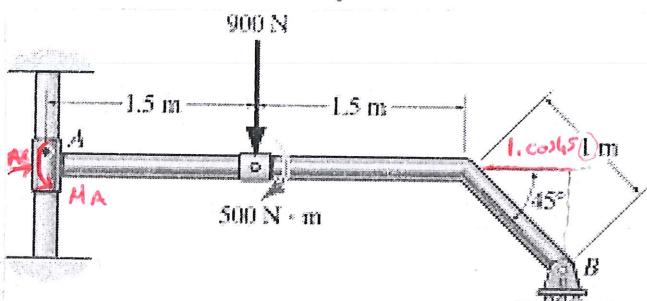
$$\sum F_y = 0$$

$$\Rightarrow Ay - 750 + Nb \cos 30 = 0 \Rightarrow Ay = 286 \text{ N}$$

} Sabit Mesnet



Soru 26: Şekilde yükleme durumu verilen elementin A ve B noktalarındaki mesnet reaksiyonlarını?



#

$$\sum F_x = 0$$

$$\Rightarrow Ax = 0$$

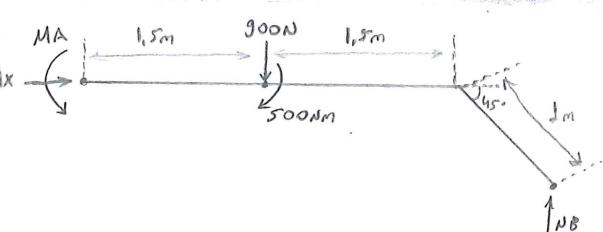
$$\sum F_y = 0$$

$$\Rightarrow -900 + Nb \Rightarrow Nb = 900 \text{ N}$$

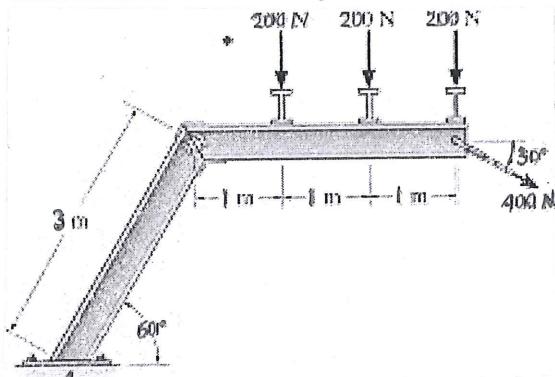
$$\rightarrow \sum M_A = 0$$

$$\Rightarrow MA - 500 - (900)(1,5) + Nb(3 + 1 \cdot \cos 45^\circ) = 0$$

$$MA = -1486 \text{ N.m} = -1,486 \text{ kN.m} \downarrow = 1,486 \text{ kN.m} \uparrow$$



Soru 27: Şekilde yükleme durumu verilen elementin A noktasındaki mesnet reaksiyonlarını?



$$\# \sum F_x = 0$$

$$\Rightarrow Ax + 400 \cos 30 = 0 \Rightarrow Ax = -346,4 = 346,4 \text{ N} \leftarrow$$

$$\sum F_y = 0$$

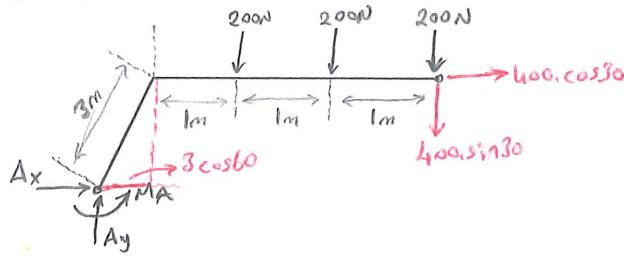
$$\Rightarrow Ay - 200 - 200 - 200 - 400 \cdot \sin 30 = 0 \Rightarrow Ay = 800 \text{ N} \uparrow$$

$$\rightarrow \sum M_A = 0$$

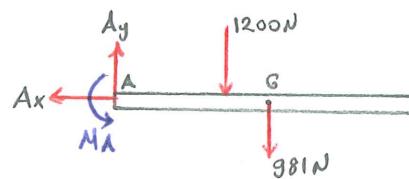
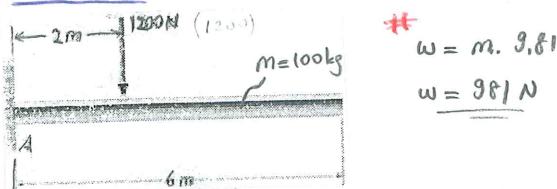
$$\Rightarrow MA - 200(2,5) - 200(3,5) - 200(4,5) - 400 \cos 30 (3 \sin 60) -$$

$$- 400 \sin 30 (4,5) = 0$$

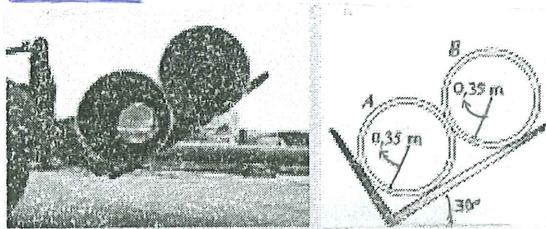
$$MA = 3900 \text{ N.m} = 3,9 \text{ kN.m}$$



Soru 22: Şekildeki kirişin serbest cisim diyagramını çiziniz.



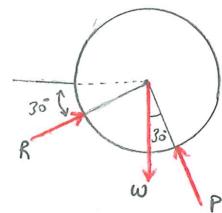
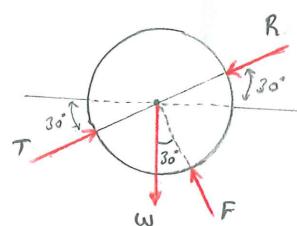
Soru 23: 300'er kg lütleli iki sürünenmesiz boro şekildeki gibi taşınmaktadır. Serbest cisim diyagramını her boro ve birlikte durumları için çiziniz.



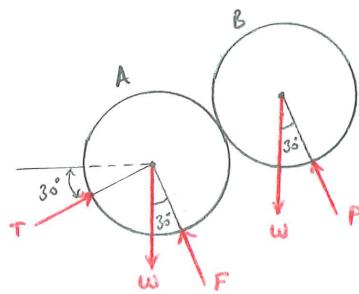
$w = 300 \cdot 9,81$   
 $w = 2943 \text{ N}$

A Borusunun;

B Borusunun;



⇒ A Ve B Barusunun  
Birlikte;



# Alternatif Denge Denklemleri:

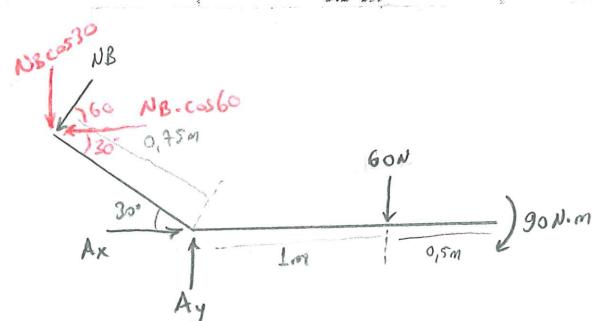
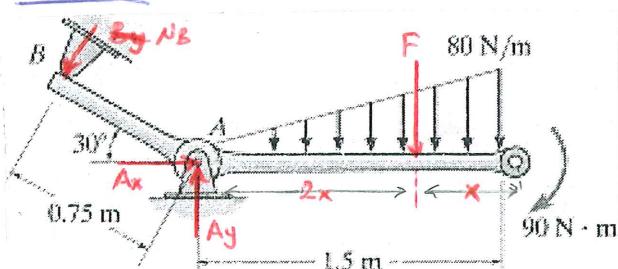
$\sum F_x = 0$   
 $\sum F_y = 0$   
 $\sum M_o = 0$

$\sum F_x = 0$   
 $\sum M_A = 0$   
 $\sum M_B = 0$

- x eksenine dik olmalıdır.
- Aksı halde bağımsız denklem olmaz.

$\sum M_A = 0$  • Bu denklemlerin kullanılabilmesi  
 $\sum M_B = 0$  için A, B ve C aynı doğru üzerinde  
 $\sum M_C = 0$  rinde olmalıdır.

Soru 24: Şekilde yükleme durumu verilen elementin A ve B noktasındaki mesnet reaksiyonları nedir?



\* Eşit yayılı yükte apınlık merkezi uçağın dik uzunluğunun x'e 2x oranındadır.

$$F = 80 \cdot 1,5 \cdot \frac{1}{2} = 60 \text{ N}$$

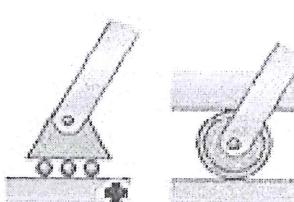
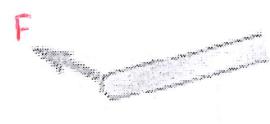
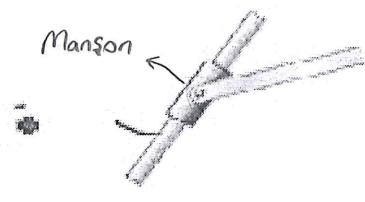
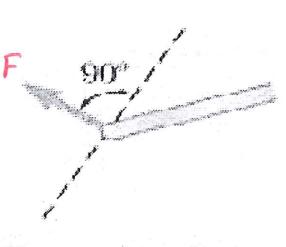
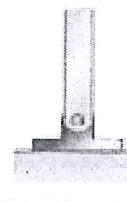
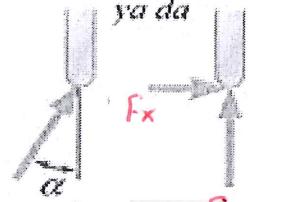
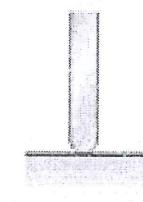
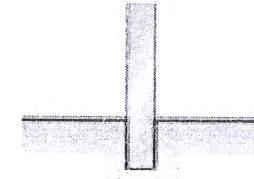
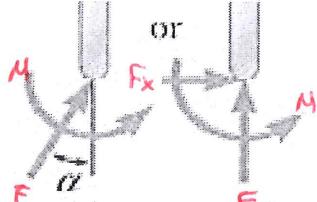
$$\sum M_A = 0 \\ \Rightarrow N_B (0,75) - (60) \perp - 90 = 0$$

$$N_B = 200 \text{ N}$$

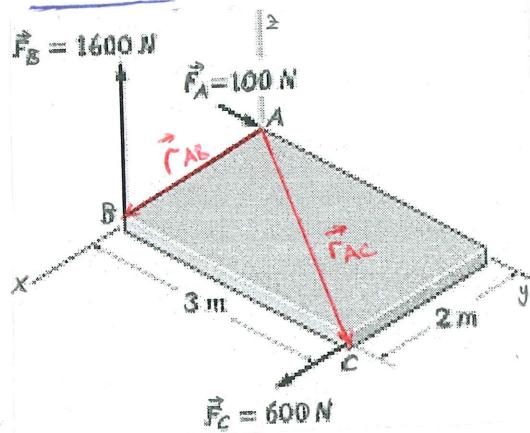
$$\sum F_x = 0 \\ \Rightarrow A_x - N_B \cdot \cos 60 = 0 \\ A_x = 100 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \\ \Rightarrow A_y - N_B \cdot \cos 30 - 60 = 0$$

$$A_y = 233 \text{ N}$$

Mesnet veya Bağlantı	Tepki Kuvveti	Bilinmeyen Sayısı
 Tekerlek	 Temas noktasında yileye dik etkiyen tepki kuvveti.	1
 Kablo	 Kablo ya da çubuk boyunca etki çizgisi bilinen bir kuvvet	1
 Sürtünmesiz çubuk üzerinde manşon	 Kayma doğrusuna dik bir kuvvet	1
 Sabit mafsal	 ya da F <sub>x</sub> F <sub>y</sub> M Yanlı bilinmeyen kuvvet	2
 Sürtünmeli yüzey		
 Ankastre mesnet	 M F <sub>x</sub> F <sub>y</sub> M or Kuvvet ve moment çifti	3

Soru 21: Şekildeki üç kuvvetten oluşan sistemi;



a) A noktasına indirgeyiniz.

b) indirgenen sistemin bir vida testkil edip etmediğini kontrol et.

c) Vida testkil etmiyorsa vidaya indirgenmeyeceğini kontrol et.

d) Vidaya indirgeniyorsa, indirgeyiniz.

$$A = (0,0,0) \text{ m}, B = (2,0,0) \text{ m}, C = (2,3,0) \text{ m}$$

a)  $\vec{F}_A = 100\hat{j} \text{ N}, \vec{F}_B = 1600\hat{k} \text{ N}, \vec{F}_C = 600\hat{i} \text{ N}$

$$\vec{F}_R = 600\hat{i} + 100\hat{j} + 1600\hat{k}$$

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{AB} \times \vec{F}_B + \vec{r}_{AC} \times \vec{F}_C$$

$$= 2\hat{i} \times 1600\hat{k} + (2\hat{i} + 3\hat{j}) \times 600\hat{i}$$

$$\vec{M}_A = -3200\hat{j} - 1800\hat{k}$$

$$\vec{M}_R = -3200\hat{j} - 1800\hat{k}$$

b)  $\vec{F}_R \times \vec{M}_R = (494\hat{i} - 108\hat{j} - 192\hat{k}) \cdot 10^4$

$\vec{F}_R \times \vec{M}_R \neq 0$  old. vida oluşturmadı

c)  $\vec{F}_R \cdot \vec{M}_R = -8200000 \text{ Nm}$

$\vec{F}_R \cdot \vec{M}_R \neq 0$  olduğundan dik degildi.

Bu nedenle vidaya indirgenebilir.

d) Bileşke kuvvet doğrultusunda birim vektör;

$$\vec{U}_R = \frac{\vec{F}_R}{|\vec{F}_R|} = \frac{600\hat{i} + 100\hat{j} + 1600\hat{k}}{\sqrt{600^2 + 100^2 + 1600^2}} = 0,35\hat{i} + 0,058\hat{j} + 0,93\hat{k}$$

$$\star M_{R//} = (\vec{M}_R \cdot \vec{U}_R) = (-3200\hat{j} - 1800\hat{k})(0,35\hat{i} + 0,058\hat{j} + 0,93\hat{k})$$

$$M_{R//} = 1488,4 \text{ Nm}$$

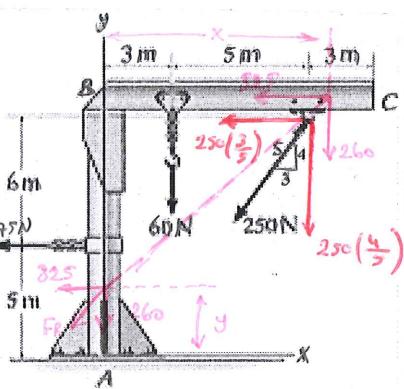
$$\star \vec{M}_{R//} = M_{R//} \cdot \vec{U}_R = (1488,4)(0,35\hat{i} + 0,058\hat{j} + 0,93\hat{k})$$

$$\vec{M}_{R//} = 520,94\hat{i} + 86,32\hat{j} + 1384,2\hat{k}$$

$$\star \vec{M}_{R\perp} = \vec{M}_R - \vec{M}_{R//} = (-3200\hat{j} - 1800\hat{k}) - (520,94\hat{i} + 86,32\hat{j} + 1384,2\hat{k})$$

$$\vec{M}_{R\perp} = (-520,94\hat{i} - 3286,32\hat{j} - 8184\hat{k})$$

Soru 19: Sekildeki vince etkileyen kuvvetleri esdeger tek bir kuvvette indirgeyiniz ve bu kuvvetin etki ağızisinin AB kolonunu ve BC kirişini kesen noktaları belirle.

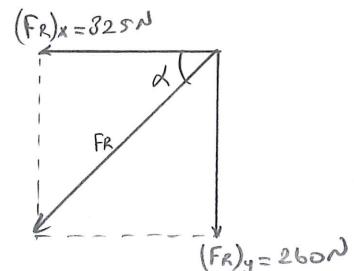


$$\textcircled{1} \quad (F_R)_x = -175 - 250 \left(\frac{3}{5}\right) = -325 \text{ N}$$

$$(F_R)_y = -60 - 250 \left(\frac{4}{5}\right) = -260 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{(-325)^2 + (-260)^2} = 416 \text{ N}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{260}{325} \right) = 38,7^\circ$$



②  $\rightarrow$  Bileşke kuvvet (taşıdığıma) AB ağızısında

$$\oint (M_R)_A = \Sigma M_A \rightarrow (\text{halan kuvvetlerin A noktasına göre momenti})$$

$$325(y) + 260(0) = 175(5) - 60(3) + 250\left(\frac{3}{5}\right)(11) - 250\left(\frac{4}{5}\right)(8)$$

$$y = 2,29 \text{ m}$$

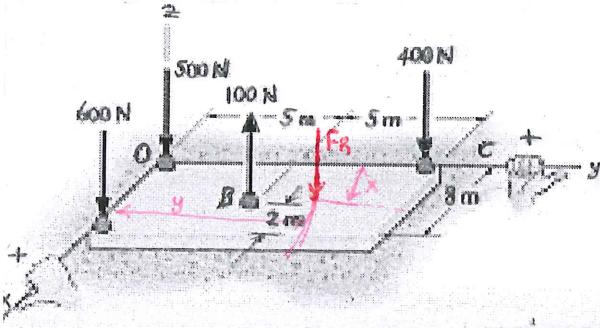
$\rightarrow$  Bileşke kuvvet BC ağızısında

$$\oint (M_R)_A = \Sigma M_A$$

$$325(11) - 260(x) = 175(5) - 60(3) + 250\left(\frac{3}{5}\right)(11) - 250\left(\frac{4}{5}\right)(8)$$

$$x = 10,9 \text{ m}$$

Soru 20: Verilen kuvvet sisteminin bir kuvvette indirgeyiniz ve levhadaki uygulama noktasını bul.



$$\textcircled{1} \quad F_R = -600 - 500 + 100 - 400$$

$$F_R = -1400 \text{ N} = 1400 \text{ N} \downarrow$$

$$\oint (M_R)_x = \Sigma M_x \Rightarrow \text{Bileşke kuvvetin etki noktası } y \text{ koordinatı}$$

$$(-1400)(y) = 100(5) - 600(10) \quad ("500 ve 600 x üzerinde") "O"$$

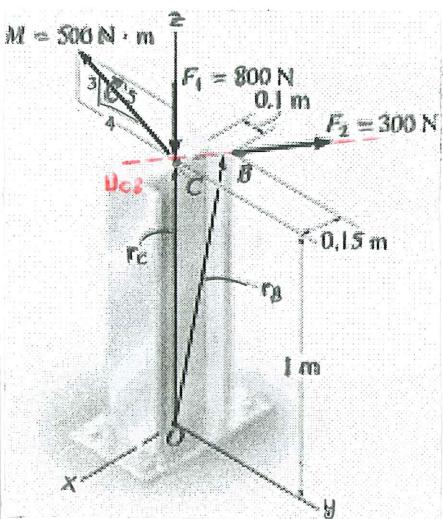
$$y = 2,5 \text{ m}$$

$$\oint (M_R)_y = \Sigma M_y \Rightarrow x \text{ koordinatı}$$

$$1400(x) = 600(8) - 100(6) \quad ("500 ile 200 x üzerinde")$$

$$x = 3 \text{ m}$$

Soru 17: Şekildeki sistemin O noktasında esdeğer bileşke kuvvet ve moment çiftine indirge.



① Kartezien vektör:

$$\vec{F}_1 = (-800 \vec{i}) \text{ N}$$

F<sub>2</sub> için:

$$B = (-0,15, 0,1, 1) \text{ m}$$

$$C = (0,0,1) \text{ m}$$

$$\vec{r}_{CB} = -0,15\vec{i} + 0,1\vec{j} + (1-1)\vec{k}$$

$$F_2 = 300 \vec{u}_{CB} = 300 \left( \frac{\vec{r}_{CB}}{r_{CB}} \right)$$

$$F_2 = \left( \frac{-0,15i + 0,1j}{\sqrt{(-0,15)^2 + 0,1^2}} \right) = (-249,6i + 166,4j) \text{ N}$$

$$\vec{M} = -500 \left( \frac{4}{5} \right) \vec{j} + (-300 \left( \frac{3}{5} \right)) \vec{k}$$

$$M = (-400 \vec{j} + 300 \vec{k}) \text{ N.M}$$

②  $\vec{F}_R = \sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$$\boxed{\vec{F}_R = (-249,6\vec{i} + 166,4\vec{j} - 800\vec{k}) \text{ N}}$$

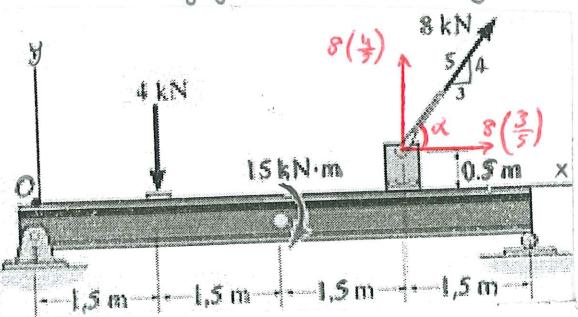
③  $(\vec{M}_R)_o = \sum \vec{M}_o + \sum \vec{M}$

$$= \vec{M} + \vec{r}_C \times \vec{F}_1 + r_B \times \vec{F}_2$$

$$= (-400\vec{j} + 300\vec{k}) + (1\vec{k}) \times (-800\vec{i}) + \begin{vmatrix} i & j & k \\ -0,15 & 0,1 & 1 \\ -249,6 & 166,4 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{(\vec{M}_R)_o = (-166\vec{i} - 650\vec{j} + 300\vec{k}) \text{ Nm}}$$

Soru 18: Şekildeki kırıcı etkileyen kuvvet ve moment çifti sisteminin O noktasına uzaklığını bulunuz.



①  $\rightarrow (F_R)_x = \sum F_x ;$

$$(F_R)_x = 8\left(\frac{3}{5}\right) = 4,80 \text{ kN} \rightarrow$$

$\uparrow (F_R)_y = \sum F_y ;$

$$(F_R)_y = -4 + 8\left(\frac{4}{5}\right) = 2,40 \text{ kN} \uparrow$$

$$F_R = \sqrt{(4,8)^2 + (2,4)^2} = 5,37 \text{ kN}$$

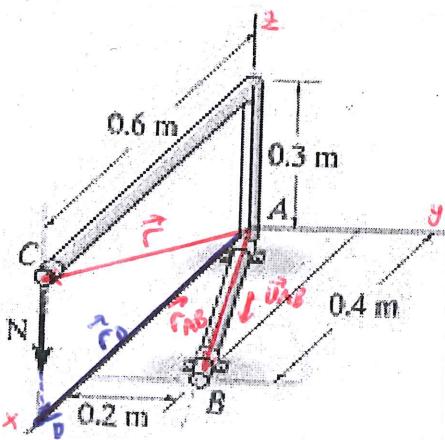
$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{2,40}{4,80} \right) = 26,6^\circ$$

②  $(+ (M_R)_o = \sum M_o ;$

$$2,40 \cdot d = -4(1,5) - 15 \text{ kN.m} - 8\left(\frac{3}{5}\right)(0,5) + 8\left(\frac{4}{5}\right)(1,5)$$

$$\boxed{d = 2,25 \text{ m}}$$

Soru 15: Şekildeki  $F$  kuvvetinin etkisiyle AB eksen etrafında döndürebileceği M<sub>AB</sub> momentini bulunuz.



$$A = (0, 0, 0) \text{ m}$$

$$F = (-300\text{i}) \text{ N}$$

②

$$\vec{r}_C = (0, 6\vec{i} + 0, 3\vec{k})$$

$$B = (0, 0, 0) \text{ m}$$

$$C = (0, 0, 0, 3) \text{ m}$$

$$\text{① } \vec{r}_{AB} = 0,4\vec{i} + 0,2\vec{j}$$

$$\vec{U}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}} = \left( \frac{0,4\vec{i} + 0,2\vec{j}}{\sqrt{(0,4)^2 + (0,2)^2}} \right)$$

$$\vec{U}_{AB} = (0, 0, 894\vec{i} + 0, 4472\vec{j})$$

$$\text{③ } M_{AB} = \vec{U}_{AB} \cdot (\vec{r}_D \times \vec{F}) \rightarrow \text{skaler üslü çarpım}$$

=  $U_{AB} (r_D \times \vec{F})$   
→  $\vec{r}_C$  de olabilir!

$$M_{AB} = \begin{vmatrix} 0,894 & 0,4472 & 0 \\ 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -300 \end{vmatrix} = 80,5 \text{ Nm}$$

④

$$\vec{M}_{AB} = M_{AB} \cdot \vec{U}_{AB} = 80,50 (0,894\vec{i} + 0,4472\vec{j})$$

$$\boxed{\vec{M}_{AB} = (72\vec{i} + 36\vec{j}) \text{ NM}}$$

→ Kuvvet Çiftleri #

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$(\vec{M}_o)_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2$$

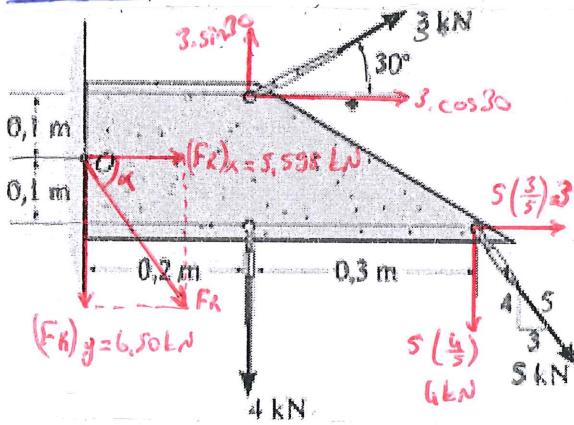
$$(\vec{M}_o)_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1$$

$$(\vec{M}_R)_o = \vec{M} + (\vec{M}_o)_1 + (\vec{M}_o)_2$$

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}$$

$$(\vec{M}_R)_o = \sum \vec{M} + \sum \vec{M}_o$$

Soru 16: Şekildeki kuvvet ve moment çiftini esdeğer bileşke kuvvet ve moment çiftine indirge.



$$\text{① } \uparrow (F_R)_x = \sum F_x$$

$$= 3 \cos 30 + 3$$

$$(F_R)_x = 5,598 \text{ kN}$$

$$+\uparrow (F_R)_y = \sum F_y$$

$$= 3 \sin 30 - 6 - 4$$

$$(F_R)_y = -6,50 \text{ kN} = 6,50 \text{ kN} \downarrow$$

②

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2} = \sqrt{5,598^2 + (6,5)^2}$$

$$\boxed{F_R = 8,58 \text{ kN}}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{(F_R)_y}{(F_R)_x} \right) = \tan^{-1} \left( \frac{6,50}{5,598} \right)$$

$$\boxed{\alpha = 49,3^\circ}$$

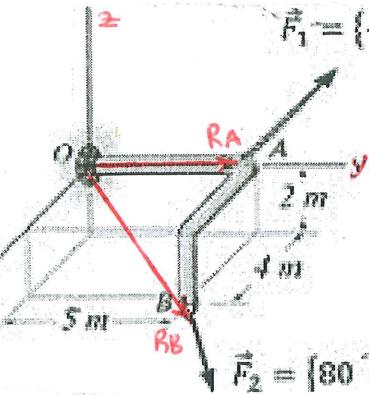
$$\text{③ } (+) (M_R)_o = \sum M_o;$$

$$= 3 \sin 30 (0,2) - 3 \cos 30 (0,1) + 3 (0,1) - 4 (0,5) - 4 (0,2)$$

$$(M_R)_o = -2,46 \text{ kN.m}$$

$$\boxed{(M_R)_o = 2,46 \text{ kN.m} \downarrow}$$

Soru 13: Kuvvetlerin O noktasına göre bileske momentini bulup, kartezyen olarak göster.



$$\vec{F}_1 = \{-60\vec{i} + 40\vec{j} + 20\vec{k}\} \text{ N}$$

$$z$$

$$x$$

$$y$$

$$2 \text{ m}$$

$$4 \text{ m}$$

$$5 \text{ m}$$

$$B$$

$$R_B$$

$$A$$

$$F_2$$

$$F_1$$

$$RA$$

$$RB$$

$$O$$

$$A = (0, 5, 0) \text{ m}$$

$$B = (4, 5, -2) \text{ m}$$

①

$$\vec{r}_A = (5\vec{j}) \text{ m}$$

$$\vec{r}_B = (4\vec{i} + 5\vec{j} - 2\vec{k}) \text{ m}$$

$$\text{③ } \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{30}{\sqrt{78.1}}\right) = 67.4^\circ$$

$$\beta = \cos^{-1}\left(\frac{-40}{\sqrt{78.1}}\right) = 39.8^\circ$$

$$\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{60}{\sqrt{78.1}}\right) = 121^\circ$$

$$\text{② } (\vec{M}_R)_o = \vec{E} (\vec{r} \times \vec{F})$$

$$= \vec{r}_A \times \vec{F}_1 + \vec{r}_A \times \vec{F}_2$$

$$(\vec{M}_R)_o = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 5 & 0 \\ -60 & 40 & 20 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 5 & -2 \\ 80 & 40 & -30 \end{vmatrix}$$

$$(\vec{M}_R)_o = (30\vec{i} - 40\vec{j} + 60\vec{k}) \text{ N.m}$$

$$(\vec{M}_R)_o = \sqrt{30^2 + (-40)^2 + 60^2} = 78.1 \text{ NM}$$

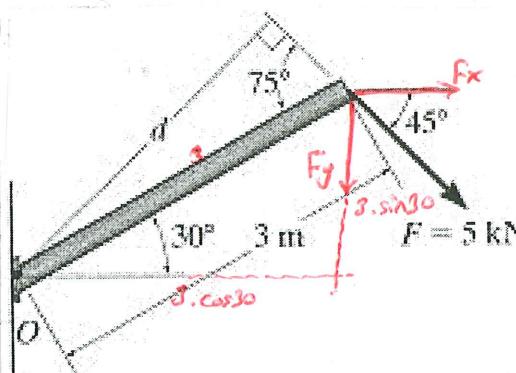
⇒ Varignon Teoremi #

$$M_o = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (\vec{F}_x + \vec{F}_y)$$

$$M_o = F \cdot d$$

$$M_o = F_x \cdot y + F_y \cdot x$$

Soru 14: Şekildeki F kuvvetinin O noktasına göre momentini bulunuz.



$$d = 3 \sin 75^\circ$$

$$\text{① } M_o = F \cdot d = 5 \cdot 3 \sin 75^\circ = 14,5 \text{ kN}$$

II. Yöntem:

$$F_x = 5 \cos 45^\circ$$

$$F_y = 5 \sin 45^\circ$$

$$\text{② } M_o = F_x dy + F_y dx$$

$$= -(5 \cos 45^\circ)(3 \sin 30^\circ) - (5 \sin 45^\circ)(3 \cos 30^\circ)$$

$$= -14,5 \text{ kN}$$

$$= 14,5 \text{ kN}$$

⇒ Bir Kuvvetin Bir Eksen Göre Momenti #

# y Eksen Göresi Momenti (skalar)  
(Bütün gevşetme)

$$dy = d \cos \theta$$

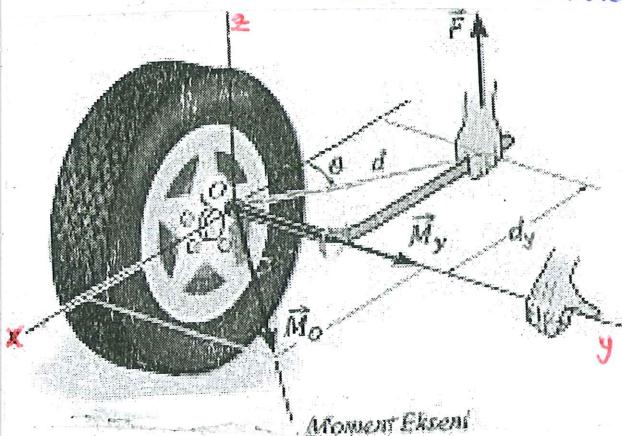
$$M_y = F \cdot dy = F \cdot d \cos \theta$$

# F kuvvetinin y ekseninde bir noktaya (O nok.) göre momenti. (vektörel)

$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M_y = \vec{j} \cdot \vec{M}_o = \vec{j} \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

y ekseninde birim vektör



Moment Eksen

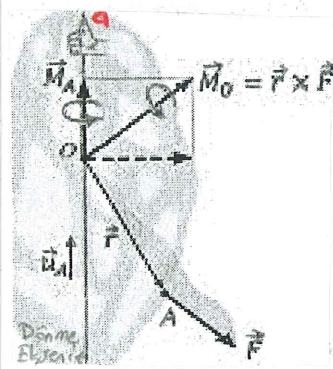
→ Sıddeti

$$M_A = \vec{D}_A \cdot (\vec{r} \times \vec{F})$$

$$M_A = \begin{vmatrix} D_{Ax} & D_{Ay} & D_{Az} \\ \vec{r}_x & \vec{r}_y & \vec{r}_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

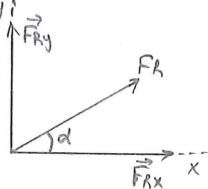
→ MA momentinin vektörel hali

$$\vec{M}_A = M_A \cdot \vec{U}_A$$



Dönme Eksen

⇒ DüzleSEL Kuvvetlerin Toplanması # (2)



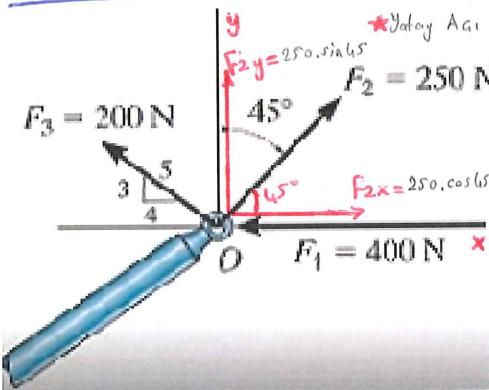
$$F_{Rx} = \Sigma F_x$$

$$F_{Ry} = \Sigma F_y$$

$$F_R = \sqrt{(F_{Rx})^2 + (F_{Ry})^2} \Rightarrow \text{Siddeti}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right)$$

Soru 10: Şekildeki; O noktasına kuvvetler etki etmektedir. Buna göre bileske kuvveti bulunuz.



$$\textcircled{1} \quad \vec{F}_1 = -400 \hat{i}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x} \hat{i} + F_{2y} \hat{j} = 176,7 \hat{i} + 176,7 \hat{j}$$

$$\vec{F}_3 = F_{3x} \hat{i} + F_{3y} \hat{j} = -200 \left(\frac{4}{5}\right) \hat{i} + 200 \left(\frac{3}{5}\right) \hat{j}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow (F_R)_x = \Sigma F_x;$$

$$(F_R)_x = -400 + 176,7 - 200 \left(\frac{4}{5}\right)$$

$$(F_R)_x = -383,2 \text{ N} = \boxed{383,2 \leftarrow}$$

$$\textcircled{3} \quad \uparrow + (F_R)_y = \Sigma F_y;$$

$$(F_R)_y = 176,7 + 200 \left(\frac{3}{5}\right) = \boxed{296,8 \text{ N} \uparrow}$$

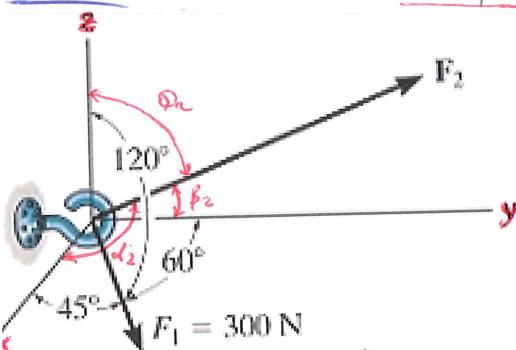
$$\textcircled{4} \quad \text{Bileske kuvvetin siddeti:}$$

$$F_R = \sqrt{(-383,2)^2 + (296,8)^2} = \boxed{485 \text{ N}}$$

$$\textcircled{5} \quad \text{Bileske kuvvetin yatayla yaptıgı açı:}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{296,8}{383,2} \right) = \boxed{37,8^\circ}$$

Soru 11: Bileske kuvvetin pozitif y yönünde  $\frac{800}{F_R}$  siddette olması için  $F_2$  kuvvetini bulunuz.



$$F_1 = 300 (\cos 45 \hat{i} + \cos 60 \hat{j} + \cos 120 \hat{k}) = 211,1 \hat{i} + 150 \hat{j} - 150 \hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x} \hat{i} + F_{2y} \hat{j} + F_{2z} \hat{k}$$

$$\textcircled{1} \quad \vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad \vec{F}_R \text{ sadece } \hat{j} \text{ o lduğundan } \hat{i} \text{ ve } \hat{k} \text{ toplamı sıfır olacaktır.}$$

$$F_{2x} = -211,1 \text{ N} \quad F_{2y} = 800 - 150 = 650 \text{ N}$$

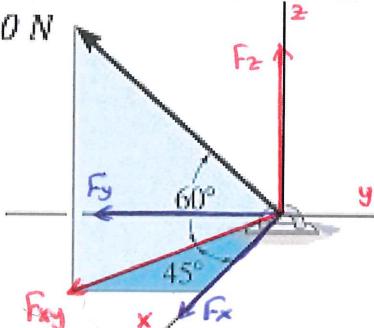
$$F_{2z} = 150 \text{ N}$$

$$\textcircled{2} \quad F_2 = \sqrt{(-211,1)^2 + 650^2 + 150^2} = \boxed{700 \text{ N}}$$

$$\textcircled{3} \quad \cos \alpha_2 = \frac{-211,1}{700} \Rightarrow \alpha_2 = 108,6^\circ \quad \cos \beta_2 = \frac{650}{700} \Rightarrow \beta_2 = 21,8^\circ \quad \cos \varphi_2 = \frac{150}{700} \Rightarrow \varphi_2 = 77,6^\circ$$

Soru 12: Şekildeki F kuvvetini kartezyen olarak ifade edin ve degrultman koordinatları bulunuz.

$$F = 100 \text{ N}$$



$$\textcircled{1} \quad F_2 = F \cdot \sin 60 \Rightarrow F_2 = 86,6 \text{ N}$$

$$F_{xy} = F \cdot \cos 60 \Rightarrow F_{xy} = 50 \text{ N}$$

$$F_x = F_{xy} \cdot \cos 45 \Rightarrow F_x = 35,4 \text{ N}$$

$$F_y = F_{xy} \cdot \sin 45 (-) \Rightarrow F_y = 35,4 \text{ N} \quad (-y \text{ yönünde})$$

$$\textcircled{2} \quad \vec{F} = (35,4 \hat{i} - 35,4 \hat{j} + 86,6 \hat{k})$$

$$F = \sqrt{(35,4)^2 + (35,4)^2 + (86,6)^2} = 100 \text{ N}$$

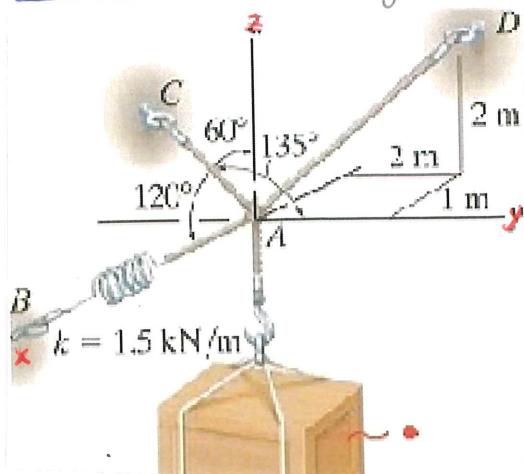
$$\textcircled{3} \quad \vec{v}_F = \frac{\vec{F}}{F} = \frac{F_x \hat{i}}{F} + \frac{F_y \hat{j}}{F} + \frac{F_z \hat{k}}{F} = \frac{35,4}{100} \hat{i} - \frac{35,4}{100} \hat{j} + \frac{86,6}{100} \hat{k} = \boxed{0,354 \hat{i} - 0,354 \hat{j} + 0,866 \hat{k}}$$

$$\alpha = \cos^{-1}(0,354) = \boxed{69,3^\circ}$$

$$\beta = \cos^{-1}(-0,354) = \boxed{111^\circ}$$

$$\varphi = \cos^{-1}(0,866) = \boxed{30^\circ}$$

Soru 7: Şekildeki 100 kg kütü A8, AC ve AD ipleriyle dengededir. İplerde meydana gelen kuvveti bulunuz.



$$A = (0, 0, 0) \text{ m}$$

$$D = (-1, 2, 2) \text{ m}$$

$$\vec{\omega} = (-100, 9, 8) \text{ N}$$

$$\vec{F}_{AB} = F_{AB} \vec{i}$$

$$\vec{F}_{AC} = (F_{AC} \cos 120 \vec{i} + F_{AC} \cos 135 \vec{j} + F_{AC} \cos 60 \vec{k}) \text{ N}$$

$$\vec{F}_{AD} = (-0,5 F_{AD} \vec{i} + 0,707 F_{AD} \vec{j} + 0,667 F_{AD} \vec{k}) \text{ N}$$

(1)

$$\vec{r}_{AD} = (-1 \vec{i} + 2 \vec{j} + 2 \vec{k}) \text{ m}$$

$$\vec{F}_{AD} = F_{AD} \cdot \vec{U}_{AD} = F_{AD} \left( \frac{-1 \vec{i} + 2 \vec{j} + 2 \vec{k}}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 2^2}} \right)$$

$$\vec{F}_{AD} = (-0,333 F_{AD} \vec{i} + 0,667 F_{AD} \vec{j} + 0,667 F_{AD} \vec{k}) \text{ N}$$

$$(2) \sum F = 0 \Rightarrow \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AC} + \vec{F}_{AD} + \vec{\omega} = 0$$

$$\Rightarrow F_{AB} \vec{i} - 981 \vec{k} - 0,5 F_{AC} \vec{i} + 0,707 F_{AC} \vec{j} + 0,667 F_{AC} \vec{k} - 0,333 F_{AD} \vec{i} + 0,667 F_{AD} \vec{j} + 0,667 F_{AD} \vec{k} = 0$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F_{AB} - 0,5 F_{AC} - 0,333 F_{AD} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -0,707 F_{AC} + 0,667 F_{AD} = 0$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow 0,667 F_{AC} + 0,667 F_{AD} - 981 = 0$$

}

$$F_{AB} = 694 \text{ N}$$

$$F_{AC} = 813 \text{ N}$$

$$F_{AD} = 862 \text{ N}$$

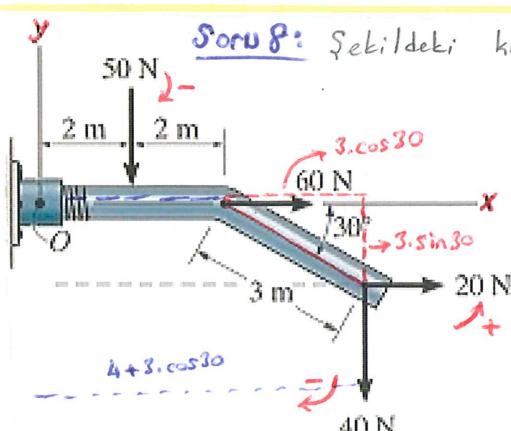
⇒ Moment #

$$M = F \cdot d$$

→ Kuvvet  
→ Dik Uzaklık

\* Doğrultusu döşme noktasından geçen kuvvetlerin momenti sıfırdır.

$$\sum M_d = (+)(M_R)_o \Rightarrow Saatin tersi yönü pozitiftir.$$



$$(+)(M_R)_o = \sum M_d$$

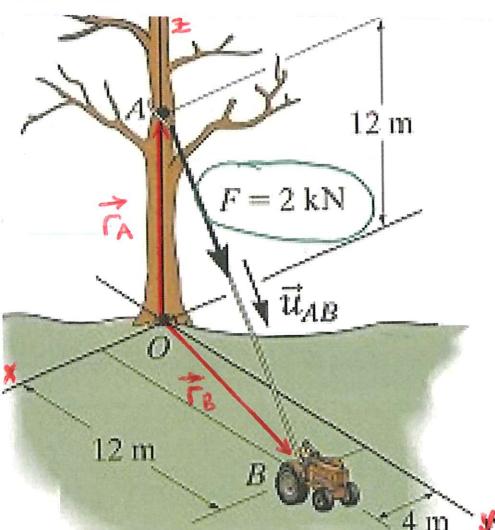
$$(M_R)_o = -50 \cdot 2 + 60 \cdot 0 + 20 \cdot 3 \sin 30 - 40(4 + 3 \cos 30)$$

$$(M_R)_o = -334 \text{ Nm} = 334 \text{ Nm} \downarrow$$

Soru 8: Şekildeki kuvvetlerin O noktasına göre oluşturdukları bileske momenti bulunuz.



Soru 9: Şekildeki F kuvvetinin O noktasına göre momentini bulun, kartezien formda gösteriniz.



$$A = (0, 0, 12) \text{ m}$$

$$B = (4, 12, 0) \text{ m}$$

$$\vec{r}_A = 12 \vec{k}$$

$$\vec{r}_B = 4 \vec{i} + 12 \vec{j}$$

$$\vec{r}_{AB} = 4 \vec{i} + 12 \vec{j} - 12 \vec{k}$$

$$\vec{U}_{AB} = \left( \frac{4i + 12j - 12k}{\sqrt{4^2 + 12^2 + (-12)^2}} \right)$$

$$(2) \vec{F} = F \cdot \vec{U}_{AB} = 2 \left( \frac{4i + 12j - 12k}{\sqrt{4^2 + 12^2 + (-12)^2}} \right)$$

$$\vec{F} = (0,4588 \vec{i} + 1,376 \vec{j} - 1,376 \vec{k}) \text{ m}$$

$$(3) \vec{M}_o = \vec{r}_A \times \vec{F} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 12 \\ 0,4588 & 1,376 & -1,376 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Gözümüzdeki} \\ \text{sütunu Lapat} \end{array}$$

$$\vec{M}_o = [(0(-1,376) - 12(1,376))] \vec{i} - [0(-1,376) - 12(0,4588)] \vec{j} + [0(1,376) - 0(0,4588)] \vec{k}$$

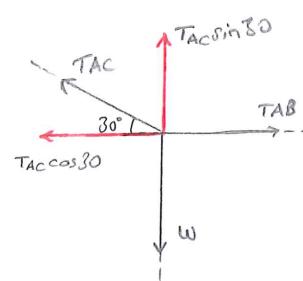
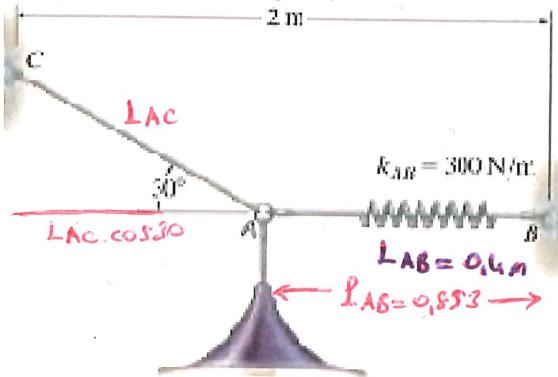
$$\vec{M}_o = (-16,5 \vec{i} + 5,51 \vec{j}) \text{ k.N.m}$$

## ⇒ Dözenel Kuvvet Sistemleri # (1)

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

Soru 5: 8 kg ağırlığında lambanın şekildeki gibi tutulabilmesi için AC ipinin uzunluğu?



$$\textcircled{1} \quad \sum F_x = 0$$

$$TAB - TAC \cos 30^\circ = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$TAC \sin 30^\circ - 8 \cdot (9,81) = 0$$

$$TAC = 157 \text{ N}$$

$$TAB = 135,9 \text{ N}$$

② AB yayının Uzama Miktari:

$$TAB = k_{AB} \cdot \delta_{AB}$$

$$\delta_{AB} = \frac{135,9}{300} = 0,453$$

③ Yayın Toplam Uzunluğu:

$$l_{AB} = l_{AB} + \delta_{AB}$$

$$= 0,4 + 0,453 = 0,853 \text{ m}$$

④ Ac ipinin Uzunluğu:

$$l_{AC} \cos 30^\circ + 0,853 = 2$$

$$l_{AC} = 1,82 \text{ m}$$

## ⇒ Üç Boyutlu Kuvvet Sistemleri #

$$\sum \vec{F} = 0$$

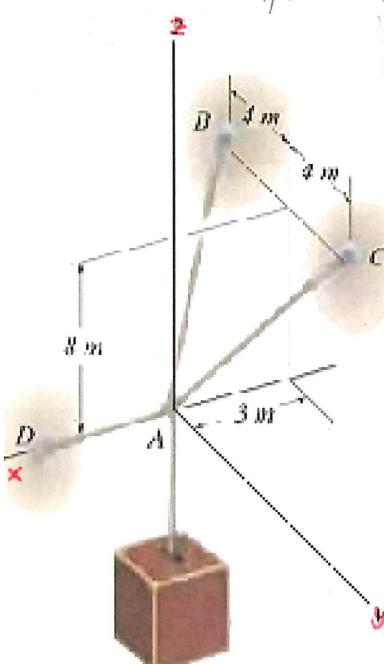
$$\sum \vec{F} = \sum F_x \hat{i} + \sum F_y \hat{j} + \sum F_z \hat{k} = 0$$

$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

$$\sum F_z = 0$$

Soru 6: Şekildeki 40 kN ağırlığında kuto AB, AC ve AD iperiyile dengededir. Buna göre her bir ipde meydana gelen ip kuvvetini bulunuz.



$$A = (0, 0, 0) \text{ m}$$

$$B = (-3, -4, 8) \text{ m}$$

$$C = (-3, 4, 8) \text{ m}$$

$$\vec{F}_{AD} = F_{AD} \hat{i}$$

$$\vec{w} = (-40 \hat{k}) \text{ kN}$$

$$\textcircled{1} \quad \vec{F}_{AB} = (-3 \hat{i} - 4 \hat{j} + 8 \hat{k}) \text{ m}$$

$$\vec{F}_{AC} = (-3 \hat{i} + 4 \hat{j} + 8 \hat{k}) \text{ m}$$

$$\textcircled{2} \quad \vec{F}_{AB} = F_{AB} \left( \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}} \right)$$

$$= F_{AB} \left( \frac{-3 \hat{i} - 4 \hat{j} + 8 \hat{k}}{\sqrt{(-3)^2 + (-4)^2 + 8^2}} \right)$$

$$\vec{F}_{AB} = (-0,318 F_{AB} \hat{i} - 0,624 F_{AB} \hat{j} + 0,848 F_{AB} \hat{k}) \text{ N}$$

$$\textcircled{3} \quad \vec{F}_{AC} = F_{AC} \left( \frac{\vec{r}_{AC}}{r_{AC}} \right)$$

$$= F_{AC} \left( \frac{-3 \hat{i} + 4 \hat{j} + 8 \hat{k}}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 8^2}} \right)$$

$$\vec{F}_{AC} = (-0,318 F_{AC} \hat{i} + 0,624 F_{AC} \hat{j} + 0,848 F_{AC} \hat{k}) \text{ N}$$

$$\textcircled{4} \quad \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AC} + \vec{F}_{AD} + \vec{w} = 0$$

$$\Rightarrow -0,318 F_{AB} \hat{i} - 0,624 F_{AB} \hat{j} + 0,848 F_{AB} \hat{k} - 0,318 F_{AC} \hat{i} + 0,624 F_{AC} \hat{j} + 0,848 F_{AC} \hat{k} + F_{AD} \hat{i} - 40 \hat{k} = 0$$

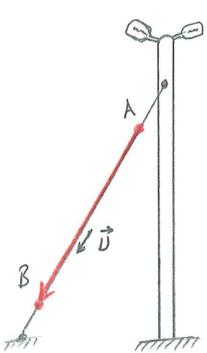
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -0,318 F_{AB} - 0,318 F_{AC} + F_{AD} = 0$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow -0,624 F_{AB} + 0,624 F_{AC} = 0$$

$$\sum F_z = 0 \Rightarrow 0,848 F_{AB} + 0,848 F_{AC} - 40 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} F_{AB} = 23,6 \text{ kN} \\ F_{AC} = 23,6 \text{ kN} \\ F_{AD} = 15 \text{ kN} \end{array} \right\}$$

⇒ Yer Konum Vektörü #



\* A'dan B'ye Konum Vektörü :

$$\vec{r}_{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j} + (z_B - z_A) \vec{k}$$

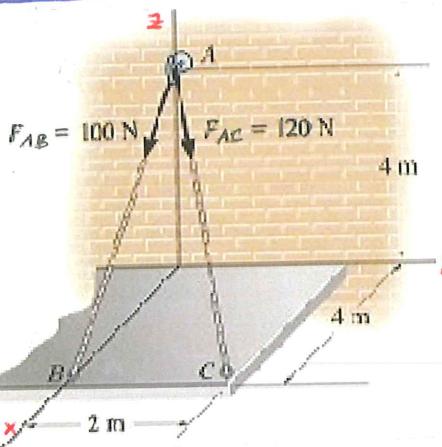
\* Birim Vektör:

$$\vec{u} = \frac{\vec{r}_{AB}}{|r_{AB}|} \rightarrow \text{Konum vektörü}$$

$r_{AB}$  → Sıddeti;

$$\vec{u} = \cos\alpha \vec{i} + \cos\beta \vec{j} + \cos\theta \vec{k}$$

Soru 3: A noktasına etki eden bileske kuvveti kartezyen vektör ile gösteriniz.



$$A = (0, 0, 4) \text{ m}$$

$$B = (4, 0, 0) \text{ m}$$

$$C = (4, 2, 0) \text{ m}$$

$$\textcircled{1} \quad \vec{r}_{AB} = (x_B - x_A) \vec{i} + (y_B - y_A) \vec{j} + (z_B - z_A) \vec{k}$$

$$\vec{r}_{AB} = 4 \vec{i} - 4 \vec{k}$$

$$r_{AB} = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = 5,66 \text{ mm}$$

\textcircled{2}

$$\vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}} = \frac{4}{5,66} \vec{i} - \frac{4}{5,66} \vec{k} = 0,707 \vec{i} - 0,707 \vec{k}$$

$$\textcircled{3} \quad \vec{F}_{AB} = F_{AB} \cdot \vec{u}_{AB} = 100 \cdot 0,707 \vec{i} - 100 \cdot 0,707 \vec{k} = (70,7; -70,7 \vec{k}) \text{ N}$$

$$r_{AC} = \sqrt{4^2 + 2^2 + (-4)^2} = 6 \text{ m}$$

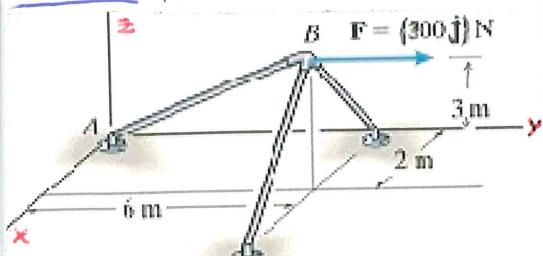
$$\textcircled{4} \quad \vec{r}_{AC} = 4 \vec{i} + 2 \vec{j} - 4 \vec{k}$$

$$\vec{u}_{AC} = \frac{4}{6} \vec{i} + \frac{2}{6} \vec{j} - \frac{4}{6} \vec{k}$$

$$\textcircled{5} \quad \vec{F}_{AC} = F_{AC} \cdot \vec{u}_{AC} = (80 \vec{i} + 40 \vec{j} - 80 \vec{k}) \text{ N}$$

$$\textcircled{6} \quad \vec{F}_R = \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AC} = (70,7 \vec{i} - 70,7 \vec{k}) + (80 \vec{i} + 40 \vec{j} - 80 \vec{k}) = (150,7 \vec{i} + 40 \vec{j} - 150,7 \vec{k}) \text{ N}$$

Soru 4: Şekilde verilen F kuvvetinin AB eksenine paralel ve dik bilesenlerini bulunuz.



$$\textcircled{1} \quad A = (0, 0, 0) \text{ m}$$

$$B = (2, 6, 3) \text{ m}$$

$$\vec{r}_{AB} = 2 \vec{i} + 6 \vec{j} + 3 \vec{k}$$

$$\textcircled{2} \quad \vec{u}_{AB} = \frac{\vec{r}_{AB}}{r_{AB}} = \frac{2 \vec{i} + 6 \vec{j} + 3 \vec{k}}{\sqrt{2^2 + 6^2 + 3^2}}$$

$$\vec{u}_{AB} = 0,286 \vec{i} + 0,857 \vec{j} + 0,429 \vec{k}$$

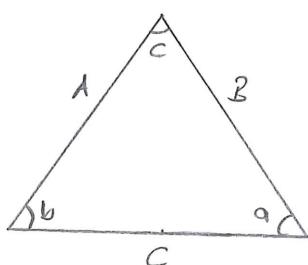
$$\textcircled{3} \quad \vec{F}_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{u}_{AB} = (300 \vec{j}) (0,286 \vec{i} + 0,857 \vec{j} + 0,429 \vec{k}) = [257,1 \text{ N}] \Rightarrow \text{Paralel Bilesen Sıddeti}$$

$$\vec{F}_{AB} = \vec{F} \cdot \vec{u}_{AB} = (257,1) (0,286 \vec{i} + 0,857 \vec{j} + 0,429 \vec{k}) = (73,5 \vec{i} + 220 \vec{j} + 110 \vec{k}) \text{ N}$$

$$\textcircled{4} \quad \vec{F}_{\perp} = \vec{F} - \vec{F}_{AB} = (300 \vec{j}) - (73,5 \vec{i} + 220 \vec{j} + 110 \vec{k}) = (-73,5 \vec{i} + 80 \vec{j} - 110 \vec{k}) \text{ N}$$

$$F_{\perp} = \sqrt{F^2 - F_{AB}^2} = \sqrt{300^2 - (257,1)^2} = [155 \text{ N}] \Rightarrow \text{Dik Bilesen Sıddeti}$$

⇒ İki Boyutlu Kuvvetler #



#Sinüs Teoremi #

$$\frac{A}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin \beta} = \frac{C}{\sin \gamma}$$

# Birim Vektör

$$\vec{v} = \frac{\vec{A}}{|A|}$$

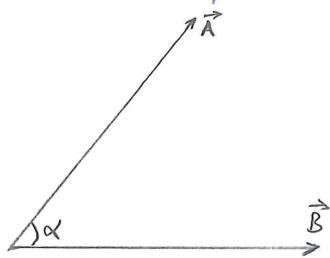
# Kosinüs Teoremi

$$A^2 = B^2 + C^2 - 2BC \cos \alpha$$

$$B^2 = A^2 + C^2 - 2AC \cos \beta$$

$$C^2 = B^2 + A^2 - 2AB \cos \gamma$$

⇒ Skaler Çarpım #



\*  $\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \cos \alpha$  siddetleri

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

\*  $\alpha = 90^\circ$  ise  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$  'dır.

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{l} = 0$$

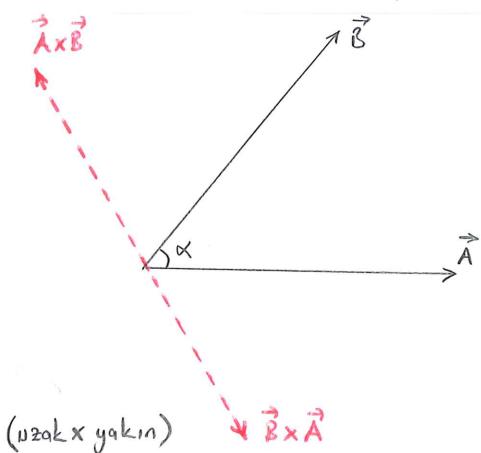
$$\vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

\*  $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$

$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

⇒ Vektörel Çarpım #



#  $\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

$| \vec{A} \times \vec{B} | = A \cdot B \sin \alpha$  siddetleri

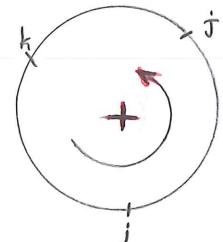
$$\vec{A} \times (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \times \vec{B} + \vec{A} \times \vec{C}$$

#  $i \times j = k$

$$j \times i = -k$$

$$k \times i = j$$

$$i \times k = -j$$

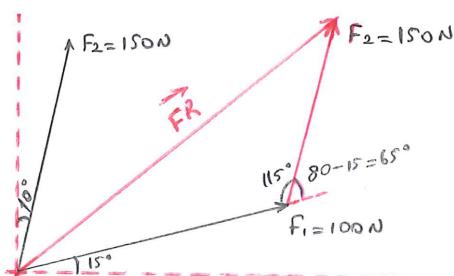


\*  $\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$

$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Soru 1: Bileşke kuvvetinin siddetini ve yatayla yaptığı açayı bulunuz.



①  $F_R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 F_2 \cos \alpha$

$$F_R^2 = 10000 + 22500 + 12678,55$$

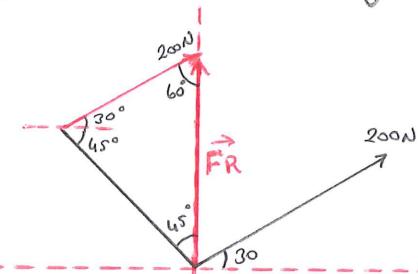
$$F_R = 212,55 \text{ N}$$

②  $\frac{F_R}{\sin 115^\circ} = \frac{F_2}{\sin \alpha} \Rightarrow \alpha = 39,8^\circ$

Yatayla yaptığı açı  $90^\circ$

$$\alpha + 15^\circ = 39,8^\circ + 15^\circ = 54,8^\circ$$

Soru 2: Bileşke kuvvetin düşey doğrultuda olması için F kuvvetinin siddeti ne olmalıdır?



$$\frac{200 \text{ N}}{\sin 45^\circ} = \frac{\vec{F}_R}{\sin 75^\circ} = \frac{\vec{F}}{\sin 60^\circ}$$

$$F_R = \frac{200 \cdot \sin 75^\circ}{\sin 45^\circ} = 273 \text{ N}$$

$$F = \frac{200 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = 245 \text{ N}$$