



MUKAVEMET

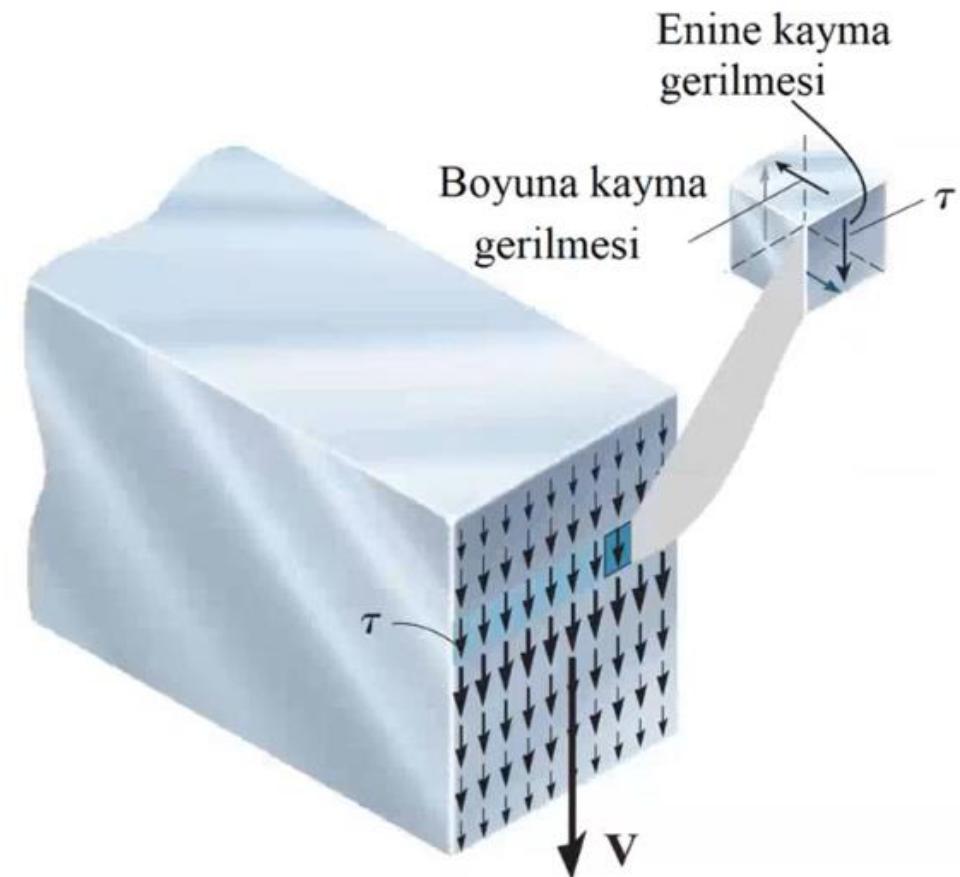
7. Enine Kesme (Kayma Gerilmesi)

7.1 Doğrusal Elemanlarda Kesme

Kayma Gerilmesi (Enine Kesme)

Doğrusal Elemanlarda Kesme

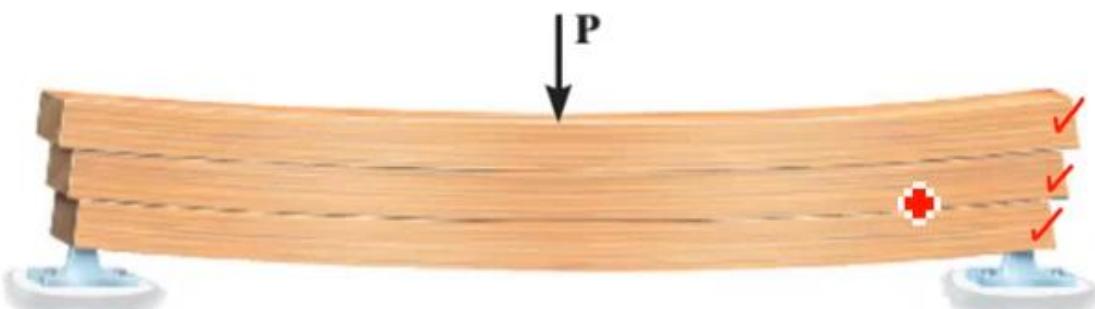
- Kırışlar genellikle kesme kuvveti ve eğilme momenti taşırlar.
- **V kesme kuvveti**, kırış kesitine etki eden enine kayma gerilmesi dağılımının sonucu olarak oluşur.
- Kayma gerilmesinin tamamlayıcı özelliğinden dolayı, şekilde (hacim eleman üzerinde) görüldüğü gibi bu gerilmeye karşılık gelen kırışın uzunlamasına düzlemine etki eden **yatay kayma gerilmeleri** de meydana getirecektir.



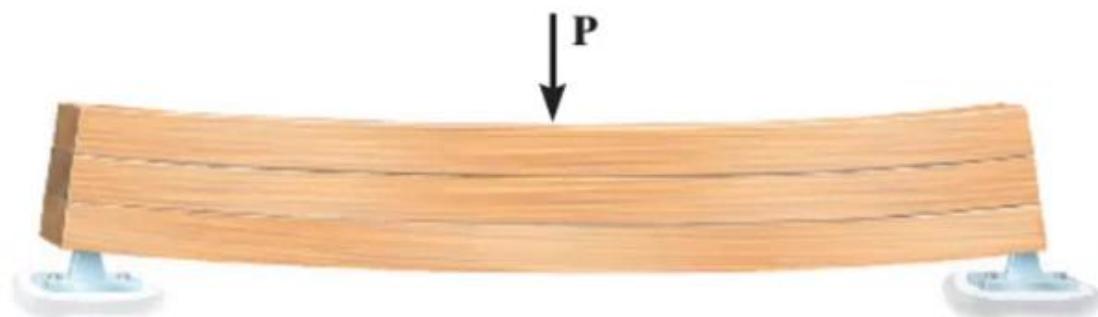
Kayma Gerilmesi (Enine Kesme)

Bu etkileri göstermek için şekilde görülen üç levhadan yapılan kırışı ele alalım.

- Eğer her bir plakanın alt ve üst yüzeyleri pürüzsüz ve birbirlerine bağlı değilse, P yükünün uygulanmasıyla kırış deformе olurken plakaların birinin diğerine göre kaymasına sebep olacaktır.
- Ancak, levhalar birbirlerine bağlı ise levhalar arasına etki eden boylamasına kayma gerilmeleri levhaların bağıl kaymasını engelleyecek ve bu sayede kırış tek bir parça olarak davranışacaktır.
- Kayma gerilmesinin bir sonucu olarak, kesitte oldukça karmaşık şekilde çarpılma meydana getirecek kayma zorlanmaları oluşacaktır.



(a) Levhalar birbirleriyle bağlı değil



(b) Levhalar birbirleriyle bağlı

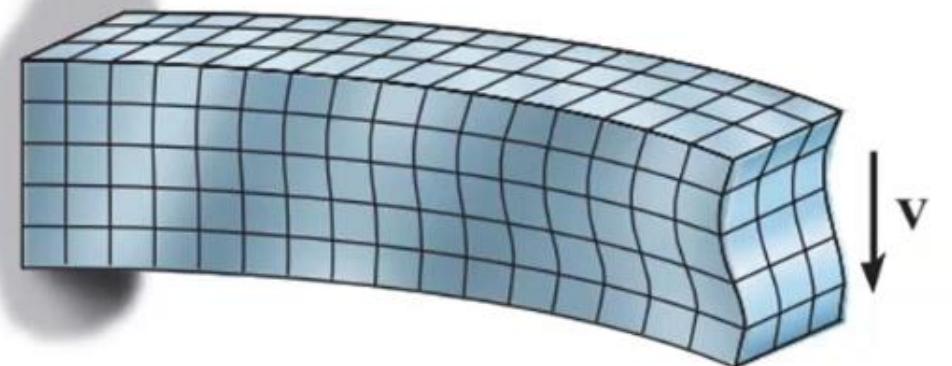
Kayma Gerilmesi (Enine Kesme)

- Örneğin, kauçuk gibi çok fazla deform olabilen malzemeden yapılmış ve üzeri ızgara çizgilerle işaretlenmiş bir kısa bir çubuğu göz önüne alalım.
- V kesme kuvveti uygulandığında, bu çizgiler modelin içine doğru deform olur.
- Üniform olmayan bu gerilme dağılımı kesitin çarpılmasına sebep olur.
- Kiriş hem kesme hem de eğilmeye maruz kaldığında kirişin kesiti eğilme formülünün elde edilmesinde kabul edildiği gibi **düzlem kalmayacaktır**.



Deformasyondan önce

R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition -Pearson Prentice Hall (2010)



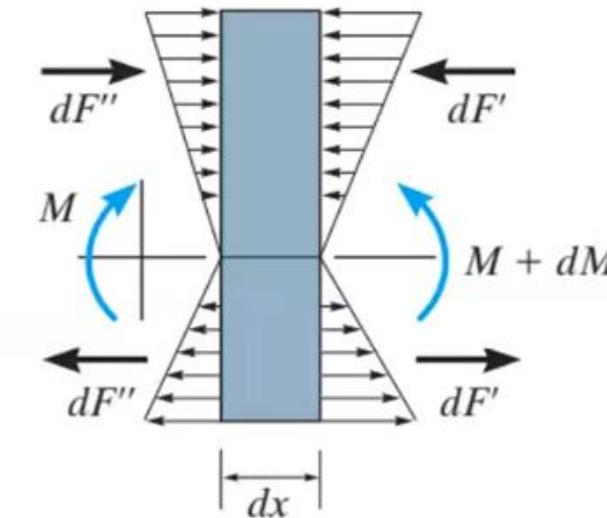
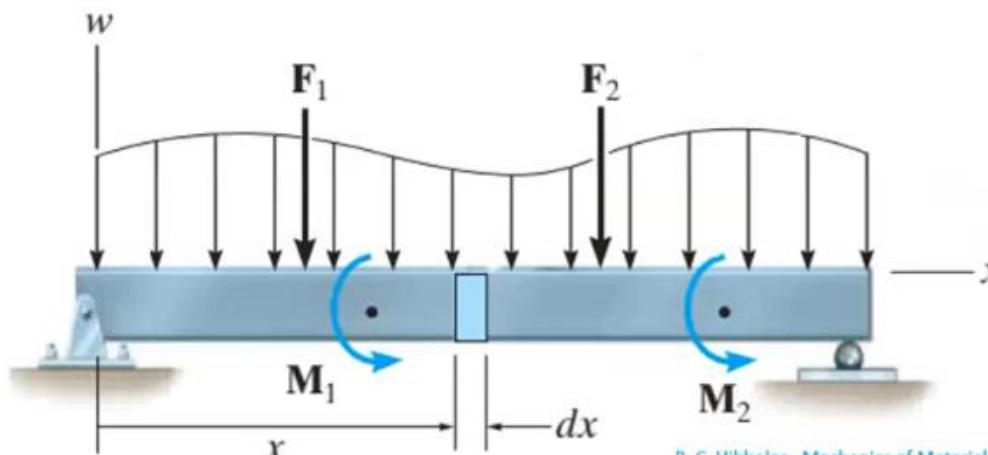
Deformasyondan sonra

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Formülü

- Eksenel yük, burulma ve eğilme de olduğu gibi kayma şekil değiştirme dağılımı kolayca tanımlanamadığı için **kayma formülünü** dolaylı bir şekilde elde edeceğiz.
- Bunu yapmak için şekildeki kırısten aldığımız bir eleman parçasının yatay kuvvet dengesi göz önüne alınacaktır.
- Elemana etkiyen normal gerilme dağılımı M ve $M + dm$ eğilme momentleri tarafından meydana getirilmiştir.
- V , $V + dv$ ve $w(x)$ yükleri düşey yönde etkidiği için yatay kuvvetlerin dengesine dahil edilmeyecektir.
- dx kalınlığındaki eleman parçasının her bir tarafında meydana gelen gerilme dağılımı sadece moment ve sıfır bileşke kuvvet oluşturacağı için eleman $\Sigma F_x = 0$ şartını sağlayacaktır.

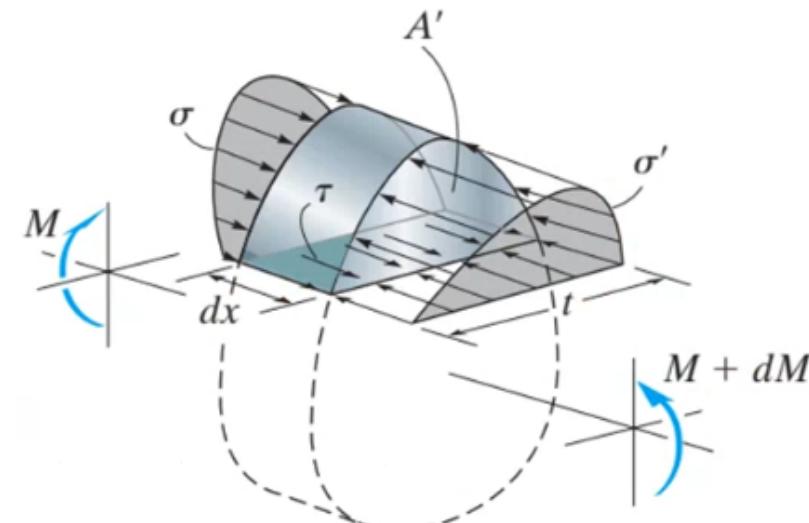
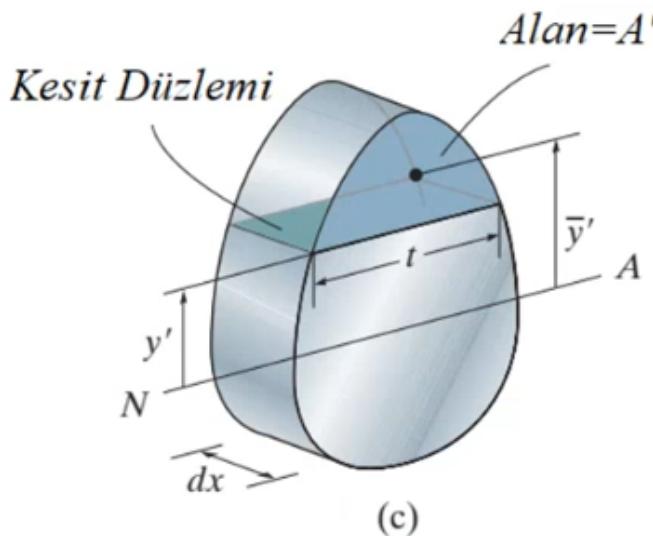
$$\sum F_x = 0 \text{ sağlanıyor.}$$



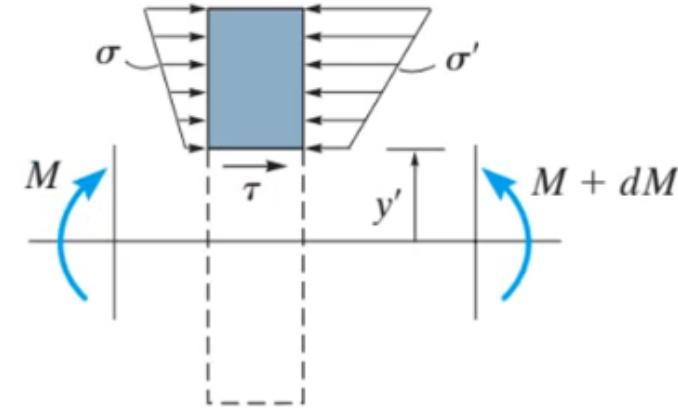
Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Formülü

- Şekilde gibi tarafsız eksenden y' mesafesinde kesilmiş elemanın koyu renkli üst parçasını ele alalım.
- Bu parça, kesilen noktada **t genişliğine** ve her bir tarafında da **A' kesit** alanına sahiptir.
- Elemanın her iki tarafındaki bileşke momentler arasında **dM** kadar fark vardır.
- Bu nedenle parçanın **alt yüzeyine boyuna doğrultuda τ kayma gerilmeleri etki etmediğinde** $\sum F_x = 0$ denge şartının sağlanamayacağı görülür.
- Bu kayma gerilmesini alt yüzeyin **t genişliği** boyunca sabit kabul edeceğiz. Kayma gerilmesi **$t dx$** alanına etki eder.



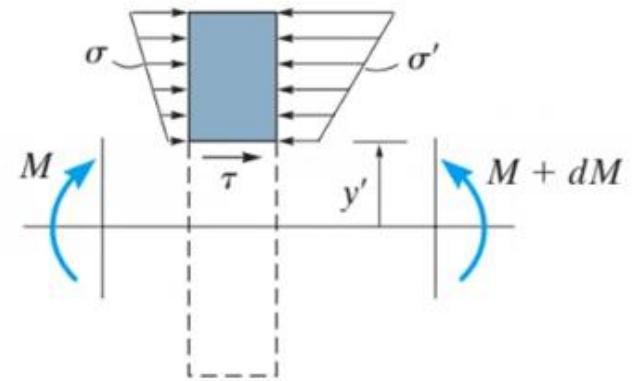
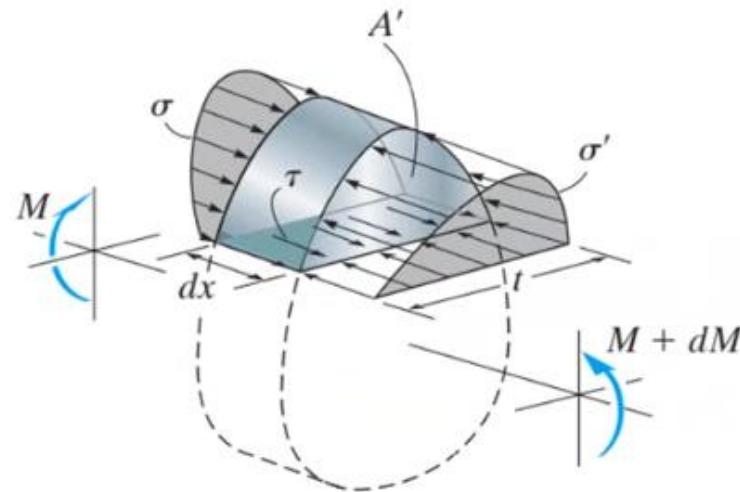
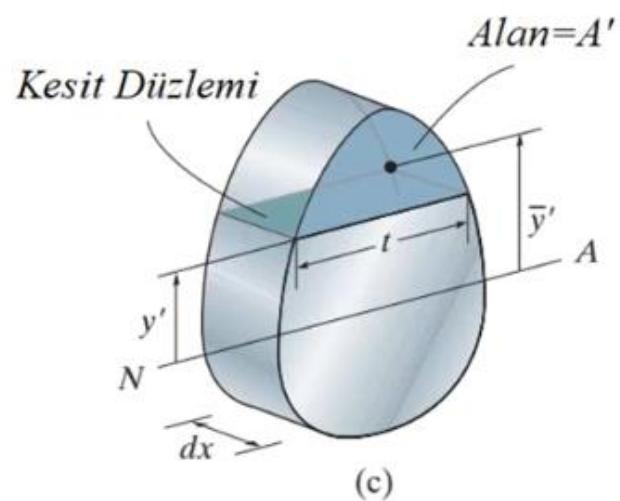
Gerime dağılımının üç boyutlu görünümü



Profil Görünümü

Kayma Formülü

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü



R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition - Pearson Prentice Hall (2010)

$$\stackrel{+}{\leftarrow} \sum F_x = 0; \quad \rightarrow \quad \int_{A'} \sigma' dA' - \int_{A'} \sigma dA' - \tau(tdx) = 0$$

$$\int_{A'} \left(\frac{M + dM}{I} \right) y dA' - \int_{A'} \left(\frac{M}{I} \right) y dA' - \tau(tdx) = 0$$

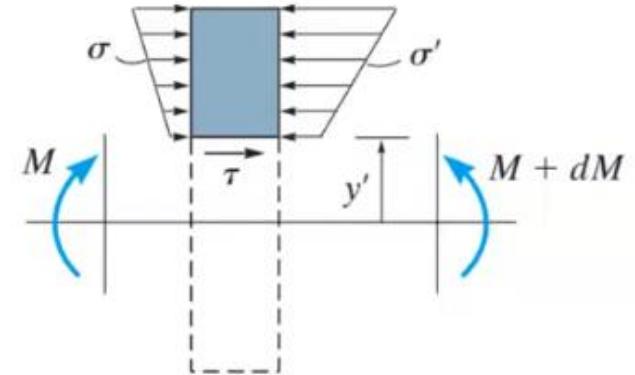
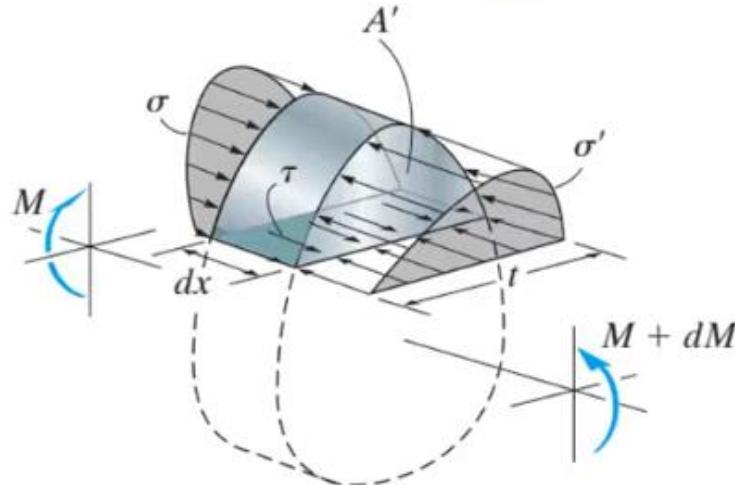
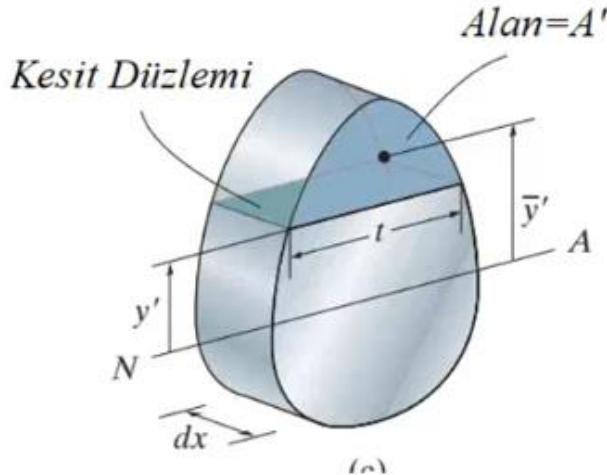
$$\left(\frac{dM}{I} \right) \int_{A'} y dA' = \tau(tdx)$$

Buradan τ çekilirse;

$$\boxed{\tau = \frac{1}{It} \left(\frac{dM}{dx} \right) \int_{A'} y dA'}$$

Kayma Formülü

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü



$$\tau = \frac{1}{It} \left(\frac{dM}{dx} \right) \int_{A'} y dA'$$

- Bu denklem $V = (dM/dx)$ bağıntısı kullanarak basitleştirilebilir.
- Integral tarafsız eksen etrafında A' alanının **birinci momentini** temsil eder. (Biz bunu **Q** simbolü ile göstereceğiz.)
- A' alanının **ağırlık merkezi**;

$$\bar{y}' = \frac{\int_{A'} y dA'}{A} \quad \text{formülüyle belirlenir}$$

$$Q = \int_{A'} y dA' = \bar{y}' A' \quad \rightarrow \quad \boxed{\tau = \frac{VQ}{It}} \quad \text{Kayma formülü}$$

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Formülü

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

- İfadenin türetilmesinde yalnızca **kiriş boyunca uzanan düzleme etki eden kayma gerilmesini** göz önüne almış olsak da **formül kiriş kesitindeki enine kayma gerilmesinin bulunması için de uygulanabilir.** Bu gerilmelerin birbirlerini **tamamlayan** ve **sayısal olarak eşit olduğunu hatırlayınız.**

τ : Kesitin tarafsız ekseninden y mesafedeki bir noktasındaki **kayma gerilmesi**. Elemanın t genişliği boyunca ortalama değere sahip bu gerilme sabit kabul edilir.

V : Kesim metoduyla denge denklemlerinden hesaplanan **bileşke iç kesme kuvveti**.

I : Tarafsız eksen etrafında hesaplanan **tüm kesitin atalet momenti**.

t : **kayma gerilmesinin hesaplandığı noktadaki eleman kesit alanının genişliği**

$Q = t$ kalınlığının üstünde kalan alanın alan merkezinden nötr eksene göre birinci alan momenti

$$Q = \int_{A'} y dA' = \bar{y}' A'$$

Bu ifadede;

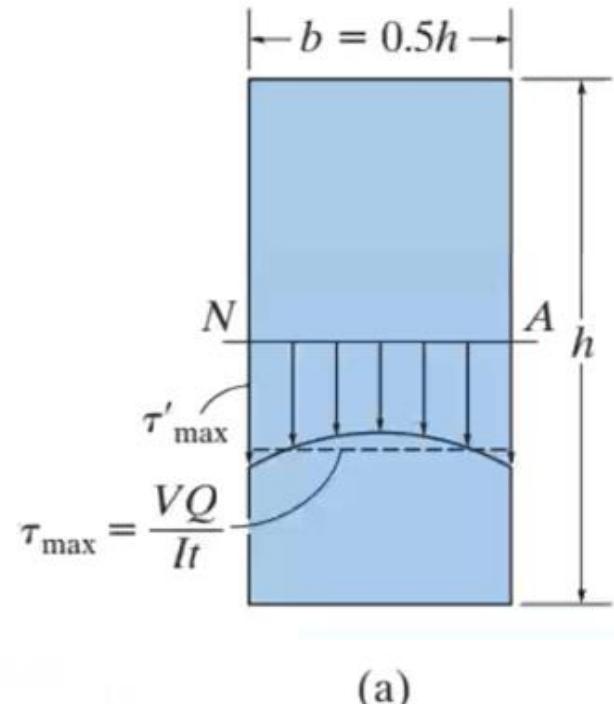
A' : gerilmenin hesaplanacağı noktada t genişliğindeki kesitin üst (veya alt) kısmının alanı

\bar{y}' : tarafsız eksenden A' alan merkezine mesafedir.

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

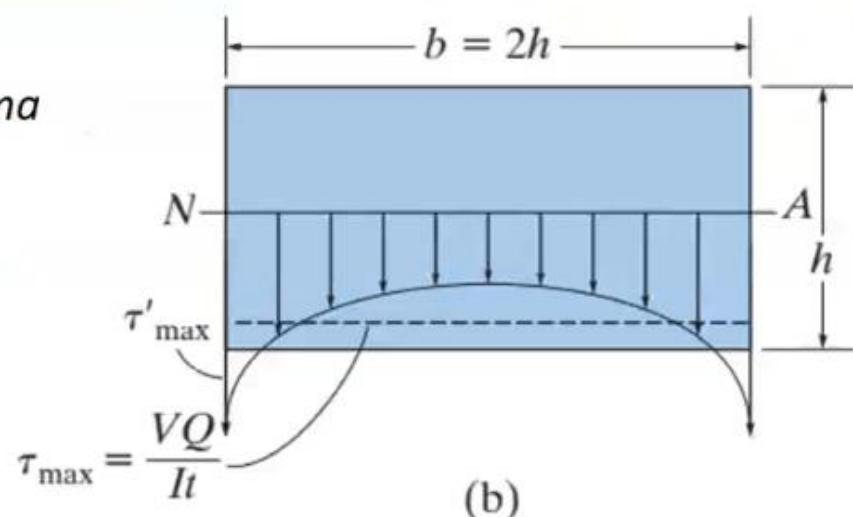
Kayma Formülünün Kullanımında Sınırlar

- Kayma formülünün elde edilmesinde kullanılan en önemli kabullerden birisi **t kesit genişliği boyunca gerilmenin uniform dağıldığının kabul edilmesidir.**
- Yani, genişlik boyunca **ortalama kayma gerilmesi** hesaplanmıştır.
- Bu kabulün doğruluk derecesini, elastisite teorisinden elde edilen çok daha doğru matematiksel analiz sonuçlarıyla karşılaştırarak test edebiliriz.
- Örneğin, eğer kiriş kesit alanı dikdörtgendense, tarafsız eksen boyunca gerçek kayma gerilmesi dağılımı elastisite teorisinden hesaplandığında şekillerde görüldüğü gibi değişir.
- Maksimum kayma gerilmesi değeri τ'_{\max} kesitin kenarlarında oluşur ve büyüklüğü **b/h oranına bağlıdır**.
- **b/h = 0.5** oranına sahip kesitler için τ'_{\max} kayma formülünden hesaplanan kayma gerilmesinden sadece %3 civarında **daha büyktür** (Şekil (a)).
- Ancak, **b/h = 2** olan yassı kesitler için τ'_{\max} ortalama kayma gerilme τ_{\max} 'dan yaklaşık %40 daha büyktür (Şekil (b)).
- Kesit yassılaşırken veya b/h oranı artarken hata oranı daha da büyür.



(a)

R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition -Pearson Prentice Hall (2010)

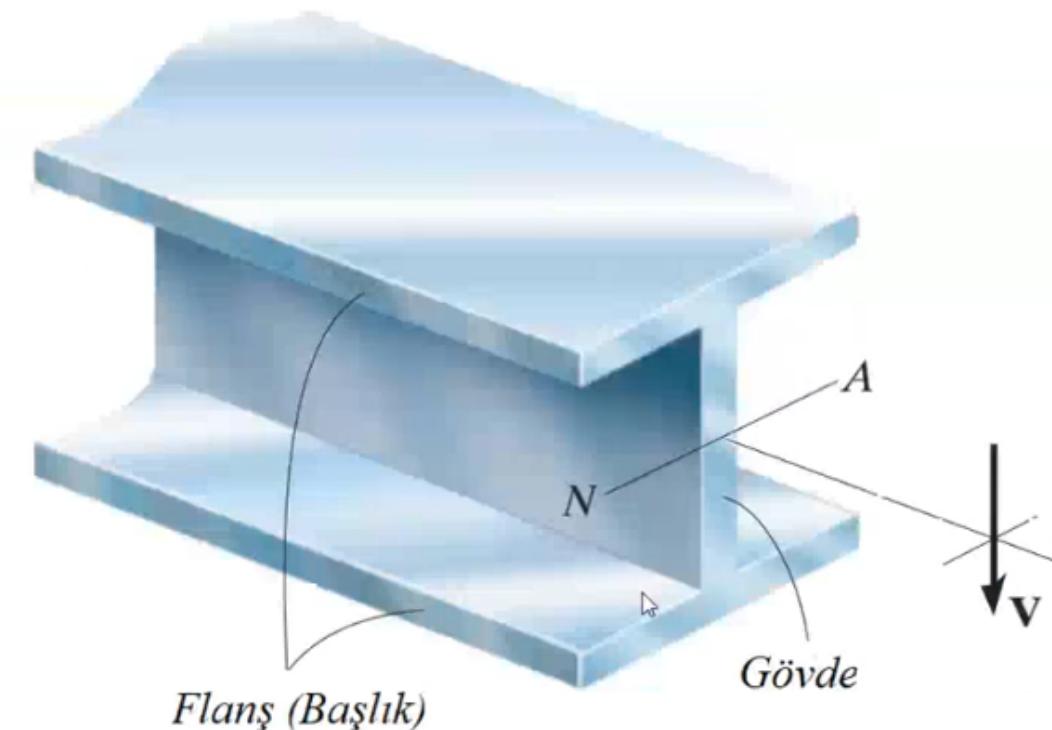


(b)

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Formülünün Kullanımında Sınırlar

- Geniş flanşlı kirişlerde, kesitin *aniden değiştiği flanş-gövde birleşme noktalarında* gerilme yiğilmaları oluşacağından kayma formülü kullanılırken yeteri doğrulukta hassas sonuçlar vermeyeceğine dikkat edilmelidir.
- Neyse ki, mühendislik pratiğinde geniş flanşlı kirişin gerilme hesabı için kayma formülü kullanılmasında bu sınırlamalar önemli değildir.
- Mühendisler genellikle b/h (genişlik/derinlik) oranının çok küçük olduğu gövde üzerindeki yani sadece tarafsız eksendeeki maksimum ortalama kayma gerilmesini hesap ederler.
- Bundan dolayı, yukarıda izah edildiği gibi hesaplanmış sonuçlar gerçek maksimum kayma gerilme değerine oldukça yakındır.



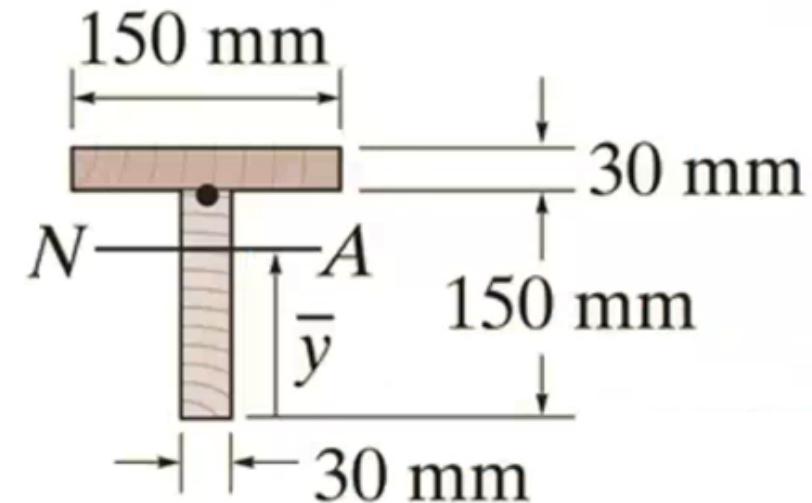
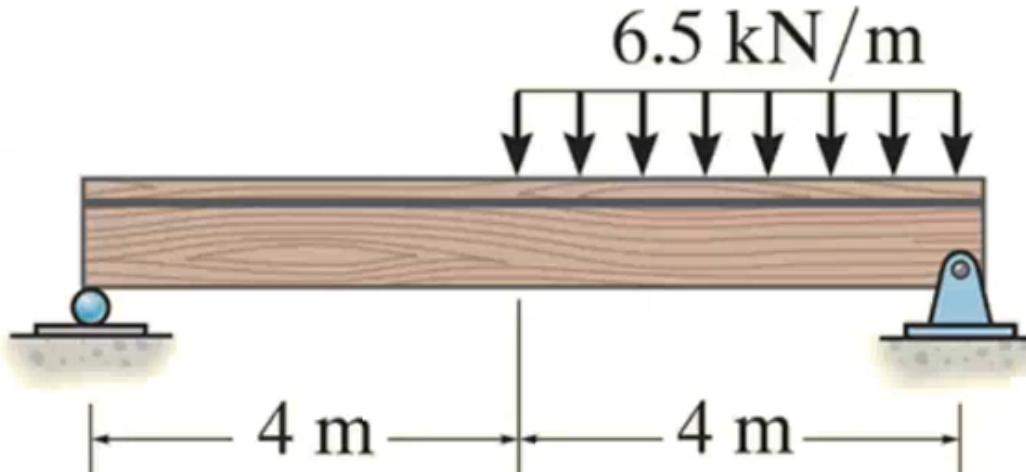
R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition -Pearson Prentice Hall (2010)

Örnek 7.4

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Örnek;

Şekilde görülen kırış iki ahşap levhanın bir araya gelmesinden oluşmaktadır. Levhaları bir arada tutabilmek için bağlantı yeri boyunca gerekli olan yapıştırıcıdaki maksimum kayma gerilmesini belirleyiniz.

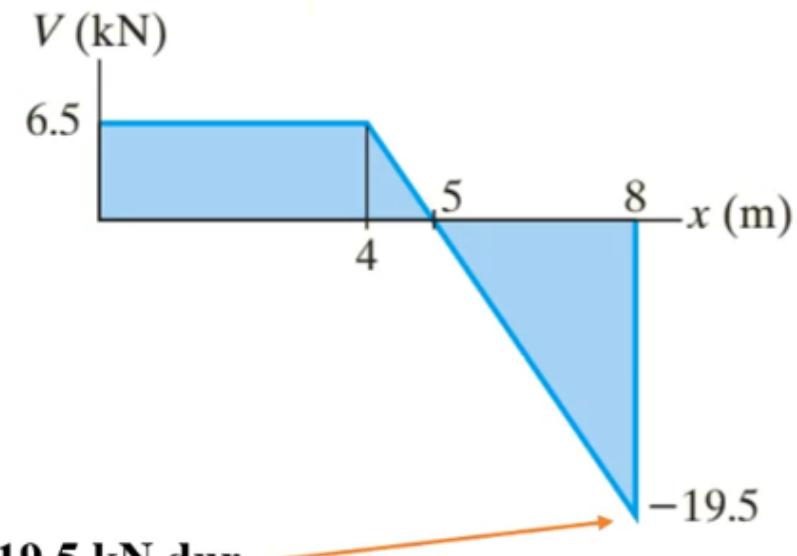
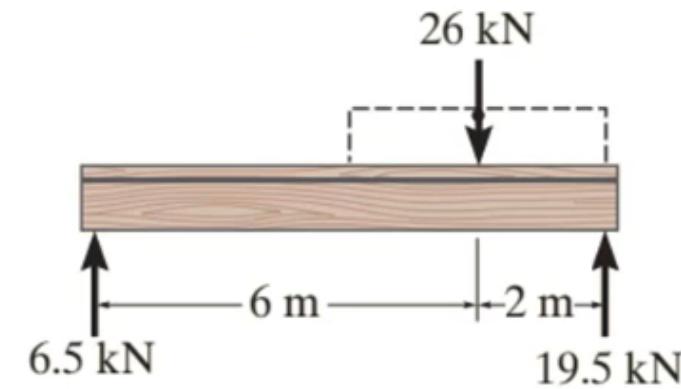
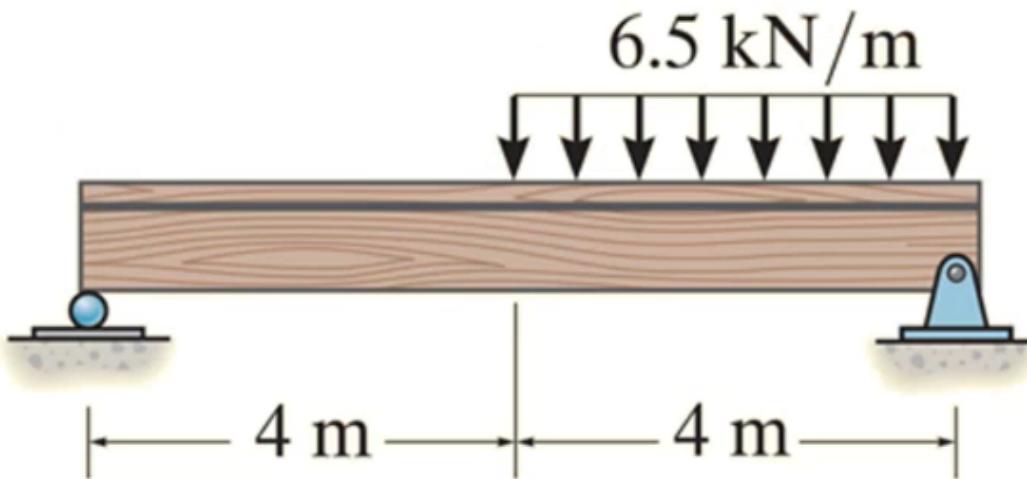


R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition -Pearson Prentice Hall (2010)

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

Kirişin mesnet reaksiyonları hesaplanarak kesme diyagramı çizilir



Kesme diyagramına göre kirişteki maksimum kesme kuvveti 19.5 kN dur.

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

Kesit Özellikleri;

Ağırlık merkezi ve buna bağlı olarak belirlenen tarafsız eksen için kesitin tabanına referans eksenini yerleştirecektir,

Kesitin ağırlık merkezi;

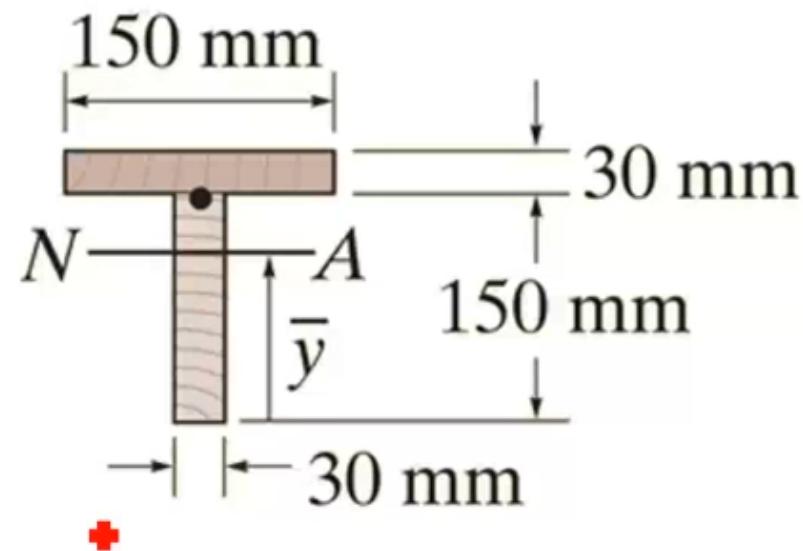
$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y}A}{\sum A} \rightarrow \bar{y} = \frac{(0.075m)(0.150m)(0.030m) + (0.165m)(0.030m)(0.150m)}{(0.150m)(0.030m) + (0.030m)(0.150m)}$$

$$\bar{y} = 0.120 \text{ m}$$

Tarafsız eksene göre kesitin atalet momenti;

$$I = \left[\frac{1}{12} (0.030m)(0.150m)^3 + (0.150m)(0.030m)(0.120m - 0.075m)^2 \right] +$$

$$\left[\frac{1}{12} (0.150m)(0.030m)^3 + (0.030m)(0.150m)(0.165m - 0.120m)^2 \right]$$



$$I = 27.0(10^{-6})m^4$$

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

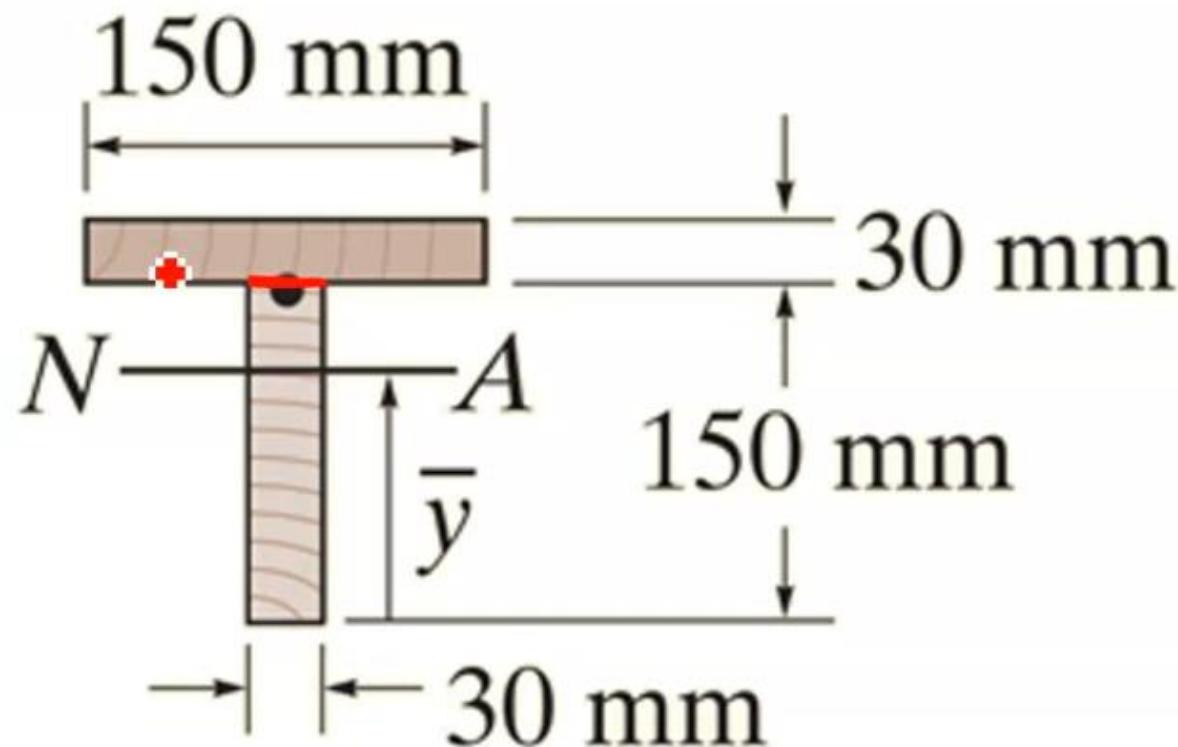
Çözüm;

Üstteki ahşap levha, gövde levha üzerine $t=0.03m$ kalınlığında bir yapıştırıcıyla tutturulmaktadır. Bu yüzden A' üst levhanın alanı olarak tanımlanır.

$$Q = \bar{y}' A'$$

$$Q = [0.165m - 0.120m](0.03m)(0.150m)$$

$$Q = 0.2025(10^{-3})m^3$$



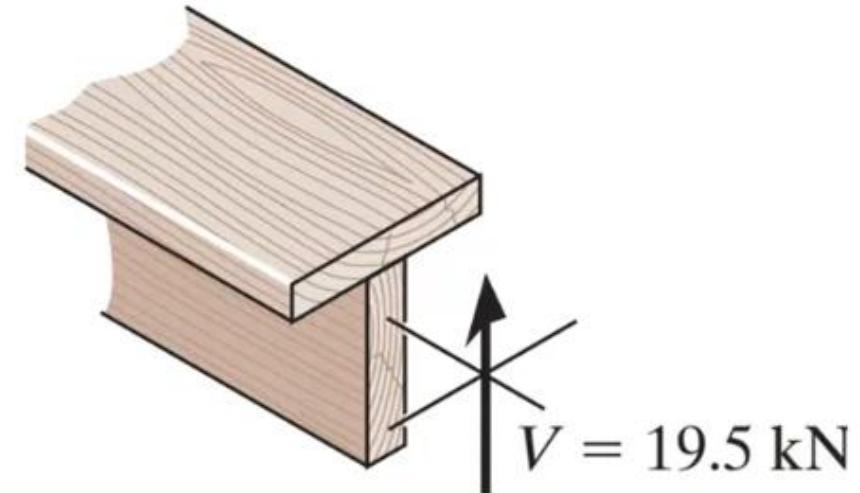
Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

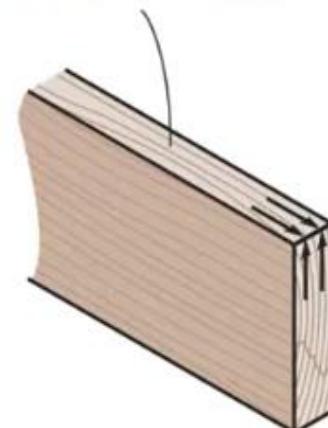
Kayma formülünü uygulayarak iki parçanın birleştiği noktadaki kayma gerilmesini bulabiliyoruz. ✓

$$\tau_{maks} = \frac{VQ}{It} = \frac{19.5(10^3)N (0.2025(10^{-3})m^3)}{27.0(10^{-6})m^4 (0.030m)}$$

$$\tau_{maks} = 4.88 \text{ MPa}$$



Yapıtırıcı bulunan düzlem



- Alt levhanın (gövdenin) üst yüzeyine etki eden kayma gerilmesi yanında gösterilmiştir.
- Burada levhanın yatay kayma etkisini tutulabilmesi için gerekli yapıtırıcı direnci olduğu görülmelidir.

4.88 MPa

Örnek 7.2

Kayma Gerilmesi

Örnek;

Şekilde görülen kiriş kesiti üzerindeki kayma gerilme dağılımını belirleyiniz.

ÇÖZÜM;

Şekil (b) de görülen tarafsız eksenden herhangi bir y yükseklikteki kayma gerilmesinin bulunmasıyla dağılım belirlenir ve sonra bu fonksiyonun grafiği çizilir. Burada, koyu renkli A' alanı Q 'nın hesabında kullanılacaktır.

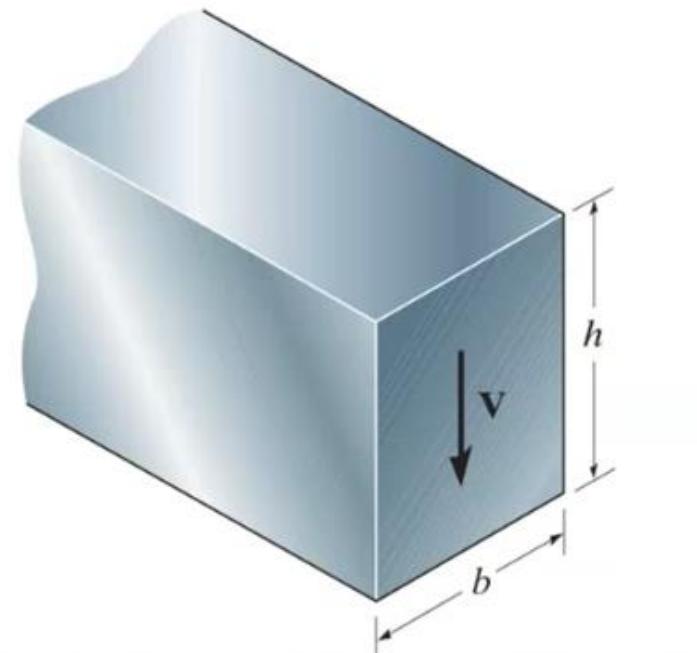
$$Q = \bar{y}' A' = \left[y + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - y \right) \right] \left(\frac{h}{2} - y \right) b$$

$$Q = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) b$$

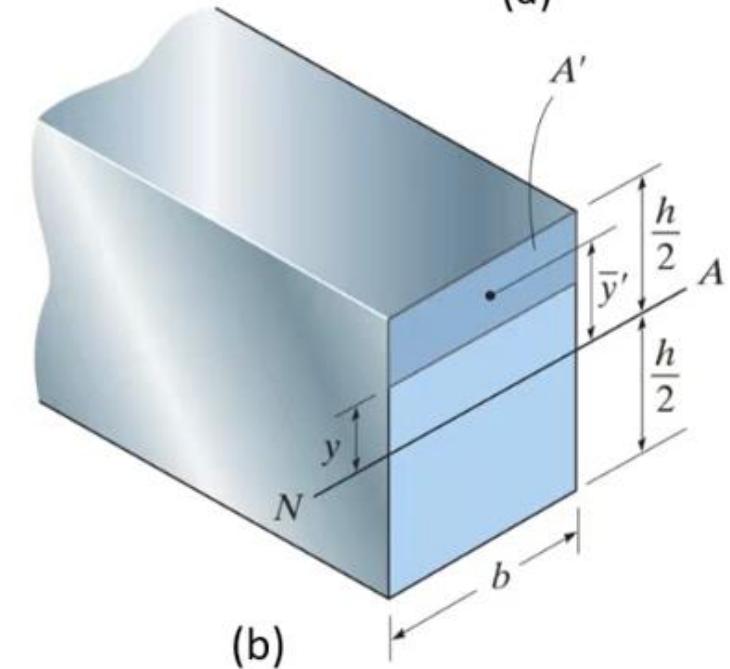
Kayma formülü uygulanarak gerilme belirlenir.

$$\tau = \frac{VQ}{It} = \frac{V \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right) b}{\left(\frac{1}{12} bh^3 \right) b} \rightarrow$$

$$\tau = \frac{6V}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$



R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition - Pearson Prentice Hall (2010)



Kayma Gerilmesi

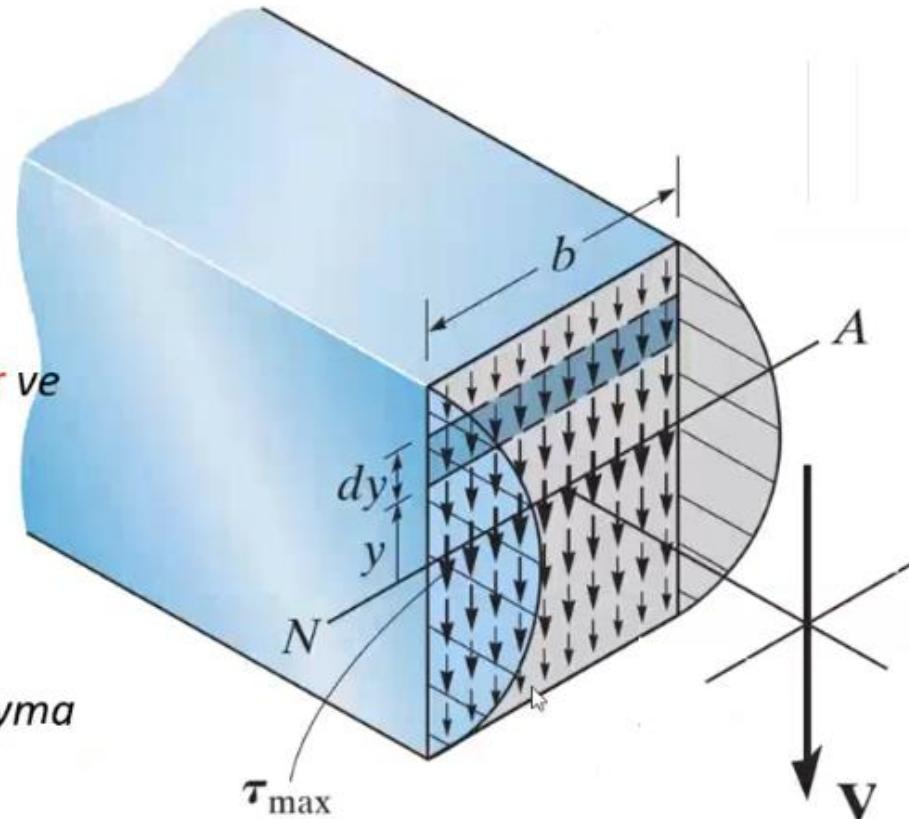
ÇÖZÜM

$$\tau = \frac{6V}{bh^3} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

- Bu sonuç kesitte kayma gerilmelerinin **parabolik olarak dağıldığını gösterir.**
- Şekilde görüldüğü gibi, gerilmenin şiddeti üst ve altta $y=\pm h/2$ 'de sıfırdan **başlar** ve **tarafsız eksende $y=0$ 'da maksimum değerine ulaşır.**
- Maksimum kayma gerilmesi değeri direkt olarak kayma formülü $\tau = \frac{VQ}{It}$ kullanılarak da bulunabilir.
- V, I ve t sabit olduğuna göre, **Q 'nın maksimum olduğu durumda maksimum kayma gerilmeleri** oluşacaktır.
- Gözlem yapılrsa, tüm alanın tarafsız eksenin üzerinde (veya altında) olduğu durumda Q maksimum olacaktır. Yani, $A' = b h/2$ ve $\bar{y}'=h/4$. Bunun sonucunda,

$$\tau_{maks} = \frac{VQ}{It} = \frac{V \left(\frac{h}{4}\right) \left(\frac{bh}{2}\right)}{\left(\frac{1}{12} bh^3\right) b}$$

$$\tau_{maks} = 1.5 \frac{V}{A}$$



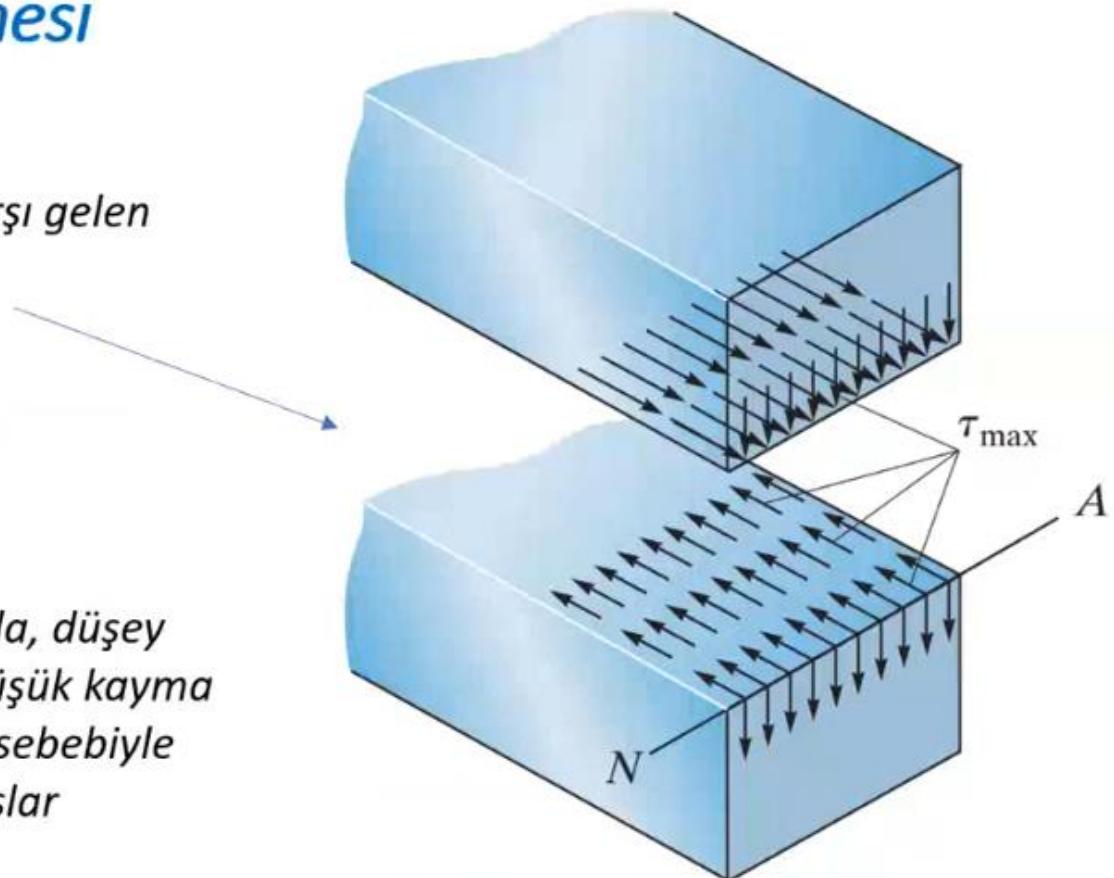
R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition - Pearson Prentice Hall (2010)

Dikkat edilirse, kayma formülü ile elde edilen maksimum kayma gerilmesi, ortalama kayma gerilmesi ($\tau_{ort} = \frac{V}{A}$) ile elde edilen gerilmeden %50 daha fazladır!

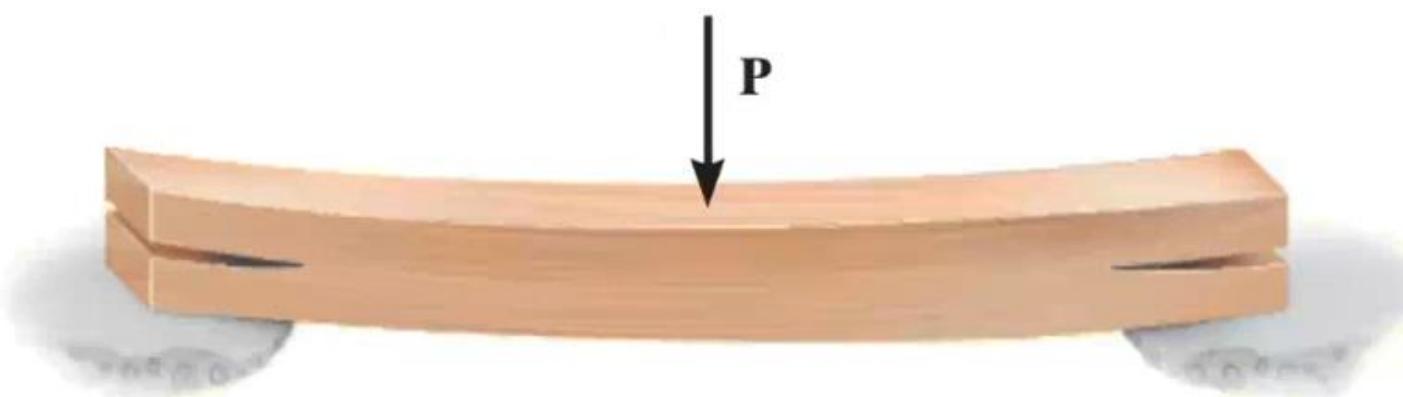
Kayma Gerilmesi

ÇÖZÜM

Şekilde görüldüğü gibi, kesite etki eden her bir kayma gerilmesine karşı gelen kiriş boyunca etki eden τ varlığının farkında olunması önemlidir.



Şekilde görülen ahşap kirişin hasarına sebep olan bu gerilmedir. Burada, düşey reaksiyonların kirişi büyük kayma gerilmelerine maruz bırakması ve düşük kayma direncine sahip ahşap kiriş liflerinin ekseni boyunca yönlenmiş olması sebebiyle yarıılma ahşap kirişin uçlarından tarafsız ekseni boyunca oluşmaya başlar



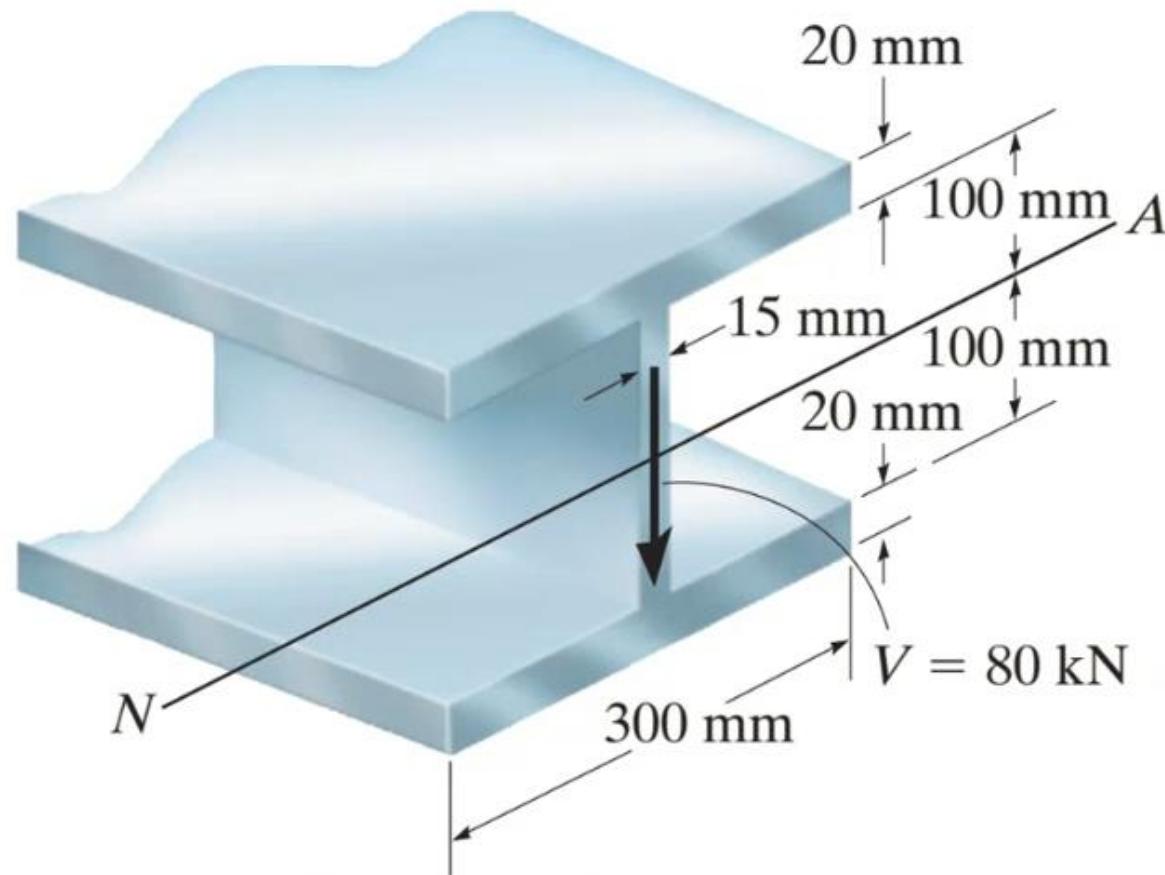
R. C. Hibbeler - Mechanics of Materials, 8th Edition - Pearson Prentice Hall (2010)

Örnek 7.3

Kayma Gerilmesi

Örnek;

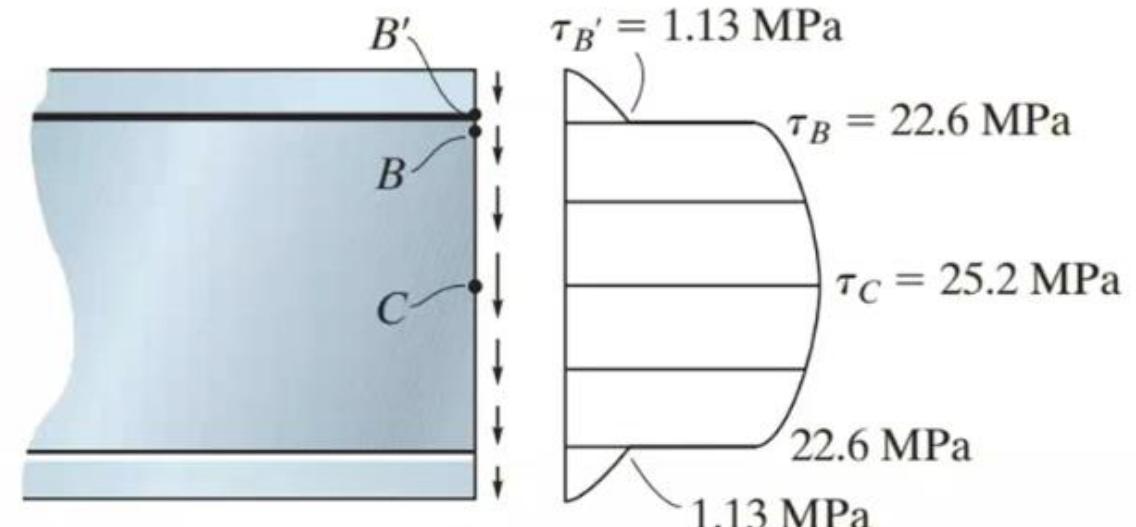
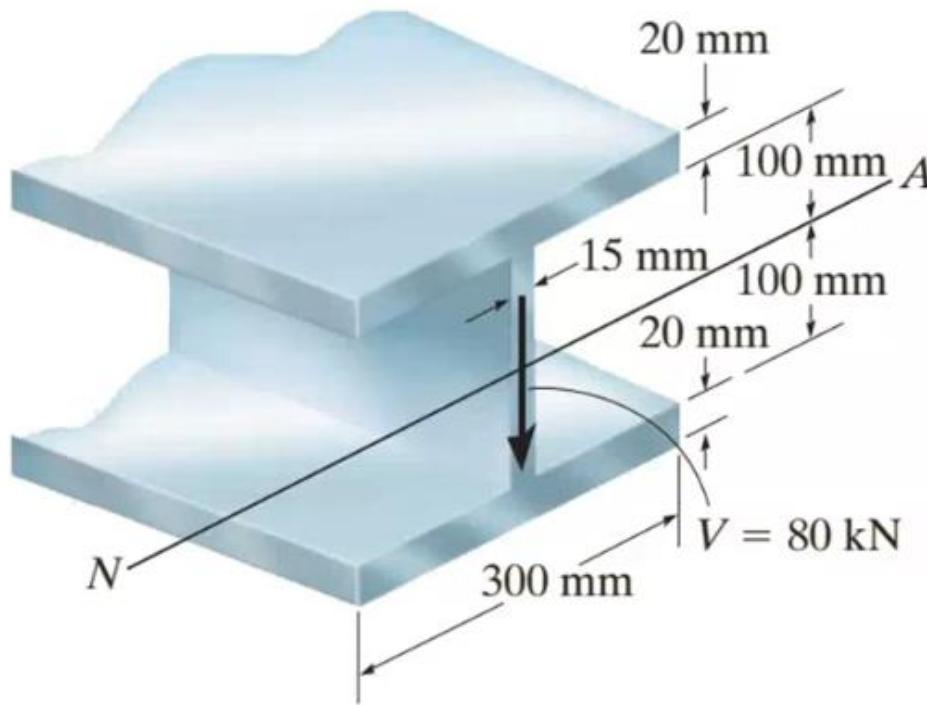
Şekilde geniş flanşlı bir çelik kirişin boyutları verilmiştir. Kiriçe $V = 80 \text{ kN}$ şiddetinde bir kesme kuvveti etkidiğinde kiriş kesitinde meydana gelen kayma gerilimini çiziniz.



Kayma Gerilmesi

Çözüm;

- Flanş ve gövde dikdörtgen elemanlar olduğundan, kayma gerilmesi dağılımı parabolik olacaktır ve bu durumda şekilde gösterildiği gibi değişecektir.
- Simetri nedeniyle, sadece B' , B ve C noktalarındaki kayma gerilmeleri belirlenmelidir.
- Bu değerlerin nasıl elde edildiğini göstermek için, ilk önce nötr eksen etrafındaki kesit alanının atalet momentini belirlemeliyiz.

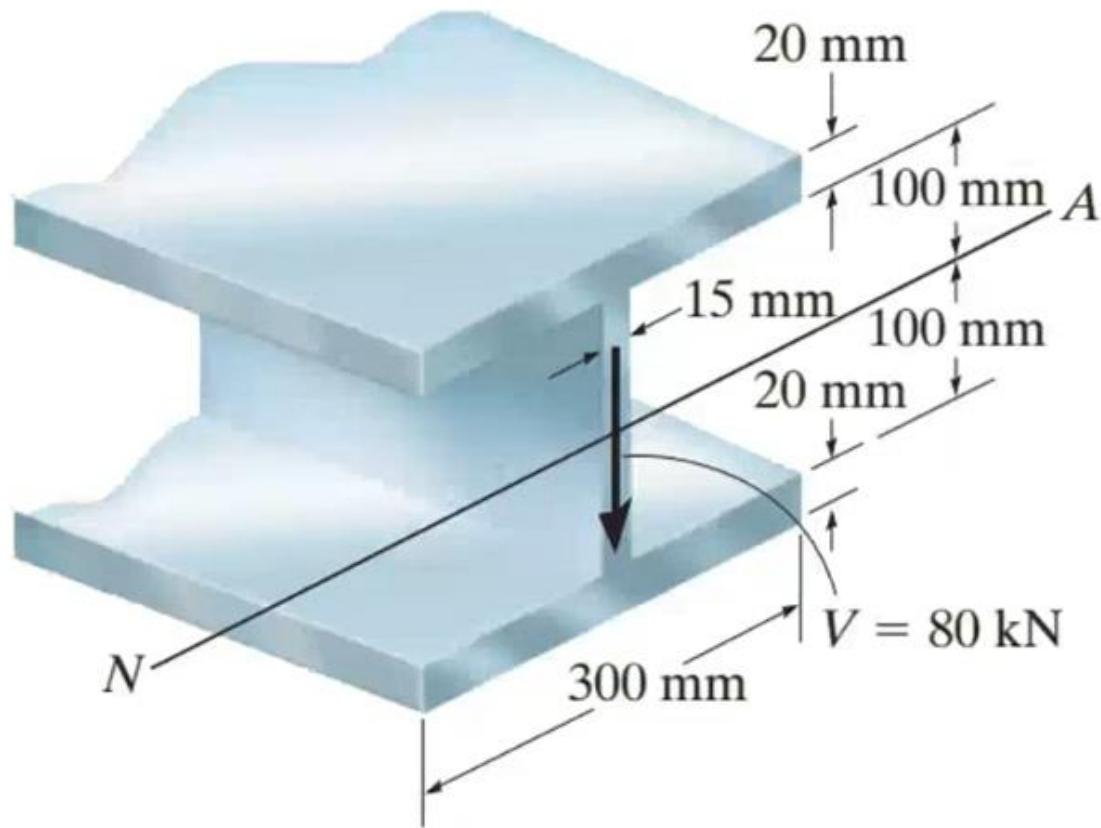


Kayma Gerilmesi

Çözüm;

Tarafsız eksene göre kesitin atalet momenti;

$$I = \left[\frac{1}{12} (0.015m)(0.2m)^3 \right] + 2 \left[\frac{1}{12} (0.3m)(0.02m)^3 + (0.3m)(0.02m)(0.110m)^2 \right]$$

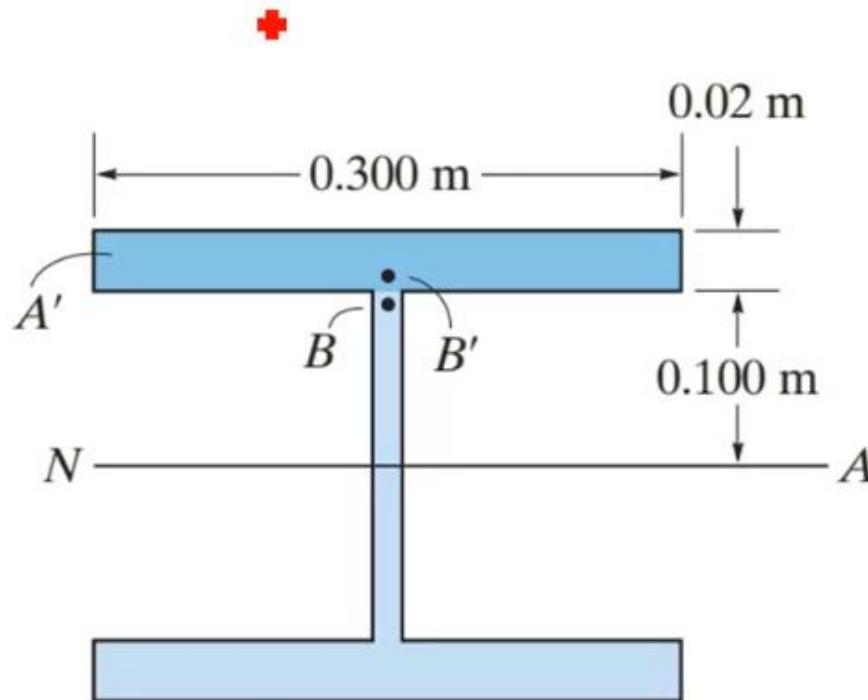


$$I = 155.6(10^{-6})m^4$$

Kayma Gerilmesi

Çözüm;

B' noktası için $t_{B'} = 300 \text{ mm}$ ve A' alanı da şekildeki koyu renkli bölgedir. Buna göre;



$$Q_{B'} = \bar{y}' \bar{A}' = (0.110m)(0.300m)(0.02m) = 0.660 (10^{-3})m^3$$

Böylece;

$$\tau_{B'} = \frac{VQ_{B'}}{It_{B'}} = \frac{[80(10^3)N][0.660 (10^{-3})m^3]}{[155.6(10^{-6})m^4](0.300m)}$$

$$\boxed{\tau_{B'} = 1.13 \text{ Mpa}}$$

B noktası için; $t_B = 0.015 \text{ m}$ ve $Q_B = Q_{B'}$

$$\tau_B = \frac{VQ_B}{It_B} = \frac{[80(10^3)N][0.660 (10^{-3})m^3]}{[155.6(10^{-6})m^4](0.015m)} = 22.6 \text{ Mpa}$$

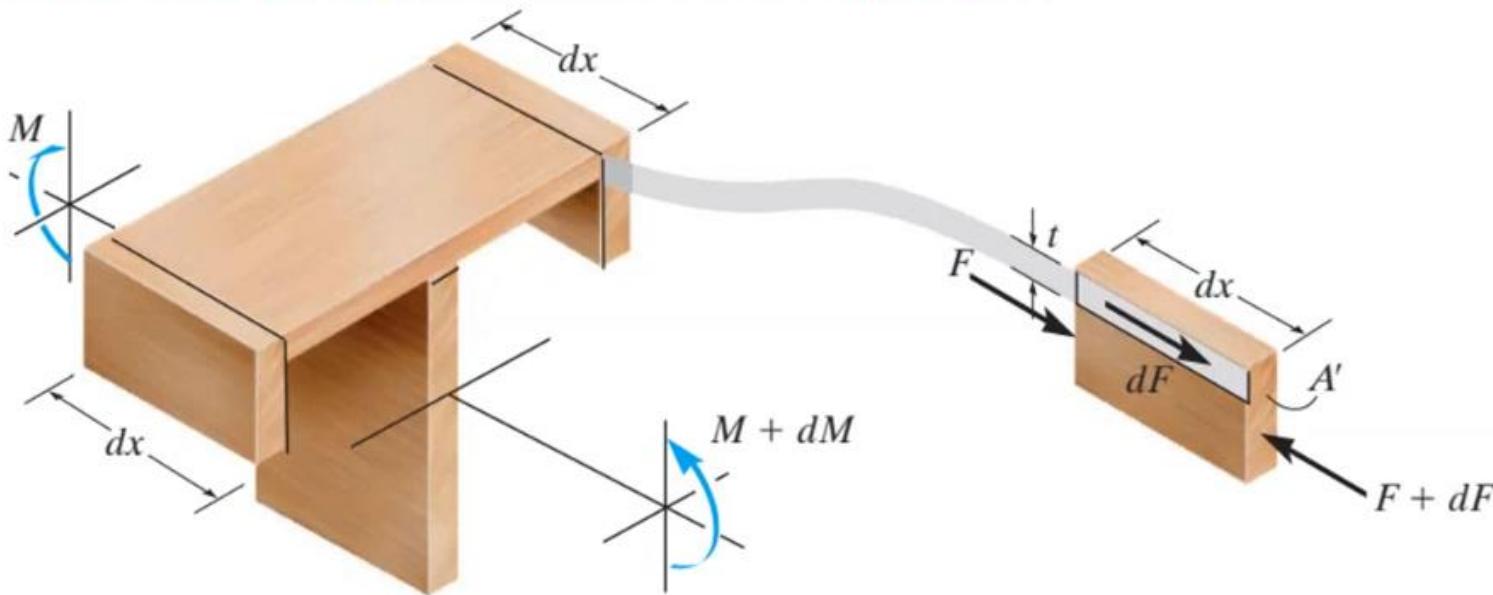
$$\boxed{\tau_B = 22.6 \text{ Mpa}}$$

7.3 Birkaç Elemanın Birleşiminde Kesme Akısı

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Akısı

- Mühendislik uygulamalarında, elemanlar yüklerle karşı daha büyük bir direnç elde etmek için çeşitli kompozit parçalardan oluşturulur.
- Yükler elemanların eğilmesi neden oluyorsa, bileşen parçalarının birbirine göre kaymasını önlemek için civiler, civatalar, kaynak malzemeleri veya tutkal gibi bağlantı elemanları gerekecektir.
- Bu bağlantı elemanlarını tasarlamak veya aralıklarını belirlemek için, direnç göstermeleri gereken kesme kuvvetini bilmek gerekir.
- Kirişin **birim uzunluğu başına düşen kesme kuvveti kayma akısı** olarak isimlendirilir ve q ile gösterilir.

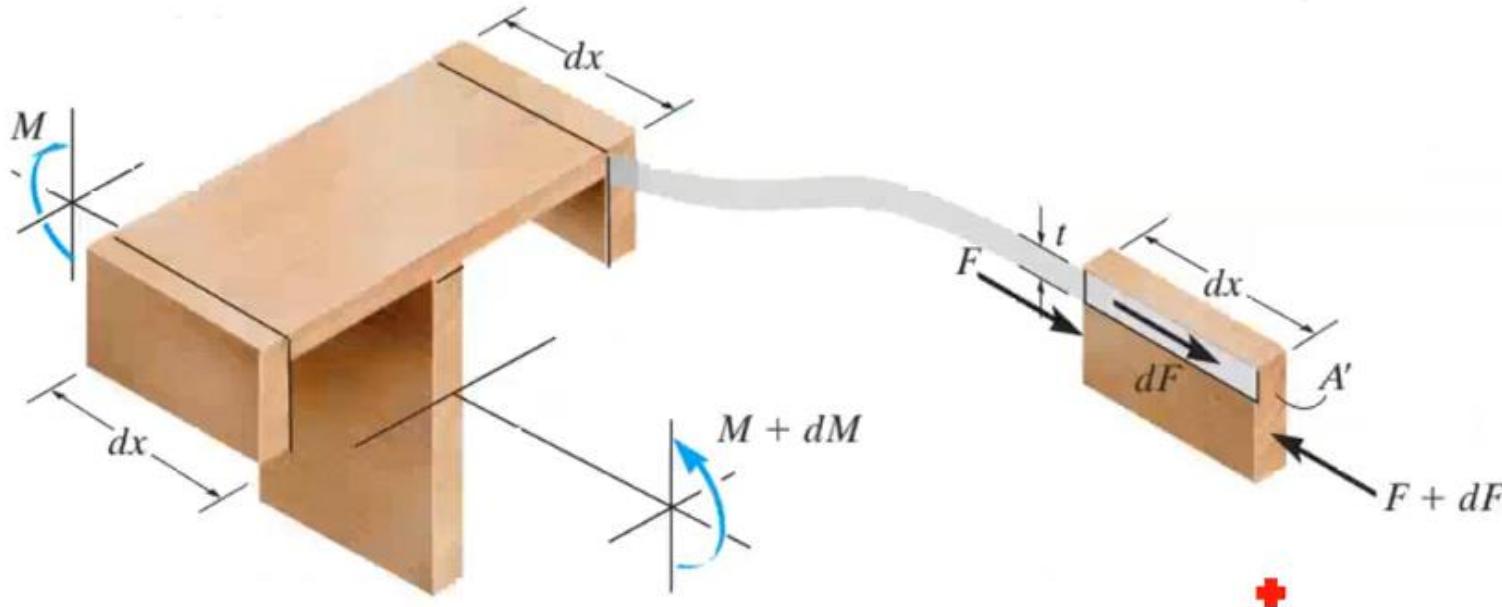


$$dF = \frac{dM}{I} \int_{A'} y \, dA'$$

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Akısı

- Kayma akısının büyüklüğünün belirlenmesinde kirişteki kayma gerilmesini bulmak için kullanılan prosedür kullanılabilir.
- Şekildeki yan segmentin kirişin flanşına bağlandığı bağlantı noktası boyunca kayma akısını bulmak için;
 - Bu yan segment üzerinde üç yatay kuvvet hareket etmelidir.
 - Bu kuvvetlerden ikisi, \mathbf{F} ve $\mathbf{F} + d\mathbf{F}$, sırasıyla M ve $M + dM$ momentlerinin neden olduğu normal gerilmelerin sonucudur.
 - Denge için $d\mathbf{F}$ 'e eşit olan üçüncü kuvvet, birleşme yerine etki eder. (dF , dM 'nin soncunda meydana gelmektedir.)

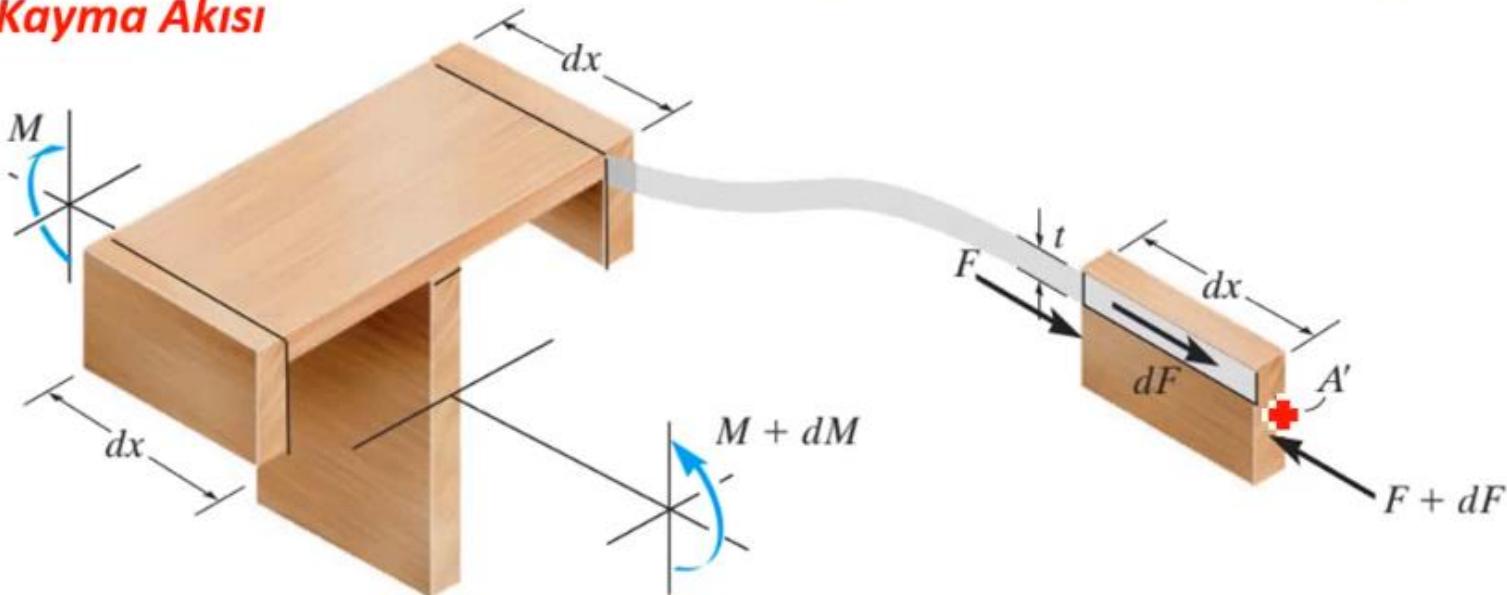


Integral A' alanın tarafsız eksen etrafındaki momenti olan Q 'yu, temsil eder.

$$dF = \frac{dM}{I} \int_{A'} y \, dA'$$

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Akısı



Integral A' alanın tarafsız eksen etrafındaki momenti olan Q 'yu temsil eder.

$$dF = \frac{dM}{I} \int_{A'} y \, dA'$$

Segmentin uzunluğu dx olduğundan, **kayma akısı** veya kiriş boyunca birim uzunluk başına kuvvet $q=dF/dx$ 'dir. Böylece eşitliğin her iki tarafını dx ile bölgerek ve kesme kuvveti $V = dM/dx$ olduğunu da göz önünde bulundurarak;

$$q = \frac{VQ}{I}$$

q : kiriş boyunca birim uzunluk başına kuvvet olarak ölçülen **kayma akısı**

V : Kesim metoduyla denge denklemlerinden hesaplanan **bileşke iç kesme kuvveti**.

I : Tarafsız eksen etrafında hesaplanan **tüm kesitin atalet momenti**.

Q = $\bar{y}' A'$ kirişe bağlanan yan segmentin kesit alanı A' nün kirişin tarafsız eksenine göre birinci momentidir.

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Kayma Akısı

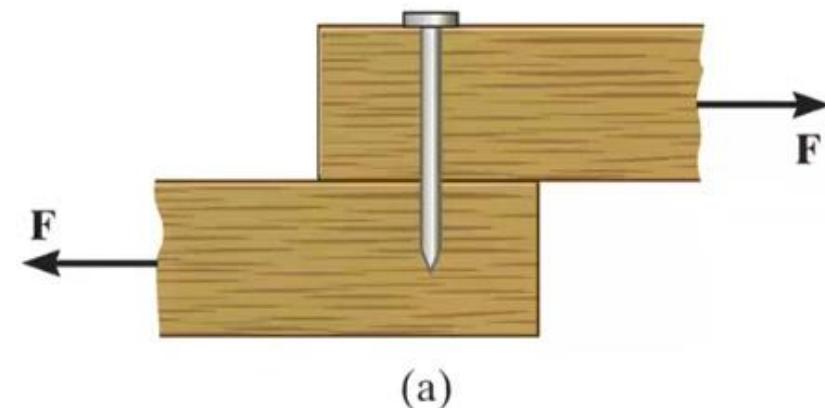
Bağlantı Elemanı Aralığı

Bir kirişin bölümleri çivi veya civata gibi bağlantı elemanları ile bağlandığında, bu elemanların kiriş boyunca gerekli aralıkları belirlenebilir.

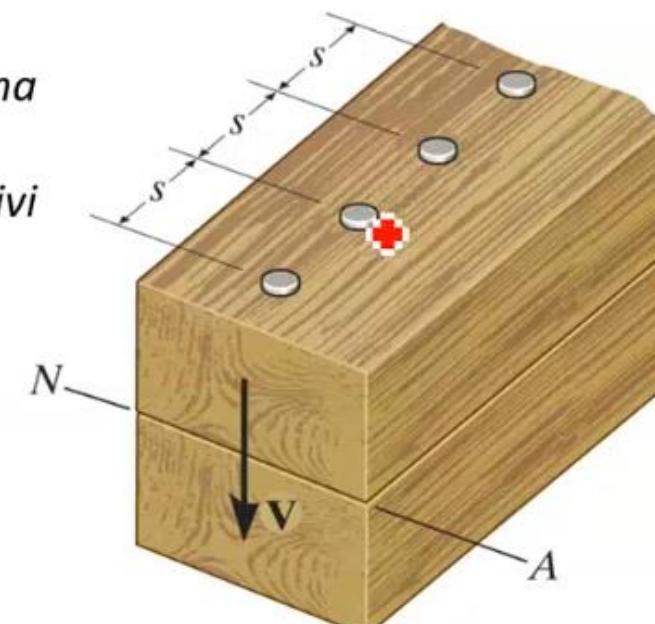
- Örneğin, çivi gibi bir bağlantı elemanın, hasara uğramadan destekleyebileceği maksimum kuvvetin F (N) olduğunu varsayıyalım (Şekil A).
- Bu civiler, Şekil B'de gösterildiği gibi iki levhadan yapılmış bir kirişin oluşturmak için kullanıldığında, civilerin levhalar arasındaki q (N/m) kayma akısına direnmesi gereklidir.
- Diğer bir ifade ile, civiler, eğilme esnasında levhalar arasında kayma olmaması için üst levhayı alt levhaya "tutturmak" için kullanılabilir.
- Bu nedenle; Şekil C'de gösterildiği gibi, bu bağlantı için gerekli çivi aralığı ' s ';

$$F \text{ (N)} = q \text{ (N/m)} s \text{ (m)}$$

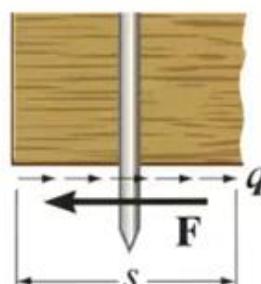
formülü ile bulunabilir.



(a)



(b)



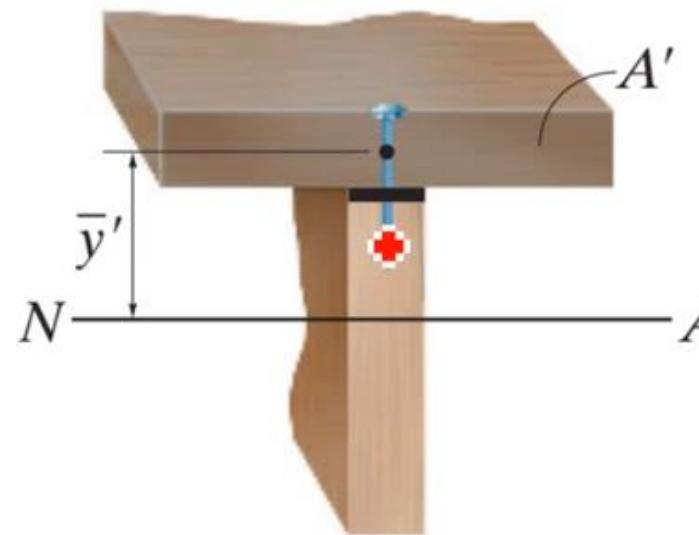
(c)

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

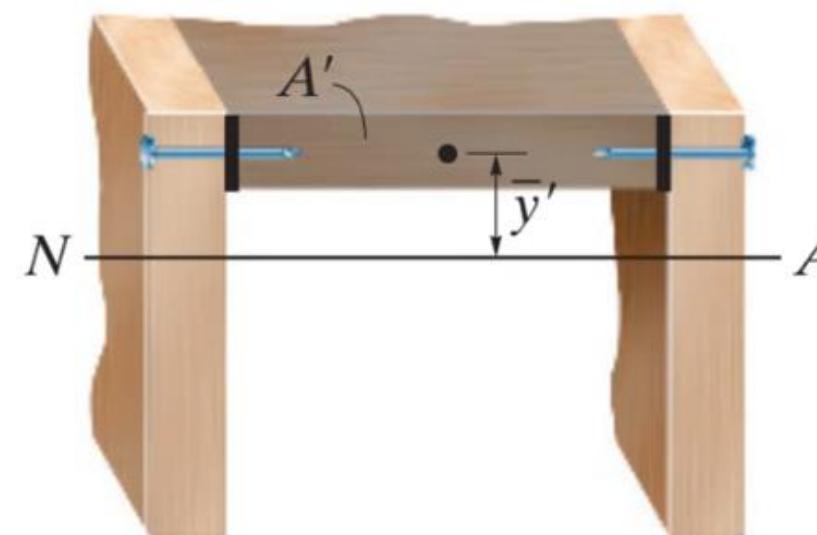
Kayma Akısı

Bağlantı Elemanı Aralığı

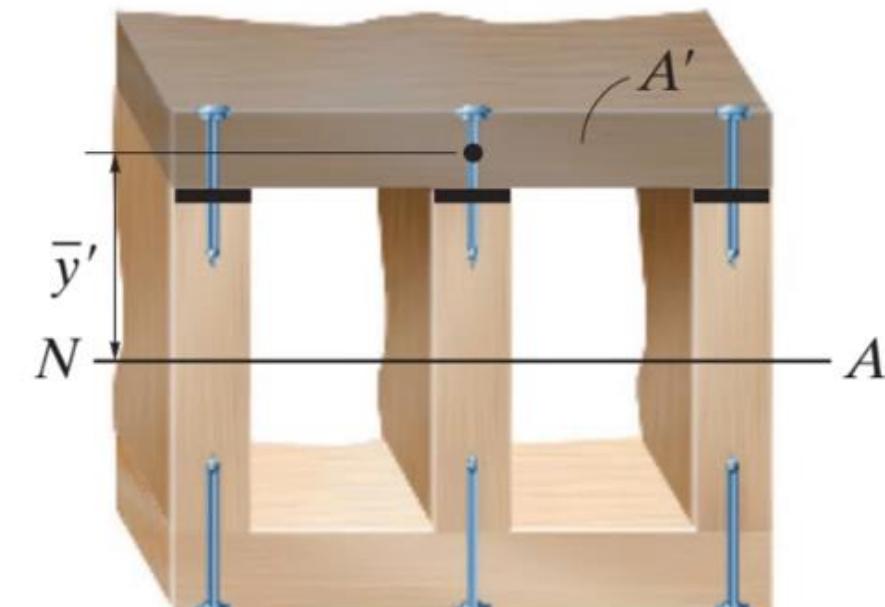
- Farklı plakalar ile birbirine bağlanarak oluşturulan birleşik kirişlere örnekler şekilde gösterilmektedir.
- Bura her kiriş için kayma akısı kalın siyah çizgide hesaplanmalıdır ve her şekilde gösterilen A' ve \bar{y}' den hesaplanan Q değeri kullanılarak belirlenir.
- Bu q değerine Şekil-A'da tek çivi, Şekil-B'de iki çivi ve Şekil-C'de de üç çivi ile direnç gösterecektir.
- Başka bir deyişle, Şekil-A'daki tutturucu q 'nun hesaplanan değerini destekler ve Şekil B ve Şekil C'de her bir çivi sırasıyla $q/2$ ve $q/3$ 'ü destekler.



(a)



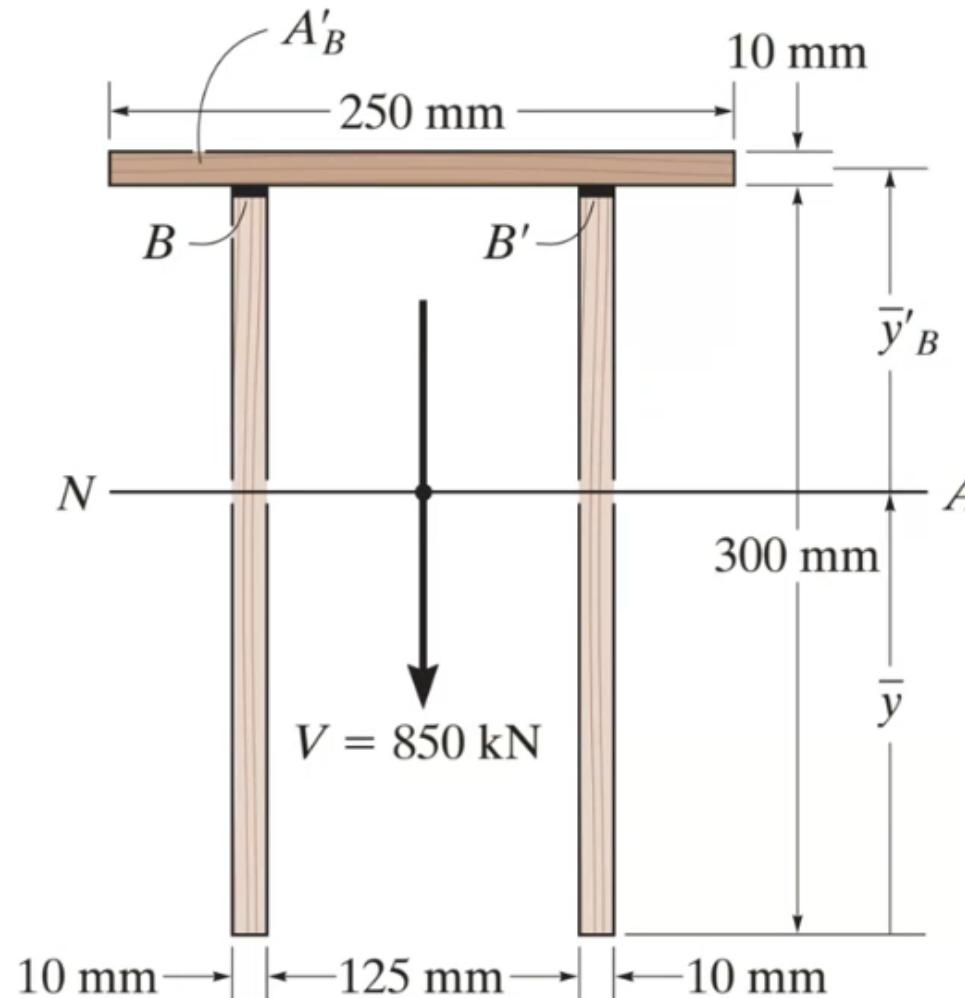
(b)



(c)

Örnek;

Kiriş, şekilde gösterildiği gibi birbirine yapıştırılmış üç levhadan yapılmıştır. $V=850 \text{ kN}$ kesme kuvvetine maruz kaldığında, B ve B' noktalarında tutkal tarafından karşılanması gereken kayma akısını belirleyiniz.



Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

Kesit Özellikleri;

Tarafsız eksen (kesit merkezi) için x ekseni kirişin altına yerleştirilecektir.

$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y} A}{\sum A}$$

$$\bar{y} = \frac{2(0.15m)(0.3m)(0.01m) + (0.305m)(0.250m)(0.01m)}{2(0.3m)(0.01m) + (0.250m)(0.01m)}$$

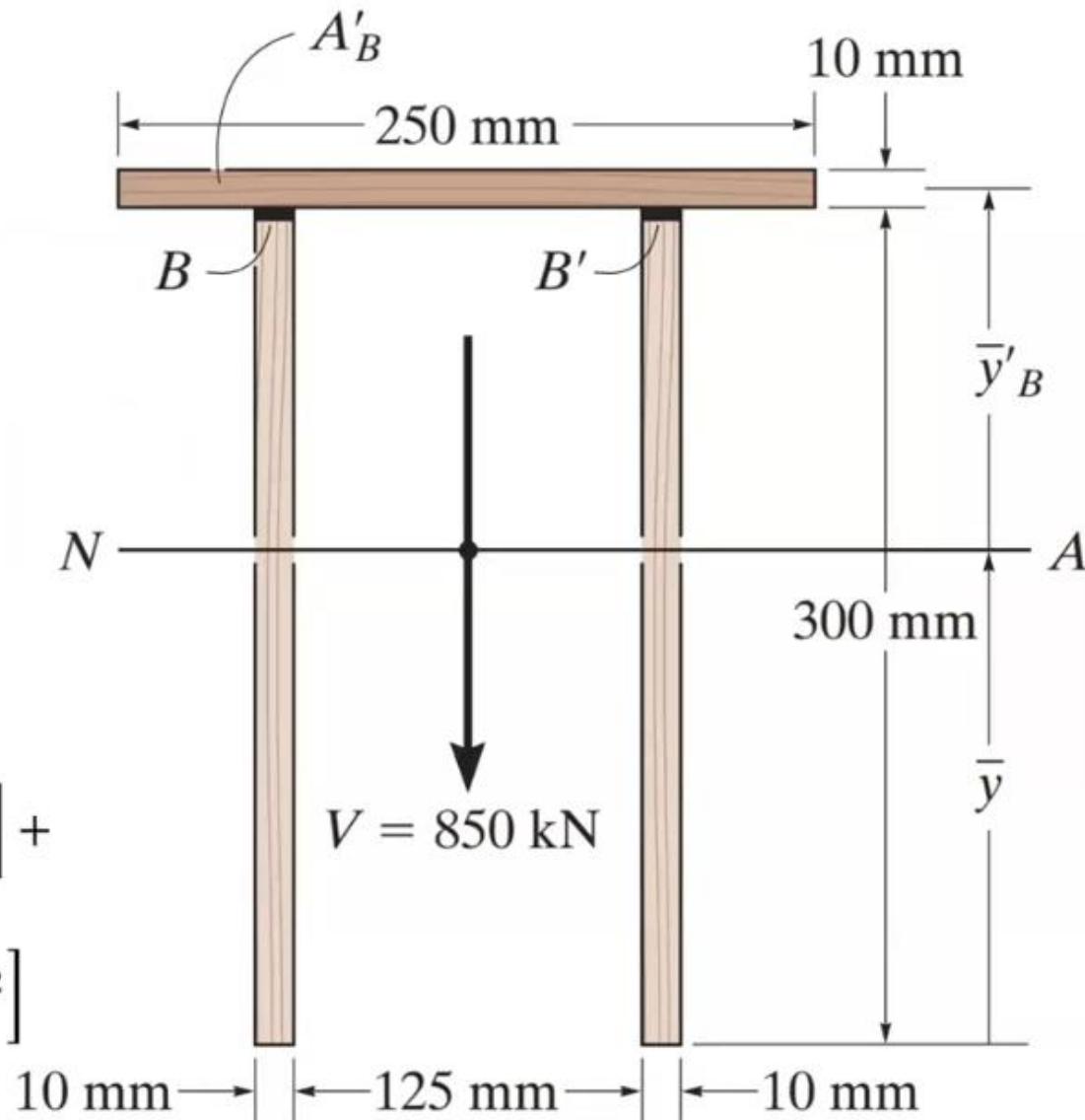
$$\bar{y} = 0.1956m$$

Tarafsız eksene göre kesitin atalet momenti;

$$I = 2 \left[\frac{1}{12} (0.01m)(0.3m)^3 + (0.01m)(0.3m)(0.1956m - 0.150m)^2 \right] +$$

$$\left[\frac{1}{12} (0.250m)(0.01m)^3 + (0.250m)(0.01m)(0.305m - 0.1956m)^2 \right]$$

$$I = 87.42(10^{-6})m^4$$



Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

Şekilde B ve B' noktalarında tutkal üst levhayı kırışa bağlamaktadır. Buna göre;

$$Q_B = \bar{y}'_B A'_B = (0.305m - 0.1956m)(0.250m)(0.01m)$$
$$Q_B = 0.2735 (10^{-3})m^3$$

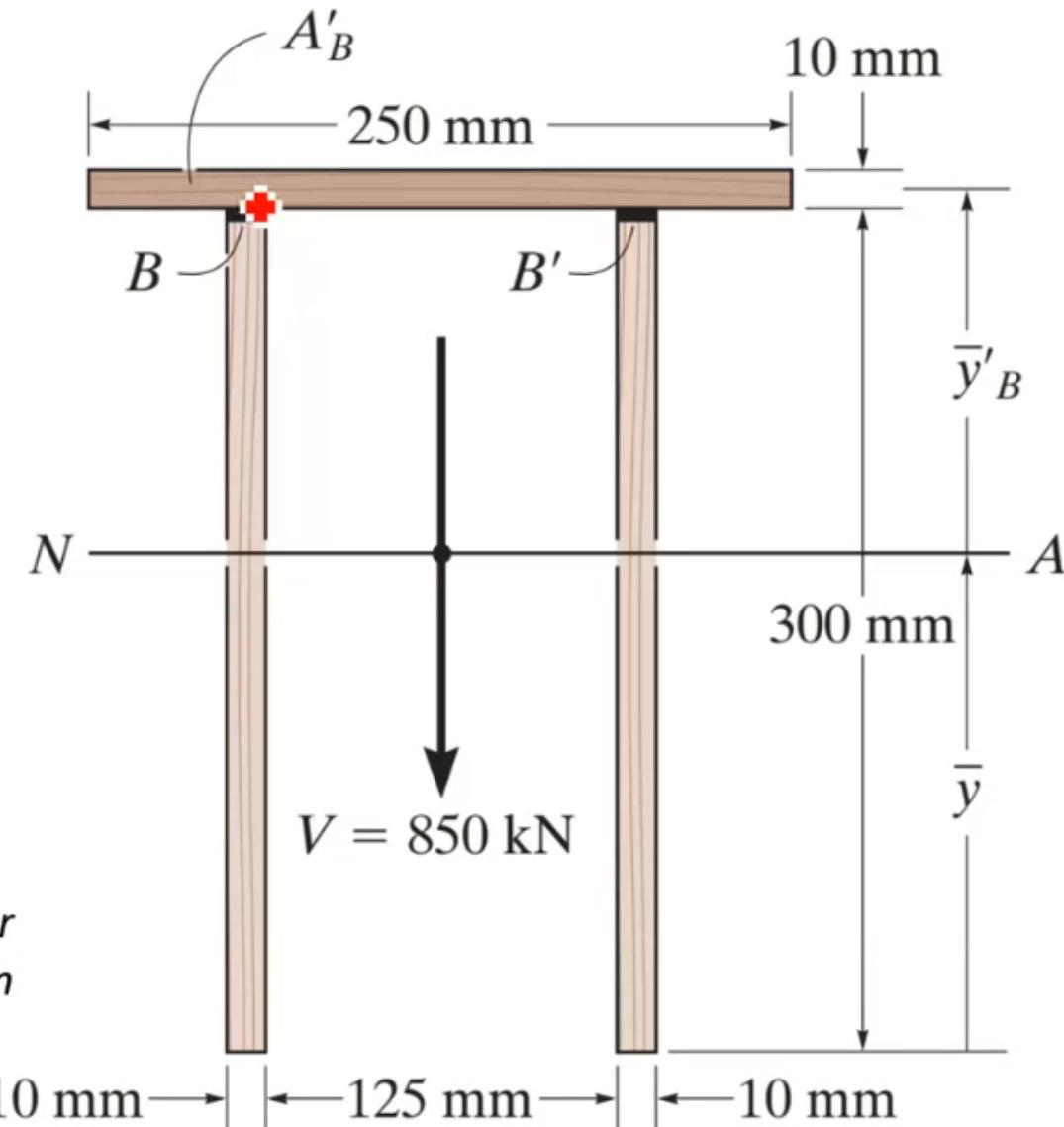
Kayma akısı;

$$q = \frac{VQ_B}{I}$$

$$q = \frac{850(10^3)N(0.2735(10^{-3})m^3)}{87.42(10^{-6})m^4} = 2.66 MN/m$$
$$q = 2.66 MN/m$$

Tahtayı sabitlemek için iki tutkal bağlantısı kullanıldığından, her bir bağlantıdaki kırış başına metre uzunluğundaki tutkal, bu kayma akısının yarısına dayanacak kadar güçlü olmalıdır. Böylece;

$$q_B = q_{B'} = \frac{q}{2} = 1.33 MN/m$$



Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

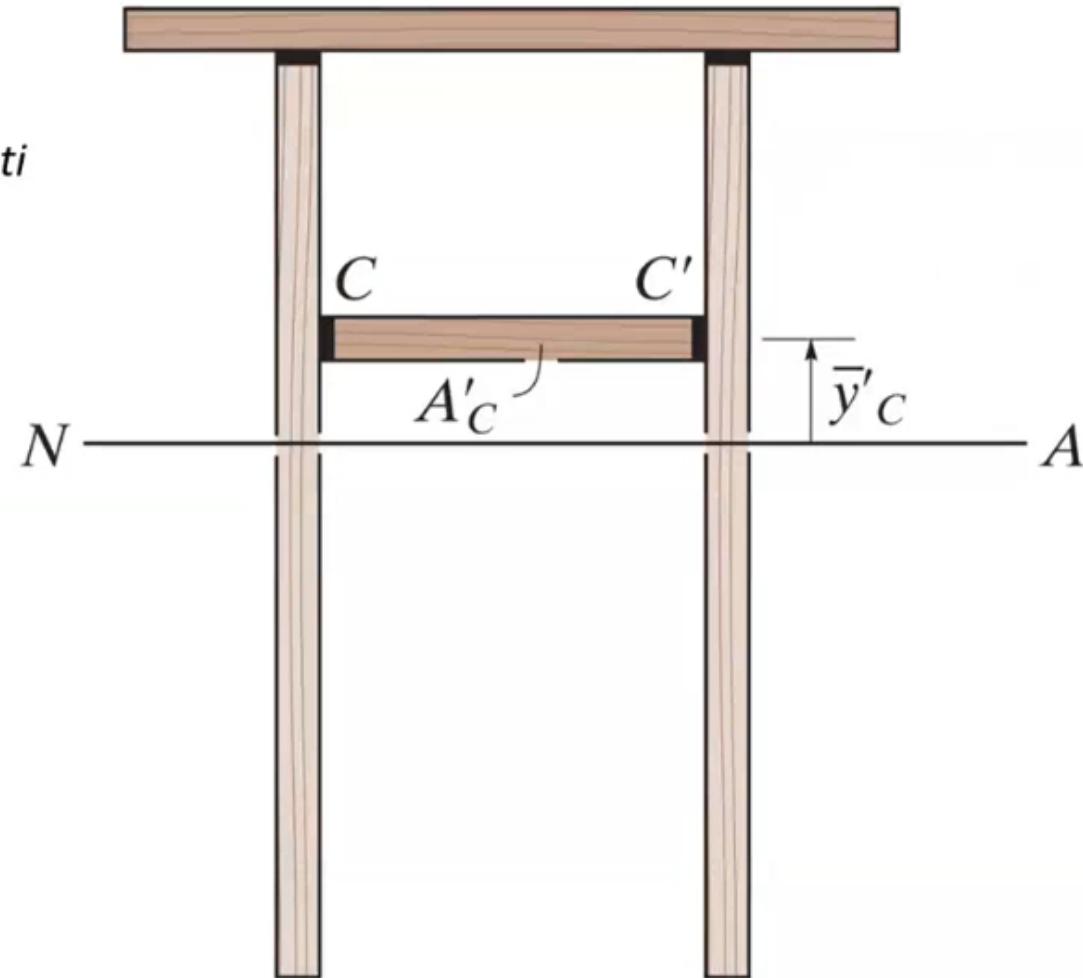
Çözüm;

Not;

Kiriçe CC' şeklinde plaka eklendiğinde kesit merkezi (\bar{y}) ve I atalet momenti yeniden hesaplanmalıdır.

C ve C' noktasındaki kayma akısı;

$$q = \frac{V \bar{y}'_c A'_c}{I}$$



formülü ile hesaplanır.

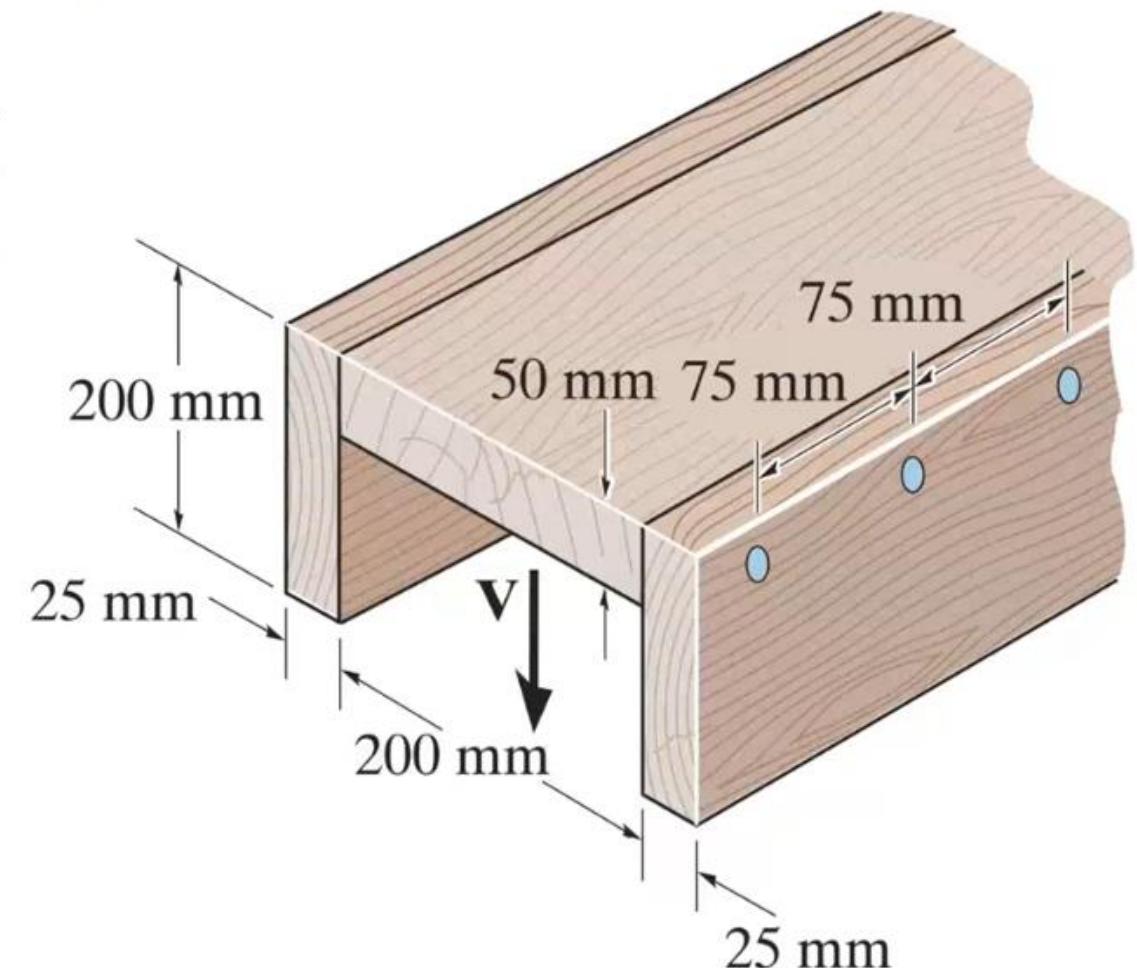
Son olarak, bu değer, $q_c = q_{C'}$ elde etmek için yarıya bölünmelidir.

Örnek 7.7-38 (Problems)

Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Örnek;

Şekildeki kirişe $V=2 \text{ kN}$ 'luk bir kesme kuvveti etki etmektedir. Çapı 4 mm olan civiler kirişin her iki yanında 75 mm aralıklı olarak yerleştirilmiştir. Buna göre, her civide oluşan **ortalama kayma gerilmesini** belirleyiniz.



Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

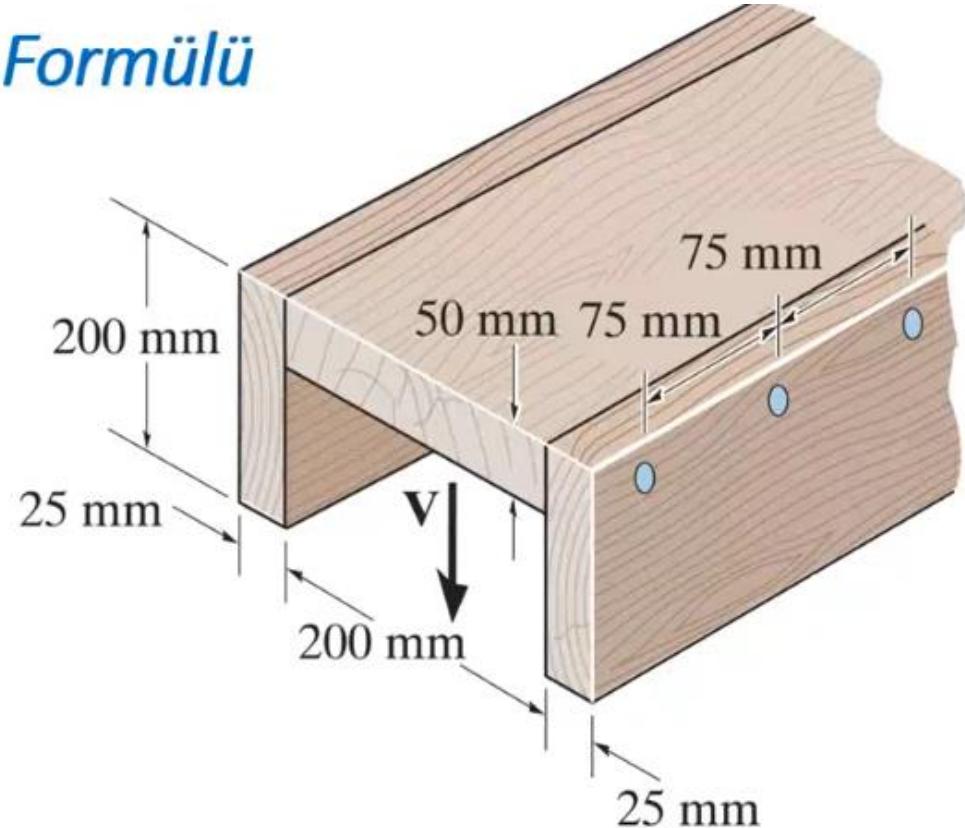


Kiriş kesitinin merkezi tabanından geçen eksene göre belirlendiğinde;

$$\bar{y} = \frac{\sum \tilde{y} A}{\sum A}$$

$$\bar{y} = \frac{2(0.1m)(0.2m)(0.025m) + (0.175m)(0.05m)(0.2m)}{2(0.2m)(0.025m) + (0.2m)(0.05m)}$$

$$\bar{y} = 0.1375 \text{ m}$$

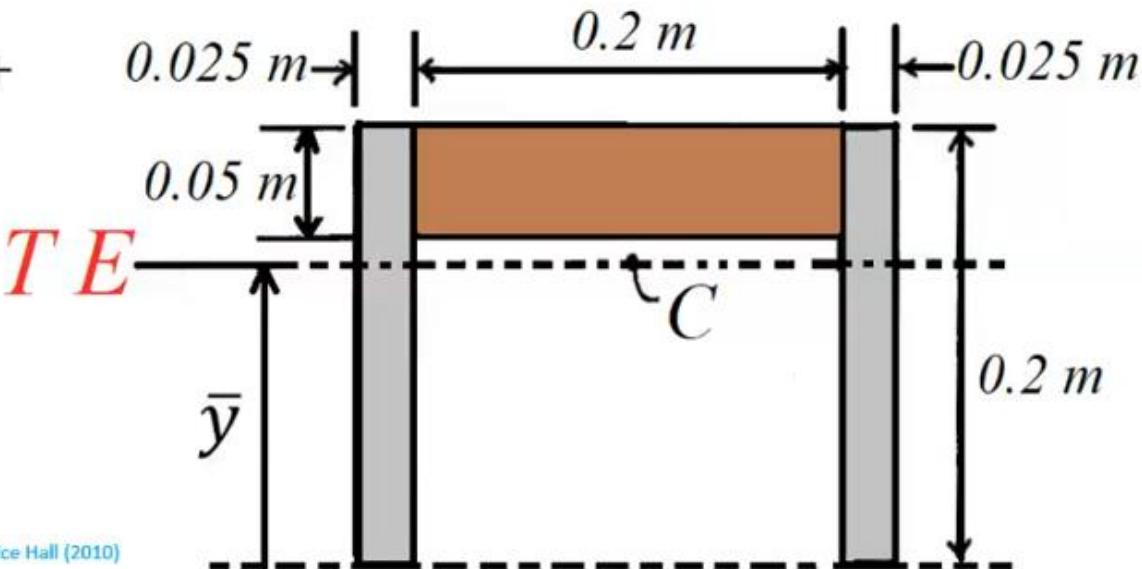


Kesitin atalet momenti;

$$I = \left[\frac{1}{12} (0.2m)(0.05m)^3 + (0.2m)(0.05m)(0.175m - 0.1375m)^2 \right] +$$

$$2 \left[\frac{1}{12} (0.05m)(0.2m)^3 + (0.05m)(0.2m)(0.1375m - 0.1m)^2 \right]$$

$$I = 63.5417(10^{-6})m^4$$



Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

Koyu renkli bölgenin alanının tarafsız eksene göre birinci momenti Q ;

$$\bar{y}' = (0.175 - 0.1375) = 0.0375 \text{ m}$$

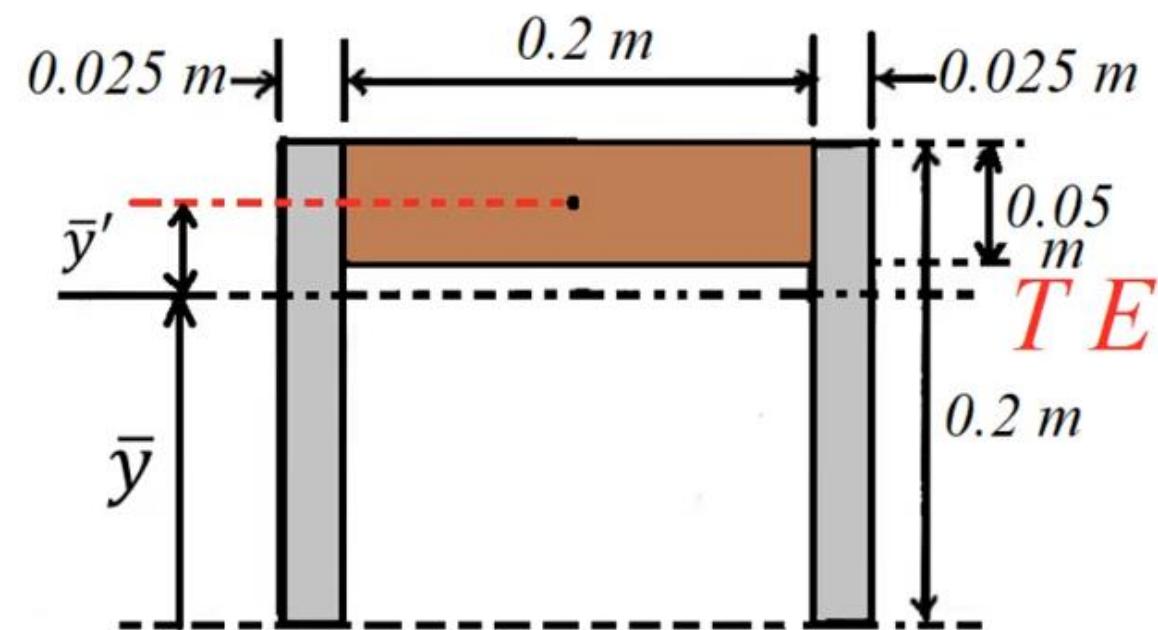
$$Q^+ = \bar{y}' A' = 0.0375 (0.05)(0.2) = 0.375(10^{-3}) \text{ m}^3$$

İki sıra civi olduğu için;

$$q = 2\left(\frac{F}{s}\right) = \frac{2F}{0.075} = (26.67 F) \text{ N/m.}$$

$$q = \frac{VQ}{I}; \quad 26.67 F = \frac{2000 [0.375 (10^{-3})]}{63.5417 (10^{-6})}$$

$$F = 442.62 \text{ N}$$



Kayma Gerilmesi - Kayma Formülü

Çözüm;

$$F = 442.62 \text{ N}$$

Çivide meydana gelen kayma gerilmesi;

$$\tau_n = \frac{F}{A} = \frac{442.62}{\frac{\pi}{4} (0.004^2)} = 35.22(10^6) \text{ Pa} = 35.2 \text{ MPa}$$

