



2. Soru

$\text{ÜÇGEN} = \{ \langle G \rangle \mid G \text{ üçgen içerir.} \}$

Bu ifade P'de yer alır. Çünkü polinom zamanda çalışan bir algoritma tarafından çözülebilir.

$G = (V, E)$ köşeleri V olan ve kenarları E olan bir grafik olsun.

Köşeleri $u, v, w \in V$ ve $u < v < w$ olan tüm üçlüleri (u, v, w) sıralıyoruz ve üç kenarında (u, v) , (v, w) ve (u, w) E 'de olup olmadığını kontrol ediyoruz. Tüm üçlülerin numaralandırılması $O(|V|^3)$ zaman gerektirir. Üç kenarın da E 'ye ait olup olmadığını kontrol etmek $O(|E|)$ zaman alır. Böylece toplam süre $O(|V|^3 |E|)$ olur ve $\langle G \rangle$ girişinin uzunluğunda bir polinomdur. Bu nedenle $\text{ÜÇGEN} \in P$ 'dir.

Polinom zamanlı bir doğrulayıcı TM tanımlayalım.

$\text{ÜÇGEN} = \{ \langle G \rangle \mid G, 3 \text{ düğüm içeren bir yansıma çizgedir.} \}$

$v = \langle \langle G \rangle, u \rangle$ girdisi için:

1. u 'nun G içinde 3 düğüm içeren bir altçizge olup olmadığına (u 'nun içindeki bütün düğüm ve kenarlar G 'de de var mı) bak.
2. u 'nun içindeki her düğümün diğer düğüme birer kenarla bağlı olup olmadığına bak.
3. ikisi de doğruysa kabul et. Aksi halde reddet.

3.soru S kümesini soruda da verildiği gibi bir birinin tümleyeri olan A ve B şeklinde ($B=A'$) iki alt kümeye ayıralım.

$$KÜMEAYIRMA_{TM} = \{ \langle S = \{x\} \rangle : A \cup B = S \mid \sum_{x \in A} x = \sum_{x \in B} x \}$$

1. A ve B alt kümelerindeki elemanların S kümesinde olup olmadığını kontrol et, S kümesinde yoksa reddet.
2. $A1=0$ ve $B1=0$ olsun.
3. A kümesindeki bütün elemanları topla ve A1 değişkenine ekle.
4. B kümesindeki bütün elemanları topla ve B1 değişkenine ekle.
5. A1 ve B1'in eşitliğini kontrol et, eşit değilse reddet. Eşitse kabul et.

* Eğer bir problem NP'nin elemanıysa, problemin çözümü olan bir örnek verildiğinde (bu sorudaki S kümesi ve A, B alt kümeleri) anlatılan problemin polinom zamanlı olduğu kanıtlanabilir.

4.soru Eğer düzenli bir dile 1000 tane yeni string ekleyerek yeni bir dil oluşturulursa, bu dilin hala düzenli olması için yeni eklenen tüm stringler düzenli bir dilin ifadelerine uymalıdır.

Diyeelim ki düzenli bir dilimiz var. Bu düzenli dil A olsun. Ekleyeceğimiz dil B olsun. B sonlu sayıda olduğu için (1000 string ekliyoruz.) başka bir düzenli dili oluşturur.

A'ya B'yi ekleme işlemini $A \cup B$ olarak tanımlayabiliriz.

İki düzenli dilin birleşimi de düzenlidir.

Bu yüzden $A \cup B$ düzenli olur.

5.soru $P = NP$ hipotezi, P sınıfı problemlerin çözümlerinin polinom zamanda doğrulanabildiği, NP sınıfı problemlerin ise polinom zamanda çözülebildiği anlamına gelir. Eğer $P = NP$ doğruysa, bu durumda evet, bütün NP -tam problemler polinom zamanda çözülebilir hale gelir.

NP -tam problemler, NP sınıfında bulunan en zor problemlerdir. Bir problemin NP -tam olduğunu kanıtlamak için problemin P 'ye ait olduğunu göstermek gerekir. NP sınıfında bir problemin çözümünün polinom zamanda doğrulanabildiği gösterilir.

Eğer $P = NP$ doğruysa, bu durumda NP -tam problemleri çözülebilecek polinom zamanda çalışan bir algoritma bulmak mümkün olur. Yani, bir NP -tam problemi çözen bir algoritma, tüm NP -tam problemleri çözebilir.

6.soru Halting Problem (Sona erme problemi), bir Turing makinesinin verilen bir giriş üzerinde çalışıp çalışmayacağını belirlemeyi amaçlar. Yani programın çalışmayı durdurup durdurmayacağını belirler.

Halting problem karar verilemez bir dildir. (12.haftanın ders notunda 8. sayfada da ispatlandığı gibi.)

$P = NP$ varsayımı gerçekleşirse, bu demektir ki, NP sorunları polinom zamanda çözülebilir hale gelir. Ancak bu, Halting problemin de polinom zamanda çözülebileceği anlamına gelmez. Halting problem, genellikle NP sınıfına dahil edilmez, çünkü tüm NP sorunları gibi doğrulanabilirlik özelliğine sahip değildir.

Halting problem bir NP -zor problemidir. NP -tam problemi değildir. NP ve P terimleri karar verilebilir diller için tanımlanmışlardır. Halting problem karar verilemez bir dildir. $P = NP$ durumunun halting probleme hiçbir etkisi yoktur.

Halting problemin çözümünün polinom zamanda mümkün olmamasının temel nedeni, programın sonsuz bir döngüye girmesi veya durmaması durumunda belirlenememesidir.

Sonsuz döngüler, her bir adımda potansiyel olarak sonsuz sayıda adım gerektirebilir ve bu nedenle çözümü bulmak için sonsuz zaman gerekebilir.

Sonuç olarak, eğer $P=NP$ ise, Halting Problem polinom zamanda çözülmez.

7.Soru Tek bantlı TM ile çözülmeyen bir problem, çift bantlı TM ile de çözülmez. Tek bantlı bir TM kullanarak sonsuz sayıda banta sahip makineler oluşturulabilir. Böylece tek bantlı TM ile iki bantlı TM tarafından kabul edilen bir dil oluşturulabilir. Yani bir dil tek bantlı TM tarafından da, çift bantlı TM tarafından da üretilebilir. Çünkü tek bantlı TM'lerin de, çift bantlı TM'lerin de hesaplama kapasiteleri aynıdır, yani aynı güstedirler. Sonuç olarak da tek bantlı Turing makinesi ile çözülmeyen bir problem çift bantlı Turing makinesiyle de çözülmez.

Selin Cansu Akbaş
191180005