$$V(t,x) = \min_{\phi}\max_{\ell}\max_{\mu}\Bigg\{$$

$$S^T(t_0,t)x - \int\limits_{t_0}^{t} \rho(S_1(s,t) \mid B_1(s)\mathcal{P}_1(s))\,ds - \int\limits_{t_0}^{t} \rho(S(t_0,s) \mid B_2(s)\mathcal{P}_2(s))\,ds -$$

$$-\mathrm{conv}\left\{\int\limits_{t_0}^{t} \rho(S_1(s,t) \mid C_1(s)\mathcal{W}_1(s))\,ds + \int\limits_{t_0}^{t} \rho(S(t_0,s) \mid C_2(s)\mathcal{W}_2(s))\,ds + K(\ell,\mu,\mathcal{X}_0)\right\}\Bigg\}.$$

Рассмотрим теперь поиск выражения под conv для выражения (**??**).

Множества $C_1\mathcal{W}_1$ и $C_2\mathcal{W}_2$ принимают вид $\begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, v \in [\tilde{\beta_1^{(1)}}, \tilde{\beta_2^{(1)}}] = \mathrm{Comp}(\mathbb{R}^1)$, тогда для некоторого $\tilde{\ell}(s)$

$$\rho(\tilde{\ell}(s), \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}) = \sup_{v(s)\in C_1\mathcal{W}_1(s)} (\tilde{\ell}_1(s)v) = \tilde{\ell}_1 \cdot \begin{cases} \tilde{\beta}_1, \ \tilde{\ell}_1(s) < 0 \\ \tilde{\beta}_2, \ \tilde{\ell}_1(s) > 0 \end{cases}$$

И тогда интегралы от опорных функций вычисляются как

$$\int\limits_{t_0}^{t} \rho(S_1(s,t) \mid C_1\mathcal{W}_1(s))\,ds = \tilde{\beta}_1^{(1)} \int\limits_{T_<} S_1(t_0,s)\,ds + \tilde{\beta}_2^{(1)} \int\limits_{T_>} S_1(t_0,s)\,ds,$$

$$\int\limits_{t_0}^{t} \rho(S(t_0,s) \mid C_2\mathcal{W}_2(s))\,ds = \tilde{\beta}_1^{(2)} \int\limits_{T_<} S(t_0,s)\,ds + \tilde{\beta}_2^{(2)} \int\limits_{T_>} S(t_0,s)\,ds,$$

где $T_<$ – промежуток времени, на котором $S(t_0,s) < 0$ или $S_1(s,t) < 0$; и $T_>$ – промежуток, где $S(t_0,s) > 0$ или $S_1(s,t) > 0$. Так как $S(t_0,s)$ и $S_1(s,t)$ – непрерывные или кусочно-непрерывные, найти промежутки $T_>$ и $T_<$ несложно.