



Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Haberleşme Laboratuvarı Deney Föyü ¹

Frekans Modülasyonu

Lab. Sorumlusu:

Yasin Yıldırım

Emin Akpınar

Emir Aslandoğan

E-posta:

{ *ysnyldrm, emin.akpinar, emira* } @ yildiz.edu.tr

Lab Kuralları :

- Deney föyüne dikkatlice bireysel olarak çalışılması
- Föy içerisinde bulunan konu anlatımdaki kodların yazılması ve yorumlanması
- Araştırılması gereken kod veya konu varsa araştırılması
- Laboratuvara föy haricinde (flash, pc tablet vb.) herhangi bir aracın getirilmemesi
- Bilgisayar düzenine göre yerleştirilmesi
- Deney bitiminde bilgisayarların yeniden başlatılması
- Laboratuvara her hangi bir yiyecek ve içeceğin getirilmemesi

¹ ~~TEX~~ v0.1

1 Deneyin Amacı ve Çalışma Soruları

Giriş

Analog işaretlerin sayısal iletimi yönündeki genel eğilime rağmen, halen özellikle ses ve video yayıncılığında büyük oranda analog işaretlerin iletimi söz konusudur. Bir analog işaretin iletimi bu işaretin sinüzoidal taşıyıcı işaretin genlik, faz veya frekansı üzerinde meydana getirdiği değişim ile ele alınacaktır. Analog işaretin tekrar elde edilmesi için modüle edilmiş işaretlerin demodülasyonu için gerekli yöntemler de ayrıca tanımlanacaktır. Bu bölüm bilgi işaretinin, taşıyıcının frekansının değiştirildiği frekans modülasyonlu sistemlere ayrılmıştır.

Çalışılması Gereken Konular

- Açık modülasyonu
- Frekans modüleli işaretlerin demodülasyonu

Önemli Bağlantılar ve Kaynaklar

* https://en.wikipedia.org/wiki/Frequency_modulation
* <https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-003-signals-and-systems-fall-2011/lecture-videos/lecture-24-modulation-part-2/>
* <https://www.mathworks.com/matlabcentral/answers/318969-fm-modulation-without-using-fmmod/>

- Kendi emeğinize ve çalışan arkadaşlarınızın emeğine saygı gösteriniz. Cevaplarınızı paylaşmayınız.
- Final sınavında iyi not alabilmek için soruları bireysel cevaplamalısınız.
- Kopyanın en büyük zararının kendinize olduğunu unutmayınız.
- Cevapları başkalarından 'almak' yerine konuları 'anlamaya' çalışınız.
- Başarılar dileriz...

2 Açık Modulasyonu

Açık Modulasyonu, taşıyıcı frekansının veya fazının mesaj sinyaline göre değiştiği modülasyon türüdür. Bu modülasyon türünde; taşıyıcı sinyalin frekansını mesaj sinyaline göre doğrusal olarak değiştirme işlemine **Frekans Modulasyonu**, taşıyıcı sinyalin fazını mesaj sinyali ile doğrusal olarak değiştirme işlemine ise **Faz Modülasyonu** denir.

Açık modülasyonunun genlik modülasyonuna göre en büyük avantajı gürültüye karşı olan gürbüzlüğüdür. Modüle edilmiş sinyalin genliği ile bilgi iletilmediğinden dolayı genlikte ortaya çıkan gürültü, alıcıda tasarlanan sınırlayıcı bir yükselteç ile bastırılabilir. Frekans modüleli sinyal üretmek için ise, gerilim kontrollü bir osilatör ya da kapasitansı mesaj gerilimi ile değişen varaktör diyotlu rezonans devresi kullanmak gerekmektedir. Varaktör diyottaki gerilim değişimi ile kapasitans değiştirilmiş ve böylelikle de devrenin rezonans frekansı değiştirilmiş olur. Sonuçta frekansı gerilimle değişen bir sinyal (gerilim kontrollü osilatördeki gibi) oluşturulmuş olur.

Açık Modulasyonunun avantaj ve dezavantajları :

- Açık modülasyonda gürültü ve diğer bozucuların etkileri azaltılır.
- Açık modülasyonu gerçekleştiren aygıtların karmaşıklığı daha azdır.
- Açık modüleli işaretin band genişliği, mesaj işaretinin band genişliğine göre çok artmıştır.

Açık modüleli bir işaret için modüle edilmiş taşıyıcı:

$$x_c(t) = A \cos[w_c t + \phi(t)] \quad (1)$$

şeklinde. A , sinüzoidal taşıyıcı dalganın genliğini temsil ederken, w_c ve $\phi(t)$ ise sırasıyla taşıyıcıya ait frekans ve anlık faz sapmasıdır. (1)'de ifade edilen denklemde $\theta(t) = w_c(t) + \phi(t)$ olarak nitelendirilir ise $x_c(t) = A \cos(\theta(t))$ olur. Buna göre $x_c(t)$ 'nin açısal ani frekansı w_i ,

$$w_i = \frac{d\theta(t)}{dt} = w_c + \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (2)$$

olarak elde edilir. Burada $\phi(t)$ ani faz değişimi, $\frac{d\phi(t)}{dt}$ ise ani frekans değişimi olarak tanımlanır. Ayrıca maksimum açısal frekans değişimi $\Delta w = |w_i - w_c|_{max}$ şeklinde elde edilir.

2.1 Açık Modüleli İşaretlerin Genel Konsepti

Açık modülasyonun temel olan iki çeşidi faz ve frekans modülasyonudur. Faz modülasyonunda (phase modulation, PM) taşıyıcının ani faz değışintisi mesaj sinyali ile orantılıdır.

$$\phi(t) = k_p m(t) \quad (3)$$

Burada k_p faz değışim sabiti olup birimi rad/V 'dur.

2. AÇI MODULASYONU

PM'den farklı olarak frekans modülasyonunda (frequency modulation, FM) ise taşıyıcının ani frekans değişintisi mesaj işaretiyle orantılıdır.

$$\begin{aligned}\frac{d\phi(t)}{dt} &= k_f m(t) \\ \phi(t) &= k_f \int_{t_0}^t m(\lambda) d\lambda + \phi(t_0)\end{aligned}\tag{4}$$

Burada k_f frekans değişintisi sabiti olup birimi Hz/V'dur. $\phi(t_0)$, $t = t_0$ için başlangıç fazıdır. Genel olarak $t_0 = -\infty$ ve $\phi(-\infty) = 0$ olarak alınır. PM ve FM için genel ifadeler

$$x_c(t) = \begin{cases} A \cos[w_c t + k_p m(t)] & PM \\ A \cos[w_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\lambda) d\lambda] & FM \end{cases}\tag{5}$$

şeklinde verilebilir. PM ve FM için Ani frekans değişimleri aşağıdaki gibidir.

$$w_i = \begin{cases} w_c + k_p \frac{dm(t)}{dt} & PM \\ w_c + 2\pi k_f m(t) & FM \end{cases}\tag{6}$$

3 Frekans Modülasyonu

Frekans modülasyonunun nonlinear bir işlem olmasından dolayı spektral özelliklerini açıklamak zordur. FM modüleli işaret bir taşıyıcı ve sonsuz sayıdaki yan loblardan oluşmaktadır. $J_n(\beta)$ herbir yan lobun gücünü temsil etmektedir. Bu yüzden de teorik olarak frekans modülasyonlu işaretin bant genişliği sonsuzdur. Yeterli büyüklükteki n (yan lob sayısı) değeri için $J_n(\beta)$ ihmal edilebilir. Bu sayede sonlu sayıda yan lob ile FM band genişliği ifade edilebilmektedir. FM işaretin spektral karakteristiği aşağıdaki gibidir.

$$x_c(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(2\pi(f_c + n f_m)t) \quad (7)$$

Bant genişliği modüle edilmiş işaretin bant genişliğine göre dar bantlı FM ve geniş bantlı FM olarak ayrılmaktadır. Bant genişliğini belirtebilmek için etkin bant genişliğine bakılmaktadır. Genel olarak frekans modülasyonlu bir işaretin etkin bant genişliği sinyalin gücünün yaklaşık %98'ini içermektedir. Bant genişliği ifadesi

$$BW = \begin{cases} 2(\beta + 1)f_m, & \text{Geniş bant FM} \\ 2f_m, & \text{Dar bant FM} \end{cases} \quad (8)$$

şeklinde verilmektedir (Carson Kuralı). Örnek olarak, $m(t) = a \times \cos(2\pi f_m t)$ işareti için

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau = \frac{a \times k_f}{f_m} \sin(2\pi f_m t) \quad (9)$$

olup, $a \times k_f = \Delta_f$ ifadesi ise frekans sapması olarak isimlendirilir. Ayrıca Δ_f 'in f_m 'e oranı da modülasyon indeksini (β) vermektedir.

$$\beta = \frac{\Delta_f}{f_m} \quad (10)$$

Bu bilgiler ışığında frekans modülasyonlu işaret

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)) \quad (11)$$

olarak elde edilir.

4 Frekans Modülasyonlu İşaretin Demodülasyonu

Frekans modülasyonunda bilgi işareti anlık frekansta bulunmaktadır. Farklı yollar ile bu mesaja ulaşılabilir. En kolay yollardan biriside ideal türev işlemini uygulamaktır.

$$\begin{aligned} x_c(t) &= \frac{d}{dt} \left\{ A_c \left[\cos 2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \right\} \\ &= A_c [2\pi f_c + k_f m(t)] \sin \left[2\pi f_c t + k_f \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha \right] \end{aligned} \quad (12)$$

Türevi alındıktan sonra FM işareti artık hem genlik modülasyonu hemde frekans modülasyonu gibi davranmaktadır. Bu aşamada sinyalin zarfı mesaj işaretini içermektedir ve bir zarf dedektörü ile mesaj işareti ele edilebilmektedir.

FM demodülasyonu için farklı bir alternatif ise *phase-locked-loop (PLL)* kullanmaktır. PLL phase comparator, loop filter ve VCO(Voltage Controlled Oscillator) elemanlarından oluşmaktadır. PLL ile demodülasyon işlemi, özellikle düşük SNR değerlerinde, yüksek başarımla günümüzde çokca kullanılmaktadır. PLL gelen sinyalin açısını ve anlık frekans bilgisini takip eder.

5 Periyodik Gauss İşareti İçin FM Örneği

```

1 clear all, close all; clc
2 Fs = 5e3;
3 Ts = 1/Fs;

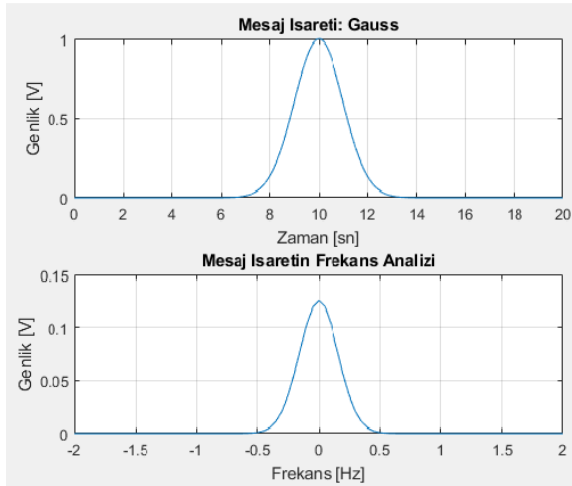
5 sgm = 1;
6 t1 = -10*sgm:Ts:10*sgm;

8 m1 = exp(-t1.^2/(2*sgm^2));
9 % m = [m1]; % periyodik olmayan Gauss isareti
10 m = [m1,m1,m1,m1]; % isaretin periyodikleştirilmesi
11 t = [0:(numel(m)-1)]*Ts;

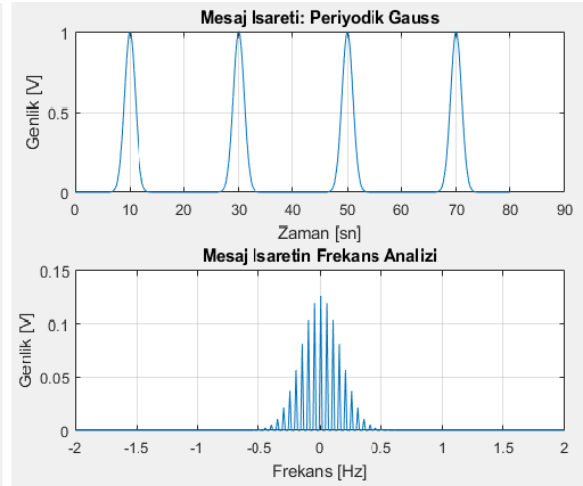
13 % Frekans Analizi
14 M = 1/numel(m)*fftshift(abs(fft(m)));
15 F = linspace(-Fs/2,Fs/2,numel(M));

17 figure,
18 subplot(211),plot(t,m),grid on
19 xlabel('Zaman [sn]'),ylabel('Genlik [V]')
20 title('Mesaj Isareti: Periyodik Gauss')
21 subplot(212),plot(F,M),grid on,xlim([-2 2])
22 xlabel('Frekans [Hz]'),ylabel('Genlik [V]')
23 title('Mesaj Isaretin Frekans Analizi')

```



(a) Gauss işareti ve frekans analizi



(b) Periyodik Gauss işareti ve frekans analizi

Figure 1: Gauss işaretlerinin frekans analizi: İşaretin periyodik hale gelmesi ile frekans domenindeki işaretin ayrıştığına dikkat ediniz. **Herhangi bir domende eğer işaret ayrıksa diğer domende periyodik olur ve bunun terside geçerlidir.**

5. PERİYODİK GAUSS İŞARETİ İÇİN FM ÖRNEĞİ

```
1 %% Frekans Modülasyonu
2 Fc      = 2; % taşıyıcı frekans
3 k_f     = 5; % ??
4 int_vect = Ts*cumsum(m);

6 % Not: Integral alırken Ts ile carpma yapılır, turevde Ts ile bolme.
7 theta = 2*pi*Fc*t + 2*pi*k_f * int_vect ;
8 A = 1;
9 s = A*cos(theta);

11 S = fftshift(abs(fft(s)));

13 figure,
14 subplot(211),plot(t,s),hold on,plot(t,m,'r','linewidth',2),grid on
15 xlabel('Zaman [sn]'),ylabel('Genlik [V]')
16 title('Module Edilmiş Isaret')
17 subplot(212),plot(F,S),grid on,xlim([-10*Fc 10*Fc])
18 xlabel('Frekans [Hz]'),ylabel('Genlik [V]')
19 title(['Module Edilmiş Isaretin Frekans Analizi kf: ',num2str(k_f)])
```

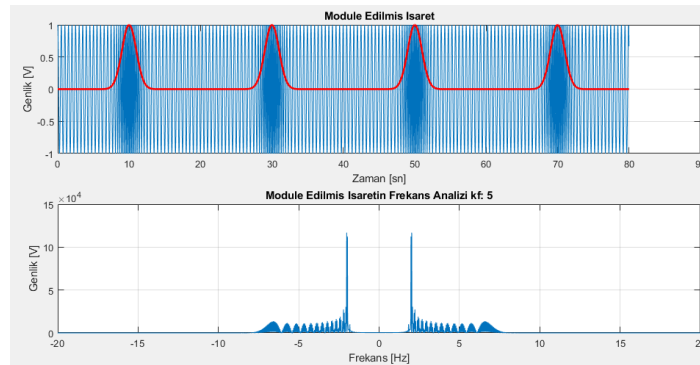


Figure 2: FM moduleli işaretin zaman ve frekans domen çıktıları ($k_f=5$).

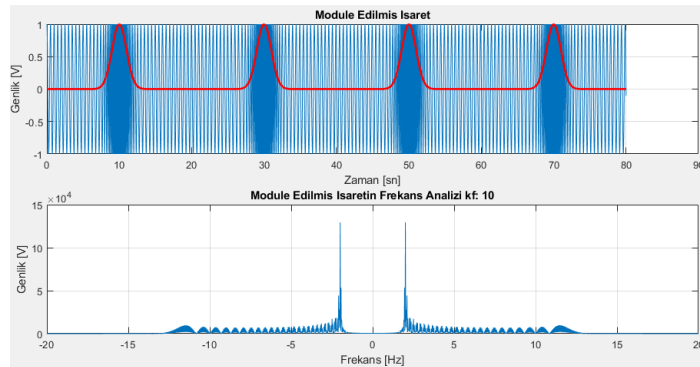


Figure 3: FM moduleli işaretin zaman ve frekans domen çıktıları ($k_f=10$).

5. PERİYODİK GAUSS İŞARETİ İÇİN FM ÖRNEĞİ

```
1 %% Demodulasyon
2 % 1. Asama: turev alma
3 demod_m1 = conv(s,[1 , -1]/Ts,'same'); % turev alma
4 demod_m1 = abs(demod_m1);

6 figure,plot(t,demod_m1),xlim([0 max(t)-2]),grid on
7 xlabel('Zaman [sn]'),ylabel('Genlik [V]')
8 title('1. Asama Sonrasi Elde Edilen Isaret')

1 %% Demodulasyon
2 % 2. Asama: Filtre Tasarimi
3 % Mesaj isaretinin band genisligi incelendiginde [-1 , 1] arasi bir filtre
4 % geri elde etmek icin kullanılabilir.

6 FD_demod_m1 = fftshift(abs(fft(demod_m1)));
7 H = zeros(1,numel(F));
8 H(abs(F)<1) = 1;

10 figure,
11 subplot(211),plot(F,M),grid on,xlim([-2 2])
12 xlabel('Frekans [Hz]'),ylabel('Genlik [V]')
13 title('Mesaj Isaretin Frekans Analizi')

15 subplot(212),plot(F,FD_demod_m1/max(FD_demod_m1))
16 grid on,xlim([-15 15]),hold on, plot(F,H,'r')
17 xlabel('Frekans [Hz]'),ylabel('Genlik [V]')
18 title('Filtre ile Demod_1 Karsilastirilmesi')
```

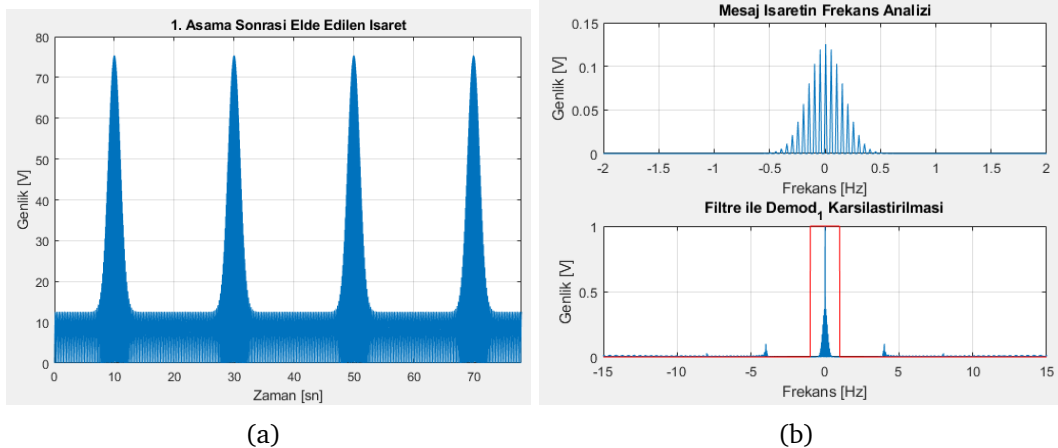


Figure 4: FM işaretlerin demodulasyonu.

Şekil 5(b)'den görüleceği üzere filtrelenecek olan işaretin içinde yüksek bir DC bileşen yani 0. frekans bileşeni mevcuttur. Buradan filtre sonucunda elde edilecek olan işaretin, mesaj işaretine DC bias eklenmiş hali olacağı ön görülebilir..

5. PERİYODİK GAUSS İŞARETİ İÇİN FM ÖRNEĞİ

```
2 demod_m2 = real(ifft(fft(demod_m1).*fftshift(H)));

4 figure,
5 subplot(211),plot(t,m),grid on
6 xlabel('Zaman [sn]'),ylabel('Genlik [V]')
7 title('Mesaj Isareti ')

9 subplot(212),plot(t,demod_m2,'m'),grid on
10 xlabel('Zaman [sn]'),ylabel('Genlik [V]')
11 title('Elde Edilmis Isaret')
12 %% Filtre neden calisti

14 F_demod_m1 = fftshift(abs(fft(demod_m1)));
15 F_demod_m1 = F_demod_m1/max(F_demod_m1);

17 figure,
18 subplot(211),plot(F,F_demod_m1),
19 grid on,hold on,plot(F,H,'r')
20 xlim([-10*Fc , 10*Fc])

22 subplot(212),plot(F,F_demod_m1),xlim([-2 2]),grid on,hold on,plot(F,H,'r')
```

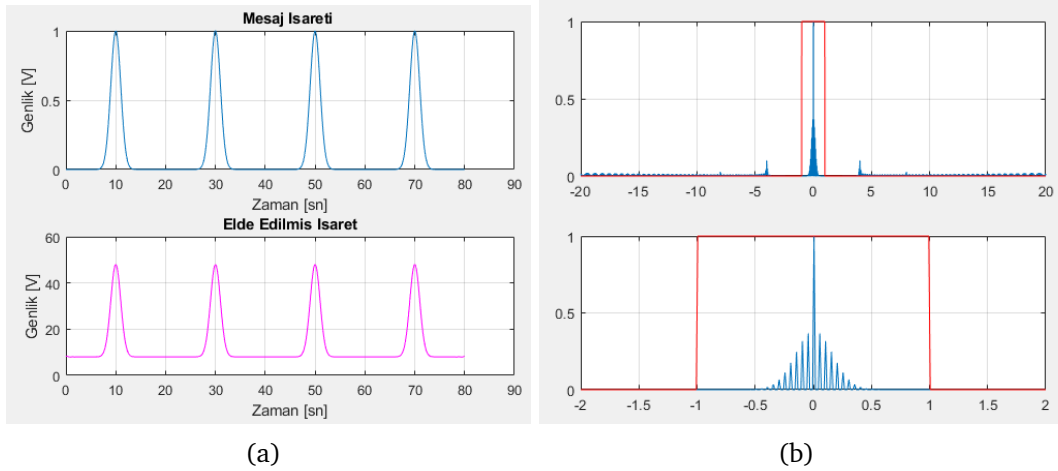
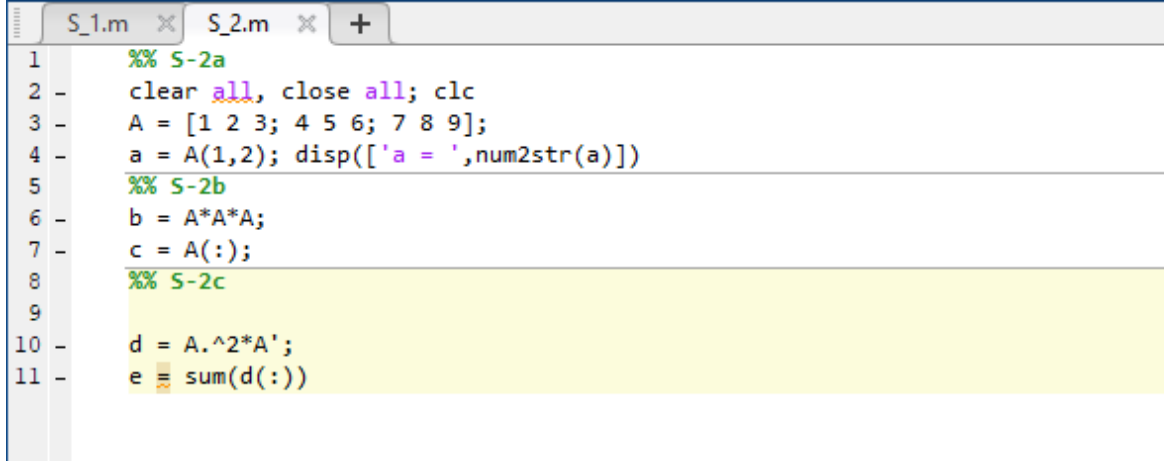


Figure 5: DC bileşenin etkileri

6 Deneyde Yapılacaklar

Deney kapsamında 3 soru bulunmaktadır. Her soru için mutlaka Şekil (6)'de gösterildiği gibi yeni sekme açılmalı ve **S_1** olarak isimlendirilmelidir. Sorular altında bulunan alt başlıklar için sekme sayfası %% ile bölümlere ayrılmalıdır ve **S_1a** olarak isimlendirilmelidir. *CTRL + ENTER* ile her bir bölüm bağımsız olarak çalıştırılabilir. **Soru altındaki şıkların cevabı kısa olsa bile mutlaka %% ile her şıkkı bölmeyi unutmayınız.**



```

1 %% S-2a
2 - clear all, close all; clc
3 - A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
4 - a = A(1,2); disp(['a = ', num2str(a)])
5 %% S-2b
6 - b = A*A*A;
7 - c = A(:);
8 %% S-2c
9
10 - d = A.^2*A';
11 - e = sum(d(:))

```

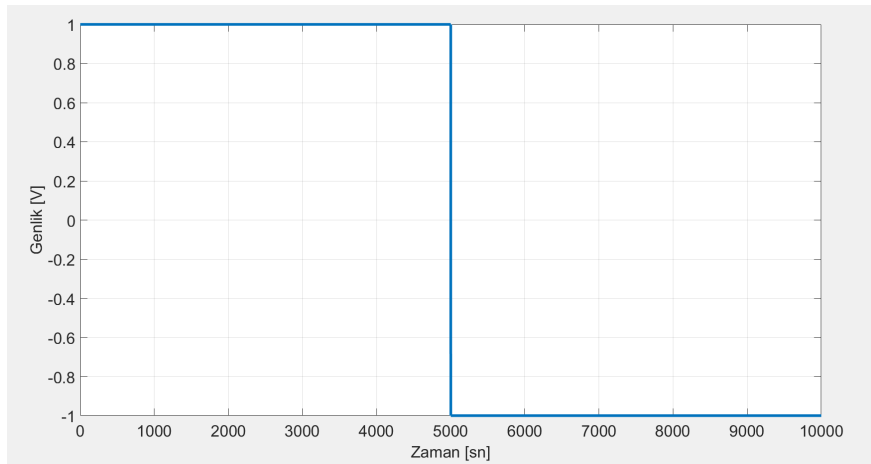
Figure 6: Örnek çözüm sistematığı

6.1 Deney 1 (İntegral Alma)

1A: a) *sig* olarak tanımlanan $\cos(\dots)$ işareti oluşturunuz. *sig* işaretinin integralini hesaplayınız ve işaret ile integralini aynı figürde farklı renkler ile üst üste çizdiriniz ('*legend*' ile işaretlerinizi belirtiniz) (10P).

```
1 close all;clear all;clc
2 fm=10;
3 fs=10000*fm
4 ts=1/fs;
5 n=[0:(1/fs):1];% Sinyal 0'dan 1 saniyeye kadar
6 nl=length(n)-1;
7 faz=0;
8 %a) sig = cos....
9 sig = ???      ;% Isaret
10 int_sig = ???   ;% sig isaretinin integrali
11 %b) sig = rect...;
12 sig2 = ???      ;% Isaret
13 int_sig2 = ???   ;sig isaretinin integrali
```

1B: Aşağıdaki şekilde belirtilen işareti elde ediniz ve ardından integralini alarak aynı figürde üst üste çizdiriniz (10P).



6.2 Deney 2 (Frekans Modülasyonu)

2A: Deney 1’de verilen *sig* işaretini ve aşağıda verilen parametreleri (k_f ve f_c) kullanarak frekans modülasyonlu işareti elde ediniz. Elde edilen işarete ait zaman ve frekans domen (genlik spektrumu) ifadelerini çizdiriniz (10P).

```
1 %% Frekans Modülasyonu
2 % a)
3 kf = 50;
4 fc = 100;
5 s_fm = ..... %sig isaretinin FM'i
6 % b) kf=3, 10, 50
7
8 % c)
9 s_fm2 = ..... %sig2 isaretinin FM'i
```

2B: k_f parametresinin [3, 10, 50] değerleri için **2A**’da yazdığınız kodu ayrı ayrı çalıştırınız. Aynı figürde alt alta çizdirilen grafikleri yorumlayınız (10P).

2C: f_m parametresinin [10, 50, 100] değerleri için **2A**’da yazdığınız kodu ayrı ayrı çalıştırınız. Aynı figürde alt alta çizdirilen grafikleri yorumlayınız (10P).

2D: Deney 1’de verilen *sig2* işareti için **2A** ve **2B** şıklarını tekrar ediniz ve elde ettiğiniz sonuçları yorumlayınız (10P).

6.3 Deney 3 (FM Demodulasyonu)

Deney 2A'da elde ettiğiniz FM işareti demodüle etmeniz istenmektedir. Bu sebeple,

3A: Türev alma işlemini gerçekleyiniz (10P).

3B: Uygun filtre tasarımı ile mesaj işaretini filtreleyiniz (10P).

3C: Kendi tasarladığınız bir *sig3* işaretini önce FM modüle edip, ardından ise demodüle ederek orjinal işaretinizi elde etmeye çalışınız. Ara adımlarda hem zaman domen figürlerini hem de genlik spektrumu figürlerini elde ediniz (20P).

```
1 %% Demodulasyon
2 demod_m1 = ??? ;    %Turev alma
3 demod_m1 = abs(demod_m1);

5 figure,plot(t,demod_m1),grid on
6 xlabel('Zaman [sn]'),ylabel('Genlik [V]')
7 title('Mesaj Isareti')

9 %% Filtreleme
```