

## Лабораторная работа №3

### ИССЛЕДОВАНИЕ БИХ-ФИЛЬТРОВ

*Цель лабораторной работы.* Освоение проектирования БИХ-фильтров по заданному НЧ-прототипу методом обобщенного билинейного преобразования. Исследование частотных и импульсной характеристик фильтров.

#### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

##### 1.1. Расчет передаточной функции фильтра методом обобщенного билинейного преобразования

Метод ОБП позволяет находить передаточные функции фильтров с помощью справочных материалов по нормированным НЧ-прототипам аналоговых фильтров. Расчет цифровых фильтров можно проводить по НЧ-прототипам, используя специальные формулы замены переменных. Необходимые для расчета формулы представлены в таблицах 1-4.

1 порядка	$T(s) = \frac{1}{s + 1}$
2 порядка	$T(s) = \frac{1}{s^2 + 1,414s + 1}$
3 порядка	$T(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} * \frac{1}{s + 1}$
4 порядка	$T(s) = \frac{1}{s^2 + 0.7654s + 1} * \frac{1}{s^2 + 1.8478s + 1}$
5 порядка	$T(s) = \frac{1}{s^2 + 0.6180s + 1} * \frac{1}{s^2 + 1.6180s + 1} * \frac{1}{s + 1}$
6 порядка	$T(s) = \frac{1}{s^2 + 0.5176s + 1} * \frac{1}{s^2 + 1.4142s + 1} * \frac{1}{s^2 + 1.9318s + 1}$

Таблица 1. НЧ-прототипы Баттерворта.

1 порядка	$T(s) = \frac{3,739}{s + 3,739}$
2 порядка	$T(s) = \frac{1,935}{s^2 + 1,694s + 1,935}$
3 порядка	$T(s) = \frac{0,8392}{s^2 + 0,2986s + 0,8392} * \frac{0,2986}{s + 0,2986}$
4 порядка	$T(s) = \frac{0,9031}{s^2 + 1,703s + 0,9031} * \frac{0,1960}{s^2 + 0,4112s + 0,1960}$
5 порядка	$T(s) = \frac{0,9360}{s^2 + 1,097s + 0,9360} * \frac{0,3770}{s^2 + 0,2873s + 0,3770} * \frac{0,1775}{s + 0,1775}$
6 порядка	$T(s) = \frac{0,9548}{s^2 + 0,0765s + 0,9548} * \frac{0,5218}{s^2 + 0,2089s + 0,5218} * \frac{0,0888}{s^2 + 0,2853s + 0,0888}$

Таблица 2. НЧ-прототипы Чебышева 3дБ.

1 порядка	$T(s) = \frac{1,002}{s + 1,002}$
2 порядка	$T(s) = \frac{0,708}{s^2 + 0,645s + 0,708}$
3 порядка	$T(s) = \frac{1,2818}{s^2 + 0,7293s + 1,2818} * \frac{0,7293}{s + 0,7293}$
4 порядка	$T(s) = \frac{1,1338}{s^2 + 0,4052s + 1,1338} * \frac{0,4267}{s^2 + 0,9872s + 0,4267}$
5 порядка	$T(s) = \frac{1,0785}{s^2 + 0,2578s + 1,0785} * \frac{0,5195}{s^2 + 0,6749s + 0,5195} * \frac{0,4171}{s + 0,4171}$
6 порядка	$T(s) = \frac{1,0519}{s^2 + 0,1784s + 1,0519} * \frac{0,6188}{s^2 + 0,4875s + 0,6188} * \frac{0,1858}{s^2 + 0,6660s + 0,1858}$

Таблица 3. НЧ-прототипы Чебышева 0,3дБ.

Фильтр	Гр. частоты	s	$\gamma$	$\alpha$
ФНЧ	$W_n$	$s \rightarrow \gamma * \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$	$\gamma = \operatorname{ctg}(\pi W_n)$	
ФВЧ	$W_n$	$s \rightarrow \gamma * \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}}$	$\gamma = \operatorname{tg}(\pi W_n)$	
ППФ	$W_{n1}, W_{n2}$	$s \rightarrow \gamma * \frac{1 - 2\alpha z^{-1} + z^{-2}}{1 - z^{-2}}$	$\gamma = \operatorname{ctg}(\pi(W_{n2} - W_{n1}))$	$\alpha = \frac{\cos \pi(W_{n2} + W_{n1})}{\cos \pi(W_{n2} - W_{n1})}$
ПЗФ	$W_{n1}, W_{n2}$	$s \rightarrow \gamma * \frac{1 - z^{-2}}{1 - 2\alpha z^{-1} + z^{-2}}$	$\gamma = \operatorname{tg}(\pi(W_{n2} - W_{n1}))$	$\alpha = \frac{\cos \pi(W_{n2} + W_{n1})}{\cos \pi(W_{n2} - W_{n1})}$

Таблица 4. Замена переменных для различных типов фильтров.

Для получения передаточной функции фильтра используется следующий алгоритм:

1. В зависимости от заданного типа фильтра, выбирается замена  $s / z$  и рассчитывается значение  $\gamma$  по заданной граничной частоте. При этом важно помнить, что в расчете используется нормированная частота  $W_n = \frac{f_n}{f_d}$ .
2. Полученное выражение подставляется в выражение для НЧ-прототипа заданного порядка и аппроксимации, и таким образом получается выражение для передаточной функции фильтра.
3. При упрощении полученного выражения и нахождении коэффициентов фильтра важно помнить, что коэффициент  $b_{01}$  в знаменателе должен быть равен 1.
4. Также важно помнить, что для упрощения расчетов для фильтров высоких порядков их передаточные функции рассматриваются как произведение передаточных функций 1 и 2 порядков, а структурные схемы, в свою очередь, как последовательное соединение соответствующих блоков 1 и 2 порядков.

По полученной передаточной функции может быть построена схема фильтра, записаны его разностные уравнения и рассчитана импульсная характеристика. Методика расчета подробно изложена в курсе лекций и на практических занятиях.

## 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### 2.1. Построение схемы фильтра с помощью функциональных элементов

Построение схемы фильтра рассмотрим на конкретном примере. Допустим, были заданы следующие параметры:

НЧ-прототип	Пор.	Тип фильтра	$f_n$ , кГц	$f_d$ , кГц
Баттерворт	3	ФНЧ	1 кГц	8 кГц

После проведения всех расчетов получена передаточная функция фильтра:

$$T(z) = \frac{0.293 + 0.293z^{-1}}{1 - 0.414z^{-1}} \cdot \frac{0.108 + 0.216z^{-1} + 0.108z^{-2}}{1 - 1.045z^{-1} + 0.478z^{-2}}$$

Для построения схемы в MicroCap понадобятся следующие элементы:

- элементы задержки **Z**, которые обеспечивают сдвиг сигнала на 1 такт. Параметр FSAMPL выбирается равным заданной частоте дискретизации.
- усилители **multi**, которые выполняют функцию умножения на константу и реализуют коэффициенты фильтра.
- сумматор **Add2**, двухвходовой сумматор. Если для реализации схемы требуется сумматор с большим количеством входов, его следует собрать из двухвходовых элементов. Параметры сумматора в данной работе остаются без изменений.



**Z:Digital filter delay block - see LP8.CIR**

Name: Param:FSAMPL ☐ Show Value: 8k ☐ Show

Display: ☐ Pin Markers ☐ Pin Names ☐ Pin Numbers ☒ Current ☒ Power ☒ Condition

PART=X1  
FILE=Z  
SHAPEGROUP=Default  
Param:FSAMPL=8k  
PACKAGE=  
COST=  
POWER=

☒ Enabled ☐ Help Bar [File Link](#)

Source:Global library located at C:\MC9\library\Z.MAC



**Multi:Digital filter multiplier block - see LP8.CIR**

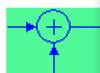
Name: Param:COEF ☐ Show Value: 0.293 ☐ Show

Display: ☐ Pin Markers ☐ Pin Names ☐ Pin Numbers ☒ Current ☒ Power ☒ Condition

PART=X1  
FILE=Multi  
SHAPEGROUP=Default  
Param:COEF=0.293  
PACKAGE=  
COST=  
POWER=

☒ Enabled ☐ Help Bar [File Link](#)

Source:Global library located at C:\MC9\library\MULTI.MAC



**Add2:Digital filter 2 input sum block - see LP8.CIR**

Name: FILE ☐ Show Value: Add2 ☐ Show

Display: ☐ Pin Markers ☐ Pin Names ☐ Pin Numbers ☒ Current ☒ Power ☒ Condition

PART=X1  
FILE=Add2  
COST=  
POWER=  
SHAPEGROUP=Default  
PACKAGE=

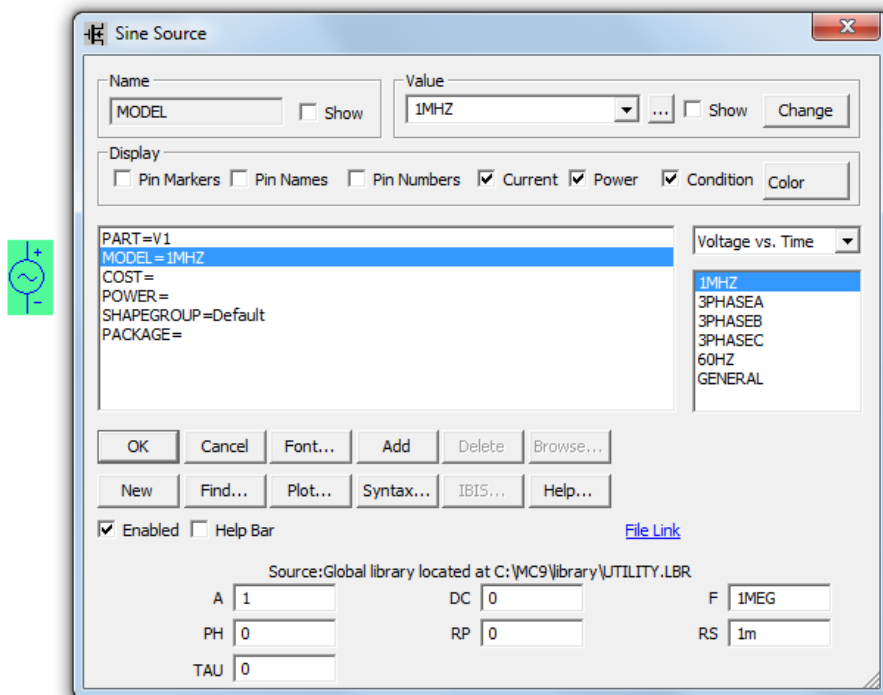
☒ Enabled ☐ Help Bar [File Link](#)

Source:Global library located at C:\MC9\library\ADD2.MAC

Все эти компоненты находятся в библиотеке по адресу ***Component\Digital Primitives\Digital Filter Macros\***

Также для определения характеристик фильтров понадобятся источники сигналов.

- Источник синусоидального напряжения для построения частотных характеристик фильтра, расположенный по адресу ***Component\Analog Primitives\Waveform Sources\Sine Source***

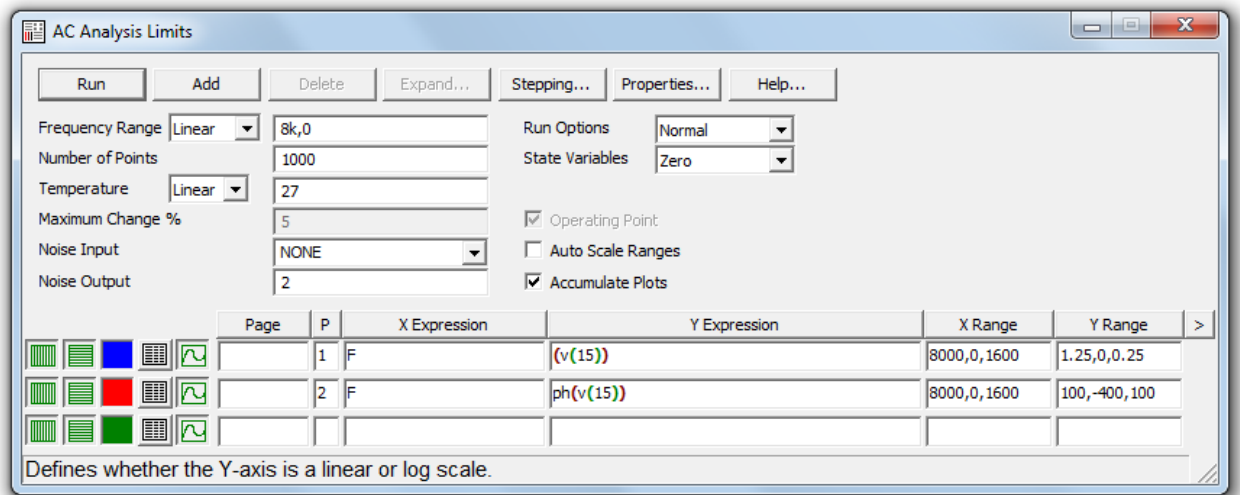


- Источник импульсного сигнала для построения импульсных характеристик, расположенный в библиотеке ***Component\Analog Primitives\Waveform Sources\Pulse Source***. Для построения импульсной характеристики необходимо, чтобы на вход фильтра поступали очень узкие импульсы с очень большим периодом повторения (моделирование одного дельта-импульса). Для этого в окне параметров импульса заданы следующие значения:



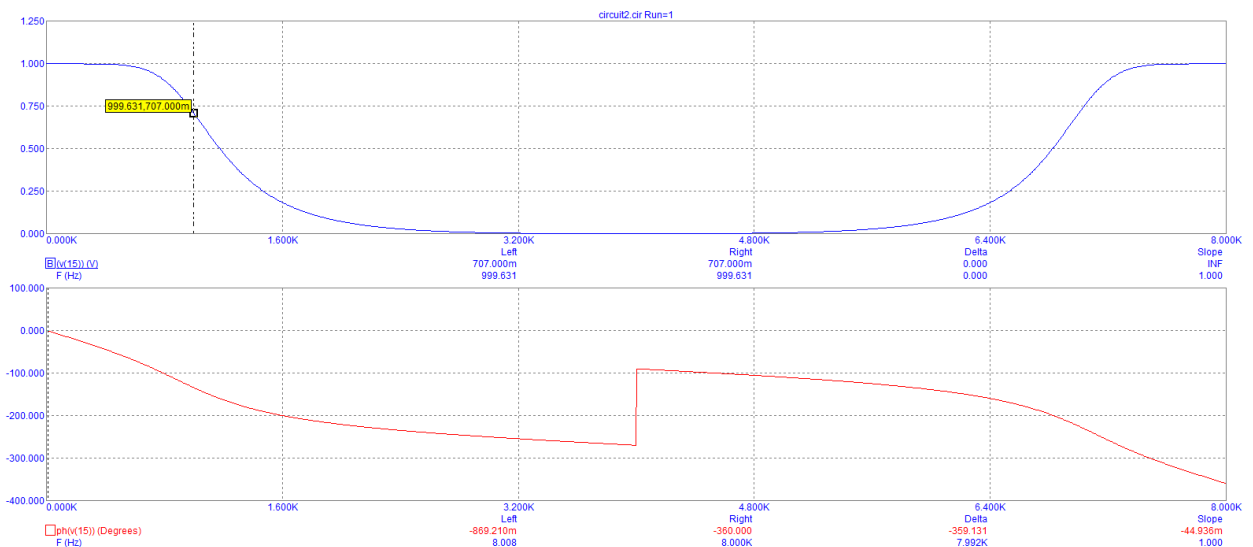
## 2.2. Построение частотных характеристик фильтра

Для построения АЧХ и ФЧХ фильтра необходимо задать следующие параметры:



В данном примере максимальное значение по оси частоты 8k – это заданная частота дискретизации, а v(15) – номер выходного узла схемы, при расчетах и построениях эти параметры должны быть выбраны по индивидуальным заданиям.

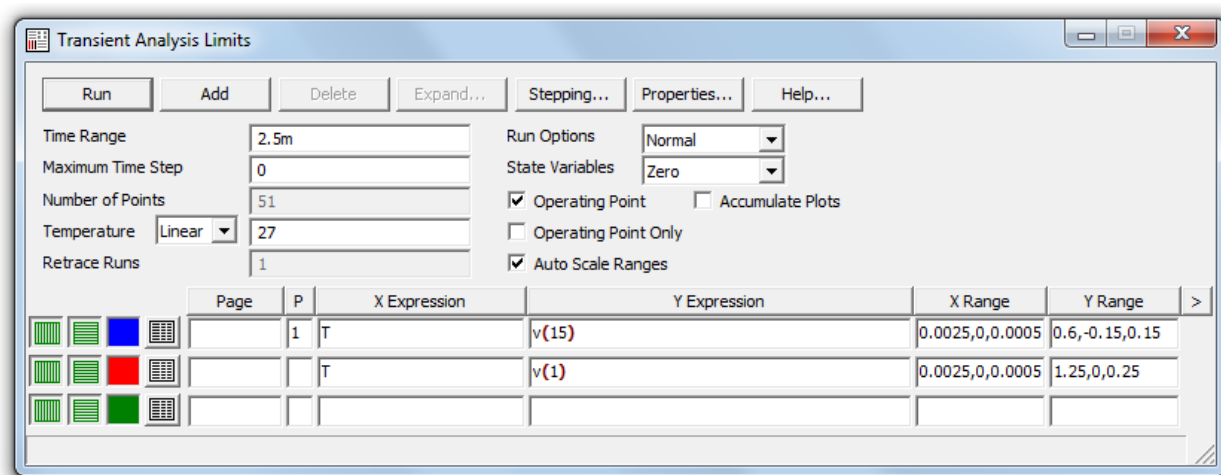
По полученным графикам с помощью маркеров можно определить полосу пропускания фильтра.





## 2.3. Построение импульсной характеристики фильтра

Для построения ИХ фильтра нужно заменить источник синусоидального сигнала на импульсный, параметры которого указаны в п.2.1. В окне параметров значение **Time Range** нужно указать таким, чтобы на графике отображалось 20 отсчетов ИХ фильтра. Для частоты дискретизации 8 кГц отображаемый период будет равен 2,5 мс.



## 3. ДОМАШНЯЯ ПОДГОТОВКА

1. Используя материалы лекций, практических занятий и теоретические сведения, приведенные в данной лабораторной работе, изучите метод обобщенного билинейного преобразования.
2. По индивидуальным заданиям рассчитайте коэффициенты фильтра, постройте в MathCAD графики АЧХ и ФЧХ фильтра, рассчитайте первые 5 отсчетов импульсной характеристики фильтра.
3. Используя методические указания к лабораторной работе, изучите методику построения схем фильтров и их характеристик в пакете MicroCap.
4. Подготовьтесь к ответам на контрольные вопросы.

#### 4. ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1. Составьте структурную схему фильтра, используя коэффициенты, рассчитанные при домашней подготовке.
2. Постройте АЧХ и ФЧХ фильтра, найдите его полосу пропускания, сравните графики с теоретическими, оцените, соответствует ли спроектированный фильтр заданию.
3. Постройте ИХ фильтра, сравните значения первых пяти отсчетов с рассчитанными при домашней подготовке, оцените устойчивость фильтра.
4. Сделайте выводы по проделанной работе.

#### 5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Методом ОБП получите передаточную функцию ППФ Баттерворта 1 порядка.
2. Как связаны между собой нормированная полоса пропускания и частота дискретизации?
3. Как по импульсной характеристике можно оценить устойчивость фильтра?
4. Изобразите структурную схему для фильтра, передаточная функция которого записывается следующим образом:

$$H(z) = \frac{0.2 - 0.2z^{-2}}{1 + 0.8z^{-1} + 0.8z^{-2}}$$

5. Рассчитайте первые пять отсчетов ИХ фильтра, передаточная функция которого записывается следующим образом:

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-2}}$$