

Лекция 4.

**Симметричный магнитный вибратор и щелевые антенны. Антенная
решётка из одинаковых и одинаково направленных элементов.
Линейная решётка.**

4.1. Симметричный магнитный вибратор

Что же такое - "магнитный диполь"? Как реализовать на практике антенну, в которой излучателем служит магнитный ток? Для ответов на эти вопросы, прежде всего выясним, какую диаграмму направленности имеет не элементарный излучатель магнитного тока - магнитный диполь, а антенна конечных размеров - "магнитный вибратор".

Подобно тому, как с использованием принципа двойственности уравнений Максвелла были получены выражения поля излучения элементарного магнитного диполя из аналогичных выражений поля излучения электрического диполя, получим выражения поля излучения симметричного магнитного вибратора.

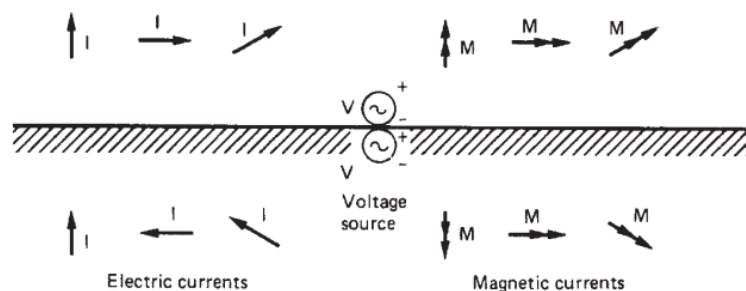
$$\mathbf{E} = E_{\vartheta} \mathbf{e}_{\vartheta} = \frac{i I_n^e W_0}{2\pi} F(\vartheta) \mathbf{e}_{\vartheta} \frac{e^{-ikR_0}}{R_0}; \quad \Rightarrow \quad \mathbf{H} = H_{\vartheta} \mathbf{e}_{\vartheta} = \frac{i I_n^M}{2\pi W_0} F(\vartheta) \mathbf{e}_{\vartheta} \frac{e^{-ikR_0}}{R_0}$$

$$\mathbf{E} = W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_R] \Rightarrow \mathbf{E} = E_{\varphi} \mathbf{e}_{\varphi} = -i \frac{I_n^M}{2\pi} F(\vartheta) \mathbf{e}_{\varphi} \frac{e^{-ikR_0}}{R_0};$$

Диаграмма направленности симметричного магнитного вибратора точно такая же, как и у электрического вибратора:

$$F(\vartheta) = \frac{\cos(kl \cos \vartheta) - \cos kl}{\sin \vartheta}; \quad (4-1)$$

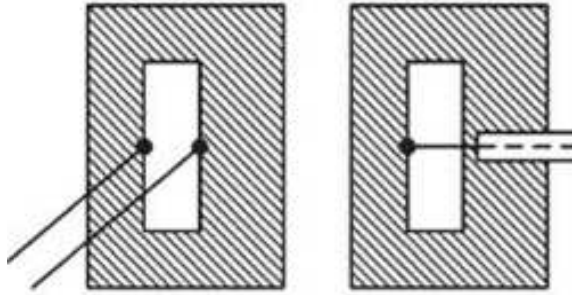
Какие же варианты реализации магнитного вибратора применяют в антенной технике? Прежде всего, это щелевая антенна. Идея реализации основана на различии характера электромагнитного поля электрического и магнитного вибратора над металлической поверхностью.



При приближении горизонтального электрического диполя к металлической поверхности его излучение компенсируется излучением "отражённого" источника, электрический диполь "закорачивается" металлом и перестаёт излучать. Совсем другое изменение характеристик излучения магнитного диполя при приближении к металлу. Отражённый диполь имеет то же направление магнитного тока. При уменьшении высоты подвеса до нуля отражённый диполь будет только помогать создавать излучение, магнитный ток, излучающий в пространство над плоскостью как бы удваивается.

4.2. Двухсторонняя щелевая антенна

В металлической плоскости прорезается узкая щель длиной $2l$. В центре щели к берегам разреза прикладывается высокочастотное переменное напряжение.



Берега разреза подобны длинной линии, закороченной на концах разреза. В этой линии устанавливается стоячая волна с распределением **напряжения** по закону:

$$U(z) = U_n \sin(k(l - |z|)),$$

аналогично тому, как в электрическом вибраторе, устанавливается распределение **электрического тока**. Согласно выражениям

$$J^m = [E, n]; \quad (4-2)$$

- с двух сторон металлической плоскости вдоль щели возбуждается магнитный ток I^m с поверхностной плотностью J^m . Величина магнитного тока в каждом сечении щели равна напряжению между краями щели в этом сечении и измеряется в вольтах. Хотя напряжённость электрического поля в разрезе с двух сторон металлической плоскости одна и та же, равная отношению напряжения к ширине разреза, магнитные токи, соответствующие плотностям магнитного тока, с разных сторон металла текут в противоположные стороны. Это следствие формулы (4-2), в ней нормали с разных сторон плоскости направлены в противоположные стороны. Таким образом, щель в металлической плоскости не вполне аналогична магнитному вибратору. В магнитном вибраторе магнитный ток течёт в одну и ту же сторону, независимо от того, с какой стороны мы на него смотрим. Это иллюстрируется рис. 4.1. На нём слева изображено циркулирующее электрическое поле магнитного вибратора, а справа – электрическое поле двусторонней щели с двух сторон металлической плоскости. Электрические поля при переходе на другую сторону металлической плоскости меняют направление на противоположное.



Рис.4.1. Сравнение поля излучения магнитного вибратора и двусторонней щели

Возбуждаемые электромагнитные поля двусторонней щели в каждой полуплоскости эквивалентны полю магнитного вибратора, наложенного с каждой стороны на металлическую плоскость. На рис.4.2 показаны диаграммы направленности двусторонней щели в Е и Н плоскостях.

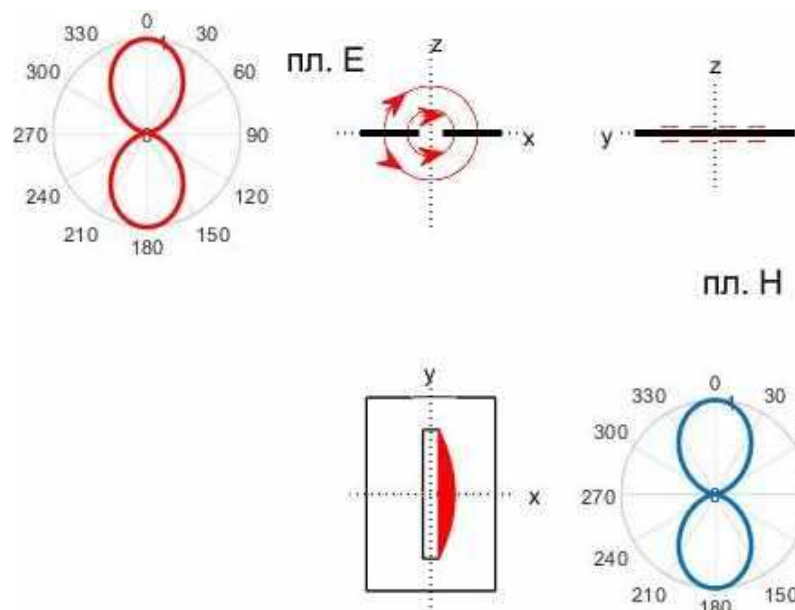


Рис.4.2 Излучение двухсторонней щели

Излучение двухсторонней полуволновой щели с обеих сторон направлено по нормали к металлической плоскости.

4.3 Односторонняя щель в экране

Аналогичным образом можно рассмотреть излучение односторонней щели, показанной на рис. 4.3. Щель в верхней части рисунка прорезана в стенке прямоугольного резонатора, возбуждаемого штырём, образованным продолжением внутреннего проводника коаксиальной линии. Наружный проводник коаксиальной линии контактирует с краями отверстия, в которое он вставлен. Магнитный вибратор в щели излучает во внешнее пространство, окружающее резонатор. Ниже на рисунке показаны различные варианты щелей, прорезанных в стенках прямоугольного волновода. Эти щели возбуждаются волной H_{10} , распространяющейся внутри волновода. Внутри резонатора (или волновода) излучает магнитный вибратор с противоположным направлением магнитного тока.

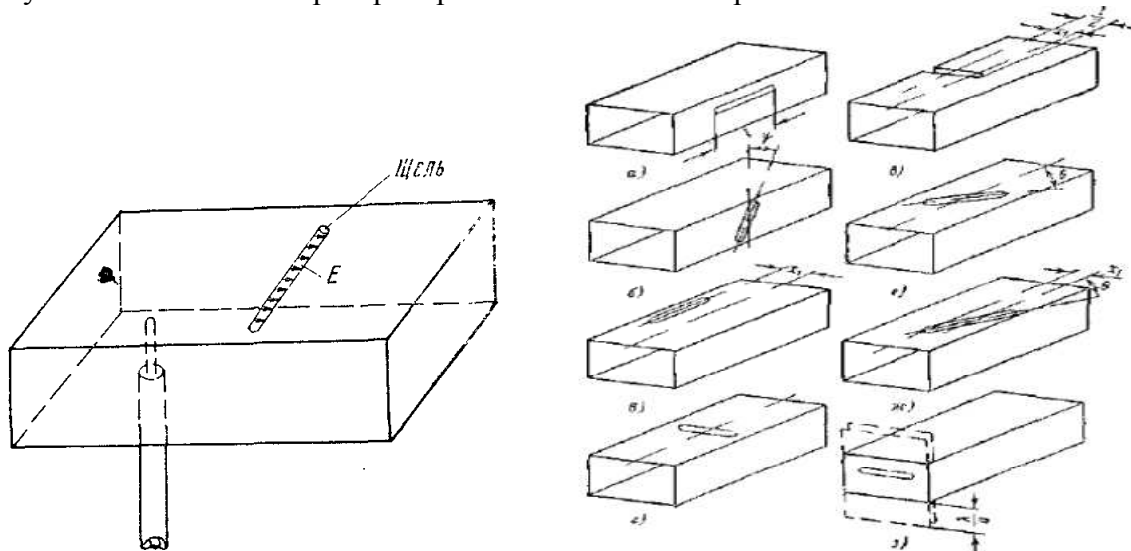


Рис. 4.3. Односторонние щелевые антенны, прорезанные в стенках резонаторов и волноводов

(а – продольная щель в узкой стенке, б - наклонная щель в узкой стенке, в – продольная щель в широкой стенке, г – поперечная щель в широкой стенке, д – смещённая поперечная щель в широкой стенке, е – наклонная щель в широкой стенке, ж – смещённая наклонная щель, з – щель в торце волновода.)

4.4 Теорема о диаграмме направленности системы одинаковых и одинаково ориентированных излучателей.

Главный член поля излучения произвольной антенны в дальней зоне имеет вид:

$$E = p(\vartheta, \varphi) F(\vartheta, \varphi) \frac{e^{-ikR}}{R};$$

а поляризационный коэффициент $p(\vartheta, \varphi)$ представляется в форме:

$$p(\vartheta, \varphi) = p_{\vartheta}(\vartheta, \varphi) e_{\vartheta} + p_{\varphi}(\vartheta, \varphi) e_{\varphi}, \quad |p_{\vartheta}(\vartheta, \varphi)|^2 + |p_{\varphi}(\vartheta, \varphi)|^2 = 1 \quad (4-3)$$

Формулы описывают поле излучения уединённой антенны, геометрия которой задана в некоторой системе координат, и расстояние R отсчитывается от начала координат. Если антенну переместить в пространстве, не меняя её ориентации, то, как мы видели, в выражении поля излучения добавится фазовый множитель, зависящий от расположения антенны в пространстве

$$e^{ik(r, e_R)}$$

В результате поле излучения смещённой на вектор \mathbf{r} антенны опишется выражением:

$$E = p_{e\vartheta}(\vartheta, \varphi) F_{e\vartheta}(\vartheta, \varphi) \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} e^{ik(r, e_R)};$$

В системе одинаковых и одинаково ориентированных излучателей все поляризационные и нормированные амплитудные коэффициенты одинаковы, а расстояние R_0 отсчитывается от единого начала координат. Отличаются только векторы смещения \mathbf{r}_n и амплитуды поля излучения, которые пропорциональны амплитуде тока возбуждения элемента антенны). Если просуммировать такие поля излучения, а из полученной суммы вынести одинаковые множители, то поле излучения системы излучателей можно вычислить по формуле:

$$E = p_{e\vartheta}(\vartheta, \varphi) F_{e\vartheta}(\vartheta, \varphi) \left(\sum_{n=1}^N I_n e^{ik(r_n, e_R)} \right) \frac{e^{-ikR_0}}{R_0}; \quad (4-4)$$

Поле излучения рассматриваемой антенной решётки характеризуется тем же векторным поляризационным коэффициентом, что и один излучатель, а скалярная амплитудная диаграмма направленности представлена в виде произведения диаграммы направленности одного элемента $F_{e\vartheta}(\vartheta, \varphi)$ и множителя решётки, определяемого совокупностью положений элементов решётки и их токами возбуждения.

$$F(\vartheta, \varphi) = F_{e\vartheta}(\vartheta, \varphi) \left(\sum_{n=1}^N I_n e^{ik(r_n, e_R)} \right);$$

Чтобы получить векторную диаграмму направленности, нужно в этом выражении учесть ещё поляризационный множитель единичного элемента.

Множитель решётки $\sum_{n=1}^N I_n e^{ik(r_n, e_R)}$ иногда называют множителем комбинирования.

Некоторые примеры таких антенных решёток изображены на рис. 4.4. В рассмотренных нами раньше примерах диаграмм направленности диполей над металлической плоскостью также фигурируют два множителя. Один соответствует выбранному типу и ориентации диполя, а второй, множитель решётки, зависит от высоты подвеса диполя над отражающей плоскостью, а также типа диполя, влияющего на фазу тока в отражённом диполе. Также устроено и выражение диаграммы направленности симметричного

вибратора, но в этом случае при вычислении множителя решётки суммирование заменено интегрированием.

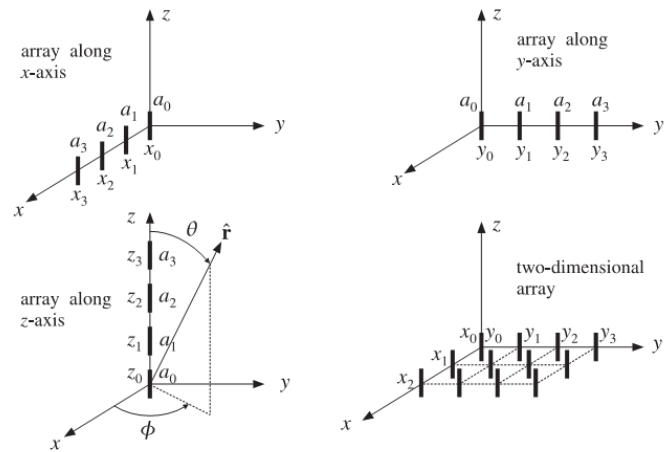


Рис. 4.4. Антенные решётки одинаковых и одинаково ориентированных излучателей

4.5. Диаграмма направленности линейной эквидистантной системы излучателей.

Большое практическое применение имеют дискретные линейные антенные решётки из равноотстоящих элементов. Увеличение числа элементов позволяет создать направленную антенну из слабонаправленных элементов. Для линейных антенных решёток обычно предполагают, что все токи возбуждения соседних элементов одинаковы по амплитуде и разности фаз. Рассмотрим решётку из N элементов, возбуждаемых равными амплитудами, с ДН одного элемента $F_{el}(\vartheta, \varphi)$, расстоянием между соседними элементами d и отставанием по фазе элемента с большим номером $\Delta\Phi$. Вычислим диаграмму направленности такой решётки.

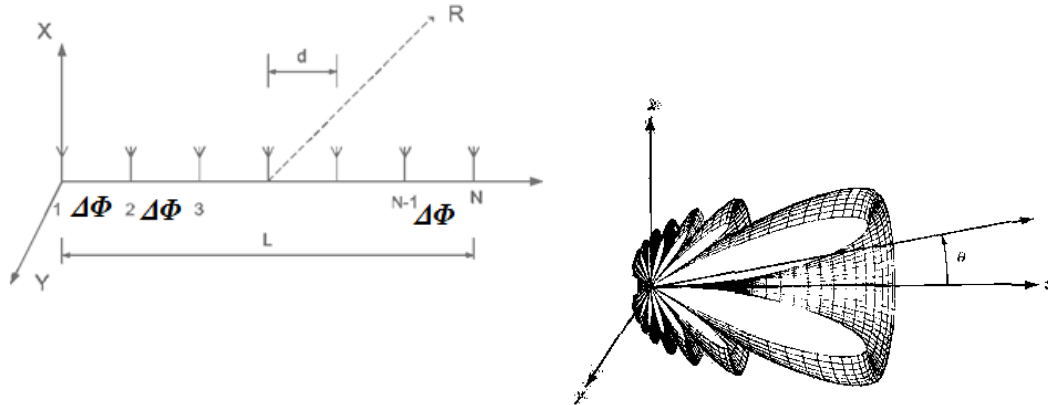


Рис. 4.5. Линейная антенная решётка и диаграмма направленности множителя решётки

Проведём подробные вычисления суммы полей элементов решётки, образующей множитель решётки

$$F(\vartheta, \varphi) = F_{el}(\vartheta, \varphi) \sum_{n=1}^N a_n e^{ik(\mathbf{e}_R, \mathbf{r}_n)}; \quad a_1 = 1; \quad \frac{a_{n+1}}{a_n} = e^{-i\Delta\Phi}; \quad \mathbf{r}_n = (n-1)d \mathbf{e}_z; \quad (4-5)$$

Слагаемые в этой сумме образуют геометрическую прогрессию.

$$F(\vartheta, \varphi) = F_{el}(\vartheta, \varphi) (1 + e^{i(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} + \dots + e^{i(N-1)(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)});$$

Для суммы геометрической прогрессии известна формула:

$$S = 1 + q + q^2 + \dots + q^{N-1} = \frac{q^N - 1}{q - 1};$$

В нашем случае $q = e^{i(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)}$, поэтому

$$\begin{aligned}
 F(\vartheta, \varphi) &= \\
 &= F_{el}(\vartheta, \varphi) (1 + e^{i(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} + \dots + e^{i(N-1)(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)}) = \\
 &= F_{el}(\vartheta, \varphi) \frac{e^{iN(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} - 1}{e^{i(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} - 1} = \\
 &= F_{el}(\vartheta, \varphi) e^{i \frac{N-1}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} \frac{e^{i \frac{N}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} - e^{-i \frac{N}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)}}{e^{i \frac{1}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} - e^{-i \frac{1}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)}} = \\
 &= F_{el}(\vartheta, \varphi) e^{i \frac{N-1}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)} \frac{\sin\left(\frac{N}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)\right)}; \tag{4-6}
 \end{aligned}$$

Отсчёт фазы в фазовом множителе $e^{i \frac{N-1}{2}(kd \cos \vartheta - \Delta\Phi)}$ идёт от начала координат, совпадающем с первым элементом решётки. Если сместить начало координат в середину решётки, в фазовый центр множителя комбинирования, экспонента в выражении диаграммы направленности, исчезает,. Так мы и сделаем. Введём также обозначение для обобщённого угла Ψ :

$$\Psi = \frac{Nkd}{2} \left(\cos \vartheta - \frac{\Delta\Phi}{kd} \right); \tag{4-7}$$

С учётом обозначения и без учёта постоянных сомножителей, получаем диаграмму направленности, как произведение диаграммы направленности одного элемента и множителя решётки.

$$F(\vartheta, \varphi) = F_{el}(\vartheta, \varphi) \left| \frac{\sin \Psi}{N \sin \frac{\Psi}{N}} \right|; \tag{4-8}$$

Мы ввели множитель N в знаменатель множителя решётки из условия нормировки: при $\Psi \rightarrow 0$ множитель решётки стремится к единице, при других значениях Ψ он не больше единицы.

Разберёмся в структуре обобщённого угла. $\Delta\Phi$ - это запаздывание фазы тока в соседнем справа элементе, а kd - 'запаздывание фазы электромагнитной волны, распространяющейся вдоль решётки от одного элемента к соседнему. Их отношение $\Delta\Phi/kd$ - это относительное запаздывание, или коэффициент запаздывания. Мы вводим обозначение для него

$$\xi = \frac{\Delta\Phi}{kd}$$

С учётом этого обозначения выражение (4-7) примет вид:

$$\Psi = \frac{Nkd}{2} (\cos \vartheta - \xi); \tag{4-9}$$

Множитель решётки периодическая функция обобщённого угла Ψ , симметричная относительно нулевого значения. Величина периода $N\pi$. На рис. 4.6 показано изменение графика множителя решётки в зависимости от N . По оси абсцисс отложено значение Ψ/N , чтобы период функции на графиках имел при всех N одну и ту же величину. На каждом графике отложено 3 периода.

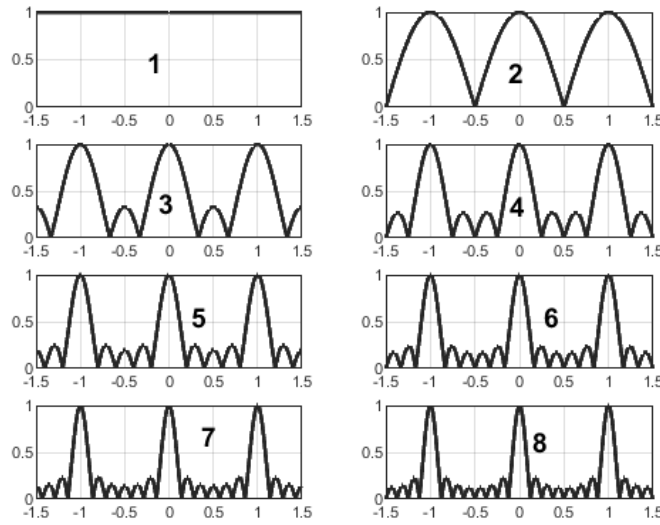


Рис. 4.6. Зависимость множителя решётки от Ψ/N для разных значений числа элементов решётки N

При $N=1$ единственный элемент не образует решётки, при $N=2$ множитель решётки не имеет боковых лепестков, при $N>2$ множитель решётки имеет $(N-2)$ боковых лепестка.

Ширина диаграммы направленности решётки зависит не только от множителя решётки, но и от диаграммы направленности элемента решётки, но при большом числе элементов решётки в плоскости решётки ширина диаграммы близка к ширине диаграммы множителя решётки.

Ширину главного лепестка диаграммы направленности $\Delta\vartheta$ по половинной мощности при достаточно широкой диаграмме единичного элемента (строго говоря, для всенаправленного единичного элемента) можно выразить через ширину главного лепестка множителя решётки по обобщённому углу. $\Delta\Psi$: Для нахождения такой связи достаточно продифференцировать выражение (4-9):

$$\Delta\Psi_{0.5} \approx \frac{Nkd}{2} |\sin \vartheta_{\max}| \Delta\vartheta_{0.5} \quad (4-10)$$

Определим $\Delta\Psi_{0.5}$. Для этого нужно решить уравнение:

$$f(\Psi) \equiv \frac{\sin(\Psi)}{N \sin(\Psi/N)} - \frac{1}{\sqrt{2}} = 0; \quad (4-11)$$

Решим это уравнение итерационным методом Ньютона, согласно которому следующее приближение находится по предыдущему по формуле:

$$\Psi_{n+1} = \Psi_n - \frac{f(\Psi_n)}{f'(\Psi_n)}; \quad (4-12)$$

$f(\Psi_n)$ вычисляется согласно (4-11). Найдём выражение производной.

$$f'(\Psi) = \frac{\cos \Psi}{N \sin(\Psi/N)} - \frac{\cos(\Psi/N) \sin \Psi}{(N \sin(\Psi/N))^2}; \quad (4-13)$$

В качестве нулевого приближения в формуле (4-12) возьмём $\Psi_0 = \pi/2$. Подставляя это значение в (4-11), (4-13), (4-12), получим $\Psi_1 \approx 1.3969$. Такого приближения уже достаточно для инженерной практики. Тем не менее, продолжая итерационный процесс, найдём, что следующая итерация даёт небольшую поправку $\Psi_2 \approx 1.3916$, а при дальнейших итерациях результат в значащих цифрах не меняется. Таким образом, отклонение корня уравнения (4-11) от максимума $\Psi \approx 1.39$. Ввиду симметрии множителя решётки полная ширина главного лепестка в два раза больше, составит $\Delta\Psi_{0.5} \approx 2.78$. Применяя выражение (4-10), найдём: ширину главного лепестка в радианах:

$$\Delta\vartheta_{0.5} \approx \frac{2\Delta\Psi_{0.5}}{Nkd \sin \vartheta_{\max}} \approx \frac{2.78\lambda}{\pi Nd \sin \vartheta_{\max}}; \quad (4-14)$$

В формуле (4-14) Nd приближённо (при большом числе элементов) равно полной длине решётки, $L = (N-1)d$. С учётом того, что в максимуме множителя решётки при $\Psi = 0$ и $\xi < 1$, согласно (4-9) $\cos \vartheta_{\max} = \xi$, получаем ширину главного лепестка по уровню половинной мощности, выраженную в градусах:

$$\Delta\vartheta_{0.5}^\circ \approx \frac{51^\circ \lambda}{Nd \sqrt{1-\xi^2}} \approx \frac{51^\circ \lambda}{L \sqrt{1-\xi^2}}; \quad (4-15)$$

Ширина главного лепестка множителя решётки по нулям (для обобщённых углов): $\Delta\Psi_0 = 2\pi$. Пользуясь формулой (4-10) и переводя решение в градусы, найдём:

$$\Delta\vartheta_0^\circ \approx \frac{115^\circ \lambda}{L \sqrt{1-\xi^2}}; \quad (4-16)$$

Формулы (4-15) и (4-16) совершенно не учитывают влияние на ширину ДН характеристики излучения отдельного элемента. На практике после приближённого проектирования антенной решётки проводят уточнение полученных параметров с учётом влияния ДН элемента решётки. Это позволяет добиться получения требуемых параметров при меньшем числе элементов.