

## АНТЕННЫ

## Лекция 5.

*Область видимости линейной антенной решётки. Условие отсутствия побочных главных максимумов. Проектирование линейной антенной решётки. Входные проводимости магнитного вибратора и щелевых антенн. Рамочная антенна.*

## 5.1 Область видимости и условие отсутствия побочных максимумов.

Диаграмма направленности множителя (комбинирования) эквидистантной линейной решётки, с равными амплитудами и линейно нарастающей фазой, описывается простым выражением:

$$\frac{\sin \psi}{N \sin(\psi/N)}, \text{ в котором } \psi = \frac{Nkd}{2}(\cos \vartheta - \xi) \quad (5-1)$$

В сферической системе координат угол  $\vartheta$  меняется в пределах от 0, в направлении оси решётки, до  $\pi$ , в противоположном направлении. При этом  $\cos \vartheta$  меняется от +1 до -1, а обобщённый угол  $\Psi$  меняется, при этом, от

$$\Psi_1 = \frac{Nkd}{2}(1 - \xi) \text{ до } \Psi_2 = \frac{Nkd}{2}(-1 - \xi),$$

Полный диапазон изменения обобщённого угла  $D\Psi \equiv \Psi_1 - \Psi_2 = Nkd$ , - эта область значений обобщённого угла называется **областью видимости**. В зависимости от величины  $kd$  область видимости может занимать как малую часть диаграммы множителя решётки, так и охватывать несколько периодов, в частности, иметь несколько единичных максимумов.

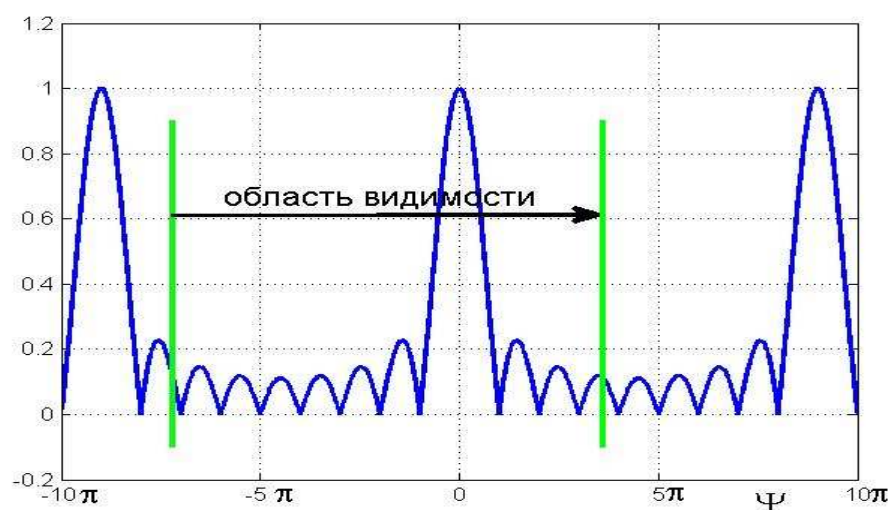


Рис. 5.1. Область видимости (для  $N=9$ ,  $kd=1.2$ ,  $\xi=1/3$ )

Антенную решётку из слабонаправленных элементов создают ради увеличения направленности, чтобы сосредоточить энергию излучения в одном направлении. Поэтому, чтобы не допустить потерь энергии, нежелательно допускать существование в диаграмме направленности нескольких максимумов. Получим достаточные условия отсутствия побочных максимумов. Если элементы решётки синфазны,  $\xi = \Delta\Phi/kd = 0$ , и луч антенной решётки направлен перпендикулярно оси решётки, а область видимости симметрична относительно максимума при  $\Psi = 0$ . Если же  $\Delta\Phi > 0$ , а, следовательно и  $\xi > 0$ , что соответствует запаздыванию токов элементов с большими номерами, то левый край области видимости смещается влево от главного максимума (рис. 5.1).

Ширина каждого максимального лепестка по нулям равна  $2\pi$ , ширина же каждого бокового только  $\pi$ , обобщённый угол побочного максимума слева от главного  $\psi = -N\pi$ , его максимально возможные границы, полученные из соображения, чтобы исключить возможность попадания побочного единичного максимума,  $[-(N-1)\pi, (N-1)\pi]$ . Область видимости должна быть строго внутри области с этими максимальными границами. Чтобы область видимости не захватила бы левого максимума, должно выполняться неравенство:

$$\Psi_2 = \frac{Nkd}{2}(-1 - \xi) \geq -(N-1)\pi \quad (5-2)$$

Изменяя знак в этом неравенстве, получим:

$$\frac{Nkd}{2}(1 + \xi) \leq (N-1)\pi$$

Чтобы область видимости не попала на правый побочный единичный лепесток, достаточно выполнить неравенство:

$$\Psi_1 = \frac{Nkd}{2}(1 - \xi) \leq (N-1)\pi \quad (5-3)$$

В результате упрощений этих неравенств, при любом знаке  $\xi$  и разности фаз  $\Delta\Phi$ , условие отсутствия побочных максимумов принимает следующий вид:

$$\frac{d}{\lambda} \leq \frac{1 - 1/N}{1 + |\xi|} \quad (5-4)$$

Это неравенство важно для правильного выбора расстояния между элементами решётки. Если неравенство нарушено, существует опасность появления побочного максимума в диаграмме направленности. При этом, однако, даже в случае нарушения неравенства (5-4), побочный максимум может быть подавлен в случае, когда амплитудная диаграмма направленности одиночного элемента решётки имеет в направлении этого максимума низкий уровень,.

Множитель решётки определяется простым выражением (5-1) в зависимости от обобщённого угла  $\Psi$ , поэтому легко может быть изображён графически, особенно в декартовой системе координат. А как получить графическое изображение множителя решётки в

координатах реальных углов  $\vartheta$ ? Методика такого построения основана на том, что обобщённый угол  $\Psi$ , согласно (5-1), линейно зависит от  $\cos \vartheta$ , причём, значениям угла  $\vartheta$  нуль и  $\pi$  соответствуют границы области видимости.

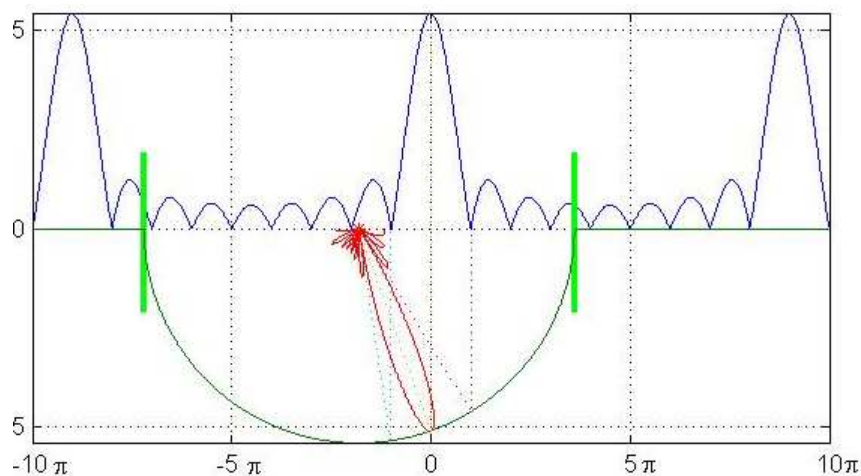


Рис.5.2. Построение графика множителя решётки в полярных координатах реальных углов

Для графического построения начинаем с графика множителя решётки в зависимости от обобщённого угла (рис.5.1). Отмечаем на нём область видимости и строим на области видимости как на диаметре полуокружность в отрицательной области значений. Отмечаем центр этой полуокружности. Далее на рис.5.2 показано, как построить в полярных координатах главный лепесток. Линии построения нулей и максимума лепестка показаны на рис. 5.2 пунктиром. Ось полярной системы координат совпадает с серединой области видимости. Аналогично главному лепестку строятся боковые лепестки множителя решётки.

Похожим способом производится графическое построение диаграммы направленности множителя решётки в декартовых координатах реальных углов (рис.5.3). Вместо полуокружности на области видимости строится график косинусоиды с горизонтальной координатой значений. По вертикальной оси откладываются углы  $\theta$  в некотором масштабе.

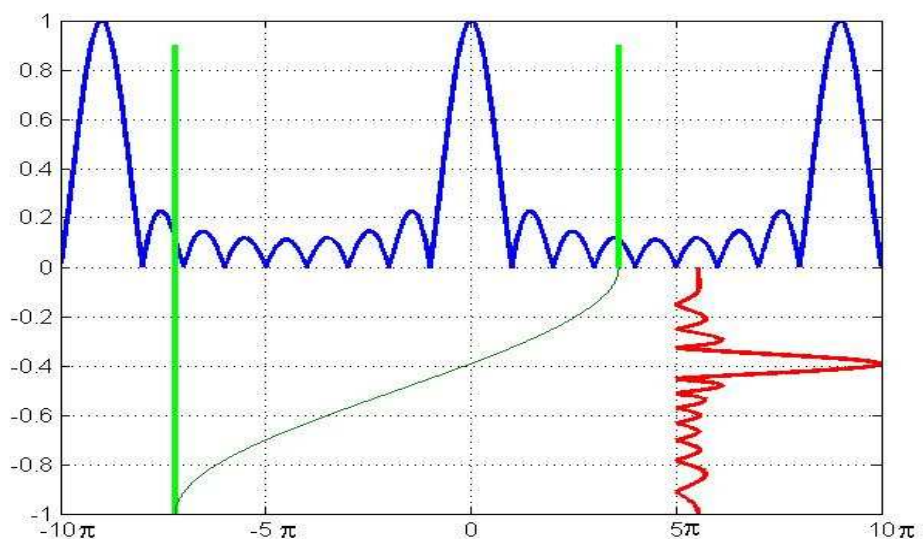


Рис.5.3. Построение графика множителя решётки в декартовых координатах реальных углов

Режим излучения решётки определяется отношением разности фаз возбуждения соседних элементов решётки по сравнению с разностью фаз в плоской волне, распространяющейся между этими элементами  $\xi = \Delta\Phi/kd$ . Изменение  $\xi$  приводит к изменению границ области видимости. Для синфазной решётки ( $\xi=0$ ) главный лепесток находится в центре области видимости, а решётка излучает по нормали к оси решётки ( $\theta=\pi/2$ ). При  $0<|\xi|<1$  реализуется режим наклонного излучения с максимумом главного лепестка в направлении, определяемом соотношением:  $\cos \vartheta_m = \xi$ . При  $|\xi|=1$  решётка излучает вдоль своей оси. Режим осевого излучения реализуется также при некотором увеличении замедления  $\xi$  по сравнению с единицей.

## 5.2. КНД линейной антенной решётки

Многоэлементные решётки строятся с целью уменьшения ширины диаграммы направленности антенны по сравнению с диаграммой одного элемента, или, что то же самое, для увеличения направленности (КНД). Приближённое вычисление КНД для случая большого числа элементов решётки при  $|\xi| \leq 1 - \lambda/Nd$  показывает, что КНД практически не зависит от величины замедления  $\xi$  и определяется выражением:  $КНД \approx 2Nd/\lambda$ . Но при увеличении  $|\xi|$  до 1 в режиме осевого излучения форма диаграммы направленности изменяется и КНД резко возрастает до  $КНД \approx 4Nd/\lambda$ . При дальнейшем увеличении  $|\xi|$  КНД продолжает расти до максимального значения  $КНД \approx 7.2Nd/\lambda$  при оптимальном замедлении  $|\xi| = 1 + \lambda/2Nd$ , а затем резко убывает из-за роста уровня боковых лепестков (рис. 5.4). Максимум КНД соответствует случаю, когда граница области видимости определяется величиной обобщённого угла  $\psi = -\pi/2$  (при направлении излучения вправо).

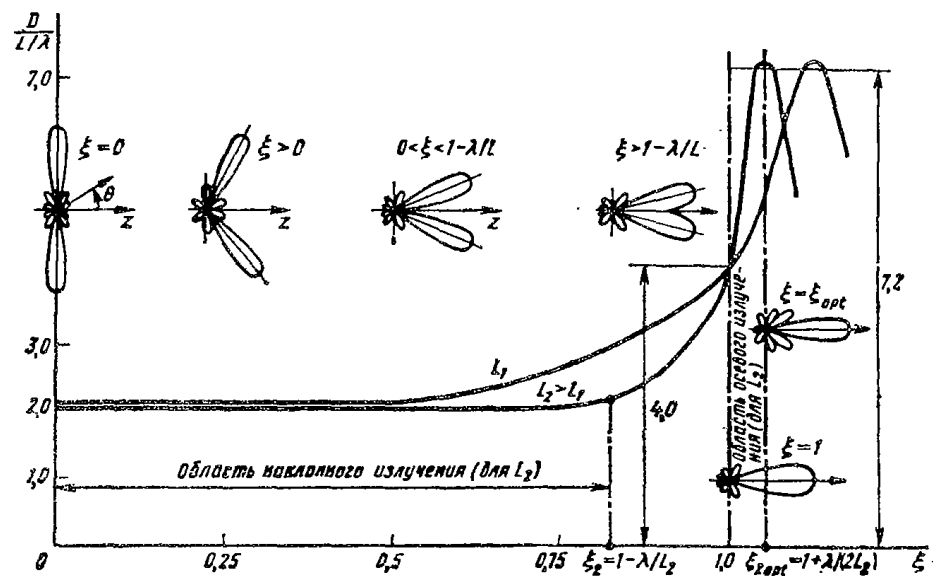


Рис. 5.4. Зависимость КНД линейной решётки от относительного запаздывания.

Итак, КНД **множителя** линейной решётки, у которой главный луч отклонён от направления оси решётки, практически, не зависит от относительного запаздывания  $\xi = \Delta\Phi/kd$ , а зависит, в основном, от длины решётки, измеренной в длинах волн:

$$КНД \approx 2L/\lambda$$

Как это можно объяснить? Диаграмма направленности множителя решётки в максимуме главного лепестка равна единице, поэтому КНД множителя решётки определяется только интегралом в знаменателе:

$$КНД = 2 \left( \int_0^\pi |F(\vartheta)|^2 \sin \vartheta d\vartheta \right)^{-1}$$

При большом числе элементов диаграмма главного лепестка узкая и главный лепесток даёт главный вклад в интеграл, этот вклад определяется узкой областью вблизи нулевого значения  $\Psi = (Nkd/2)(\cos \vartheta - \xi)$ , то есть значением  $\cos \vartheta_m = \xi$ , при этом величина интеграла пропорциональна значению якобиана в этой области  $\sin \vartheta_m$ , но она также пропорциональна ширине диаграммы направленности, определяемой формулой из прошлой лекции:  $\Delta \vartheta_{0.5} \approx 2\Delta \Psi_{0.5}/Nkd \sin \vartheta_{\max}$ , которая обратно пропорциональна тому же синусу. Поэтому величина интеграла приближённо одна и та же (а с ней и КНД).

Строго говоря, КНД антенной решётки, **с учётом влияния диаграммы направленности единичного элемента**, может существенно отличаться от КНД множителя решётки. Поэтому для вычисления КНД, нужно пользоваться полным выражением через диаграмму направленности:

$$КНД = \frac{4\pi |F(\vartheta_{\max}, \varphi_{\max})|^2}{\oint \oint |F(\vartheta, \varphi)|^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi};$$

$$F(\vartheta, \varphi) = F_{e\partial}(\vartheta, \varphi) \left| \frac{\sin \Psi}{N \sin(\Psi/N)} \right|; \quad \Psi = \frac{Nkd}{2}(\cos \vartheta - \xi);$$

### 5.3 О проектировании линейной антенной решётки

В 7-м семестре вам предстоит выполнить типовой расчёт по проектированию линейной антенной решётки по заданному положению главного максимума диаграммы направленности и заданной ширине диаграммы направленности. Задана также диаграмма направленности единичного элемента решётки. Геометрия решётки определяется числом её элементов  $N$  и относительным разнесом соседних элементов  $d/\lambda$ , которые требуется определить. Как же решается такая задача?

В этой лекции мы нашли, что расстояние между элементами решётки должно удовлетворять неравенству (5-4):  $\frac{d}{\lambda} \leq \frac{1-1/N}{1+|\xi|}$ , чтобы побочные максимумы заведомо не попадали в зону видимости. Относительное запаздывание в правой части неравенства определяется заданным направлением главного максимума множителя решётки:  $\xi = \cos \vartheta_{\max}$ . Произведение числа элементов  $N$  и величины  $d/\lambda$  можно также определить по заданной ширине диаграммы направленности, используя приближённую формулу:

$$\Delta\vartheta_{0.5}^{\circ} \approx \frac{51^{\circ}\lambda}{Nd\sqrt{1-\xi^2}} \approx \frac{51^{\circ}\lambda}{L\sqrt{1-\xi^2}};$$

для ширины главного лепестка множителя решётки:

$$L_0 = N \frac{d}{\lambda} \approx \frac{51^{\circ}}{\Delta\vartheta_{0.5}^{\circ} \sqrt{1-\xi^2}}.$$

Эта формула была получена в предположении, что число элементов решётки бесконечно большое, поэтому расчётный параметр  $L_0$  определяет не реальную, а "асимптотическую" длину решётки. Правая часть этой формулы зависит только от заданных параметров решётки: направления главного максимума:  $\xi = \cos \vartheta_0$  и ширины диаграммы направленности:  $\Delta\vartheta_{0.5}^{\circ}$ . Формула позволяет найти подходящий шаг решётки  $d/\lambda$  при любом числе элементов  $N$ . После этого, реальную безразмерную длину решётки можно найти по формуле:  $L = \frac{d}{\lambda}(N-1)$ .

Ещё одно условие, которое должно быть выполнено: число элементов, полученное из этого уравнения, должно быть минимальным. Величина  $d/\lambda$ , удовлетворяющая неравенству (5.4), должна быть выбрана, по возможности, максимальной, при этом неравенство превратится в равенство. В результате, мы получим систему из двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{1-1/N}{1+|\xi|}; \quad N \frac{d}{\lambda} \approx \frac{51^{\circ}}{\Delta\vartheta_{0.5}^{\circ} \sqrt{1-\xi^2}}; \quad (5-5)$$

Если исключить отношение  $d/\lambda$  делением одного уравнения на другое, то получим довольно простое уравнение, из которого можно найти число элементов:

$$\frac{1}{N} = \frac{\Delta\vartheta_{0.5}^{\circ} \sqrt{1-\xi^2}}{51^{\circ} (1+|\xi|)} \left(1 - \frac{1}{N}\right). \text{ Но число элементов - это целое число, а решение уравнения, как}$$

правило, отличается от целого. Поэтому решение нужно округлить до целого. При этом, оба уравнения системы нарушатся. И мы должны будем выбирать, что лучше: нарушить неравенство (5.4) и получить побочный максимум в зоне видимости, или получить ширину диаграммы направленности, отличную от заданной. Побочный максимум в какой-то мере подавляется излучением единичного элемента, который обычно имеет нуль в направлении оси решётки, поэтому стоит уточнить  $d/\lambda$  из второго уравнения и проверить достаточно ли подавлен побочный максимум построением полной диаграммы направленности с учётом излучения единичного элемента. Первое уравнение системы даст неверный результат, потому что оно не допустит появления побочного максимума в зоне видимости. А мы как раз хотим уменьшить число элементов, сознательно допуская появление побочных максимумов, подавляемым действием диаграммы направленности единичного элемента. Вычисление  $d/\lambda$  из первого уравнения приведёт к увеличению ширины диаграммы направленности, относительно заданной по условию задачи. Если побочный максимум подавлен, решение удовлетворительно. Если нет, то нужно, всё же, уменьшать  $d/\lambda$  или увеличивать  $N$ . И так далее, пока не получим удовлетворительного решения.

В общем, здесь возникает типичная инженерная задача, которая не имеет единственного решения. Решить её надо, соблюдая наложенные условия (проверяя их): 1) подавленный

побочный максимум не должен превышать первого бокового лепестка, и 2) число элементов решётки, при этом, должно быть минимально возможным, чтобы невозможно было уменьшить число элементов без нарушения заданных условий. После нахождения такого решения, в результате построения полной диаграммы направленности, с учётом излучения единичного элемента, мы получим, что реальный максимум диаграммы направленности, определённый из графического решения, не совсем совпадает с заданным, а реальная ширина диаграммы направленности также отличается от заданной. Если эти отличия мы признаем допустимыми, то наше решение удовлетворительно, если недопустимыми, решение нужно и дальше уточнять. Так обычно решаются инженерные задачи.

#### 5.4 Входная проводимость магнитного вибратора

Вернёмся к обсуждению свойств магнитного вибратора и щелевых антенн. Определим входные проводимости односторонней и двусторонней щелей. Начнём со сравнения электрических полей излучения и входных сопротивлений и проводимостей электрического и магнитного вибраторов (имеющих одинаковые распределения электрических (у электрического вибратора) и магнитных (у магнитного вибратора) токов. Для простоты будем считать вибраторы линейными, ориентированными вдоль оси  $Z$  (не обязательно симметричными).

Поле излучения электрического вибратора имеет вид:

$$\mathbf{E}^e = I_0^e W_0 C F(\vartheta) \frac{e^{-ikr}}{r} \mathbf{e}_\vartheta \quad (5-6)$$

В этом выражении  $I_0^e$  - электрический ток в точке питания вибратора, константа  $C$  и диаграмма направленности безразмерные. Входное сопротивление электрического вибратора имеет вид:  $Z^e = R^e + iX^e$ , мощность излучения вибратора можно получить по формуле:

$P^e = 0.5 |I_0^e|^2 R^e$ . Магнитный ток соответствующего магнитного вибратора в точке питания

обозначим  $I_0^m$ , а его входную проводимость  $Y^m = G^m + iB^m$ . Так как размерность  $I_0^m$  - вольты, то мощность излучения магнитного вибратора можно определить по формуле:

$$P^m = 0.5 |I_0^m|^2 G^m.$$

Пользуясь симметрией двойственности уравнений Максвелла, получим сначала магнитное поле магнитного вибратора:

$$\mathbf{H}^e = I_0^m \frac{1}{W_0} C F(\vartheta) \frac{e^{-ikr}}{r} \mathbf{e}_\vartheta, \quad (5-7)$$

а затем, с помощью формулы  $\mathbf{E} = -W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_r]$  и электрическое поле магнитного вибратора:

$$\mathbf{E}^m = I_0^m C F(\vartheta) \frac{e^{-ikr}}{r} \mathbf{e}_\varphi. \quad (5-8)$$

Используя выражения электрических полей, вычислим величины векторов Пойнтинга в свободном (без потерь) пространстве по формуле:  $S = |E|^2 / 2W_0$ , а после интегрирования векторов Пойнтинга по поверхности бесконечно большой сферы, получим выражения мощностей излучения:

$$P^e = \left( |I_0^e|^2 W_0 \right) Int; \quad P^m = |I_0^m|^2 \frac{1}{W_0} Int. \quad (5-9)$$

В этих формулах используется обозначение безразмерного интеграла:

$$Int = 2\pi \int_0^\pi |C F(\vartheta)|^2 \sin \vartheta d\vartheta. \quad (5-10)$$

С учётом связи мощностей излучения со входными сопротивлениями и проводимостями, получим:

$$P^e = \left( |I_0^e|^2 W_0 \right) Int = 0.5 |I_0^e|^2 R^e; \quad P^m = \left( |I_0^m|^2 / W_0 \right) Int = 0.5 |I_0^m|^2 G^m; \quad (5-11)$$

Так как интегралы в обоих выражениях одинаковые, получим из этих выражений равенства:

$$Int = 0.5 \frac{R^e}{W_0} = 0.5 G^m W_0; \quad (5-12)$$

Отсюда следует важное соотношение между активной частью входного сопротивления электрического вибратора и активной частью входной проводимости магнитного вибратора с одинаковыми распределениями электрического и магнитного токов:

$$G^m = \frac{R^e}{W_0^2}. \quad (5-13)$$

## 5.5. Входные проводимости щелевых антенн

Перейдём теперь к щелевым антеннам. **Одностороннюю** щель можно представить, как сумму двух (прямого и отражённого в металлической плоскости) магнитных вибраторов, излучающих удвоенное электрическое поле. Если бы магнитные вибраторы излучали в полное пространство, то излучаемая мощность была бы в 4 раза больше, чем от одинарного магнитного тока. Но односторонняя щель излучает только в половину пространства, в другую половину пространства - в резонатор, излучает магнитный вибратор с противоположным направлением магнитного тока. Из-за этого излучаемая мощность лишь в два раза больше, чем полная излучаемая мощность одиночного магнитного вибратора. А так как излучаемая мощность магнитного вибратора пропорциональна активной проводимости, то проводимость односторонней щели связана с активным сопротивлением соответствующего электрического вибратора выражением:



$$G_1 = \frac{2R^e}{W_0^2}. \quad (5-14)$$

**Двухстороннюю** щель можно представить, как две односторонние щели, включённые параллельно и излучающие каждая в свою половину пространства. При параллельном включении проводимость удваивается, следовательно, полная проводимость двусторонней щели определяется выражением:

$$G_2 = \frac{4R^e}{W_0^2}. \quad (5-15)$$

Полученные соотношения относятся к полным частотным зависимостям **активного** сопротивления электрического вибратора и активной проводимости магнитного вибратора, односторонней и двухсторонней щелей. Из электротехники известно, что полные сопротивления и проводимости физически реализуемых пассивных устройств являются аналитическими функциями в полуплоскости комплексной частоты  $\zeta = \sigma + i\omega$ , при  $\sigma \geq 0$  (физическая полуплоскость). Они носят название "положительных вещественных функций (ПВФ)". У таких функций активная и реактивная части, как функции комплексного переменного, однозначно связаны линейным преобразованием Гильберта. В физике для этой связи употребляют термин: "дисперсионные соотношения". Благодаря такой связи выведенные зависимости можно обобщить до аналогичных зависимостей между **полными** сопротивлениями и проводимостями:

$$Y^m = \frac{Z^e}{W_0^2}; Y_1 = \frac{2Z^e}{W_0^2}; Y_2 = \frac{4Z^e}{W_0^2}; \quad (5-16)$$

Для полных проводимостей и полных сопротивлений справедливо равенство:  $1/Y = Z$ , поэтому полученные соотношения между входными сопротивлениями электрического вибратора, с одной стороны, и входными сопротивлениями магнитного вибратора, односторонней и двусторонней щелей, в которых распределение магнитного тока такое же, как распределение электрического тока в электрическом вибраторе, можно записать в следующем виде:

$$Z^m Z^e = W_0^2; \quad Z_1 Z^e = 0.5 W_0^2; \quad Z_2 Z^e = 0.25 W_0^2; \quad (5-17)$$

## 5.6. Излучение рамочной антенны.

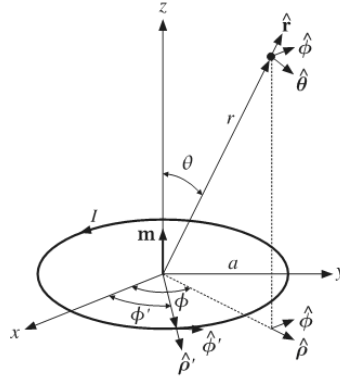


Рис. 5.5. К вычислению ДН рамочной антенны

Получим выражение поля излучения замкнутого металлического кольца радиуса  $a$ , обтекаемого высокочастотным током (рис. 5.5.) постоянной силы  $I_0$ . Для этого проинтегрируем выражение (5-18) для поля излучения элементарного электрического диполя, лежащего на рассматриваемом кольце и ориентированного в каждой точке кольца вдоль него.

$$\mathbf{E} = i \frac{W_0 I_0 k}{4\pi R_0} e^{-ikR_0} \int_{loop} [[\mathbf{e}_I, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] e^{ik(\mathbf{r}, \mathbf{e}_R)} dl; \quad (5-18)$$

Единичный вектор тока  $\mathbf{e}_I$  и вектор положения диполя на кольце  $\mathbf{r}$  меняется по направлению при обходе кольца углу  $\varphi$  (или  $\psi$ ). Для кольца справедливы следующие векторные соотношения:

$$\begin{aligned} dl &= a d\psi, \quad \mathbf{e}_I = -\mathbf{e}_x \sin \psi + \mathbf{e}_y \cos \psi; \\ \mathbf{r} &= a(\mathbf{e}_x \cos \psi + \mathbf{e}_y \sin \psi); (\mathbf{r}, \mathbf{e}_R) = a \sin \vartheta \cos(\varphi - \psi); \\ [[\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] &= -\cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi; [[\mathbf{e}_y, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] = -\cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta - \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\ [[\mathbf{e}_I, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] &= \cos \vartheta (\cos \varphi \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi) \mathbf{e}_\vartheta - (\sin \varphi \sin \psi + \cos \varphi \cos \psi) \mathbf{e}_\varphi = \\ &= \cos \vartheta \sin(\varphi - \psi) \mathbf{e}_\vartheta - \cos(\varphi - \psi) \mathbf{e}_\varphi; \end{aligned} \quad (5-19)$$

Проинтегрируем ток по кольцу:

$$\mathbf{E} = i \frac{W_0 I_0 k a}{4\pi R_0} e^{-ikR_0} \int_0^{2\pi} (-\cos \vartheta \sin(\psi - \varphi) \mathbf{e}_\vartheta - \cos(\psi - \varphi) \mathbf{e}_\varphi) e^{ika \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi)} d\psi; \quad (5-20)$$

Будем считать, что радиус кольца много меньше длины волны. В этом случае можно воспользоваться приближённым выражением экспоненты.

$$e^{ika \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi)} \approx 1 + ika \sin \vartheta \cos(\psi - \varphi);$$

Подставляя его в интеграл (5-20), получим выражение,

$$\mathbf{E} = \frac{W_0 I_0 (ka)^2}{4\pi R_0} e^{-ikR_0} \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi \quad (5-21)$$

отличающееся от выражения для поля вертикального элементарного магнитного диполя (формула 1-10 лекции 1)

$$\mathbf{E} = i \frac{I^m k l^m}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R} \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi;$$

лишь постоянным множителем.

Таким образом, элементарную рамку можно считать ещё одним примером инженерной реализации магнитного диполя. Кстати, рамка может иметь не только форму кругового кольца, кольцо может быть, например, квадратным, или же рамка может быть многовитковой. Сравнивая постоянные множители в формулах (5-21) и в выражении для магнитного диполя, получим следующее соотношение:

$$I_0^m (k l^m) = i W_0 I_0^e (ka)^2$$

Или условие эквивалентности в другой форме:  $I^m = i W_0 I_{рамки}^e$ ;  $l^m = \frac{2S_{рамки}}{\lambda}$ ;

При выполнении этих равенств поля излучения магнитного диполя и элементарной рамки одинаковы. Из этих равенств следует, что магнитный момент малой рамочной антенны определяется её площадью.