

Лекция 1.*Уравнения Максвелла, диполь Герца. Магнитный диполь, турникетный излучатель.*

Радиотехника изучает процессы переноса информации радиосигналами, их распространение по «эфиру» в виде радиоволн, процесс излучения, приёма, обработки радиосигналов в приборах, созданных по аналоговой или цифровой технологии. Антенны и устройства СВЧ, тесно с ними связанные, - это область аналоговой техники. Практически всё остальное в радиотехнике – области цифровой технологии. Антенна – это существенная и нередко самая заметная часть радиосистемы. Нам предстоит понять, как работают антенны, научиться рассчитывать некоторые из них, на лабораторных занятиях – попрактиковаться в измерении простейших антенных параметров.

Для овладения современной антенной техникой и техникой СВЧ теоретических знаний недостаточно. В последние 10-15 лет, благодаря развитию компьютерной техники, начали широко применяться программы электродинамического моделирования, без использования которых немислимо проектирование антенн и приборов СВЧ. Компьютерное моделирование заменило трудоёмкий процесс экспериментальной отработки. Это важно не только для антенн, но и для создания выходных каскадов передатчиков и входных (малошумящих) каскадов приёмников. Поэтому, на практических занятиях вы будете решать задачи с применением электродинамического моделирования. Вы научитесь с помощью компьютера вычислять характеристики более реалистичных антенн, чем характеристики теоретических моделей, которые будут представлены в лекциях. Но сами программы электродинамического моделирования созданы на основе теоретических моделей, поэтому, чтобы понять как они работают и уметь отличать правильный результат, полученный по программе электродинамического моделирования, от неверного, необходимо осваивать азы теории.

1.1 Уравнения Максвелла; эксперимент Герца

В 70-х годах 19 века английский физик-теоретик Максвелл предложил описывать физику электромагнитных явлений (экспериментально исследованных Фарадеем и другими физиками) с помощью системы из 20 дифференциальных уравнений с 20-ю неизвестными. Ведущие физики и математики того времени пытались понять суть этих уравнений, часто, не очень то им доверяя. Пытались из уравнений Максвелла выделить описание каких-нибудь знакомых им физических процессов, например, механических. Успех пришёл к немецкому физiku Генриху Герцу в конце следующего десятилетия, который провёл теоретические и экспериментальные исследования, связанные с уравнениями Максвелла.

Он свёл систему Максвелла к системе из восьми дифференциальных уравнений с шестью неизвестными функциями. Герц не использовал векторную символику, хотя к тому времени трудами Хевисайда и Гиббса был создан и применён Хевисайдом к уравнениям Максвелла векторный анализ. В векторных обозначениях неизвестные Герца - это декартовые составляющие 2-х векторных функций 3-мерного пространства и времени $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ и $\mathbf{H}(x, y, z, t)$. В нашем курсе изучаются эти уравнения в форме, справедливой для электромагнитных полей в линейных изотропных средах.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{j}^e; & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}; \\ \operatorname{div} \mathbf{E} &= \frac{\rho^e}{\varepsilon}; & \operatorname{div} \mathbf{H} &= 0; \end{aligned} \quad (1-1)$$

Размерности \mathbf{H} [А / м], \mathbf{E} [В / м], \mathbf{j}^e [А / м²]. Главным частным случаем (1-1) для нас будет изучение работы антенны в свободном пространстве: $\varepsilon = \varepsilon_0, \mu = \mu_0$.

Герц не только упростил форму уравнений Максвелла, но и поставил эксперименты, в которых доказал **реальное существование** электромагнитных волн, распространяющихся в полном соответствии с уравнениями Максвелла. Лишь после этого физики и математики поверили теории Максвелла. Максвелл не дожил до этого события. При постановке эксперимента Герц создал первую радиосистему, состоящую из антенны, передатчика и приёмника. Тем не менее, он не предполагал возможности широкого практического применения своего открытия.

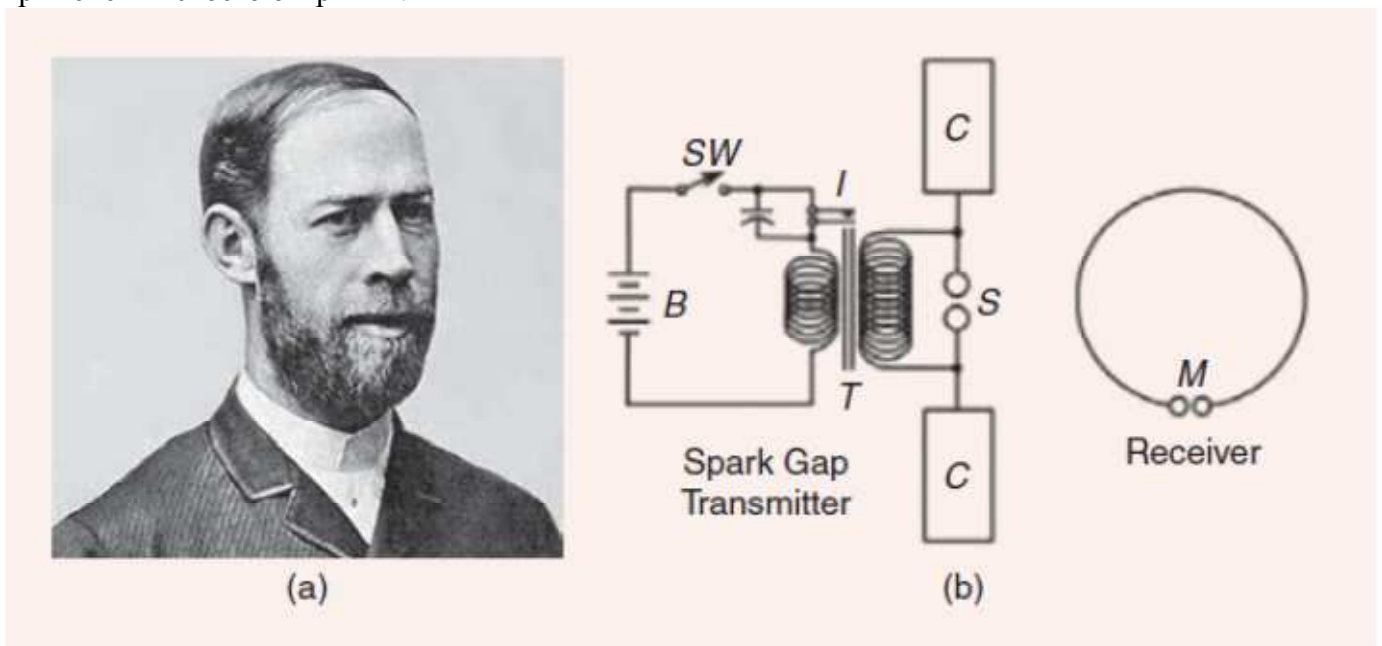


Рис.1.1 Схема первоначального эксперимента Герца
Т-S -искровой аппарат Кайзера
М - искровой промежуток в приёмном контуре

В теории и технике антенн обычно пользуются уравнениями Максвелла в форме, отличающейся от (1-1). От векторов поля, являющихся функциями пространства и времени, переходят к их спектральным составляющим, которые являются функциями пространства и частоты $\mathbf{E}(x, y, z, t) \Rightarrow \mathbf{E}(x, y, z, \omega) e^{i\omega t}$. Это позволяет заменить дифференцирование по времени алгебраической операцией умножения на частоту. Уравнения Максвелла относительно преобразованных векторов поля на фиксированной частоте, обозначение которых мы, однако, здесь не меняем, записываются в следующем виде:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = i\omega \varepsilon \mathbf{E} + \mathbf{j}^e \quad [A / m^2]; \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\omega \mu \mathbf{H} - \mathbf{j}^m \quad [B / m^2]; \quad (1-2)$$

Уравнения с дивергенцией из (1-1) являются следствием совокупности уравнений (1-2) и уравнения непрерывности тока (уравнения сохранения электрического заряда): $\operatorname{div} \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$;

1.2 Физическая и инженерная форма уравнений Максвелла

Хотя уравнения (1-1) и (1-2) описывают одну и ту же физическую реальность, но в уравнения (1-2) в качестве источника поля дополнительно входит **магнитный ток** \mathbf{j}^m , в то время, как из курса физики известно, что в природе нет ни магнитных токов, ни магнитных зарядов. За этой формой скрыта разная роль уравнений, используемых физиками и инженерами. Для физиков важно описать явления в их взаимосвязи, вплоть до последних кирпичиков мироздания. Инженеры же разбивают сложную электродинамическую задачу, в которой взаимодействуют между собой антенна, передатчик, приёмник, элементы фильтрации, суммирования и разделения сигналов, на несколько простых подзадач. Сторонние электрические и магнитные токи играют роль элементов связи взаимодействующих устройств, возбуждающих электромагнитное поле.

В качестве источников в уравнения (1-2) входят объёмные плотности электрических и магнитных токов. Кроме этого, источниками поля могут быть касательные составляющие поля на границах областей, потому что электромагнитное поле в какой либо области, свободной от источников, согласно теореме единственности, однозначно определяется касательными составляющими поля на границе области. А, согласно теореме эквивалентности, эти касательные составляющие можно представить как **эквивалентные поверхностные плотности** электрических и магнитных токов, которые определяются формулами:

$$\mathbf{J}^e = [\mathbf{n}, \mathbf{H}] [A / м]; \quad \mathbf{J}^m = -[\mathbf{n}, \mathbf{E}] [B / м]; \quad (1-3)$$

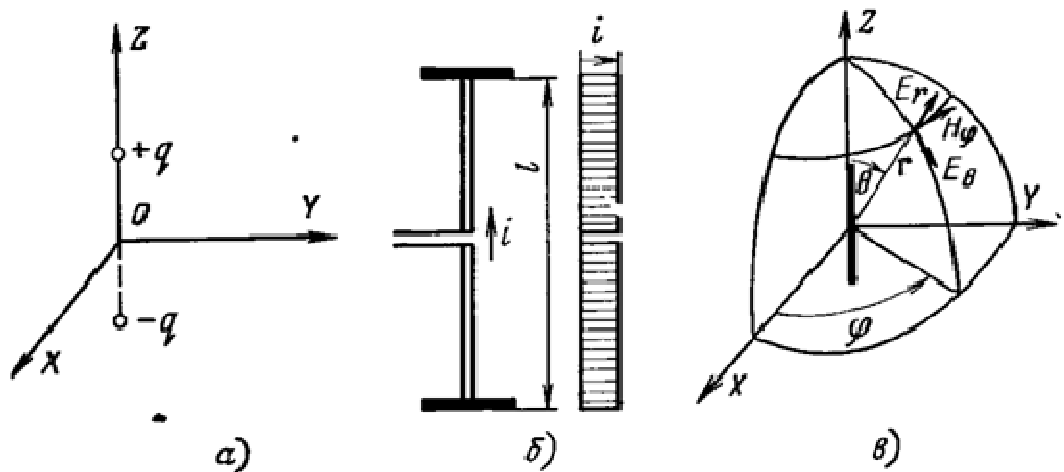
В формулах (1-3) \mathbf{n} - единичная нормаль к поверхности на границе, направленная внутрь области, в которой вычисляется поле. Размерности поверхностных плотностей электрического и магнитного токов совпадают с размерностями векторов соответствующих полей (то есть, [А/м] для поверхностной плотности электрического поля и [В/м] для поверхностной плотности магнитного тока. Полный ток, проходящий через элементарный отрезок $d\mathbf{l}$ на поверхности, перпендикулярный вектору плотности тока, равен произведению $\mathbf{J} d\mathbf{l}$, поэтому размерность полного электрического тока [А], а полного магнитного тока [В]. Выражения (1-3) показывают, что магнитные токи возникают тогда, когда взаимодействующие устройства связаны между собой переменным электрическим полем.

Элементарным источником поля, сосредоточенным в одной точке, например, в начале координат, в правой части уравнений Максвелла (1-2) является **электрический диполь**.

$$\mathbf{j}^e = \mathbf{e}_I^e I^e \delta(\mathbf{R}); \quad (1-4)$$

Здесь, \mathbf{e}_I^e - единичный вектор, направленный вдоль электрического тока, I^e - величина тока в диполе, $\delta(\mathbf{R})$ – дельта функция, сосредоточенная в начале координат $\mathbf{R} = 0$.

Элементарный электрический диполь был экспериментально смоделирован Герцем (рис. 1.1), поэтому называется диполем Герца.



Элементарный электрический диполь

a — модель диполя, состоящего из двух зарядов q ; *b* — диполь Герца; *в* — пространственные составляющие электромагнитного поля в сферической системе координат

В результате решения уравнений Максвелла, подробности получения которого мы опускаем, получаются выражения для поля диполя Герца в дальней зоне:

$$\mathbf{H} = C^e [\mathbf{e}_I, \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_R]; \quad \text{где } C^e = i \frac{I^e k l^e}{4\pi} \quad (1-5)$$

В этих формулах \mathbf{e}_R — это единичный вектор, направленный от источника в точку наблюдения, k — волновое число, I^e — ток диполя, $I^e k l^e$ — электрический момент диполя, $R = |\mathbf{R}|$ — расстояние от источника до точки наблюдения, $W_0 = \sqrt{\mu/\epsilon}$ — волновое сопротивление среды. Второе уравнение из (1-5) справедливо не только для диполя Герца, но также для электромагнитных полей любых источников в дальней зоне. Это свойство плоских и локально плоских волн. Под \mathbf{e}_R здесь подразумевается единичный вектор, направленный в точку наблюдения от начала координат по радиусу сферической системы. Под дальней зоной в формулах (1-5) понимается область пространства, где выполняется неравенство: $kR \gg 1$. В формулах (1-5) продольные составляющие вдоль вектора \mathbf{R} отсутствуют совсем. Точная формула поля диполя с продольными составляющими, справедливая при любом R , не в дальней зоне — более сложная.

Поясним смысл приведённых формул (1-5). Поле меняется по мере удаления от источника по закону $\frac{e^{-ikR}}{R}$, магнитное поле замыкается вокруг тока, поэтому ориентировано ортогонально направлению тока и направлению на источник, а значит, пропорционально векторному произведению этих направлений, электрическое поле в дальней зоне поперечно, то есть, ортогонально направлению от источника, кроме того, оно ортогонально магнитному полю. В дальней зоне (для локально плоской волны) отношение величин полей \mathbf{E} и \mathbf{H} равно волновому сопротивлению среды. Выражение константы C^e можно получить в результате подстановки полей \mathbf{E}, \mathbf{H} (1-5) в уравнения (1-2) с учётом (1-4) и приближения дальней зоны..

Вычисления в дальней зоне используют простой математический аппарат **векторной алгебры** в трёхмерном пространстве. Электромагнитные поля имеют векторный характер. Геометрия любой антенны описывается проще всего в декартовой системе координат, а форма радиоволны, излучённой любой антенной в дальней зоне всегда сферическая. Из рис. 1.2 можно понять, как связаны между собой декартова и сферическая системы координат в пространстве. Мы часто будем пользоваться матрицей перехода от декартовых координат к сферическим. (Необходимо вспомнить определение скалярного и векторного произведений, двойного векторного произведения.)

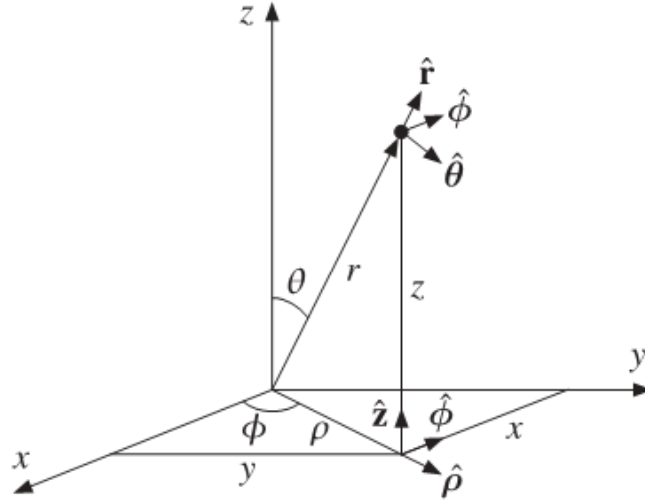


Рис. 1.2. Декартова, цилиндрическая и сферическая системы координат.

Матрица связи (1-6) единичных векторов декартовой и сферической систем координат состоит из 9-ти скалярных произведений составляющих единичных векторов в двух системах координат:

$$\begin{matrix} & \mathbf{e}_R & \mathbf{e}_\vartheta & \mathbf{e}_\varphi \\ \begin{matrix} \mathbf{e}_x \\ \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_z \end{matrix} & \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi & \cos \vartheta \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi & \cos \vartheta \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta & 0 \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (1-6)$$

Рассмотрим примеры вычисления полей в дальней зоне, и в качестве первого примера получим из (1-5) выражение поля излучения электрического диполя. Будем считать, что ось диполя совпадает с осью сферической системы координат (ось Z декартовой системы). Единичный вектор вдоль направления диполя, заданный в декартовой системе координат, раскладываем по ортам сферической системы. Затем применяем формулы (1-5) и проводим необходимые векторные вычисления.

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_I^e &= \mathbf{e}_z; \quad \mathbf{e}_z = \cos \vartheta \mathbf{e}_R - \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta; \\ \mathbf{H} &= C^e [\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = W_0 C^e [[\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R}; \\ [\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R] &= \cos \vartheta [\mathbf{e}_R, \mathbf{e}_R]_r - \sin \vartheta [\mathbf{e}_\vartheta, \mathbf{e}_R] = \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi; \\ [[\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R], \mathbf{e}_R] &= \sin \vartheta [\mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_R] = \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta; \end{aligned} \quad (1-7)$$

В результате получаем хорошо известные формулы для поля излучения вертикального электрического диполя Герца, которые фигурировали в курсе изучения электродинамики.

$$\mathbf{H} = \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi C^e \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad \mathbf{E} = \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta W_0 C^e \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad C^e = i \frac{I^e k l^e}{4\pi} \quad (1-5,a)$$

Для электрического диполя поперечные векторы \mathbf{E} лежат в плоскостях, содержащих весь диполь, а векторы \mathbf{H} в плоскостях, ортогональных диполю. Можно проверить, что в дальней зоне между электрическим и магнитным полем выполнено соотношение, являющееся следствием универсальной связи, определяемой 2-й формулой (1-5):

$$\frac{E_\vartheta}{H_\varphi} = W_0 \quad (1-8)$$

Применённый подход позволяет по одной и той же методике получать выражения для поля излучения как угодно ориентированных в пространстве диполей.

1.3. Магнитный диполь

Продолжим рассмотрение примеров вывода выражений полей излучения в дальней зоне. Для получения выражений поля излучения элементарного **магнитного диполя** воспользуемся свойством симметрии (двойственности) уравнений Максвелла. Выполним замены (1-9) в выражениях (1-5) и (1-5а):

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &\Rightarrow \mathbf{H} & \mathbf{H} &\Rightarrow -\mathbf{E} & \varepsilon &\Rightarrow \mu \\ \mathbf{j}^e &\Rightarrow \mathbf{j}^m & \mathbf{j}^m &\Rightarrow -\mathbf{j}^e & \mu &\Rightarrow \varepsilon \end{aligned} \quad (1-9)$$

(После проведения в уравнения Максвелла таких замен уравнения не меняются.) Получим поле излучения магнитного диполя, ориентированного вдоль оси Z

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\sin \vartheta e_\varphi C^m \frac{e^{-ikR}}{R}; & \mathbf{H} &= \sin \vartheta e_\vartheta W_0^{-1} C^m \frac{e^{-ikR}}{R}; \\ \mathbf{E} &= -C^m [\mathbf{e}_z, \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R} \end{aligned} \quad (1-10)$$

Мы заменили также выражение коэффициента $C^e = i \frac{I^e k l^e}{4\pi}$ на $C^m = i \frac{I^m k l^m}{4\pi}$, в котором поменяли индекс e на m и воспользовались соотношениями двойственности (1-9). В этих формулах универсальное соотношение между электрическим и магнитным полем в дальней зоне имеет следующий вид:

$$\frac{E_\varphi}{H_\vartheta} = -W_0; \quad (1-11)$$

Для магнитного диполя плоскостями **H** являются все плоскости, проходящие через ось магнитного диполя, а плоскостью **E** – плоскость, ортогональная диполу.

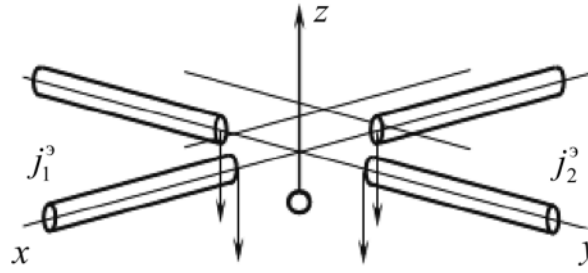
Используя написанные формулы, можно получить характеристики излучения элементарных диполей, ориентированных вдоль каждой из трёх декартовых осей:

электрический диполь	магнитный диполь
$\mathbf{e}_x: \mathbf{E} \doteq \dot{I}_x^e W_0 (-\cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi)$	$\mathbf{E} \doteq \dot{I}_x^m (\sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi)$
$\mathbf{e}_y: \mathbf{E} \doteq \dot{I}_y^e W_0 (-\cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta - \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi)$	$\mathbf{E} \doteq \dot{I}_y^m (-\cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi)$
$\mathbf{e}_z: \mathbf{E} \doteq \dot{I}_z^e W_0 \sin \vartheta \mathbf{e}_\vartheta$	$\mathbf{E} \doteq -\dot{I}_z^m \sin \vartheta \mathbf{e}_\varphi$

1.6. Сложение полей двух ортогональных электрических диполей - турникетный излучатель

В качестве примера получим выражения для поля излучения **турникетной антенны**, состоящей из двух элементарных электрических диполей, ориентированных вдоль осей X и Y, и запитанных во временной квадратуре. Положим в формулах

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= C^e [\mathbf{e}_I^e, \mathbf{e}_R] \frac{e^{-ikR}}{R}; & \mathbf{E} &= W_0 [\mathbf{H}, \mathbf{e}_R]; & \text{где } C^e &= i \frac{I^e k l^e}{4\pi} \\ \mathbf{e}_{I1} &= \mathbf{e}_x; & \mathbf{e}_{I2} &= \mathbf{e}_y; & I_2 &= i I_1; \end{aligned} \quad (1-12)$$



Разложим единичные векторы $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ по ортам сферической системы координат, воспользовавшись таблицей 1.6 и вычислим с помощью этих разложений векторные произведения, входящие в формулы (1-12):

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_x &= \sin \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_R + \cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta - \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\ \mathbf{e}_y &= \sin \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_R + \cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta + \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi; \\ \left. \begin{aligned} [\mathbf{e}_{I1}, \mathbf{e}_R] &= -\cos \vartheta \cos \varphi \mathbf{e}_\varphi - \sin \varphi \mathbf{e}_\vartheta \\ [\mathbf{e}_{I2}, \mathbf{e}_R] &= -\cos \vartheta \sin \varphi \mathbf{e}_\varphi + \cos \varphi \mathbf{e}_\vartheta \end{aligned} \right\} \begin{matrix} 1 \\ i \end{matrix}\end{aligned}\quad (1-13)$$

После сложения полей от X-й и Y-й составляющих тока, с коэффициентом "1" для X-й составляющей и "i" для Y-й, в результате получим:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= (-\cos \vartheta \mathbf{e}_\varphi + i \mathbf{e}_\vartheta) e^{i\varphi} C \frac{e^{-ikR}}{R}; \\ \mathbf{E} &= (-\cos \vartheta \mathbf{e}_\vartheta - i \mathbf{e}_\varphi) e^{i\varphi} W_0 C \frac{e^{-ikR}}{R}; \quad C = i \frac{Ikl}{4\pi}\end{aligned}\quad (1-14)$$

Нетрудно проверить, что между электрическим полем и магнитным выполняются те же соотношения, что и в примерах электрического и магнитного диполей:

$$\frac{E_\vartheta}{H_\varphi} = -\frac{E_\varphi}{H_\vartheta} = W_0; \quad (1-15)$$

Вычислим КНД турникетной антенны. Диаграмма направленности определяется с точностью до постоянного множителя зависимостью величины модуля поля \mathbf{E} (1-19) от угловых координат:

$$|F(\vartheta, \varphi)| = |-\cos \vartheta \mathbf{e}_\vartheta - i \mathbf{e}_\varphi| = \sqrt{1 + \cos^2 \vartheta} \quad (1-16)$$

В следующей лекции мы подробно поговорим о **коэффициенте направленного действия** (КНД), в этой лекции мы вычислим его для турникетного излучателя. КНД определяется следующим образом:

$$КНД = \frac{S_{\max}}{S_{cp}}; \quad S = 0.5 |\operatorname{Re}[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*]|;$$

Так как в дальней зоне векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} ортогональны между собой и между их величинами, выполнено соотношение $|\mathbf{E}| = W_0 |\mathbf{H}|$, подстановка (1-16) в определение, с учётом того, что выражение (1-16) принимает максимальное значение $\sqrt{2}$ при $\vartheta = 0, \pi$, даёт:

$$КНД = \frac{4\pi \max(|F(\vartheta, \varphi)|^2)}{\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi |F(\vartheta, \varphi)|^2 \sin \vartheta d\vartheta} = \frac{4\pi * 2}{2\pi \int_0^\pi (1 + \cos^2 \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta} = 1.5 \quad (1-17)$$

Если в формулу для КНД подставить $F(\vartheta, \varphi) = |\sin \vartheta|$, то получим тот же ответ для КНД отдельного диполя. Поляризационная характеристика (подробный разговор о которой будет в

следующей лекции) определяется соотношением между коэффициентами $E_\vartheta(\vartheta, \varphi)$, $E_\varphi(\vartheta, \varphi)$ при ортах сферической системы координат. В выражениях (1-16) соотношение коэффициентов при ортах зависит от угла θ . При $\theta = \pi/2$ коэффициент при e_θ в формуле для электрического поля обращается в нуль. Следовательно, поляризация при $\theta = \pi/2$ линейная, совпадающая с направлением вектора e_φ . При $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ коэффициенты при ортах равны по величине и сдвинуты по фазе на $\pi/2$. В этих направлениях поляризация круговая. При выбранной фазировке диполей турникетной антенны она линейно поляризована только в плоскости $\theta = \pi/2$, проходящей через диполи. Это её плоскость **E**. Плоскости **H** у этой антенны нет.

Контрольные вопросы:

1. Почему физики и инженеры используют разную форму уравнений Максвелла для описания электромагнитного поля?
2. Для каких частных случаев применима форма записи уравнений Максвелла (1-1 и 1-2).
3. Запишите уравнения Максвелла, которым удовлетворяет электромагнитное поле элементарного электрического диполя. (А магнитного диполя?)
4. Как меняется амплитуда электромагнитного поля любой антенны в дальней зоне в зависимости от расстояния от антенны?
5. Как математически выражается свойство поперечности электромагнитного поля в дальней зоне?
6. Как связаны между собой электрическое и магнитное поля в плоской (и локально плоской) волне?
7. Какой математический аппарат используется для вычисления пространственной зависимости полей излучения антенн в дальней зоне?
8. В чём состоит принцип двойственности в уравнениях Максвелла? Для чего мы его применяем?
9. Какую пространственную форму имеет поле излучения любой антенны в дальней зоне?
10. Что такое «диаграмма направленности» антенны?
11. Покажите плоскости **E** и **H** для электрического и магнитного диполей.

Литература:

1. Сазонов Д.М. "Антенны и устройства СВЧ" 6 М., Высшая школа, 1988
2. "Антенны", учебное пособие, издательство "Лань", Санкт-Петербург, изд-во "Лань", 2016. Авторы: Зырянов Ю.Т., Федюнин П.А, [и др.]
3. Банков С.Е., Курушин А.А., "Электродинамика и техника СВЧ для пользователей САПР." Москва, 2008г.
4. "Основы техники зеркальных антенн", учебное пособие, МЭИ, 2023. Авторы: Коган Б.Л., Белькович И.В. [и др.]