Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования **«Национальный исследовательский университет ИТМО»**

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа **№5**
«Интерполяция функции»

по дисциплине «Вычислительная математика»

Вариант: **6**

Преподаватель:

Выполнил:
Молодиченко Семен Андреевич
Группа: P3213

Санкт-Петербург, 2025 г.

Цель лабораторной работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Вычислительная реализация задачи

1. Сетка и первые разности

- h = 0,05
- узлы $x_0 \dots x_6$ и значения $y_0 \dots y_6$ приведены в таблице

i	x_i	y_i
0	0,25	1,2557
1	0,30	2,1764
2	0,35	3,1218
3	0,40	4,0482
4	0,45	5,9875
5	0,50	6,9195
6	0,55	7,8359

k \ i	$\Delta^k y_0$	$\Delta^k y_1$	$\Delta^k y_2$	$\Delta^k y_3$	$\Delta^k y_4$	$\Delta^k y_5$	$\Delta^k y_6$
0	1,2557	2,1764	3,1218	4,0482	5,9875	6,9195	7,8359
1		0,9207	0,9454	0,9264	1,9393	0,9320	0,9164
2			0,0247	−0,0190	1,0129	−1,0073	−0,0156
3				−0,0437	1,0319	−2,0202	0,9917
4					1,0756	−3,0521	3,0119
5						−4,1277	6,0640
6							10,1917

2. Значение $f(X_1 = 0{,}512)$ — *вторая* формула Ньютона «назад»

Опорный узел – последний ($i = 6$).

$u = (X_1 - x_6)/h = (0{,}512 - 0{,}55)/0{,}05 =$ **$-0{,}76$**

$$f(x) = y_6 + u\,\nabla y_6 + \frac{u(u+1)}{2!}\,\nabla^2 y_6 + \frac{u(u+1)(u+2)}{3!}\,\nabla^3 y_6 \\ + \frac{u(u+1)(u+2)(u+3)}{4!}\,\nabla^4 y_6 + \frac{u(u+1)\dots(u+4)}{5!}\,\nabla^5 y_6 + \frac{u(u+1)\dots(u+5)}{6!}\,\nabla^6 y_6$$

член	коэффициент	разность	вклад
y_6	1	7,8359	**7,835 900**
$u\nabla y_6$	–0,76	0,9164	–0,696 464
$u(u+1)/2\ \nabla^2 y_6$	–0,76·0,24/2	–0,0156	+0,001 4227
$u(u+1)(u+2)/6\ \nabla^3 y_6$	–0,76·0,24·1,24/6	0,9917	–0,037 3831
$u(u+1)(u+2)(u+3)/24\ \nabla^4 y_6$	…	3,0119	–0,063 5805
$u(u+1)\dots(u+4)/120\ \nabla^5 y_6$	…	6,0640	–0,082 9502
$u(u+1)\dots(u+5)/720\ \nabla^6 y_6$	…	10,1917	–0,098 5189
Сумма			**6,858 426**

3. Значение $f(X_2 = 0{,}372)$ — *вторая* формула Гаусса (центральная, «назад»)

Центр – средний узел i = 3 ($x_3 = 0{,}40$).

$t = (X_2 - x_3)/h = (0{,}372 - 0{,}40)/0{,}05 = $ **$-0{,}56$**

$$f(x) = y_0 + t\,\nabla y_{-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\,\nabla^2 y_{-1} + \frac{t(t+1)(t-1)}{3!}\,\nabla^3 y_{-2} \\ + \frac{t(t+1)(t-1)(t-2)}{4!}\,\nabla^4 y_{-2} \\ + \frac{t(t+1)(t-1)(t-2)(t+2)}{5!}\,\nabla^5 y_{-3} \\ + \frac{t(t+1)\dots(t+3)}{6!}\,\nabla^6 y_{-3}$$

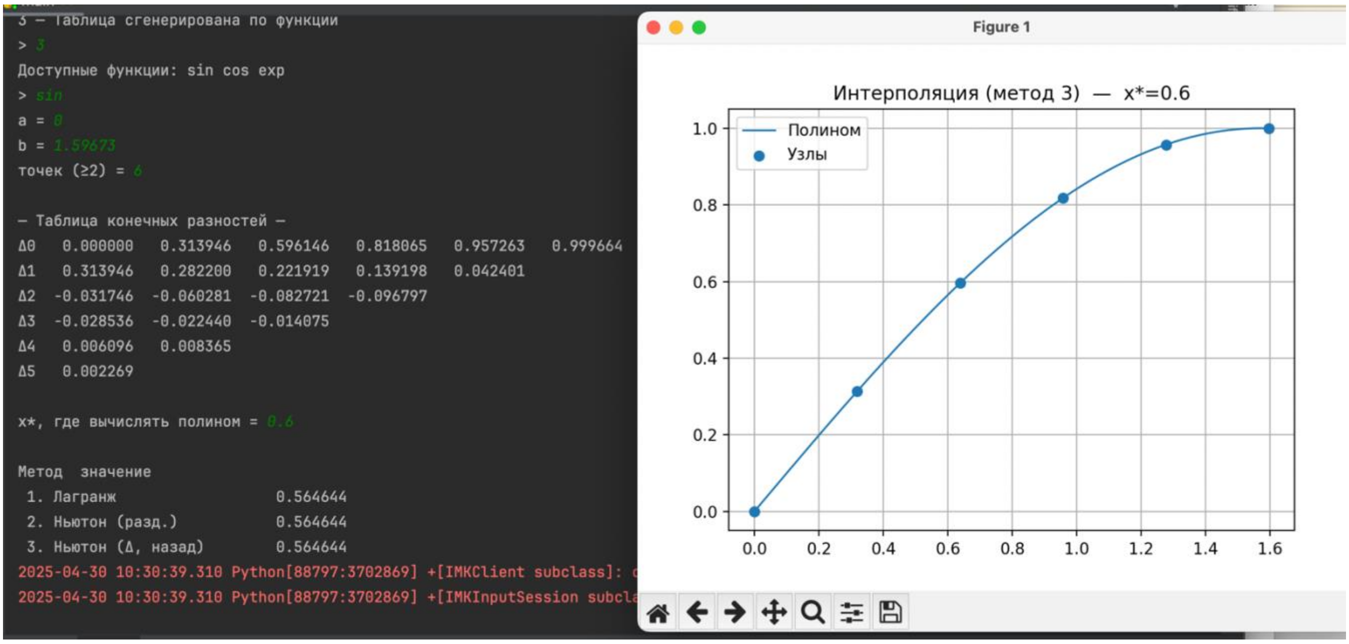
член	разность	вклад
y_0 (i = 3)	4,0482	**4,048 200**
$t\,\nabla y_{-1}$ (Δy_2)	0,9264	–0,518 784
$t(t+1)/2\ \nabla^2 y_{-1}$ ($\Delta^2 y_1$)	–0,0190	+0,002 3408
$t(t+1)(t-1)/6\ \nabla^3 y_{-2}$ ($\Delta^3 y_0$)	–0,0437	–0,002 7996
$t(t+1)(t-1)(t-2)/24\ \nabla^4 y_{-2}$ ($\Delta^4 y_0$)	1,0756	–0,044 1006
$t(t+1)(t-1)(t-2)(t+2)/120\ \nabla^5 y_{-3}$ ($\Delta^5 y_0$)	–4,1277	+0,048 7410
$t(t+1)\dots(t+3)/720\ \nabla^6 y_{-3}$ ($\Delta^6 y_0$)	10,1917	–0,048 9409
Сумма		**3,484 657**

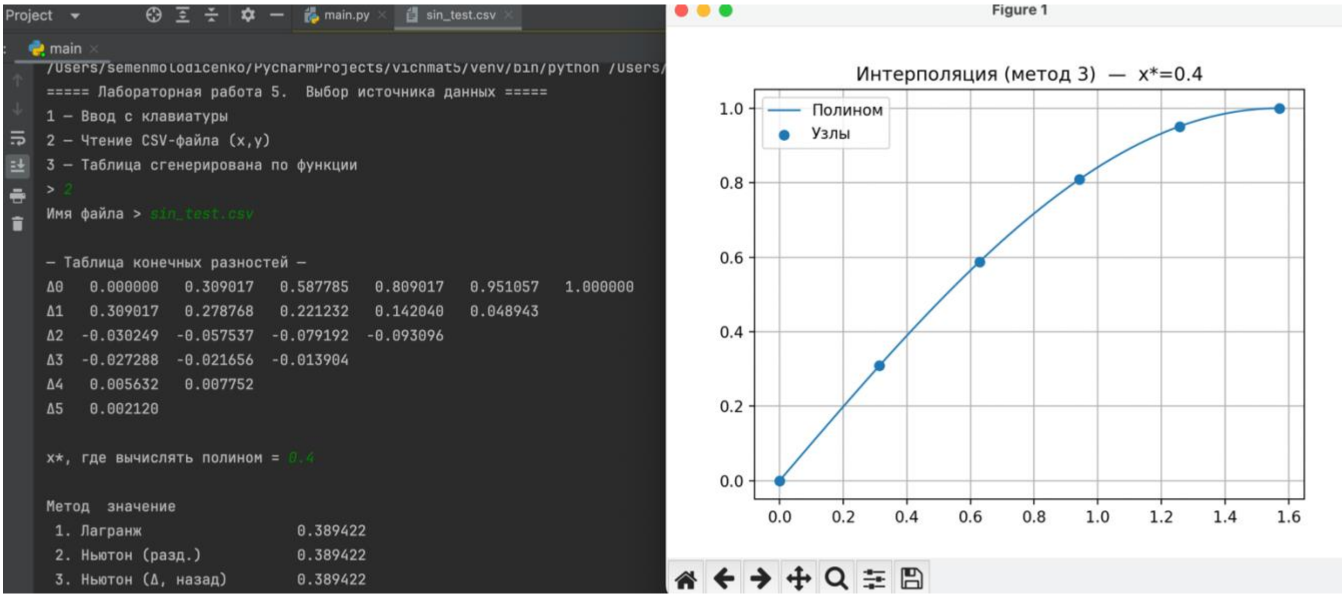
4. Итоги вычислительной части

X	Метод / формула	Приближённое f(X)
0,512	Ньютона – 2-я, «назад»	**6,858 426**
0,372	Гаусса – 2-я, «назад»	**3,484 657**

Программная реализация

https://github.com/semchik200001/mathematics-



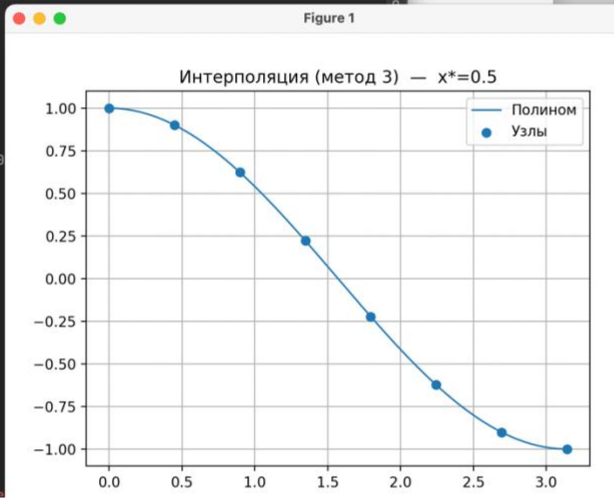


```
1 — Ввод с клавиатуры
2 — Чтение CSV-файла (x,y)
3 — Таблица сгенерирована по функции
> 2
Имя файла > cos_test.csv

— Таблица конечных разностей —
Δ0   1.000000   0.900969   0.623490   0.222521  -0.222521  -0.623490  -0.900969  -1.000
Δ1  -0.099031  -0.277479  -0.400969  -0.445042  -0.400969  -0.277479  -0.099031
Δ2  -0.178448  -0.123490  -0.044073   0.044073   0.123490   0.178448
Δ3   0.054958   0.079417   0.088146   0.079417   0.054958
Δ4   0.024459   0.008729  -0.008729  -0.024459
Δ5  -0.015729  -0.017458  -0.015729
Δ6  -0.001729   0.001729
Δ7   0.003458

x*, где вычислять полином = 0.5

Метод  значение
 1. Лагранж                 0.877582
 2. Ньютон (разд.)          0.877582
 3. Ньютон (Δ, назад)       0.877582
2025-04-30 10:44:47.584 Python[89093:3715081] +[IMKClient subclass]: chose IMKClient_Le
```



Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я рассмотрел и реализовал методы интерполяции Ньютона и Гаусса для заданной таблицы данных. Интерполяция позволяет нам предсказывать значения функции в промежуточных точках на основе имеющихся данных.

С помощью разработанной программы были вычислены приближенные значения функции для заданных аргументов с использованием методов Ньютона и Гаусса. Было проведено сравнение результатов, полученных разными методами.

Результаты показали, что оба метода могут быть эффективно использованы для интерполяции, но их точность может зависеть от конкретной функции и распределения данных. Эта работа подчеркивает важность выбора подходящего метода интерполяции в соответствии с требованиями конкретной задачи.