1. 矩阵基本运算法则

A + B = B + A

(A + B) + C = A + (B + C)

(AB)C = A(BC)

A(B + C) = AB + AC

(A + B)C = AC + BC

(αβ)A = α(βA)

α(AB) = (αA)B = A(αB)

(α + β)A = αA + βA

α(A + B) = αA + βB

1. 转置矩阵

给定m\*n矩阵A的转置位n\*m矩阵B，定义为

Aji = Bij

其中j=1, ..., n和i=1, ..., m. A的转置记为AT

(AT)T = A

(αA)T = αAT

(A + B)T = AT + BT

(AB)T = BTAT

1. 矩阵的逆

若存在一个矩阵B使得AB=BA=I，则称n\*n矩阵A为非奇异的或可逆的，矩阵B称为A的乘法逆元。

(AB)-1 = B-1A-1

一个n\*n矩阵若不存在乘法逆元，则称为奇异的。

1. 等价方程组

给定一个m\*n线性方程组Ax=b，可以通过在其两端同乘一个非奇异的m\*m举证M，得到它的一个等价方程组.

Ax = b

MAx = Mb

所以可以得到：

A-1Ax = A-1b

Ix = A-1b

x = A-1b

1. 初等矩阵

类型I, 第I类初等矩阵由交换矩阵I的两行得到

类型II，第II类初等矩阵由单位矩阵的某一行乘以一个非零常数得到

类型III，第III类初等矩阵由矩阵I的某一行的倍数加到另一行得到

1. 内积和外积

xTy = (x1, x2, ..., xn) = x1y1 + x2y2 + … + xnyn

这种乘积称为标量积或内积。

xyT = (y1, y2, …, yn) =

乘积xyT称为x和y的外积，矩阵的外积有着特殊的结构，它的每一行均为yT的倍数，且列向量均为x的倍数

1. 矩阵行列式

A =

det(A) = a11a22 – a12a21

令A=(aij)为一n×n矩阵，并用Mij表示删除A中包含aij的行和列得到的(n-1)×(n-1)矩阵。矩阵Mij的行列式称为aij的子式，定义aij的余子式Aij为

Aij = (-1)i+jdet(Mij)

一个n×n矩阵A的行列式，记为det(A)，是一个与矩阵A对应的标量，它可以如下递归定义：

det(A) =

其中

Aij=(-1)1+jdet(Mij)，j=1,…,n

为A第一行元素对应的余子式

设A为一n×n矩阵，其中n>=2，则det(A)可表示为A的任何行或列的余子式展开，即

det(A) = ai1Ai1 + ai2Ai2 + … ainAin

= a1jA1j + a2jA2j + … + anjAnj

其中i=1,…,n,且j=1,…,n

设A为一n×n矩阵，则det(AT)=det(A)

若E为一初等矩阵，则det(EA)=det(E)det(A)

其中：

det(E) =

若A和B均为n×n矩阵，则：

det(AB) = det(A)det(B)

7、向量积

给定R3中的两个向量x和y，可以定义第三个向量，即向量积，记为X×Y:

X×Y =

XT(X×Y)=YT(X×Y)=0