

Optimización no lineal – Tarea 01

«Repaso de conceptos básicos»

Semiramís García de la Cruz

6 de diciembre de 2023

Índice

1. Teoría	2
2. Programación	2
3. Investigación	3
4. Referencias	4

1. Teoría

1. Defina brevemente qué es una función continua y dé un ejemplo de una función que cumpla la definición y uno de una función que no la cumpla.

Intuitivamente, una función es continua si su gráfica no presenta saltos. Más formalmente, una función f de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^n es continua en el punto a de \mathbb{R}^n si existe el límite de $f(x)$ cuando x tienda a a y dicho límite coincide con $f(a)$.

- **Ejemplo de continuidad:** $f(x) = x^2$

- **Ejemplo de discontinuidad:** $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

2. Defina brevemente qué es una función diferenciable y dé un ejemplo de una función que cumpla la definición y uno de una función que no cumpla.

Para que una función f sea diferenciable, deben existir las derivadas parciales en todos sus puntos.

- **Ejemplo de función diferenciable:** $f(x, y) = x^2 + 2y^2$

- **Ejemplo de función no diferenciable:** $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{x^4+y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

3. Defina brevemente qué es una función no lineal y mencione el tipo de fenómeno que éstas modelan.

Una función lineal es una función cuyo dominio son todos los números reales, cuyo codominio también todos los números reales, y cuya expresión analítica es un polinomio de primer grado. Estas funciones modelan el comportamiento de una variable contra otra, donde se presentan tasas de cambio constantes (e.g. la rapidez, relación oferta-demanda).

4. Defina brevemente qué es una función no lineal y mencione el tipo de fenómenos que éstas modelan.

Las funciones no lineales, son aquellas que no forman una línea recta cuando se grafican. Modelan fenómenos con tasas de cambio variables.

5. Dé tres ejemplos de funciones no lineales.

- $f(x) = |x|$
- $y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$
- $P(t) = \frac{1}{1+e^{-t}}$

2. Programación

1. Explique brevemente las diferencias, ventajas y desventajas entre un lenguaje de programación *compilado* y un lenguaje de programación *interpretado*.

Característica	Intérprete	Compilador
Momento de traducción del código fuente	Durante la ejecución del software	Antes de la ejecución del software
Procedimiento	Línea por línea	Todo el código
Presentación de errores	Después de cada línea	Juntos, luego de compilar
Velocidad	Alta	Baja
Eficiencia	Baja	Alta
Coste de desarrollo	Bajo	Alto
Ejemplos	PHP, Python, BASIC	C, C++, Pascal

En resumen, la ventaja del lenguaje de programación interpretado es que el proceso de desarrollo es sencillo, pero el proceso de traducción es poco eficiente y lento; por otra parte, el compilado proporciona al procesador código máquina completo y listo, aunque cualquier modificación del código, requiere volver a traducirlo.

2. Genere con MATLAB dos matrices con entradas aleatorias entre cero y 100, 10x10, y súmelas ahí mismo. Muestre en su reporte tanto las matrices generadas como la salida obtenida por el programa, con una captura de pantalla.

Matrices

Definimos las matrices

```
A = randi([1,100],10)
B = randi([1,100],10)
```

Ahora las sumamos

```
suma = A+B
```

```
A = 10x10
    62    35    46    39    51    44    56    59    66    41
    82    52    39    60    22    84     1    77    46    12
    54    56    78    46    58    62    77     9    84    45
    21    16    74     6    13    53    85    67    54    31
    46    57    44    23    68    87    92    52    56    41
    43    70    70    84    60    10    99    18    69    84
    97    43    95     2     6    91    51    94    37    41
    63    84    79    87     6    11    28    60    24    40
    70    74    71     8    16    52    11    45    58    37
    73    37    11    67     2    15    51    95    87    15

B = 10x10
    27    79    14    44    65    61    72    25     1    58
     9     8    60    18    56    92    18    25    32    75
    43    40    91     3    22    91    34    16    70    65
    26     1    94    96    78    60    19    96    63    13
    30    23    23    44    23    34    33    94    55    51
    43     1    49    97    38    86    41    82    44    35
    12    19    38    77    90    45    55    73    29    10
    50    15    53     1    86    91     5    18    51    15
    71    27    27    69    41     4    56    37    77    20
    25    18     7    71    32    54    28    19    77    68

suma = 10x10
    89   114     60    83   116   105   128    84    67    99
    91    60    99    78    78   176    19   102    78    87
    97    96   169    49    80   153   111    25   154   110
    47    17   168   102    91   113   104   163   117    44
    76    80    67    67    91   121   125   146   111    92
    86    71   119   181    98    96   140   100   113   119
```

3. Escriba código en MATLAB para aproximar numéricamente (mediante diferencias finitas) la derivada y la segunda derivada de la función evaluada en el punto $x_0 = 7$.

Derivada por diferencias finitas

Aproximamos la derivada en el punto $x = 7$

```
x = 7
```

```
x = 7
```

```
h = 0.1
```

```
h = 0.1000
```

```
derivada=(3*(x+h)^3+4*(x+h)^2+2*(x+h)-(3*(x-h)^3+4*(x-h)^2+2*(x-h)))/(2*h)
```

```
d = 499.0300
```

$$f(x) = 3x^3 + 4x^2 + 2x$$

3. Investigación

1. Lea y conteste detalladamente, y con sus propias palabras las siguientes preguntas puede ayudarle leer el capítulo 1 de Nocedal and Wright, 1999 o la introducción de algún otro libro de Optimización.

- Describa de manera clara cuál es la importancia de la optimización en ingeniería.
Optimizar se puede explicar como resolver un problema de la forma más eficiente posible. La ingeniería, básicamente es la búsqueda de soluciones, entonces proponer una solución óptima es vital, puesto que los recursos son limitados (e.g. tiempo, mano de obra, complejidad de memoria) y hay que aprovecharlos de la mejor manera.
- ¿Qué elementos definen un problema de optimización?
 - Función objetivo: es la ecuación que se desea optimizar.
 - Variables: representan las decisiones que se pueden tomar para afectar la función objetivo.
 - Restricciones: representan el conjunto de relaciones que ciertas variables deben satisfacer.

c) ¿Cómo se clasifica un problema de optimización?

Se clasifican por el carácter de las funciones que intervienen (lineales o no lineales) y de las variables (reales/continuas o enteras/discretas).

- Programación lineal (LP)
- Programación lineal entera mixta (MIP)
- Programación cuadrática (MIP)
- Programación no lineal (NLP)

2. Describa brevemente dos aplicaciones de la vida real, donde se requiera resolver un problema de optimización no lineal. Discuta la naturaleza *no lineal* de estos problemas.

- Localización de instalaciones: Cuando una empresa requiere determinar la localización óptima de su bodega minimizando la distancia de ésta con los locales.
- Embalaje: Para empaquetar un producto a veces debemos tener un volumen fijo, el cual depende de las dimensiones del empaque y lo que queremos minimizar es la superficie del empaque.

3. Liste aquí las fuentes bibliográficas, al menos una, a la que tendrá acceso durante el curso. Indicar si cuenta con el libro por préstamo de alguna biblioteca, si lo tiene en formato electrónico, etc.

- Accinelli, E. (2020). Introduccion A La Optimizacion No Lineal. Reverte. **En formato PDF**
- Nocedal, J., y Wright, S. (2006). Numerical Optimization (2nd 2006 ed. ed.). Springer. **En formato PDF**
- Rhinehart, R. R. (2018). Engineering Optimization: Applications, Methods and Analysis. Wiley-Asme Press Series. **En formato PDF**

4. Referencias

- Stewart, J. (2017). Cálculo de varias variables. Trascendentes tempranas. Cengage Learning.
- 1.1 IONOS Inc. (2020, 30 septiembre). Compilador e intérprete. IONOS Digital Guide. <https://www.ionos.mx/digitalguide/paginas-web/desarrollo-web/compilador-e-interprete/>
- Nocedal, J., y Wright, S. (2006). Numerical Optimization (2nd 2006 ed. ed.). Springer.