



❖ **FUNGSI**

❖ **RELASI**

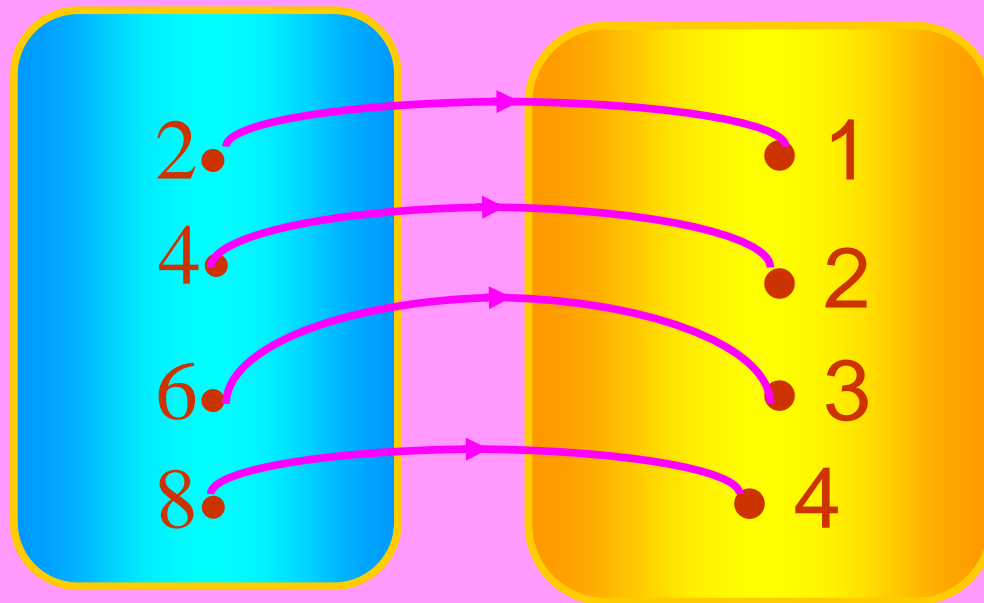
# RELASI DAN FUNGSI



Perhatikan  
anak  
panahnya

A

B



relasinya adalah “dibagi 2”

# RELASI DAN FUNGSI



x	2	4	6	8
f(x)	1	2	3	4
f(x)	$\frac{1}{2} \times 2$	$\frac{1}{2} \times 4$	$\frac{1}{2} \times 6$	$\frac{1}{2} \times 8$

rumus pemetaannya  $f(x) = \frac{1}{2} x$

# MENYATAKAN SUATU FUNGSI



Ada 3 cara dalam menyatakan suatu relasi :

1. Diagram panah
2. Himpunan pasangan berurutan
3. Diagram Cartesius

Contoh:

Diketahui himpunan  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  dan himpunan  $B = \{\text{becak, mobil, sepeda, motor, bemo}\}$ . Relasi yang menghubungkan himpunan A ke himpunan B adalah “banyak roda dari”. Tunjukkan relasi tersebut dengan:

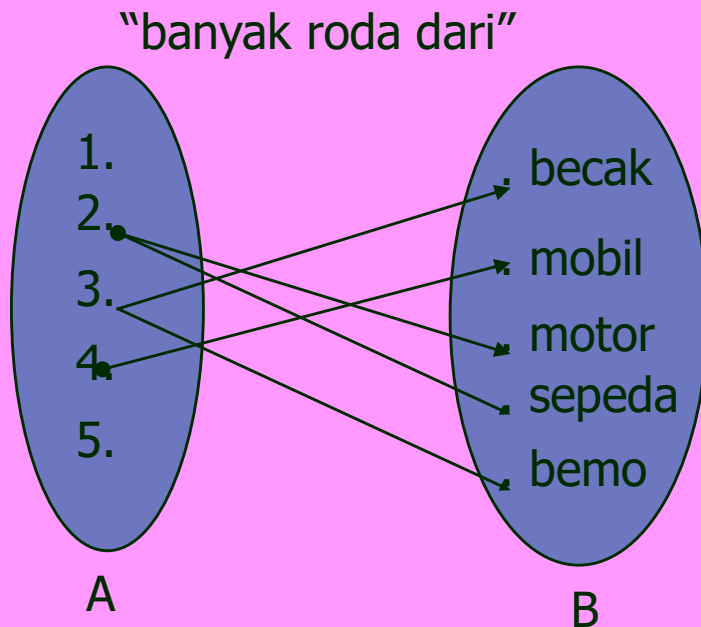
- a. Diagram panah
- b. Himpunan pasangan berurutan
- c. Diagram Cartesius

# MENYATAKAN SUATU FUNGSI

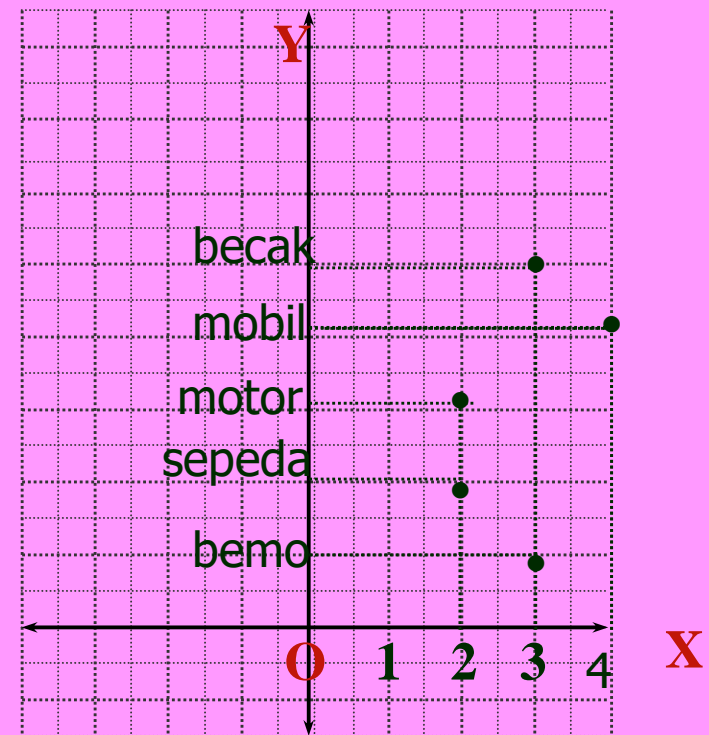


Jawab:

a. Diagram panah



c. Diagram Cartesius



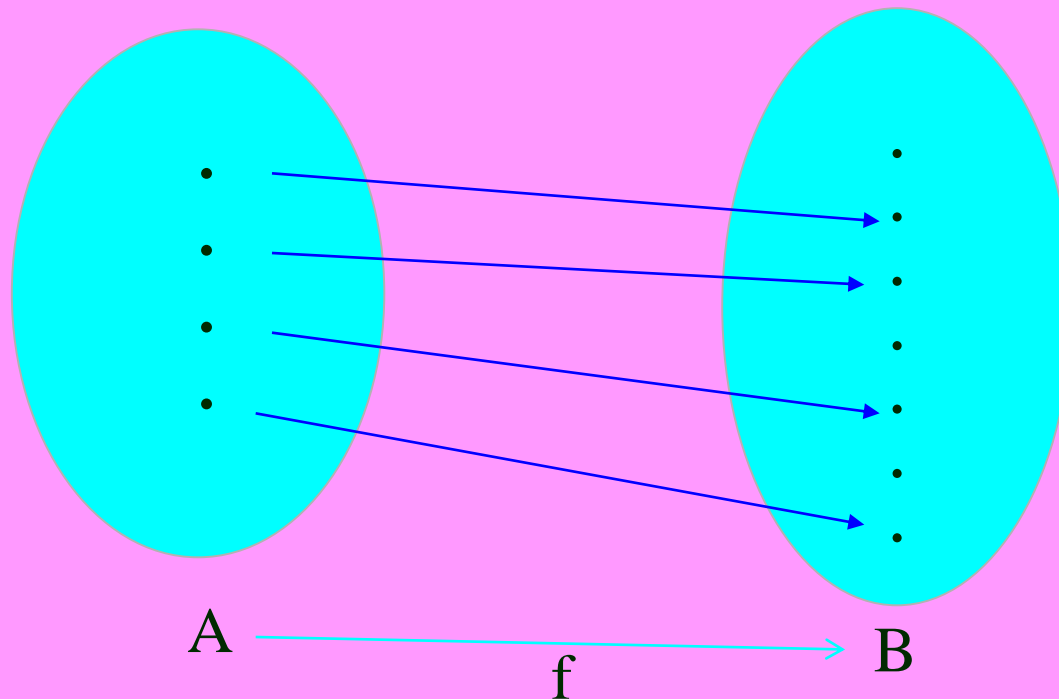
b. Himpunan pasangan berurutan =  $\{(2, \text{sepeda}), (2, \text{motor}), (3, \text{becak}), (3, \text{bemo}), (4, \text{mobil})\}$

# PENGERTIAN FUNGSI



*Pengertian Fungsi :*

***Suatu fungsi  $f$  dari himpunan  $A$  ke himpunan  $B$  adalah suatu relasi yang memasangkan setiap elemen dari  $A$  secara tunggal, dengan elemen pada  $B$***



# MENYATAKAN SUATU FUNGSI



*Beberapa cara penyajian fungsi :*

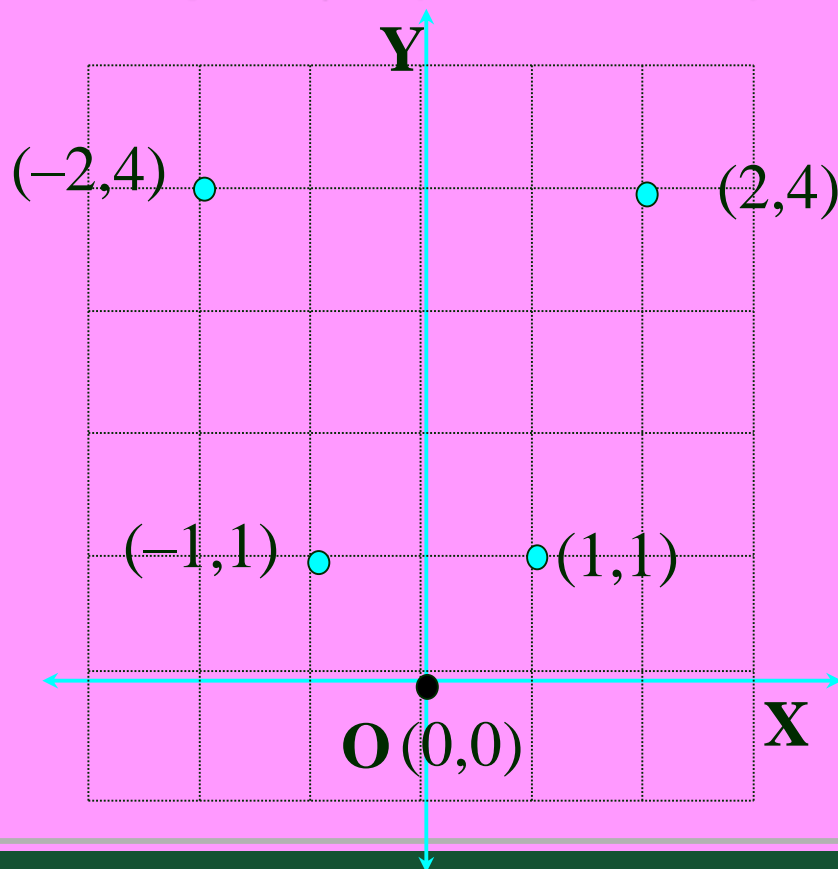
- ❖ Dengan diagram panah
- ❖  $f : D \rightarrow K$ . Lambang fungsi tidak harus  $f$ . Misalnya,  
 $u_n = n^2 + 2n$  atau  $u(n) = n^2 + 2n$
- ❖ Dengan diagram Kartesius
- ❖ Himpunan pasangan berurutan
- ❖ Dalam bentuk tabel

# MENYATAKAN SUATU FUNGSI



Contoh : grafik fungsi

Gambarlah grafik sebuah fungsi :  $f: x \rightarrow f(x) = x^2$   
dengan  $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $R_f = \{0, 1, 4\}$ .



- ❖ 4 disebut bayangan (peta) dari 2 dan juga dari  $-2$ .
- ❖  $-2$  dan  $2$  disebut prapeta dari 4, dan dilambangkan  $f^{-1}(4) = 2$  atau  $-2$ .
- ❖ Grafik Kartesius merupakan grafik fungsi  $y=f(x)$  hanya apabila setiap garis sejajar sumbu- Y yang memotong grafik hanya memotong di tepat satu titik saja.



# BEBERAPA FUNGSI KHUSUS



## *Beberapa Fungsi Khusus*

- ❖ 1). Fungsi Konstan
- ❖ 2). Fungsi Identitas
- ❖ 3). Fungsi Modulus
- ❖ 4). Fungsi Genap dan Fungsi Ganjil  
Fungsi genap jika  $f(-x) = f(x)$ , dan  
Fungsi ganjil jika  $f(-x) = -f(x)$
- ❖ 5). Fungsi Tangga dan Fungsi Nilai Bulat Terbesar  
 $[x] = \{b \mid b \leq x < b + 1, b \text{ bilangan bulat}, x \in \mathbb{R}\}$   
Misal, jika  $-2 \leq x < -1$  maka  $[x] = -2$
- ❖ 6). Fungsi Linear
- ❖ 7). Fungsi Kuadrat
- ❖ 8). Fungsi Turunan

# BEBERAPA FUNGSI KHUSUS



## 1. Bentuk Umum Fungsi Linear

Fungsi ini memetakan setiap  $x \in \mathbb{R}$  kesuatu bentuk  $ax + b$  dengan  $a \neq 0$ ,  $a$  dan  $b$  konstanta.

Grafiknya berbentuk garis lurus yang disebut grafik fungsi linear dengan Persamaan  $y = mx + c$ ,  $m$  disebut gradien dan  $c$  konstanta

## 2. Grafik Fungsi Linear

Cara menggambar grafik fungsi linear ada 2 :

1. Dengan tabel
2. Dengan menentukan titik- titik potong dengan sumbu  $x$  dan sumbu  $y$

# JENIS-JENIS FUNGSI



## *Jenis Fungsi*

### 1. Injektif ( Satu-satu)

Fungsi  $f: A \rightarrow B$  adalah fungsi injektif apabila setiap dua elemen yang berlainan di  $A$  akan dipetakan pada dua elemen yang berbeda di  $B$ . Misalnya Fungsi  $f(x) = 2x$  adalah fungsi satu-satu dan  $f(x) = x^2$  bukan suatu fungsi satu-satu sebab  $f(-2) = f(2)$ .

### 2. Surjektif (Onto)

Fungsi  $f: A \rightarrow B$  maka apabila  $f(A) \subset B$  dikenal fungsi into. Jika  $f(A) = B$  maka  $f$  adalah suatu fungsi surjektif.

**Fungsi  $f(x) = x^2$  bukan fungsi yang onto**

### 3. Bijektif (Korespondensi Satu-satu)

Apabila  $f: A \rightarrow B$  merupakan fungsi injektif dan surjektif maka “ $f$  adalah fungsi yang bijektif”

# FUNGSI LINEAR



Contoh :

Suatu fungsi linear ditentukan oleh  $y = 4x - 2$  dengan daerah asal  $\{x \mid -1 \leq x \leq 2, x \in \mathbb{R}\}$ .

- Buat tabel titik-titik yang memenuhi persamaan diatas .
- Gambarlah titik-titik tersebut dalam diagram Cartesius.
- Tentukan titik potong grafik dengan sumbu X dan sumbu Y.

Jawab

**a. Ambil sembarang titik pada domain**

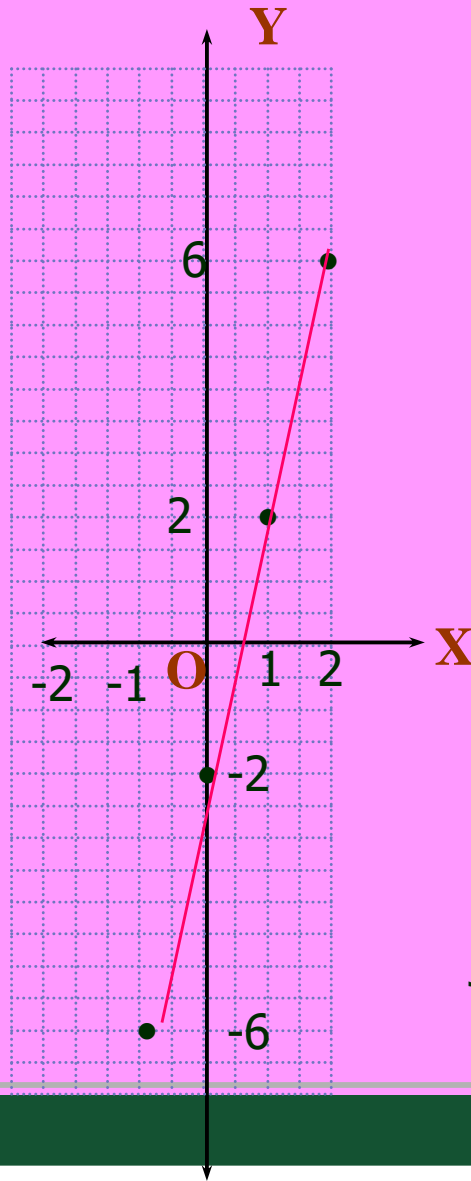
X	-1	0	1	2
$Y = 4x - 2$	-6	-2	2	6

Jadi, grafik fungsi melalui titik-titik  $(-1, -6)$ ,  $(0, -2)$ ,  $(1, 2)$ ,  $(2, 6)$

# FUNGSI LINEAR



b.



c. Titik potong dengan sumbu x (  $y = 0$  )

$$y = 4x - 2$$

$$\Leftrightarrow 0 = 4x - 2$$

$$\Leftrightarrow 2 = 4x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Jadi titik potong dengan sumbu X adalah  $(\frac{1}{2}, 0)$

Titik potong dengan sumbu Y (  $x = 0$  )

$$y = 4x - 2$$

$$\Leftrightarrow y = 4(0) - 2$$

$$\Leftrightarrow y = -2$$

Jadi titik potong dengan sumbu Y adalah  $(0, -2)$

# GRADIEN DAN PERSAMAAN GARIS LURUS



## 3. Gradien Persamaan Garis Lurus

Cara menentukan gradien :

- (i). Persamaan bentuk  $y = mx + c$ , gradiennya adalah  $m$ .
- (ii). Persamaan bentuk  $ax + by + c = 0$  atau  $ax + by = -c$  adalah  $m = \frac{-a}{b}$
- (iii). Persamaan garis lurus melalui dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$ , gradiennya adalah  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Contoh :

- 1. Tentukan gradien persamaan garis berikut
  - a.  $y = 3x - 4$
  - b.  $2x - 5y = 7$
- 2. Tentukan gradien garis yang melalui pasangan titik  $(-2, 3)$  dan  $(1, 6)$

# GRADIEN DAN PERSAMAAN GARIS LURUS



Jawab :

1a.  $Y = 3x - 4$

gradien =  $m = 3$

b.  $2x - 5y = 7$ ,  $a = 2$  dan  $b = -5$

$$m = \frac{-a}{b} = -\frac{2}{-5}$$

2.  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{6-3}{1-(-2)}$$

$$= \frac{6-3}{1+2}$$

$$= 1$$

# GRADIEN DAN PERSAMAAN GARIS LURUS



## 4. Menentukan Persamaan Garis Lurus

- ❖ Persamaan garis melalui sebuah titik  $(x_1, y_1)$  dan gradien  $m$  adalah  $y - y_1 = m (x - x_1)$
- ❖ Persamaan garis melalui dua titik  $(x_1, y_1)$  dan  $(x_2, y_2)$  adalah

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Contoh 1 :

Tentukan persamaan garis yang melalui titik  $(-2, 1)$  dan gradien  $-2$

Jawab :

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m (x - x_1) \\ y - 1 &= -2 (x - (-2)) \\ y - 1 &= -2x - 4 \\ y &= -2x - 3 \end{aligned}$$



# GRADIEN DAN PERSAMAAN GARIS LURUS



Contoh 2 :

Tentukan persamaan garis yang melalui titik P(-2, 3) dan Q(1,4)

Jawab :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y-3}{4-3} = \frac{x+2}{1+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{y-3}{1} = \frac{x+2}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(y - 3) = 1(x + 2)$$

$$\Leftrightarrow 3y - 9 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow 3y - x - 11 = 0$$

# KEDUDUKAN DUA GARIS



## 5. Kedudukan dua garis lurus

- ❖ Dua garis saling berpotongan jika  $m_1 \neq m_2$
- ❖ Dua garis saling sejajar jika  $m_1 = m_2$
- ❖ Dua garis saling tegak lurus jika  $m_1 \cdot m_2 = -1$  atau  $m_1 = -\frac{1}{m_2}$

Contoh :

1. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik  $(2,-3)$  dan sejajar dengan garis  $x - 2y + 3 = 0$
2. Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik  $(-3,5)$  dan tegak lurus pada  $6x - 3y - 10 = 0$

# KEDUDUKAN DUA GARIS



Jawab :

1. Diketahui persamaan garis  $x - 2y + 3 = 0$

$$\Rightarrow m_1 = -\frac{a}{b} = -\frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow m_1 = m_2 \quad \text{maka} \quad m_1 = \frac{1}{2}$$

Persamaan garis melalui titik  $(2, -3)$  dan gradien  $\frac{1}{2}$  adalah

$$y - y_1 = m (x - x_1)$$

$$\Leftrightarrow y + 3 = \frac{1}{2} (x - 2)$$

$$\Leftrightarrow y + 3 = \frac{1}{2} x - 1$$

$$\Leftrightarrow 2y + 6 = x - 2$$

$$\Leftrightarrow x - 2y - 8 = 0$$

Jadi persamaan garis lurus yang sejajar dengan garis  $x - 2y + 3 = 0$  dan melalui titik  $(2, -3)$  adalah  $x - 2y - 8 = 0$

# KEDUDUKAN DUA GARIS



2. Diketahui persamaan garis  $6x - 3y - 10 = 0$ .

$$\Rightarrow m_1 = -\frac{a}{b} = -\frac{6}{-3} = 2$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow m_2 = \frac{-1}{m_1} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Persamaan garis lurus yang dicari melalui titik  $(-3, 5)$  dan bergradien  $-\frac{1}{2}$ , maka persamaannya adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Leftrightarrow y - 5 = -\frac{1}{2}(x + 3)$$

$$\Leftrightarrow y - 5 = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2y - 10 = -x - 3$$

$$\Leftrightarrow x + 2y - 10 + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 2y - 7 = 0$$

Jadi, persamaan garis lurus yang melalui titik  $(-3, 5)$  dan tegak lurus garis  $6x - 3y - 10 = 0$  adalah  $x + 2y - 7 = 0$ .

# FUNGSI KUADRAT



## 1. Bentuk umum fungsi kuadrat

$y = f(x) \rightarrow ax^2 + bx + c$  dengan  $a, b, c \in \mathbb{R}$  dan  $a \neq 0$

Grafik fungsi kuadrat berbentuk parabola simetris

## 2. Sifat-sifat Grafik Fungsi Kuadrat

*Berdasarkan nilai  $a$*

- (i) Jika  $a > 0$  (positif), maka grafik terbuka ke atas. Fungsi kuadrat memiliki nilai ekstrim minimum, dinotasikan  $y_{\min}$  atau titik balik minimum.
- (ii) Jika  $a < 0$  (negatif), maka grafik terbuka ke bawah. Fungsi kuadrat memiliki nilai ekstrim maksimum, dinotasikan  $y_{\max}$  atau titik balik maksimum.

# FUNGSI KUADRAT



*Berdasarkan Nilai Diskriminan (D)*

Nilai diskriminan suatu persamaan kuadrat adalah  $D = b^2 - 4ac$

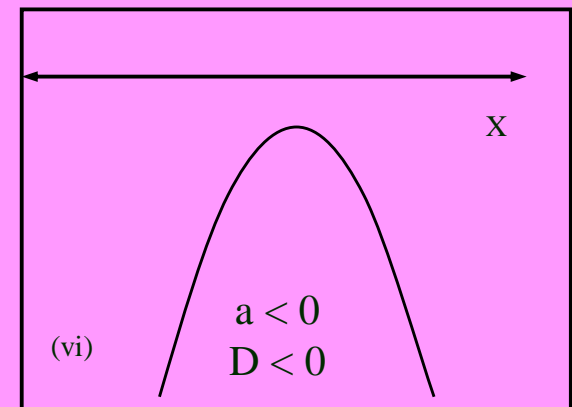
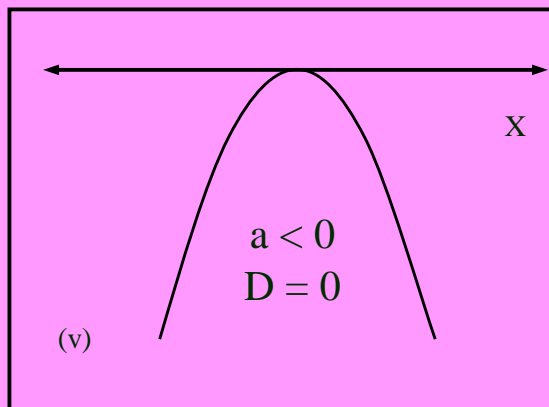
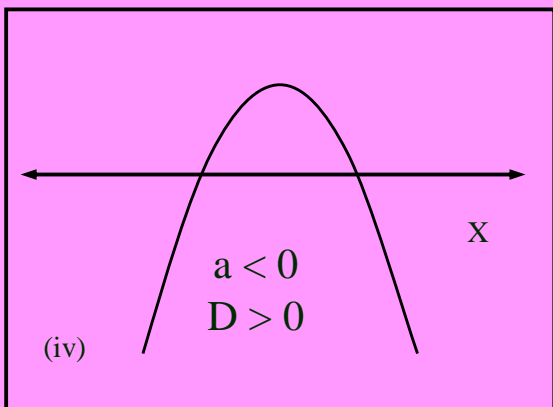
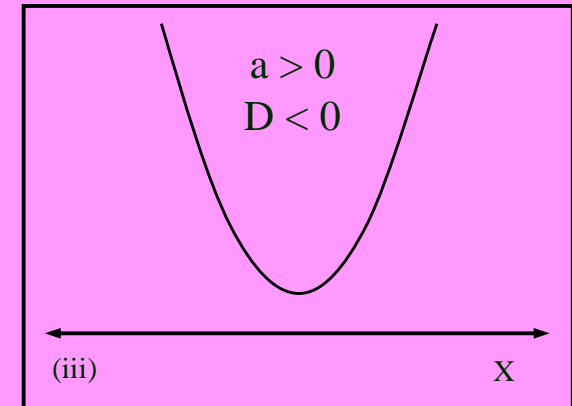
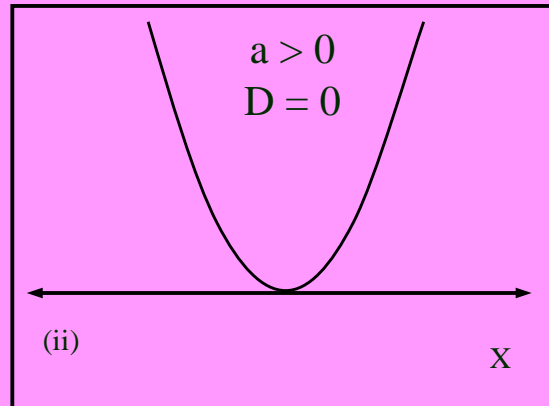
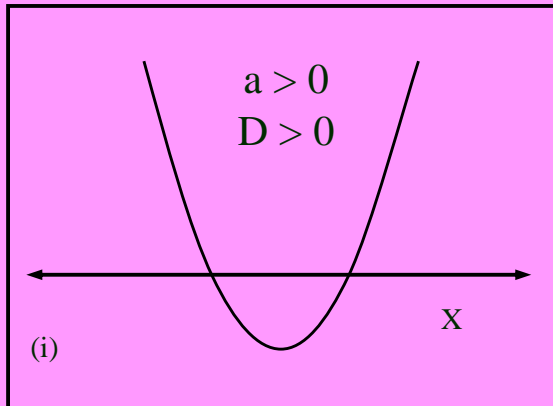
**Hubungan antara D dengan titik potong grafik dengan sumbu X**

- (i)** Jika  $D > 0$  maka grafik *memotong* sumbu X di dua titik yang berbeda.
- (ii)** Jika  $D = 0$  maka grafik *menyinggung* sumbu X di sebuah titik.
- (iii)** Jika  $D < 0$  maka grafik *tidak memotong* dan *tidak menyinggung* sumbu X.

# FUNGSI KUADRAT



## Kedudukan Grafik Fungsi Kuadrat Terhadap Sumbu X



# MENYUSUN PERSAMAAN KUADRAT



***Persamaan fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  apabila diketahui dua titik potong terhadap sumbu X dan satu titik lainnya dapat ditentukan dengan rumus berikut .***

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

## **Contoh :**

Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik A (1,0), B(-3,0), dan memotong sumbu Y di titik (0,3)



# MENYUSUN PERSAAMAAN KUADRAT



Jawab :  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Titik (1,0) dan (-3,0) disubstitusikan ke  $f(x)$  menjadi :

$$f(x) = a(x - 1)(x + 3) \dots 1)$$

Kemudian substitusikan (0,3) ke persamaan 1) menjadi :

$$3 = a(0 - 1)(x + 3)$$

$$3 = -3a$$

$$a = -1$$

Persamaan fungsi kuadratnya menjadi :

$$f(x) = -1(x - 1)(x + 3)$$

$$= -1(x^2 + 2x - 3)$$

$$f(x) = -x^2 - 2x + 3$$

Jadi fungsi kuadratnya adalah  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

# MENYUSUN PERSAMAAN FUNGSI KUADRAT



***Persamaan fungsi kuadrat  $f(x) = ax^2 + bx + c$  apabila diketahui titik puncak grafik  $(x_p, y_p)$  dan satu titik lainnya dapat ditentukan dengan rumus berikut.***

$$f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p$$

# MENYUSUN PERSAMAAN KUADRAT



Contoh :

Tentukan persamaan fungsi kuadrat yang titik puncaknya  $(-1, 9)$  dan melalui  $(3, -7)$

Jawab :

$$f(x) = a(x - x_p)^2 + y_p \qquad (x_p, y_p) = (-1, 9)$$

$$f(x) = a(x + 1)^2 + 9 \quad \dots \text{1)}$$

Substitusikan titik  $(3, -7)$  ke persamaan **1)** menjadi :

$$-7 = a(3 + 1)^2 + 9$$

$$\Leftrightarrow -16 = 16a$$

$$\Leftrightarrow a = 1$$