Veckouppgifter

Vecka 3

1. En kod har checkmatrisen
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$
Avgör om den är 1–felrättande.

2. Beräkna minimaldistansen för koden $\{00110, 11001, 11100\}$. Avgör också om koden är linjär.

3. Visa att varje kod som är 2-felupptäckande är 1-felrättande. Tips: Fundera på vad minimaldistansen av koden är.

4. Hammings olikhet säger att om det finns en (n, k)-kod som rättar t fel så är
$$2^k \leq \frac{2^n}{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{t}}.$$
Om du vill ha en kod med blocklängd 20 som rättar 2 fel, vad ger Hammings olikhet för övre gräns på antalet kodord?

5. En sats vi nämnde sa att det finns en (n, k) kod med minimaldistans minst δ om
$$2^k \geq \frac{2^n}{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \ldots + \binom{n}{\delta-1}}.$$
Anta du vill ha en kod med blocklängd 20 som rättar 2 fel, vad ger denna olikhet för nedre gräns på antalet på antalet kodord i den största koden?

6. (Svår fråga)

   Kan du hitta en liknande övre gräns som Hammings om vi istället vill att koden ska upptäcka e fel?

7. Uppgift 3.22 i boken.

8. (a) En källa genererar en av tre symboler, a, b, c. a genereras med sannolikheten 0.75, b med sannolikheten 0.2 och c med sannolikheten 0.05. Bestäm Huffman-koden för denna källa och beräkna den genomsnittliga längden för ett kodord.

   (b) Vi betraktar samma källa som i innan men nu ska vi koda två symboler i taget. ab ska alltså få en kod, aa en annan osv. Vi antar symbolerna genereras oberoende av vad som genererats innan. Bestäm Huffman-koden och beräkna den genomsnittliga längden för ett kodord.