

# Veckoupppgifter

## Vecka 3

1. En kod har checkmatrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Avgör om den är 1-felrättande.

2. Beräkna minimaldistansen för koden  $\{00110, 11001, 11100\}$ . Avgör också om koden är linjär.
3. Visa att varje kod som är 2-felupptäckande är 1-felrättande. Tips: Fundera på vad minimaldistansen av koden är.
4. Hamming's olikhet säger att om det finns en  $(n, k)$ -kod som rättar  $t$  fel så är

$$2^k \leq \frac{2^n}{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{t}}.$$

Om du vill ha en kod med blocklängd 20 som rättar 2 fel, vad ger Hamming's olikhet för övre gräns på antalet kodord?

5. En sats vi nämnde sa att det finns en  $(n, k)$  kod med minimaldistans minst  $\delta$  om

$$2^k \geq \frac{2^n}{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{\delta-1}}.$$

Anta du vill ha en kod med blocklängd 20 som rättar 2 fel, vad ger denna olikhet för nedre gräns på antalet på antalet kodord i den största koden?

6. (Svår fråga)

Kan du hitta en liknande övre gräns som Hamming's om vi istället vill att koden ska upptäcka  $e$  fel?

7. Uppgift 3.22 i boken.

8. Du får erbjudande om att investera i ett företag som säger sig ha uppfunnit en algoritm som kan komprimera alla filer med minst 5%. Satsar du dina besparingar i företaget?
9. Konstruera en prefixfri kod med längderna 1, 3, 3, 4, 4, 4 och 4.
10. (a) En källa genererar en av tre symboler,  $a, b, c$ .  $a$  genereras med sannolikheten 0.75,  $b$  med sannolikheten 0.2 och  $c$  med sannolikheten 0.05. Bestäm Huffman-koden för denna källa och beräkna den genomsnittliga längden för ett kodord.  
(b) Vi betraktar samma källa som i innan men nu ska vi koda två symboler i taget.  $ab$  ska alltså få en kod,  $aa$  en annan osv. Vi antar symbolerna genereras oberoende av vad som genererats innan. Bestäm Huffman-koden och beräkna den genomsnittliga längden för ett kodord.
11. (a) En källa kan generera symboler,  $a, b, c$  eller  $d$ . Sannolikheterna är 0.30, 0.3, 0.25 och 0.15. Bestäm Huffmankoden för denna källa och beräkna den genomsnittliga kodlängden.  
(b) Gör som i förra uppgiften och bestäm Huffmankoden när du istället kodar 2 symboler i taget. Vad blir genomsnittliga kodlängden per symbol?
12. Alice och Bob vill använda Huffmankodning på två symboler i taget som i fråga 10. De vet att Alice ska överföra en lång sekvens av symboler, men de vet inte just nu om det kommer vara ett udda eller jämnt antal. Alice kommer veta det innan hon startar överföringen. Hur kan de hantera problemet så att även när det är ett udda antal symboler Alice vill skicka så kan Bob avkoda det rätt?