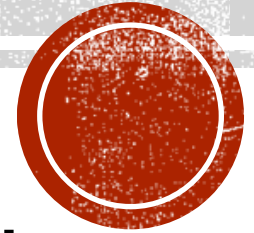


YÜKSEK GERİLİM TEKNIĞİ

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ



Statik Elektrik Alanı – Temel Elektrot Sistemleri
TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ - 2022 BAHAR YARIYILI

Dersi veren öğretim üyesi:
Prof. Dr. Özcan Kalenderli



2021-2022 Bahar Yarıyılı

CRN 22843	ELK 312	Yüksek Gerilim Tekniği	Özcan Kalenderli	Perşembe 08:30/11:30	Öğr. Sayısı 45
--------------	------------	------------------------	------------------	-------------------------	-------------------

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Statik Elektrik Alanı – Temel Elektrot Sistemleri

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

ve

SINIR YÜZEYLERDE ELEKTRİK ALANININ KIRILMASI



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

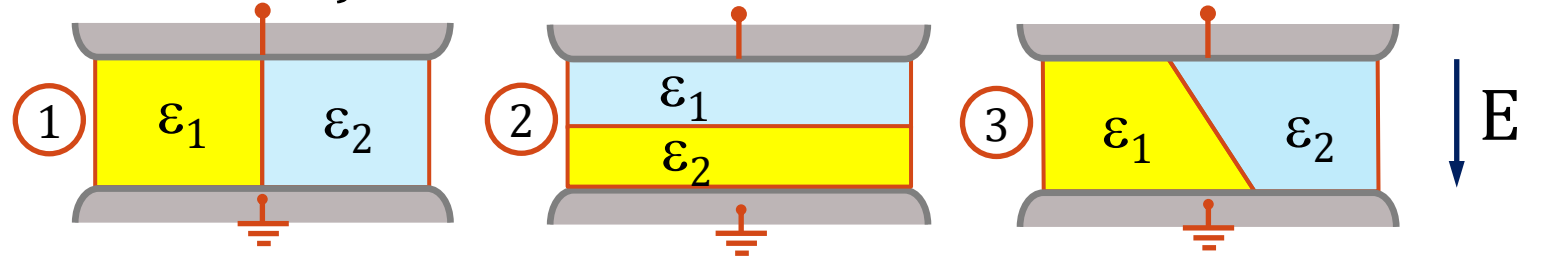
TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Tabakalı Düzlemsel Elektrot Sistemleri

Tabakalı elektrot sistemleri, elektrotları arasında birden fazla yalıtkan tabaka bulunan elektrot sistemleridir.

Genel olarak, düzlemsel elektrotlar arasındaki elektrik alanın doğrultusuna göre yalıtkan tabakaların konumu, üç tür tabakalı düzlemsel elektrot sistemi oluşturur:

1. Paralel Düzen
2. Seri Düzen
3. Eğik Düzen

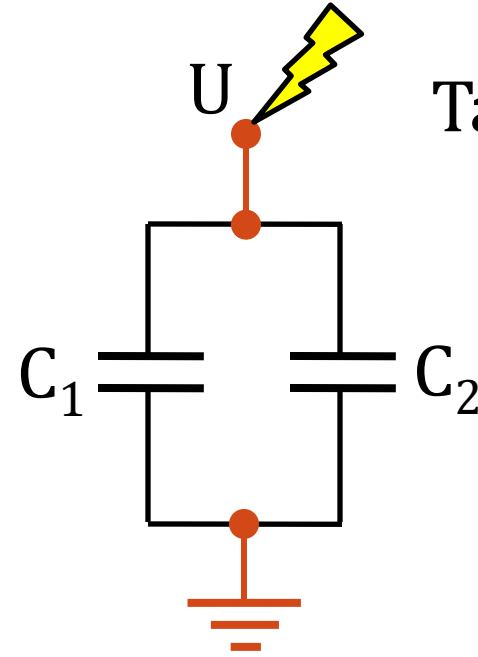
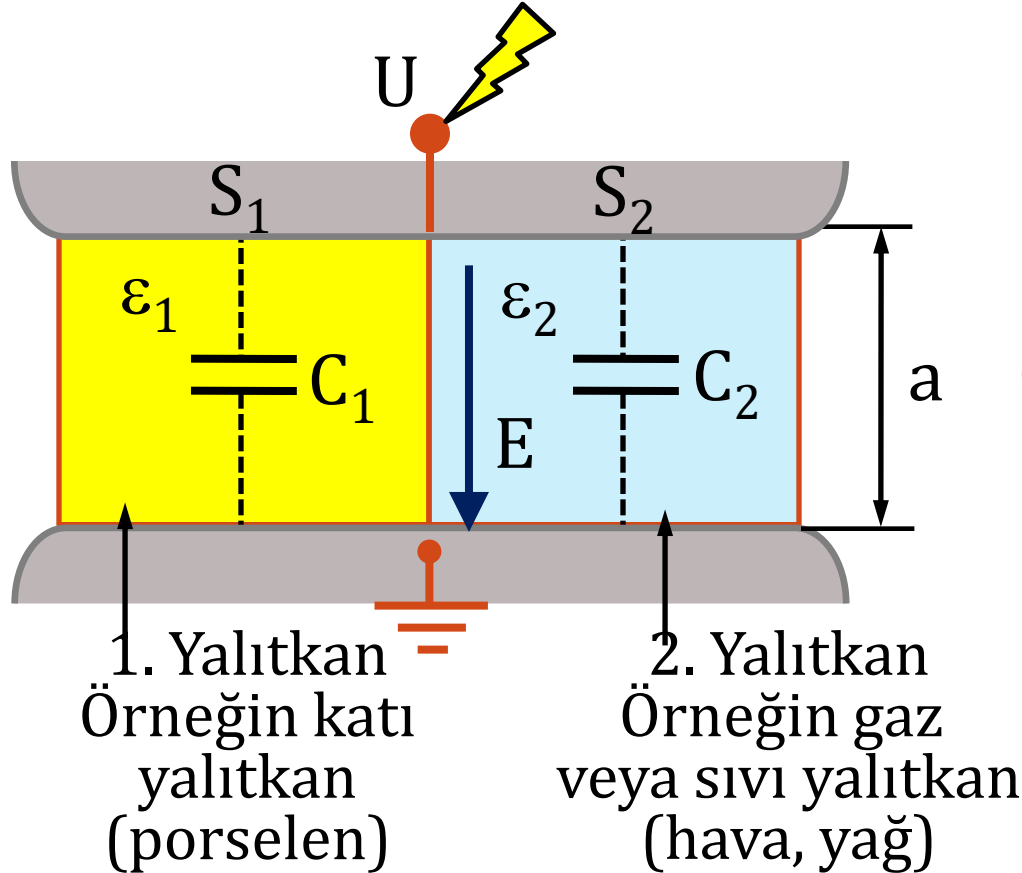


Bu sistemlerde, tabakalardaki gerilimler, elektrik alan şiddetleri, tabakaların ve sistemin kapasitesi ve boşalma olayları bakımından davranışları incelenir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

1. Paralel Düzen



Tabakaların kapasiteleri:

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \cdot S_1}{a}$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_2 \cdot S_2}{a}$$

Eşdeğer kapasite:

$$C = C_1 + C_2$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

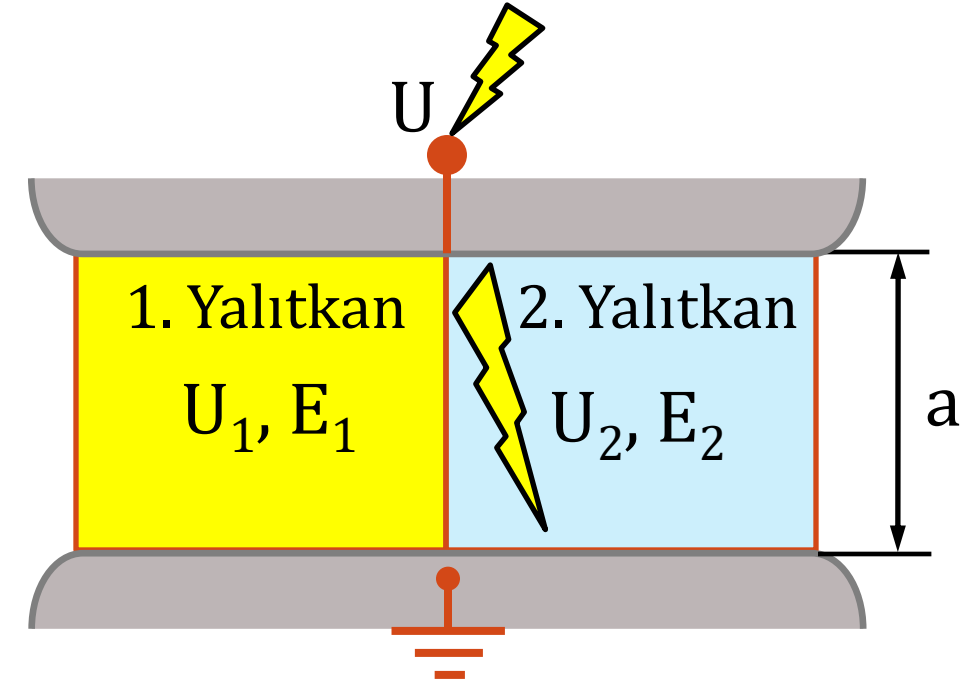
TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Paralel düzende

Tabakalardaki gerilimler: $U_1 = U_2 = U$

Tabakalardaki elektrik alan şiddetleri:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{U_1}{a} = \frac{U}{a} \\ E_2 &= \frac{U_2}{a} = \frac{U}{a} \end{aligned} \right\} E_1 = E_2 = E = \frac{U}{a}$$



Tabakaların delinme dayanımları E_{d1}, E_{d2} ise

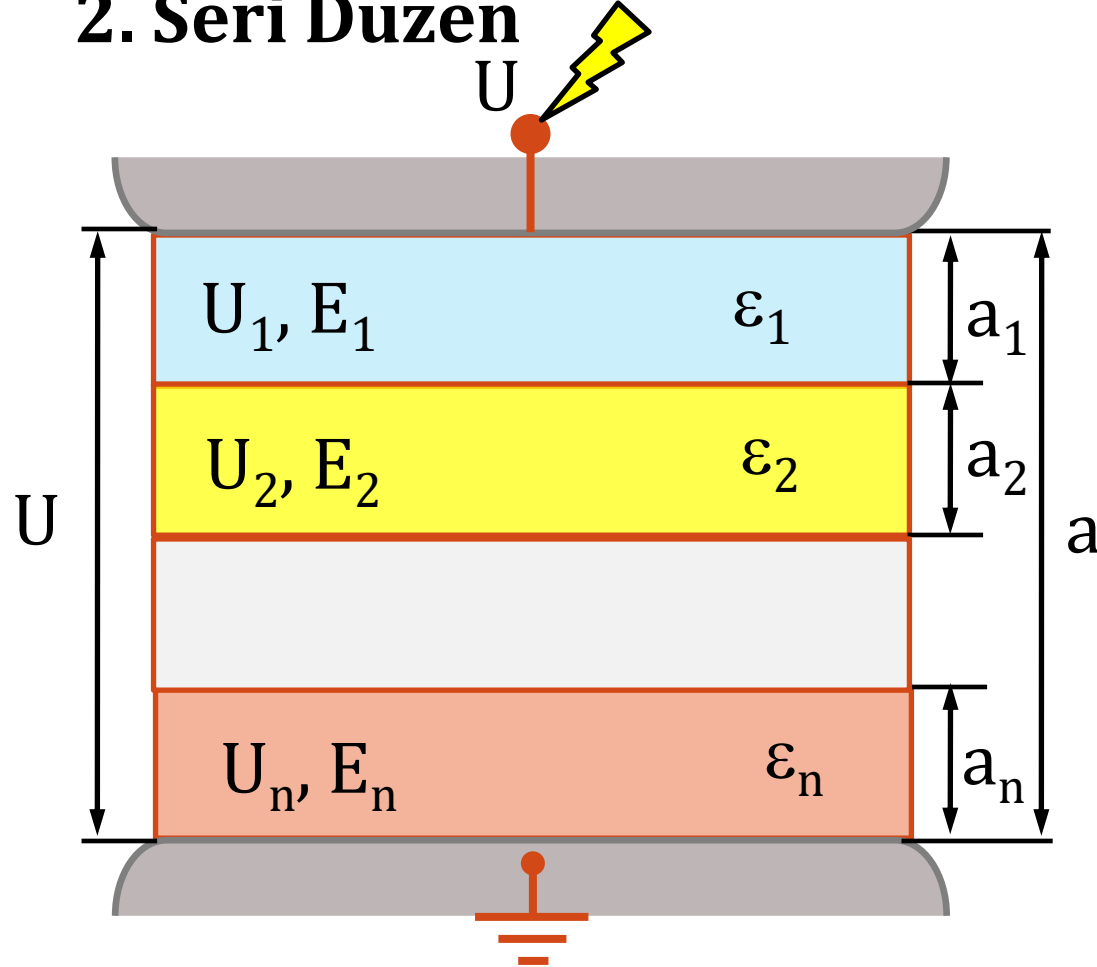
$$(E = U/a) \geq E_{d1} \text{ veya } (E = U/a) \geq E_{d2}$$

olduğunda tabaka ve sistem delinir (kısa devre olur).

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

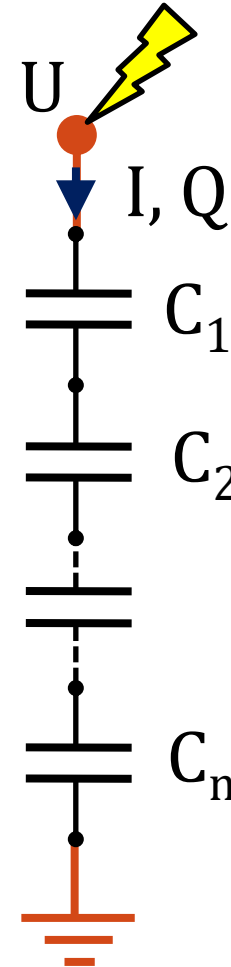
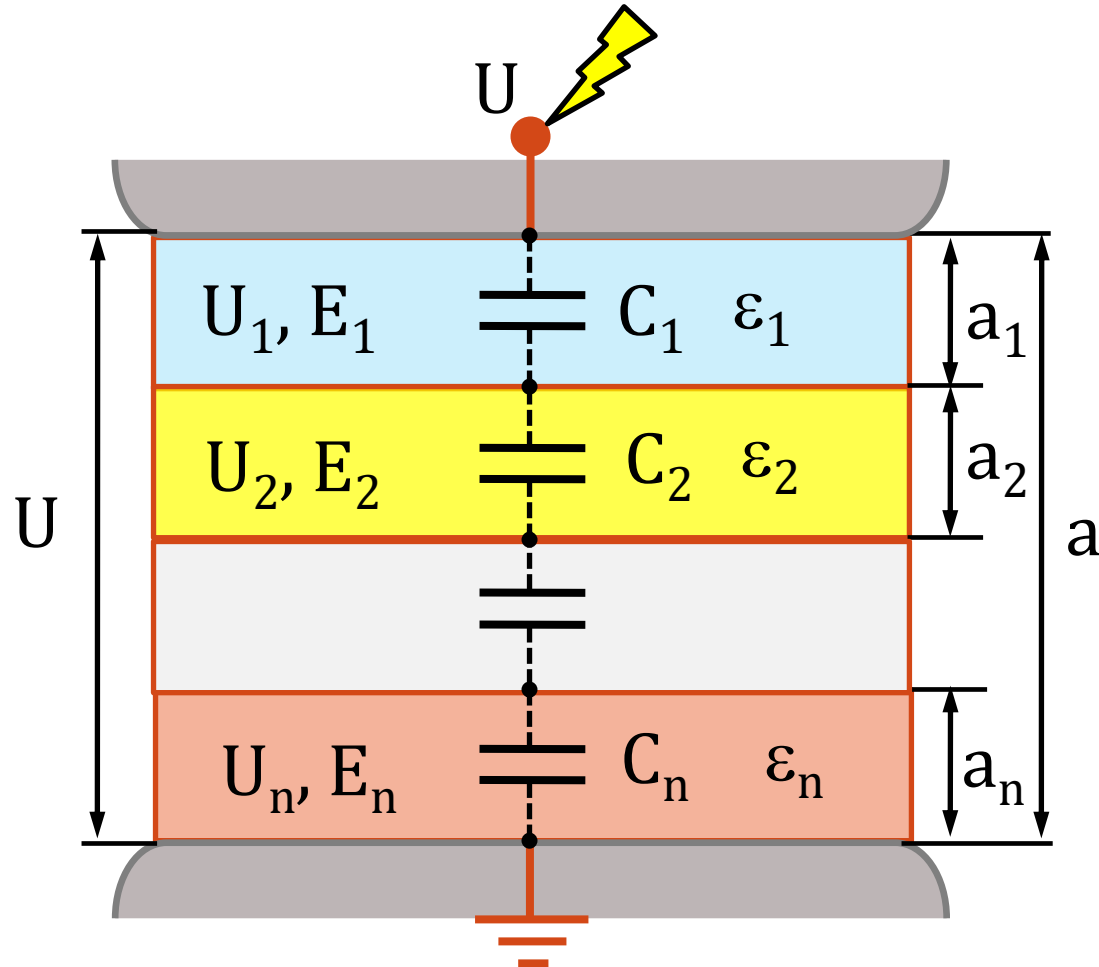
2. Seri Düzen



Dielektrik katsayıları $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_n$ olan, n farklı seri yalıtkan tabakadan oluşan bir düzlemsel elektrot sisteminde, herhangi bir tabakadaki gerilim, elektrik alan şiddeti ve kapasite hesaplanabilir; tabakalar ve sistem zorlanma bakımından incelenebilir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNIĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ



Yalıtkan tabakaların kapasiteleri C_1, C_2, \dots, C_n ile gösterilirse, sistemin eşdeğer kapasitesi,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

işlemi ile

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}}$$

olarak bulunur.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Her bir tabakanın kapasitesi

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \cdot S}{a_1} \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \cdot S}{a_2} \quad C_n = \frac{\epsilon_n \cdot S}{a_n}$$

olarak yazılabileceğinden eşdeğer kapasite için tabaka kalınlıkları ve dielektrik sabitleri cinsinden

$$C = \frac{S}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{1}{\frac{1}{S} \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\epsilon_k}}$$

bağıntısı elde edilir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Sistem seri düzende olduğundan tabakalardan dolayısıyla sistemden akan akım veya elektrik yükü

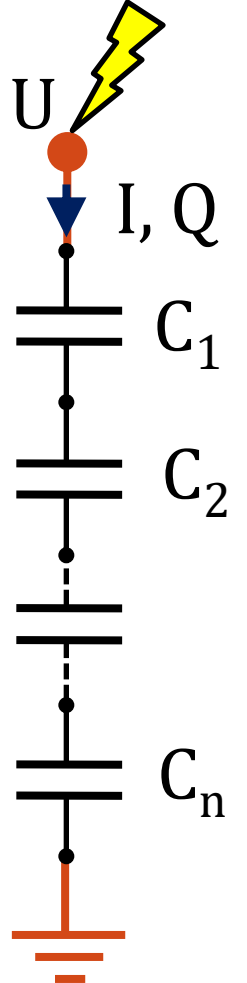
$$Q = C \cdot U = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = \dots = C_n \cdot U_n$$

olur. Bu bağıntı tabakalara düşen gerilimleri hesaplamak için kullanılır.

Örneğin, birinci tabaka uçlarındaki gerilim

$$U_1 = \frac{C}{C_1} \cdot U = \frac{a_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{a_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{A}$$

olur.



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

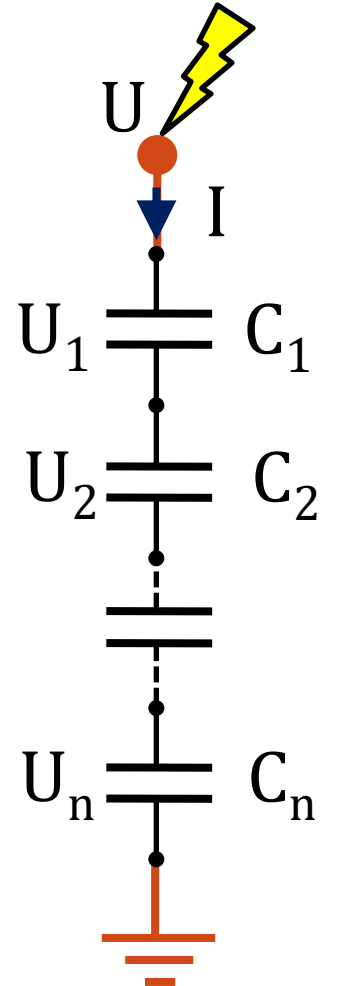
İkinci tabaka uçlarındaki gerilim

$$U_2 = \frac{C}{C_2} \cdot U = \frac{a_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{a_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{U}{A}$$

veya genel olarak n. tabaka uçlarındaki gerilim

$$U_n = \frac{C}{C_n} \cdot U = \frac{a_n}{\epsilon_n} \cdot \frac{U}{\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n}} = \frac{a_n}{\epsilon_n} \cdot \frac{U}{A}$$

olur.



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Her bir tabakadaki E_1, E_2, \dots, E_n elektrik alanları ise

$$E_1 = U_1/a_1, \quad E_2 = U_2/a_2, \dots, E_n = U_n/a_n$$

işlemleri ile hesaplanır. Buna göre birinci tabakadaki elektrik alan şiddeti için

$$E_1 = \frac{U}{\epsilon_1 \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n} \right)} = \frac{U}{\epsilon_1} \cdot \frac{1}{A}$$

ikinci tabakadaki elektrik alan şiddeti için

$$E_2 = \frac{U}{\epsilon_2 \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n} \right)} = \frac{U}{\epsilon_2} \cdot \frac{1}{A}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Genel olarak n. tabakadaki elektrik alan şiddeti için

$$E_n = \frac{U}{\epsilon_n \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \dots + \frac{a_n}{\epsilon_n} \right)} = \frac{U}{\epsilon_n} \cdot \frac{1}{A}$$

yazılır. Buraya kadar yazılan gerilim ve elektrik alan şiddeti bağıntılarında kısaltma olarak bir A katsayısı kullanılmıştır.

A katsayısı

$$A = \sum_{k=1}^n \frac{a_k}{\epsilon_k}$$

denklemleri ile hesaplanır.

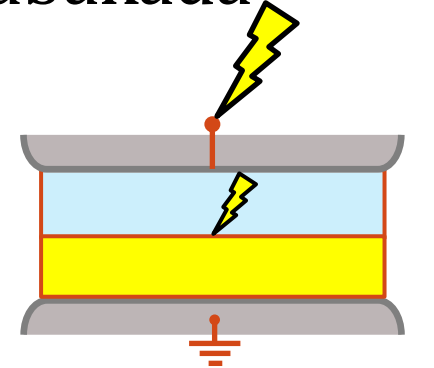
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Tabakalardaki elektrik alan şiddetleri hesaplandıktan sonra her bir tabakadaki elektrik alan şiddeti ile o tabakayı oluşturan yalıtkanın delinme dayanımı karşılaştırılır. Herhangi bir tabakada

$$E \geq E_d$$

koşulunun sağlanması, o tabakada **delinme** şeklinde boşalma olması anlamına gelir ve tabakanın elektriksel bakımdan kısa devre olmasına karşı düşer.



Eğer herhangi bir tabaka delinirse, tüm sisteme uygulanan gerilim geri kalan tabakaları zorlamaya devam eder ve bu yeni duruma göre gerilim ve elektrik alan dağılımı hesabı yapılması gerekir. Bu şekilde yeniden dayanmayan, delinen tabakalar ortaya çıkabilir.

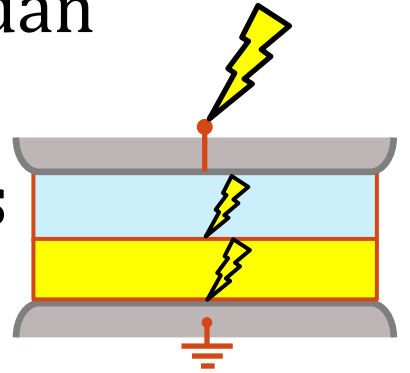
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Bir sistemin uygulanan gerilime dayanımından söz etmek için en az bir tabakasının bu gerilime dayanması gerekir. Bu durumda delinme olan tabakalardaki boşalma, tüm sistemi kısa devre etmeyen, sistemin yalnızca bir bölümünde olan boşalma veya kısaca **kısmi boşalma** olarak adlandırılır.

Kısmi boşalmalar, zamanla geri kalan tabakaların da delinip sistemin delinmesine yol açması olasılığı taşıması bakımından çok önemlidir.

Eğer bir sistemin tüm tabakaları delinirse **sistem delinmiş** ve uygulanan gerilime dayanmamış olur.



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

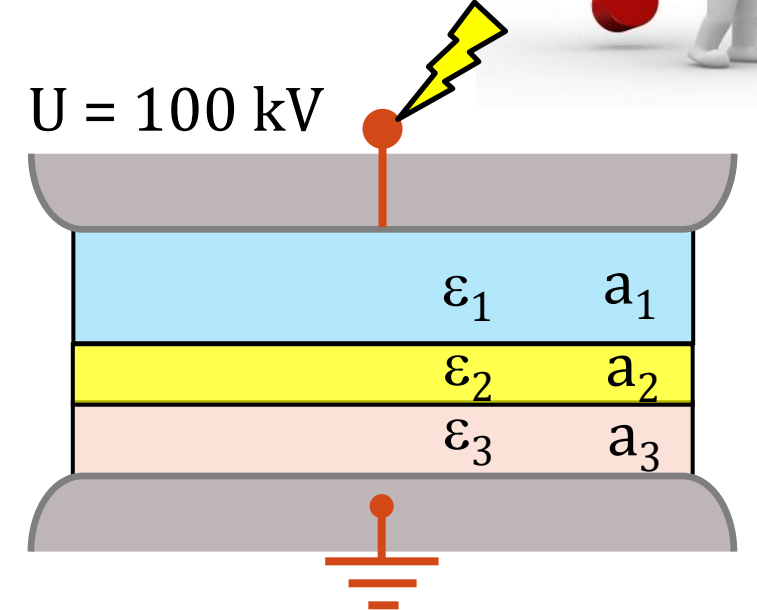
TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ



Örnek 1:

Şekilde gösterilen ve kalınlıkları, bağıl dielektrik sabitleri ve delinme alan şiddetleri verilen üç tabakalı düzlemsel elektrot sisteminde,

- Tabakalardaki gerilimleri ve elektrik alan şiddetlerini hesaplayınız.
- Sistemin uygulanan gerilimde delinip delinmeyeceğini gösteriniz.
- $S = 400 \text{ cm}^2$, $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ olarak sistemin kapasitesini hesaplayınız.



$$\begin{aligned} a_1 &= 3 \text{ cm}, \epsilon_{r1} = 1, E_{d1} = 30 \text{ kV/cm} \\ a_2 &= 1 \text{ cm}, \epsilon_{r2} = 3, E_{d2} = 90 \text{ kV/cm} \\ a_3 &= 2 \text{ cm}, \epsilon_{r3} = 4, E_{d3} = 50 \text{ kV/cm} \end{aligned}$$

Üç tabakalı düzlemsel elektrot sistemi

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Yanıt 1:

a) Seri tabakalardaki elektrik yüklerinin eşitliğinden

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3$$

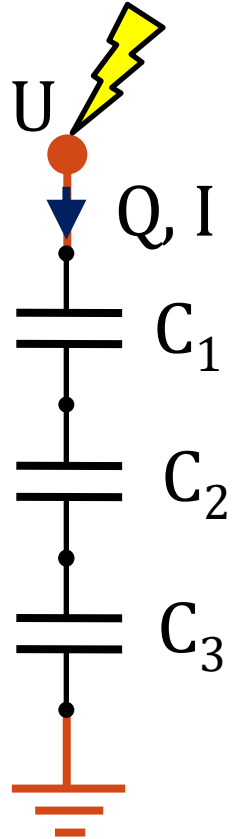
$$C \cdot U = C_1 \cdot U_1 = C_2 \cdot U_2 = C_3 \cdot U_3$$

yazılır. Her bir tabakanın kapasitesi

$$C_1 = \frac{\epsilon_1 \cdot S_1}{a_1} \quad C_2 = \frac{\epsilon_2 \cdot S_2}{a_2} \quad C_3 = \frac{\epsilon_3 \cdot S_3}{a_3}$$

ifadelerinden belirlenir. Tabaka kesitleri birbirine eşittir.

$$S_1 = S_2 = S_3 = S$$



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Üç tabakalı düzlemsel elektrot sisteminin eşdeğer kapasitesi

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{\frac{\epsilon_1 \cdot S}{a_1}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_2 \cdot S}{a_2}} + \frac{1}{\frac{\epsilon_3 \cdot S}{a_3}} = \frac{1}{S} \cdot \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \frac{a_3}{\epsilon_3} \right)$$

$$C = \frac{1}{\frac{1}{S} \cdot \left(\frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \frac{a_3}{\epsilon_3} \right)} = \frac{S}{A}$$

olur. Burada A sabiti

$$A = \frac{a_1}{\epsilon_1} + \frac{a_2}{\epsilon_2} + \frac{a_3}{\epsilon_3} = \frac{a_1}{\epsilon_{r1} \cdot \epsilon_0} + \frac{a_2}{\epsilon_{r2} \cdot \epsilon_0} + \frac{a_3}{\epsilon_{r3} \cdot \epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{3}{1} + \frac{1}{3} + \frac{2}{4} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 3,8333$$

olarak hesaplanır.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

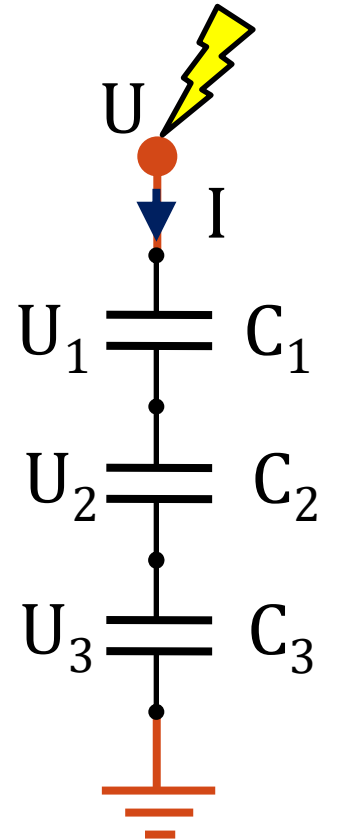
Her bir tabakaya düşen gerilim (tabakalardaki gerilimler):

$$U_1 = \frac{C \cdot U}{C_1} = \frac{(S/A) \cdot U}{\frac{\epsilon_1 \cdot S}{a_1}} = \frac{a_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{A} = \frac{3}{1 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{100 \text{ kV}}{3,8333/\epsilon_0} = 78,261 \text{ kV}$$

$$U_2 = \frac{C \cdot U}{C_2} = \frac{(S/A) \cdot U}{\frac{\epsilon_2 \cdot S}{a_2}} = \frac{a_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{U}{A} = \frac{1}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{100 \text{ kV}}{3,8333/\epsilon_0} = 8,696 \text{ kV}$$

$$U_3 = \frac{C \cdot U}{C_3} = \frac{(S/A) \cdot U}{\frac{\epsilon_3 \cdot S}{a_3}} = \frac{a_3}{\epsilon_3} \cdot \frac{U}{A} = \frac{2}{4 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{100 \text{ kV}}{3,8333/\epsilon_0} = 13,043 \text{ kV}$$

$$U_1 + U_2 + U_3 = 78,261 \text{ kV} + 8,696 \text{ kV} + 13,043 \text{ kV} = 100 \text{ kV} = U$$



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

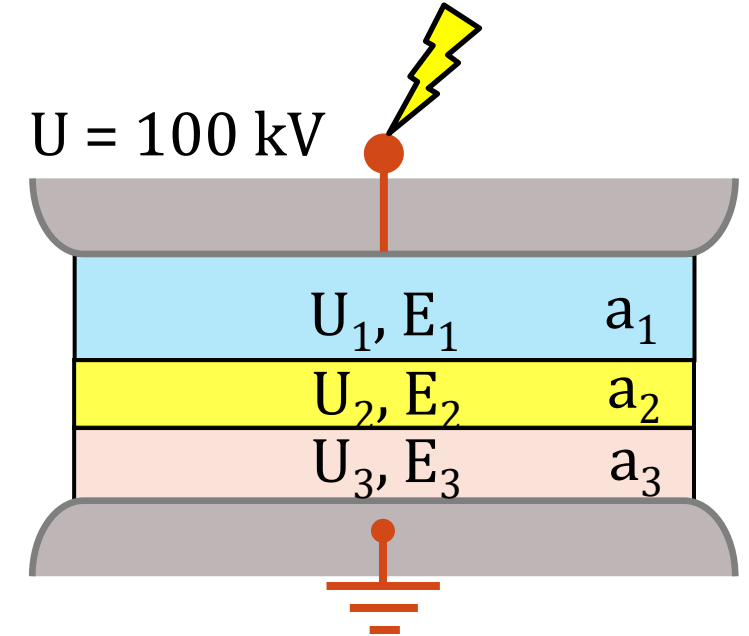
Her tabaka için elektrik alan şiddetleri:

$$E_1 = \frac{U_1}{a_1} = \frac{78,261 \text{ kV}}{3 \text{ cm}} = 26,087 \text{ kV/cm}$$

$$E_2 = \frac{U_2}{a_2} = \frac{8,696 \text{ kV}}{1 \text{ cm}} = 8,696 \text{ kV/cm}$$

$$E_3 = \frac{U_3}{a_3} = \frac{13,043 \text{ kV}}{2 \text{ cm}} = 6,5215 \text{ kV/cm}$$

olarak hesaplanır.



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Her tabakanın elektrik alan şiddeti o tabakanın delinme alan şiddeti ile karşılaştırılırsa

$$E_1 = 26,087 \text{ kV/cm} < E_{d1} = 30 \text{ kV/cm}$$

$$E_2 = 8,696 \text{ kV/cm} < E_{d2} = 90 \text{ kV/cm}$$

$$E_3 = 6,5215 \text{ kV/cm} < E_{d3} = 50 \text{ kV/cm}$$

olduğu görülür.

Hiçbir tabakadaki elektrik alan şiddeti, o tabakanın delinme elektrik alan şiddetini (delinme dayanımını) aşmamaktadır. Bu nedenle hiçbir tabakada delinme meydana gelmez, sistem delinmez.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

c) $S = 400 \text{ cm}^2$, $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} = 8,854 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm}$ olarak sistemin kapasitesinin hesabı:

Tabakaların kapasiteleri

$$C_1 = \frac{\varepsilon_1 \cdot S}{a_1} = \frac{\varepsilon_{r1} \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{a_1} = \frac{1 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm} \cdot 400 \text{ cm}^2}{3 \text{ cm}} = 11,8053 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$C_2 = \frac{\varepsilon_2 \cdot S}{a_2} = \frac{\varepsilon_{r2} \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{a_2} = \frac{3 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm} \cdot 400 \text{ cm}^2}{1 \text{ cm}} = 106,248 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

$$C_3 = \frac{\varepsilon_3 \cdot S}{a_3} = \frac{\varepsilon_{r3} \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{a_3} = \frac{4 \cdot 8,854 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm} \cdot 400 \text{ cm}^2}{2 \text{ cm}} = 70,832 \cdot 10^{-12} \text{ F}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Tabakaların kapasiteleri $C_1 = 11,8053 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 11,8053 \text{ pF}$

$$C_2 = 106,248 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 106,248 \text{ pF}$$

$$C_3 = 70,832 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 70,832 \text{ pF}$$

hesaplandı. Buna göre eşdeğer kapasite

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{10,8053 \cdot 10^{-12}} + \frac{1}{106,248 \cdot 10^{-12}} + \frac{1}{70,832 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-12}} = \frac{0,10823757}{10^{-12}}$$

$$C = \frac{10^{-12}}{0,10823757} = 9,2389 \cdot 10^{-12} = 9,2389 \text{ pF}$$

veya

$$C = \frac{S}{A} = \frac{400 \text{ cm}^2}{3,8333/\epsilon_0} = \frac{8,854 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm} \cdot 400 \text{ cm}^2}{3,8333} = 9,2389 \text{ pF}$$

bulunur.

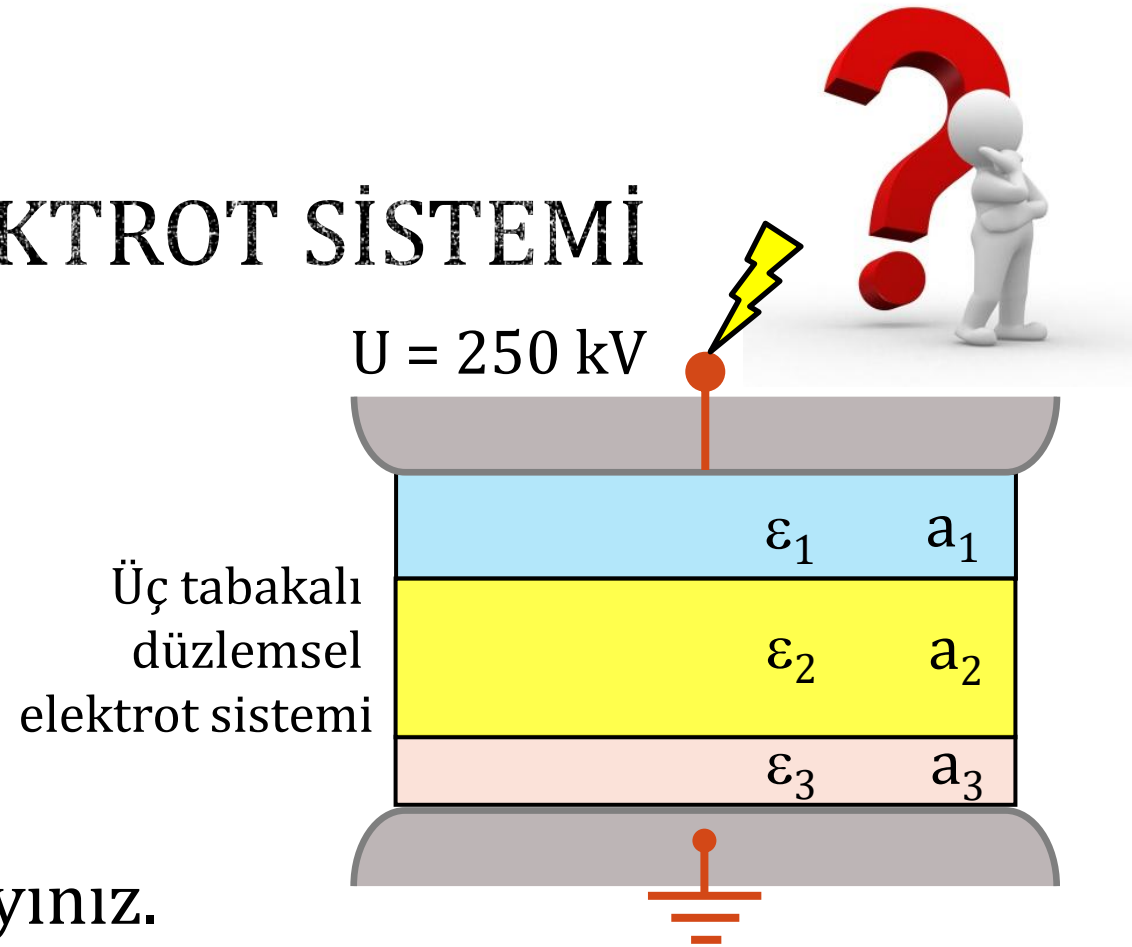
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Örnek 2:

Şekilde gösterilen ve kalınlıkları, bağıl dielektrik sabitleri ve delinme alan şiddetleri verilen üç tabakalı düzlemsel elektrot sisteminde,

- Tabakalardaki gerilimleri ve elektrik alan şiddetlerini hesaplayınız.
- Sistemin uygulanan gerilimde delinip delinmeyeceğini gösteriniz.
- Sistemin hiçbir tabakasında delinme olmaksızın, sisteme uygulanabilecek en yüksek gerilimi hesaplayınız.



$$\begin{aligned} a_1 &= 0,5 \text{ cm}, \epsilon_{r1} = 8, E_{d1} = 90 \text{ kV/cm} \\ a_2 &= 0,8 \text{ cm}, \epsilon_{r2} = 3, E_{d2} = 260 \text{ kV/cm} \\ a_3 &= 0,2 \text{ cm}, \epsilon_{r3} = 1, E_{d3} = 30 \text{ kV/cm} \end{aligned}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Yanıt 2:

a) Verilen üç yalıtkan tabakalı düzlemsel elektrot sistemi için

$$A = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{a_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{a_2}{\epsilon_{r2}} + \frac{a_3}{\epsilon_{r3}} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{0,5}{8} + \frac{0,8}{3} + \frac{0,2}{1} \right) = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot 0,529167$$

Her bir tabakaya düşen gerilim:

$$U_1 = \frac{a_1}{\epsilon_1} \cdot \frac{U}{A} = \frac{0,5}{8 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{250 \text{ kV}}{0,529167/\epsilon_0} = 29,528 \text{ kV}$$

$$U_2 = \frac{a_2}{\epsilon_2} \cdot \frac{U}{A} = \frac{0,8}{3 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{250 \text{ kV}}{0,529167/\epsilon_0} = 125,984 \text{ kV}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

$$U_3 = \frac{a_3}{\epsilon_3} \cdot \frac{U}{A} = \frac{0,2}{1 \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{250 \text{ kV}}{0,529167/\epsilon_0} = 94,488 \text{ kV}$$

$$U_1 + U_2 + U_3 = 29,528 \text{ kV} + 125,984 \text{ kV} + 94,488 \text{ kV} = 250 \text{ kV} = U$$

Her bir tabakadaki elektrik alan şiddeti:

$$E_1 = \frac{U_1}{a_1} = \frac{29,528 \text{ kV}}{0,5 \text{ cm}} = 59,056 \text{ kV/cm}$$

$$E_2 = \frac{U_2}{a_2} = \frac{125,984 \text{ kV}}{0,8 \text{ cm}} = 157,48 \text{ kV/cm}$$

$$E_3 = \frac{U_3}{a_3} = \frac{94,488 \text{ kV}}{0,2 \text{ cm}} = 472,44 \text{ kV/cm}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

b) Sistemin delinip delinmeyeceği, hesaplanan elektrik alan şiddeti değerleri, problemde verilen delinme elektrik alan şiddetleri ile karşılaştırılarak belirlenir.

$$E_1 = 59,056 \text{ kV/cm} < E_{d1} = 90 \text{ kV/cm}$$

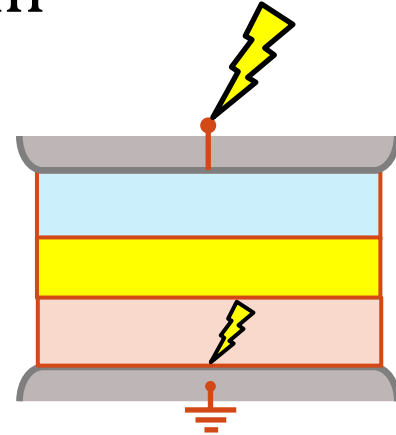
Tabaka delinmez

$$E_2 = 157,48 \text{ kV/cm} < E_{d2} = 260 \text{ kV/cm}$$

Tabaka delinmez

$$E_3 = 472,44 \text{ kV/cm} < E_{d3} = 30 \text{ kV/cm}$$

Tabaka delinir.



olduğu görülür.

Üçüncü tabaka delinip kısa devre olduğu için elektrot sistemine uygulanan gerilim, delinmemiş olan iki tabakaya uygulanır ve hesaplar bu durum için tekrarlanır.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

$U = 250$ kV kalan iki tabakaya uygulanacaktır. Bu durumda

$$A' = \frac{0,5}{8} + \frac{0,8}{3} = 0,329167$$

$$U_1' = \frac{0,5}{8} \cdot \frac{250}{0,329167} = 47,468 \text{ kV}$$

$$E_1' = \frac{U_1'}{a_1} = \frac{47,468}{0,5} = 94,936 \text{ kV/cm}$$

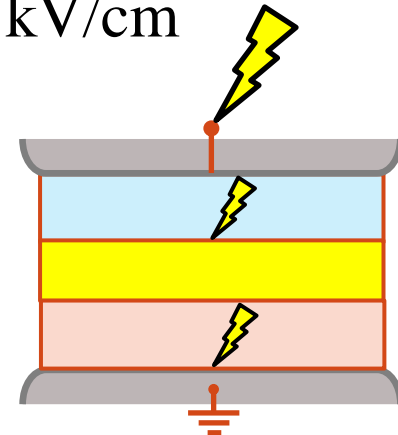
$$U_2' = \frac{0,8}{3} \cdot \frac{250}{0,329167} = 202,532 \text{ kV}$$

$$E_2' = \frac{U_2'}{a_2} = \frac{202,532}{0,8} = 253,165 \text{ kV/cm}$$

olarak hesaplanır. Alan karşılaştırması yapılırsa

$$E_1' = 94,936 \text{ kV/cm} > E_{d1} = 90 \text{ kV/cm} \quad \text{Tabaka delinir}$$

$$E_2' = 253,165 \text{ kV/cm} < E_{d2} = 260 \text{ kV/cm} \quad \text{Tabaka delinmez}$$



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

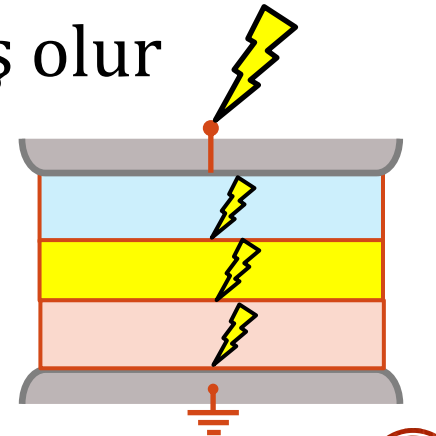
TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Birinci tabaka delinip kısa devre olduğu için gerilim ($U = 250 \text{ kV}$), delinmeyen geri kalan tabakaya uygulanır. Kalan tabakadaki elektrik alan şiddeti

$$E_2'' = \frac{U_2''}{a_2} = \frac{250}{0,8} = 312,5 \text{ kV/cm}$$

olarak hesaplanır. Bu değer, tabakanın delinme dayanımından (260 kV/cm) büyük olduğu için ikinci tabaka da delinmiş olur ve böylece tüm sistem delinmiş olur.

Sonuç olarak, incelenen sistem uygulanan gerilime dayanamaz.



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

- c) Sistemin hiçbir tabakasında delinme olmaması için önce, sistemin en zayıf tabakasına ait $(E_{di} \cdot \epsilon_i)_{\min}$ değeri hesaplanır. Problemde en zayıf tabaka üçüncü tabaka olup $(E_{di} \cdot \epsilon_i)_{\min} = 30$ 'dur. Buna göre

$$E = \frac{U}{\epsilon \cdot A} \Rightarrow U = E \cdot \epsilon \cdot A \Rightarrow U_d = E_d \cdot \epsilon \cdot A$$

bağıntısından yararlanarak

$$U_d = E_d \cdot \epsilon \cdot A = 30 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{0,529}{\epsilon_0} = 15,87 \text{ kV}$$

olarak hesaplanır. Sistemin hiçbir tabakasında delinme olmaması için $U < U_d$ olmalıdır. Yani, sisteme uygulanacak maksimum gerilim $U < 15,87 \text{ kV}$ olmalıdır.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Not: Delinme olmaksızın uygulanabilecek maksimum gerilim hesabında sadece E_{di} 'ye bakılmaz, delinme gerilimi

$$U_d = E_{di} \cdot \varepsilon_i \cdot A$$

olarak hesaplandığından, burada E_{di} ile beraber ε_i 'ye de bakılmalıdır. Bunun için her ikisinin çarpımı olan $E_{di} \cdot \varepsilon_i$ değeri önemlidir. Hangi tabakada $E_{di} \cdot \varepsilon_i$ çarpımı minimum değerde ise o tabaka daha zayıftır. Bu nedenle delinme olmaksızın tüm sisteme uygulanacak maksimum gerilim bu tabakaya göre hesaplanır:

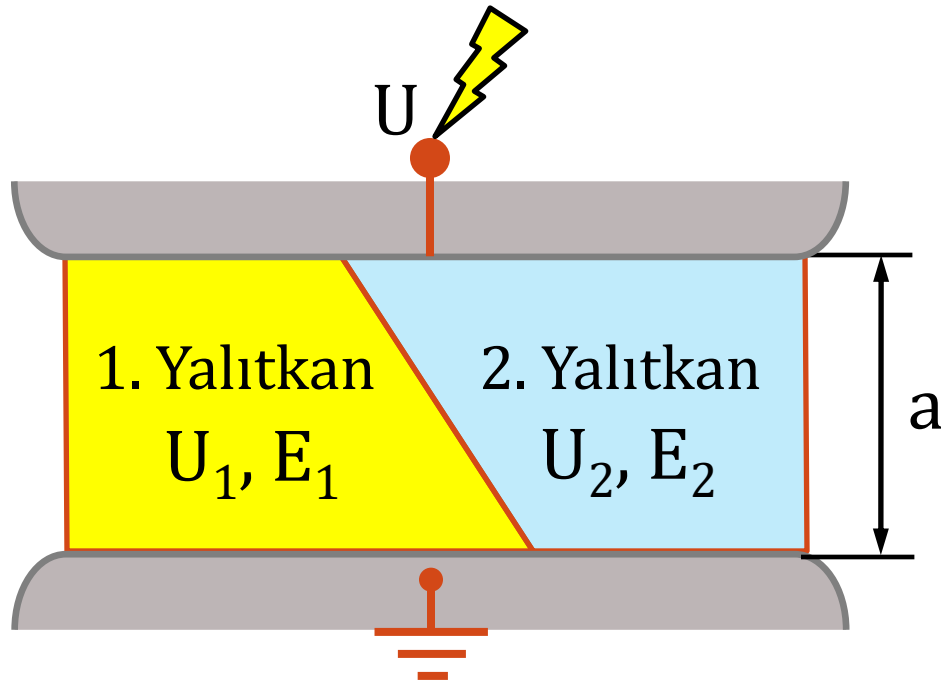
$$U_{\max} < U_{d\min} = (E_{di} \cdot \varepsilon_i)_{\min} \cdot A$$

olarak belirlenir.

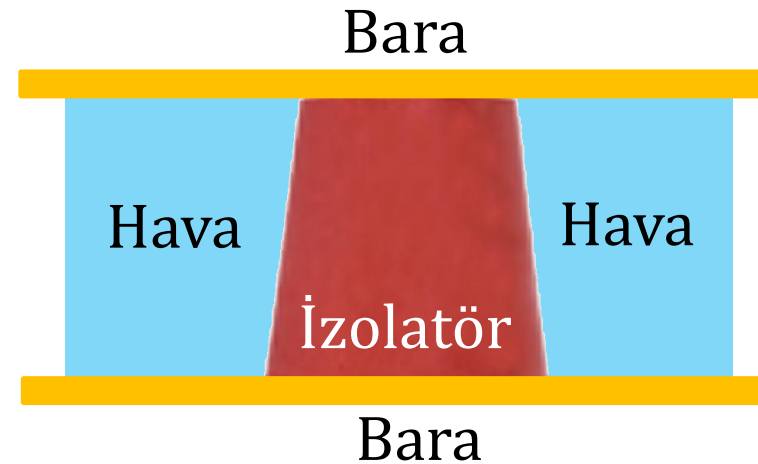
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

3. Eğik Düzen



Bu tür durumları incelemek için iki yalıtkanın sınır yüzeyinde elektrik alan ve eş potansiyel çizgilerin davranışları bilinmelidir.



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Sınır Yüzeylerde Kırılma

Aralarında potansiyel farkı bulunan iletkenler arasında, çevresinde ve toprağa göre elektrik alanları oluşur.

Bu elektrik alanları, alanı meydana getiren elektrotlara paralel, dik veya eğik konumlarda yer alan, ortamdaki yalıtkanları elektriksel olarak zorlarlar.

Zorlanma, potansiyel farkının yani gerilimin yüksekliği ile artar.

Zorlanmanın yüksekliğine ve süresine bağlı olarak yalıtkanlarda eskime ve yaşlanma, yerel (kısmi) boşalma, atlama veya delinme meydana gelebilir.

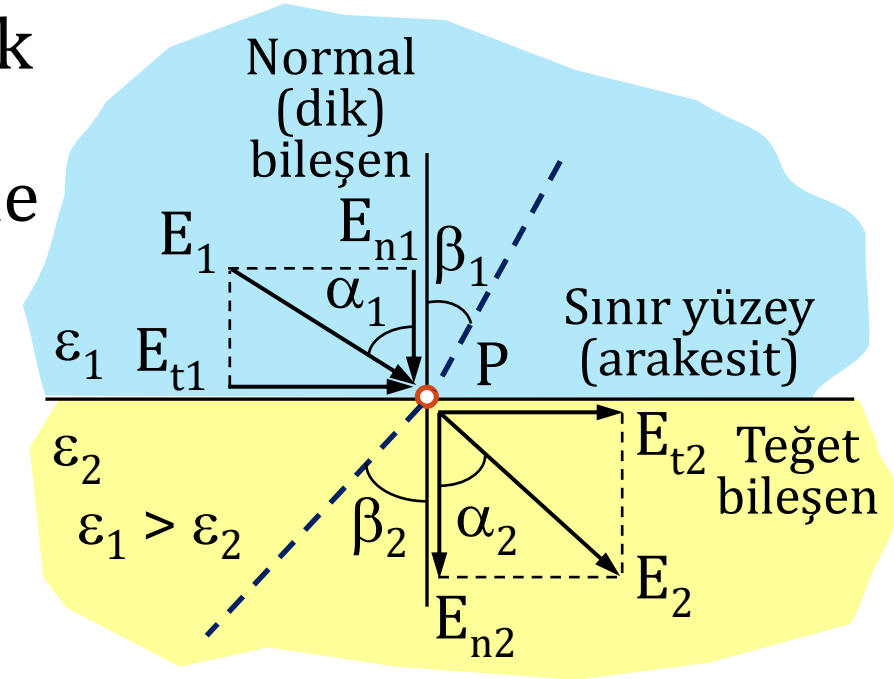
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Elektrik alan, elektriksel deplasman (elektrik akı yoğunluğu) ve eş potansiyel çizgileri, ortamdaki dielektrik sabitleri farklı, birbirine komşu yalıtkanların sınır yüzeylerinden (arakesitlerinden) geçerken kırılır.

Yüksek gerilimin uygulandığı iki elektrot arasındaki ortamdaki bir sınır yüzeyde elektrik alanın iki bileşeni vardır.

Aralarında 90° açı bulunan bu bileşenler, sınır yüzeye teğet olan **teğet bileşen** ve sınır yüzeye veya teğete dik olan **normal bileşen** olarak adlandırılır.



Sınır yüzeyde elektrik alan ve eş potansiyel çizgilerin kırılması

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Teğet ve normal bileşenler içinde bulundukları yalıtkan ortama zorlanma etkisi bakımından farklılık gösterir.

Alanın sınır yüzeye teğet olan bileşeni arayüzey boyunca yüzeysel boşalmaya yani atlamaya; sınır yüzeye dik bileşen de yalıtkanı delinmeye zorlar.

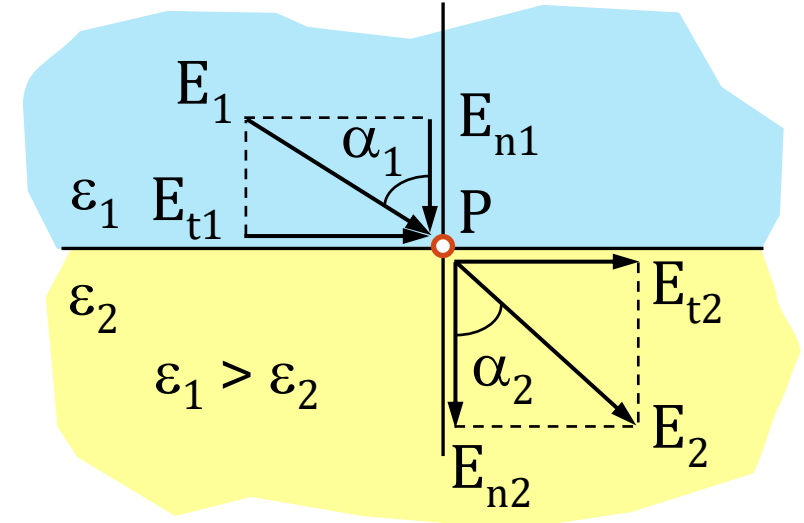
Teğet veya dik (normal) bileşenleri hesaplayarak veya tasarımları gerçeklerken göz önüne alarak sistem davranışını değerlendirmek ve kontrol altına almak mümkündür.

İzolatörlerin çevresindeki hava ile arakesitini oluşturan yüzeyindeki kıvrımlar (etekler) bu düşüncenin yaygın karşılaşılan bir uygulamasıdır.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Dielektrik sabitleri farklı ve alan yönüne bağlı olarak değişmeyen (yönsemez, izotrop), her yerde yapısal özellikleri aynı olan (homojen) iki yalıtkan ortam arasındaki sınır yüzeyde elektrik alan ve elektriksel akı çizgileri, sınır yüzeye dik ve teğet bileşenlerinin genliklerine, normalle yaptıkları açılara (kırılma açılara) ve ortamların dielektrik sabitlerine bağlı olarak doğrultu değiştirirler ve yeni genlik değerleri alırlar.



Sınır yüzeyde
elektrik alan çizgilerinin
kırılması

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

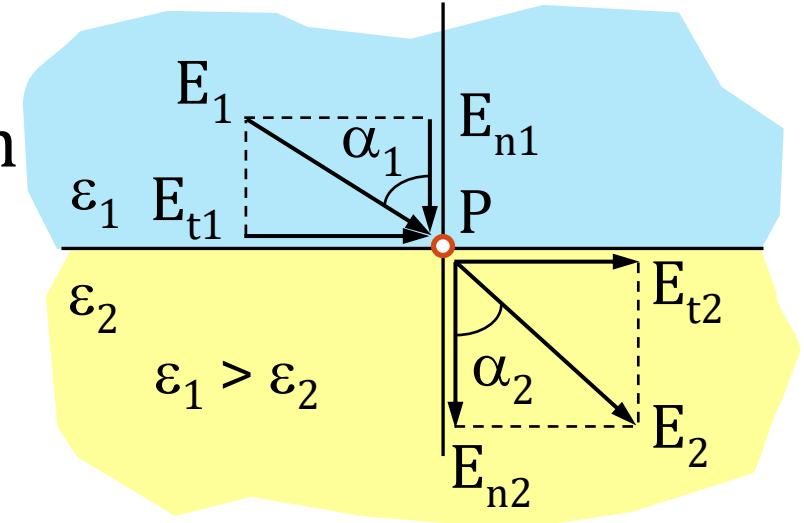
TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Dielektrik katsayıları ϵ_1 ve ϵ_2 olan iki yalıtkanı ayıran sınır yüzeyde, herhangi bir P noktasında, ortamlardaki E_1 ve E_2 elektrik alan vektörlerinin sınır yüzeye dik doğrultu ile yaptıkları açılar α_1 ve α_2 ile, teğet ve normal yöndeki bileşenler E_{t1} , E_{t2} , E_{n1} ve E_{n2} ile gösterilsin.

$\epsilon_1 > \epsilon_2$ varsayımı ile P noktası çevresinde bu noktayı içine alan sonsuz küçük bir dikdörtgen çerçeveye $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$ işlemi uygulanarak yazılan denklemden

$$E_{t1} = E_{t2}$$

bağıntısı elde edilir.



Sınır yüzeyde
elektrik alan çizgilerinin
kırılması

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

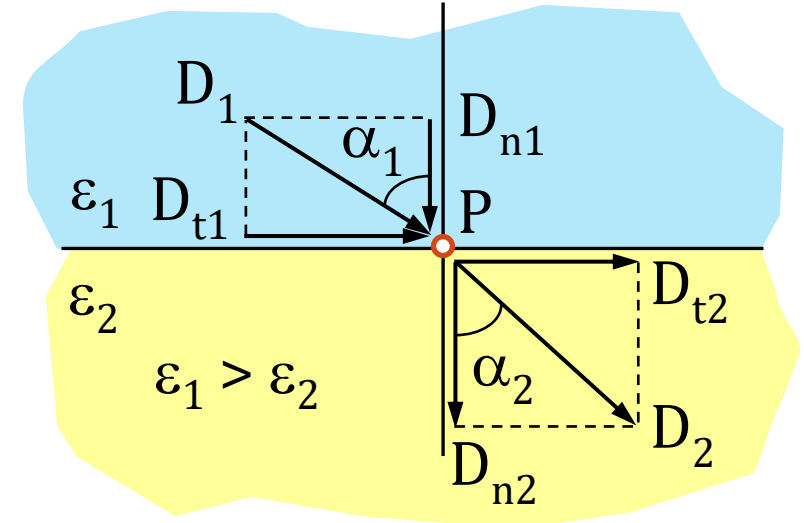
TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Elektriksel deplasmanla elektrik alanı arasındaki $D = \epsilon E$ bağıntısından da

$$\frac{D_{t1}}{D_{t2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

bağıntısı elde edilir.

Bu bağıntılara göre sınır yüzeyde teğetsel elektrik alan bileşenleri birbirine eşittir ve elektriksel deplasman vektörlerinin teğetsel bileşenleri ortamların dielektrik katsayıları ile doğru orantılı değer alır.



Sınır yüzeyde
deplasman çizgilerinin
kırılması

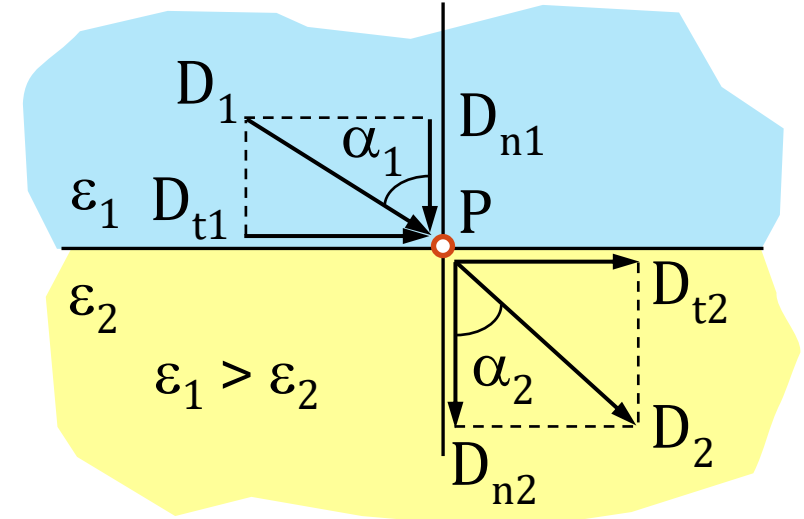
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Şekilde, P noktasında elektriksel deplasman vektörlerinin kırılması gösterilmiştir. Bu noktayı içine alan ve sınır yüzeye dik bir sonsuz küçük bir silindir hacim elemanı için sınır yüzeyde serbest yüklerin bulunmadığı varsayımı ile $\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0$ işlemi uygulanırsa

$$D_{n1} = D_{n2}$$

bağıntısı elde edilir. Bunun anlamı, sınır yüzeyde, deplasman vektörlerinin sınır yüzeye dik bileşenleri birbirine eşit olacak şekilde kırılır, demektir.



Sınır yüzeyde
deplasman çizgilerinin
kırılması

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

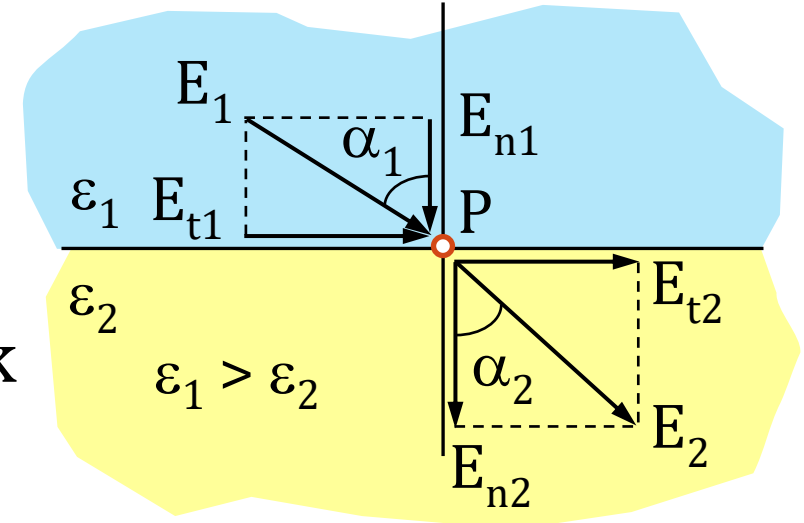
$D_{n1} = \epsilon_1 E_{n1}$ ve $D_{n2} = \epsilon_2 E_{n2}$ bağıntıları göz önüne alınarak

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

bağıntısı elde edilir. Bu bağıntı, normal elektrik alan bileşenlerinin ortamların dielektrik katsayıları ile ters orantılı olarak değer alacağını gösterir.

$E_{t1} = E_{t2}$ bağıntısı α_1 ve α_2 kırılma açılarına bağlı olarak yazılırsa

$$E_1 \cdot \sin \alpha_1 = E_2 \cdot \sin \alpha_2 \quad \text{olur.}$$



Sınır yüzeyde elektrik alan çizgilerinin kırılması

YÜKSEK GERİLİM TEKNIĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

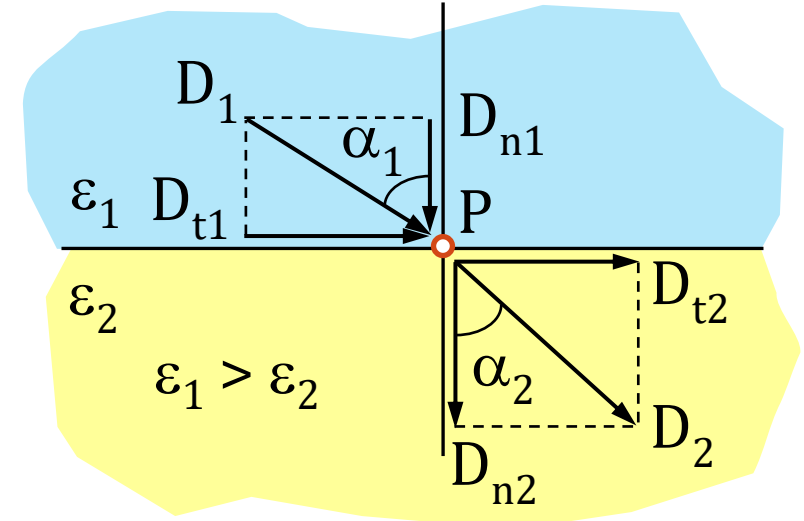
$D_{n1} = D_{n2}$ bağıntısı α_1 ve α_2 kırılma açılarına bağlı olarak yazılırsa

$$D_1 \cdot \cos \alpha_1 = D_2 \cdot \cos \alpha_2$$

olur. Bu denklemde D_1 ve D_2 için $D_1 = \epsilon_1 \cdot E_1$ ve $D_2 = \epsilon_2 \cdot E_2$ eşitlikleri yazılır ve elde edilen denklem bir önceki denklemle taraf tarafa bölünürse,

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

bağıntısı elde edilir.



Sınır yüzeyde
deplasman çizgilerinin
kırılması

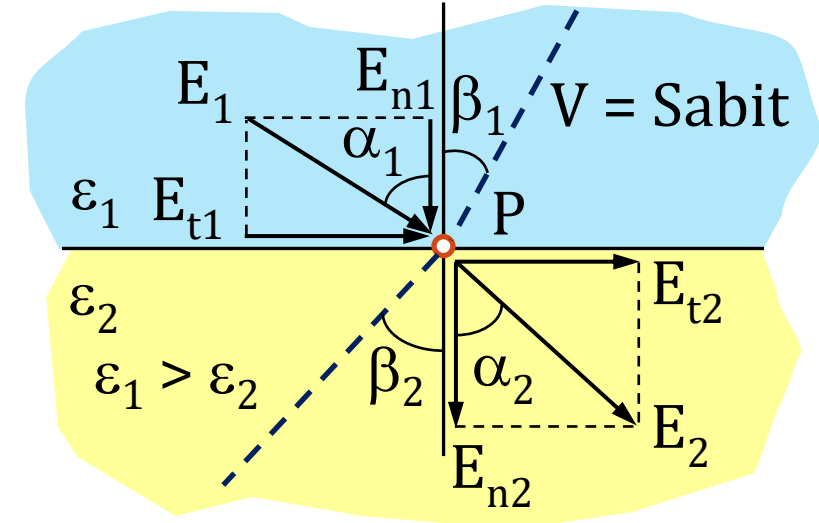
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Buna göre, alan çizgileri, dielektrik sabiti küçük olan ortamda kırılma açısı küçük, tersine, dielektrik sabiti büyük olan ortamda kırılma açısı büyük olacak şekilde kırılır.

Elektrik alan ve eş potansiyel çizgileri her noktada birbirleriyle dik olarak kesişir.

Şekilde β_1 ve β_2 , ortamlardaki eş potansiyel çizgilerin sınır yüzeyine dik doğrultu ile yaptıkları açılardır.



Sınır yüzeyde
elektrik alan ve
eş potansiyel çizgilerin
kırılması

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Şekilden görüldüğü gibi, sınır yüzeylerde $V = \text{sabit}$ eş potansiyel yüzeyleri veya eş potansiyel çizgileri

$$\frac{\tan(90^\circ - \alpha_1)}{\tan(90^\circ - \alpha_2)} = \frac{\tan \beta_1}{\tan \beta_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

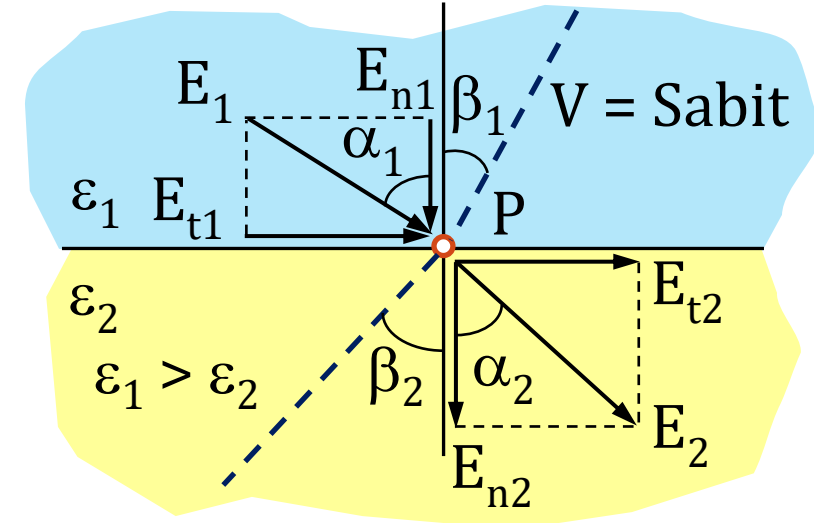
bağıntısına göre kırılır.

Kırılma açıları arasında

$$\alpha_1 + \beta_1 = 90^\circ \text{ veya } \beta_1 = 90^\circ - \alpha_1$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = 90^\circ \text{ veya } \beta_2 = 90^\circ - \alpha_2$$

ilişkisi vardır.



Sınır yüzeyde
elektrik alan ve
eş potansiyel çizgilerin
kırılması

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Yazılan denklemler yardımıyla ortamlardaki elektrik alan vektörlerinin mutlak değerleri için,

$$E_2 = \sqrt{E_{t2}^2 + E_{n2}^2}$$

$$E_2 = \sqrt{E_{t1}^2 + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right)^2 E_{n1}^2} = E_1 \sqrt{\sin^2 \alpha_1 + \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\right)^2 \cos^2 \alpha_1}$$

ve benzer şekilde deplasman vektörlerinin mutlak değerleri için

$$D_2 = \sqrt{D_{n2}^2 + D_{t2}^2}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

$$D_2 = \sqrt{D_{n1}^2 + \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)^2 D_{t1}^2} = D_1 \sqrt{\left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\right)^2 \sin^2 \alpha_1 + \cos^2 \alpha_1}$$

bağıntıları elde edilir.

Bu bağıntılardaki D_n ve D_t büyüklükleri, elektriksel deplasmanın (elektrik akı yoğunluğunun) sınır yüzeye P noktasında dik ve teğet bileşenlerini göstermektedir.

Alan bileşenlerinden, bir ortamdaki alanın, doğrultusu, yönü ve genliği (mutlak değeri) belirlenir.

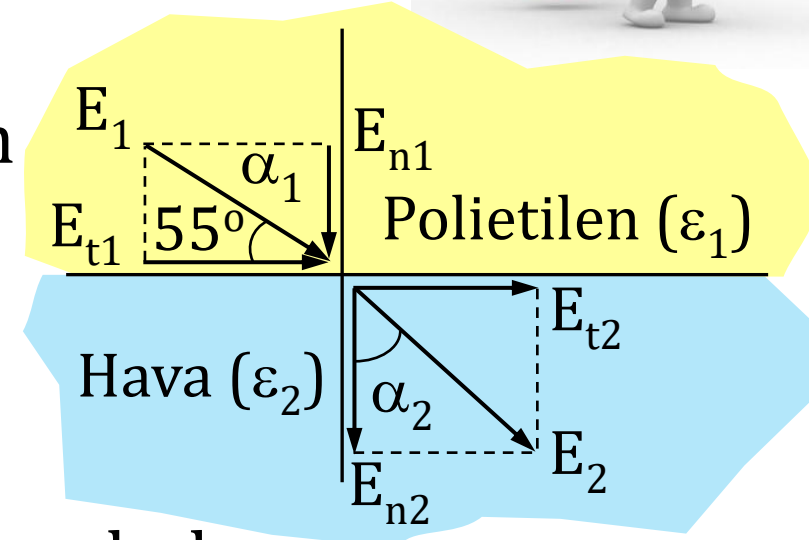
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ



Örnek 3:

Bağıl dielektrik sabitleri $\epsilon_{r1} = 2,3$ ve $\epsilon_{r2} = 1$ olan polietilen ve havadan oluşan bir yalıtkan ortamda elektrik alanı polietilen içinden sınır yüzeye 55° 'lik bir açı ile girmektedir.



- Sınır yüzeyde alan çizgilerinin (α_1, α_2) ve eş potansiyel çizgilerin (β_1, β_2) kırılma açılarını bulunuz.
- Polietilendeki elektrik alan şiddeti $E_1 = 90 \text{ kV/cm}$ olduğuna göre hava içindeki elektrik alan şiddeti E_2 'yi ve E_1 ve E_2 'nin normal ve teğetsel alan bileşenlerini hesaplayınız.
- Havanın delinme dayanımı 30 kV/cm olduğuna göre hava delinir mi?

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Yanıt 3:

a) Sınır yüzeyde elektrik alan çizgilerinin (α_1, α_2) açıları:

$$\alpha_1 = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

$$\frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

$$\tan \alpha_2 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot \tan \alpha_1 = \frac{1}{2,3} \cdot \tan 35^\circ = 0,3044$$

$$\alpha_2 = \arctan 0,3044 = 16,93^\circ$$

olur. Sınır yüzeyde eşpotansiyel çizgilerinin (β_1, β_2) kırılma açıları:

$$\beta_1 = 90^\circ - \alpha_1 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\beta_2 = 90^\circ - \alpha_2 = 90^\circ - 16,93^\circ = 73,07^\circ$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

b) Polietilendeki elektrik alanın teğetsel bileşeni:

$$E_{t1} = E_1 \cdot \sin \alpha_1 = 90 \cdot \sin 35^\circ = 90 \cdot 0,5735 = 51,615 \text{ kV/cm}$$

olur. Sınır yüzeyde elektrik alanın teğetsel bileşenleri birbirine eşittir.

$$E_{t2} = E_{t1} = 51,615 \text{ kV/cm}$$

Polietilendeki elektrik alanın normal bileşeni:

$$E_{n1} = E_1 \cdot \cos \alpha_1 = 90 \cdot \cos 35^\circ = 90 \cdot 0,819 = 73,71 \text{ kV/cm}$$

Sınır yüzeydeki deplasmanın normal bileşenlerinin eşitliğinden

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

yazılır.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Son eşitlikten, porselendeki elektrik alanın normal bileşeni:

$$E_{n2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot E_{n1} = \frac{2,3}{1} \cdot 73,71 = 169,56 \text{ kV/cm}$$

ve havadaki elektrik alan şiddeti:

$$E_2 = \sqrt{E_{t2}^2 + E_{n2}^2} = \sqrt{51,615^2 + 169,56^2} = 177,24 \text{ kV/cm}$$

bulunur.

c) Bir yalıtkanı, ona dik elektrik alan bileşeni delinmeye zorlar.
Buna göre

$$E_{n2} = 169,56 \text{ kV / cm} > E_{d2} = 30 \text{ kV / cm}$$

olduğundan hava delinir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ



Çalışma Sorusu

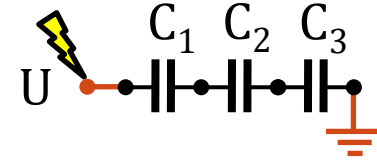
1. $3\ \mu\text{F}$, $9\ \mu\text{F}$ ve $18\ \mu\text{F}$ kapasiteli üç düzlemsel kondansatör

a) Seri bağlanıyor ve 4 kV uygulanıyor:

a.1) Sistemin eşdeğer kapasitesini

a.2) Sistemde biriken elektrik yükünü

a.3) Kondansatörlerin uçlarındaki gerilimleri

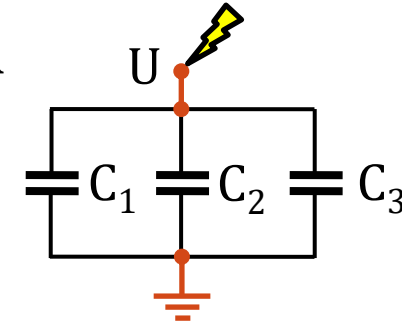


b) Paralel bağlanıyor ve 400 V uygulanıyor:

b.1) Sistemin eşdeğer kapasitesini

b.2) Sistemde biriken elektrik yükünü

b.3) Kondansatörlerin biriken elektrik enerjisini hesaplayınız.



Yanıtlar: a.1) $2\ \mu\text{F}$, a.2) $8\ \text{mC}$, a.3) $U_1 = 2,67\ \text{kV}$, $U_2 = 0,89\ \text{kV}$,
 $U_3 = 0,44\ \text{kV}$; b.1) $30\ \mu\text{F}$, b.2) $12\ \text{mC}$, b.3) $2,4\ \text{J}$

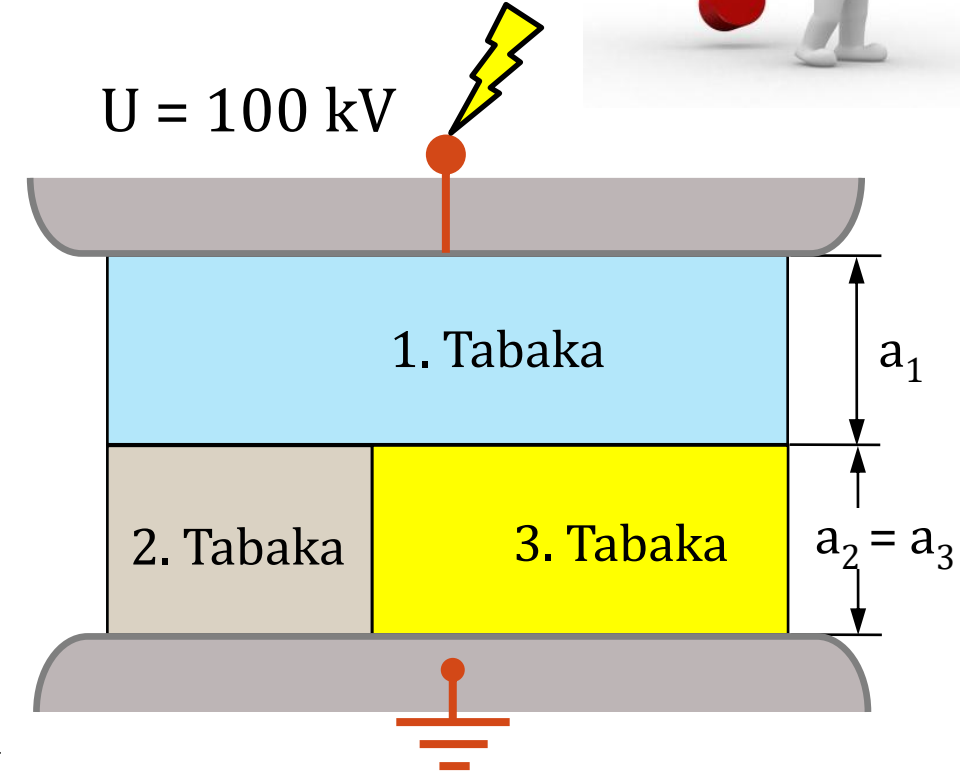
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ



Çalışma Sorusu

2. Şekilde gösterilen üç yalıtkan tabakalı düzlemsel elektrot sisteminde, tabakaların yüzey alanları $S_1 = 3 \times S_2 = 1,5 \times S_3 = 600 \text{ cm}^2$ ve elektrot sistemine uygulanan gerilim 100 kV'tur.
- a) Elektrot sisteminin eşdeğer kapasitesini hesaplayınız ($\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$).
- b) Her bir tabakaya düşen gerilimi ve elektrik alan şiddetini hesaplayınız.
- c) Elektrot sistemini delinme bakımından inceleyiniz. Yanıtlar: a) $C_e = 53,123 \text{ pF}$; $U_1 = 28 \text{ kV}$, $U_2 = U_3 = 72 \text{ kV}$
 $E_1 = 20 \text{ kV/cm}$, $E_2 = 60 \text{ kV/cm}$, $E_3 = 60 \text{ kV/cm}$



$$\begin{aligned} a_1 &= 1,4 \text{ cm}; \epsilon_{r1} = 5; E_{d1} = 100 \text{ kV/cm} \\ a_2 &= 1,2 \text{ cm}; \epsilon_{r2} = 3; E_{d2} = 80 \text{ kV/cm} \\ a_3 &= 1,2 \text{ cm}; \epsilon_{r3} = 1; E_{d3} = 30 \text{ kV/cm} \end{aligned}$$

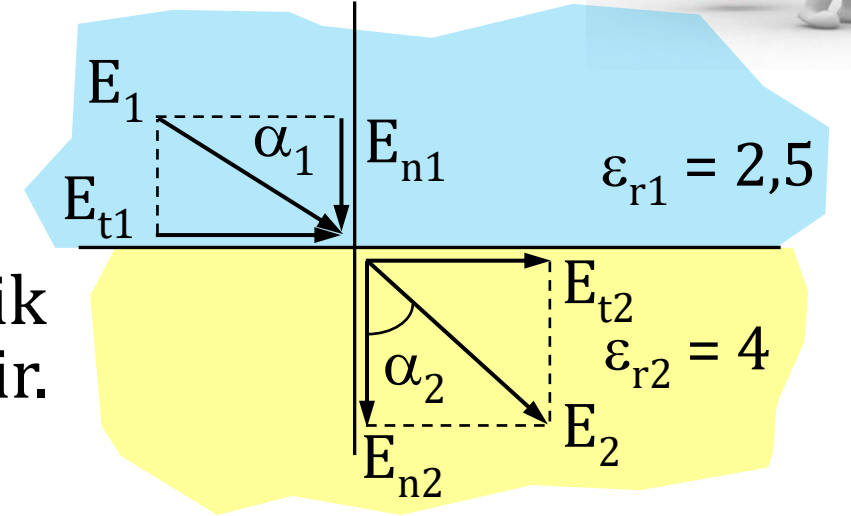
YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ



Çalışma Sorusu

3. Şekilde $\epsilon_{r1} = 2,5$, $E_{d1} = 50$ kV/cm ve $\epsilon_{r2} = 4$, $E_{d2} = 80$ kV/cm olan iki ortamın sınır yüzeyine $E_1 = 80$ kV/cm olan elektrik alan şiddeti $\alpha_1 = 35^\circ$ 'lik açı ile gelmektedir.



- a) İkinci ortamdaki kırılma açısını (α_2) ve eş potansiyel çizgilerin kırılma açılarını (β_1 ve β_2) hesaplayınız.
- b) E_{t1} , E_{n1} , E_{t2} , E_{n2} ve E_2 alan şiddetlerini hesaplayınız.
- c) Her iki yalıtkan ortamı delinme bakımından inceleyiniz.

Yanıtlar: a) $\alpha_2 = 48,248^\circ$, $\beta_1 = 55^\circ$, $\beta_2 = 41,752^\circ$; b) $E_{t1} = E_{t2} = 45,886$ kV/cm, $E_{n1} = 65,532$ kV/cm, $E_{n2} = 40,9575$ kV/cm, $E_2 = 61,506$ kV/cm

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ TABAKALI DÜZLEMSEL ELEKTROT SİSTEMİ

Bu haftalık bu kadar!

Haftaya

Küresel Elektrot Sistemleri

konusunu işleyeceğiz.

Sağlıkla kalın.