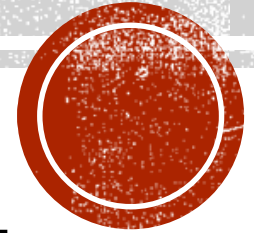


# **YÜKSEK GERİLİM TEKNIĞİ**

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ



**Statik Elektrik Alanı - Temel Elektrot Sistemleri**  
**SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ**

# YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ - 2022 BAHAR YARIYILI

Dersi veren öğretim üyesi:  
Prof. Dr. Özcan Kalenderli



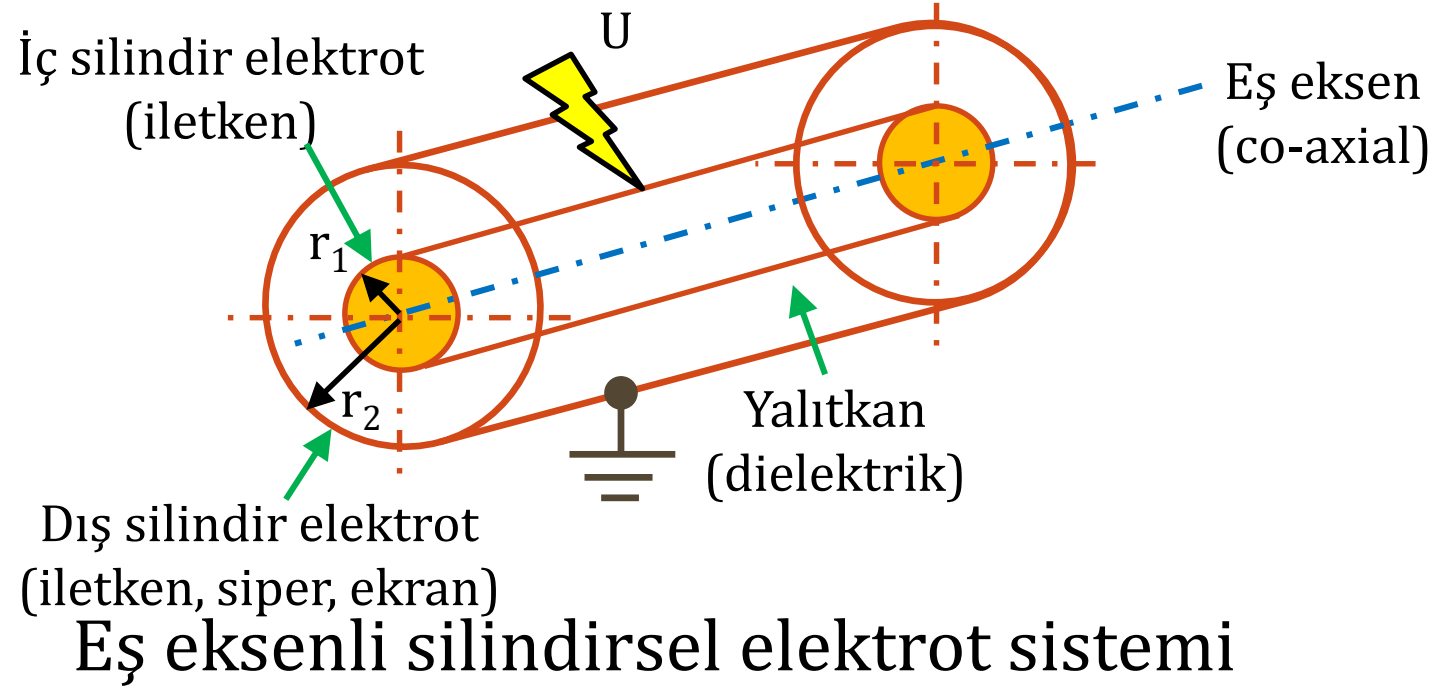
2021-2022 Bahar Yarıyılı

|              |            |                        |                  |                         |                   |
|--------------|------------|------------------------|------------------|-------------------------|-------------------|
| CRN<br>22843 | ELK<br>312 | Yüksek Gerilim Tekniği | Özcan Kalenderli | Perşembe<br>08:30/11:30 | Öğr. Sayısı<br>45 |
|--------------|------------|------------------------|------------------|-------------------------|-------------------|

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Silindirsel elektrot sistemi türleri:



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

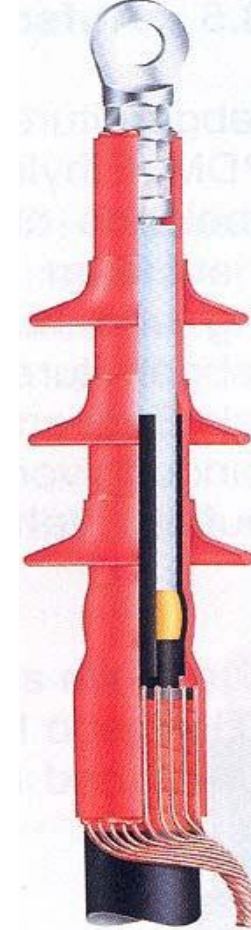
Eş eksenli silindirselsel elektrot sistemi örnekleri:



Kablo



Kablo eki



Kablo başlığı

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri: Geçit izolatörleri



Porselen  
geçit izolatörler



Epoksi reçine  
geçit izolatörler

Bina dışı-bina içi geçit izolatörleri



Bina içi-bina içi geçit izolatörleri



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri: Geçit izolatörleri



Transformatör tipi geçit izolatörü



Duvar tipi geçit izolatörü

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri:



Gaz yalıtımlı sistemler (GIS)

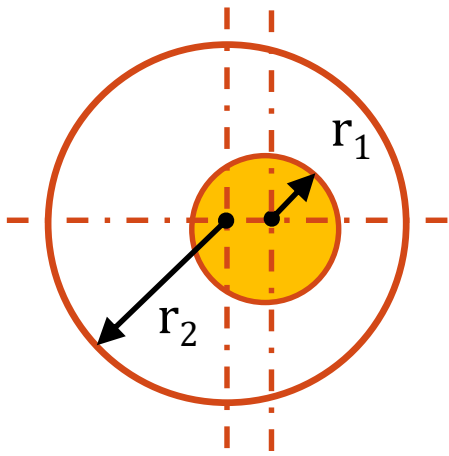


Buji

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

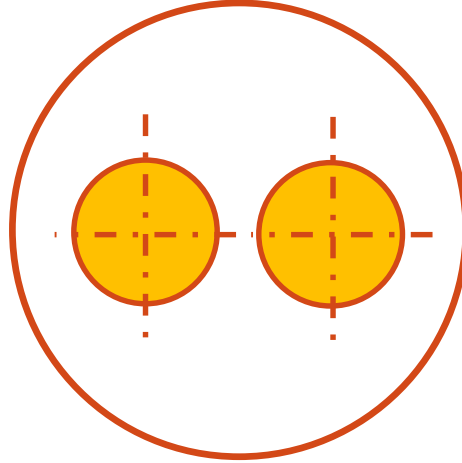
## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli silindirselsel elektrot sistemi örnekleri:

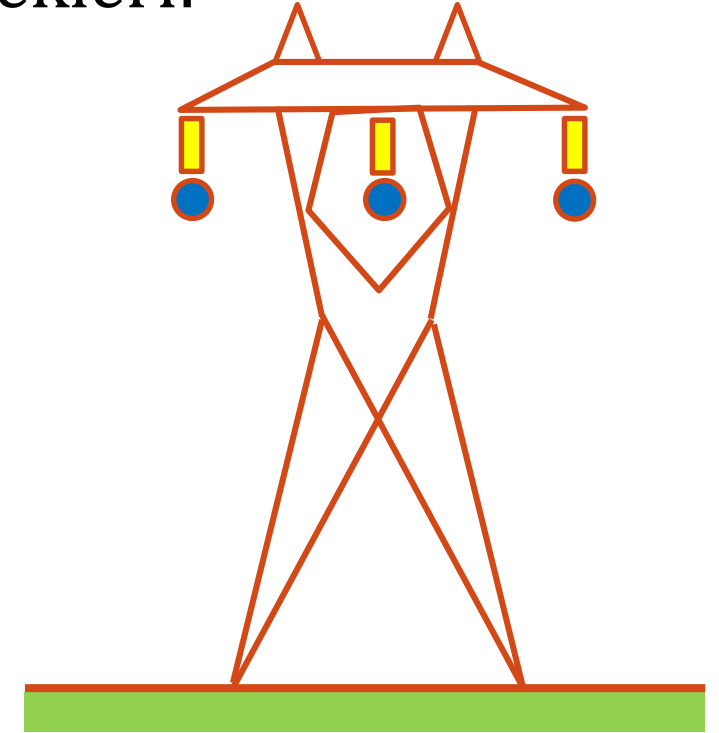
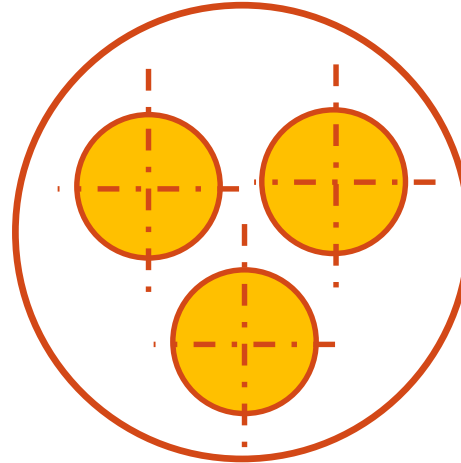


İç içe

kaçık eksenli silindirselsel elektrot sistemleri



Karşılıklı



Hava Hatları



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri:



Üç damarlı kablo



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada silindirsel elektrot sistemlerinin

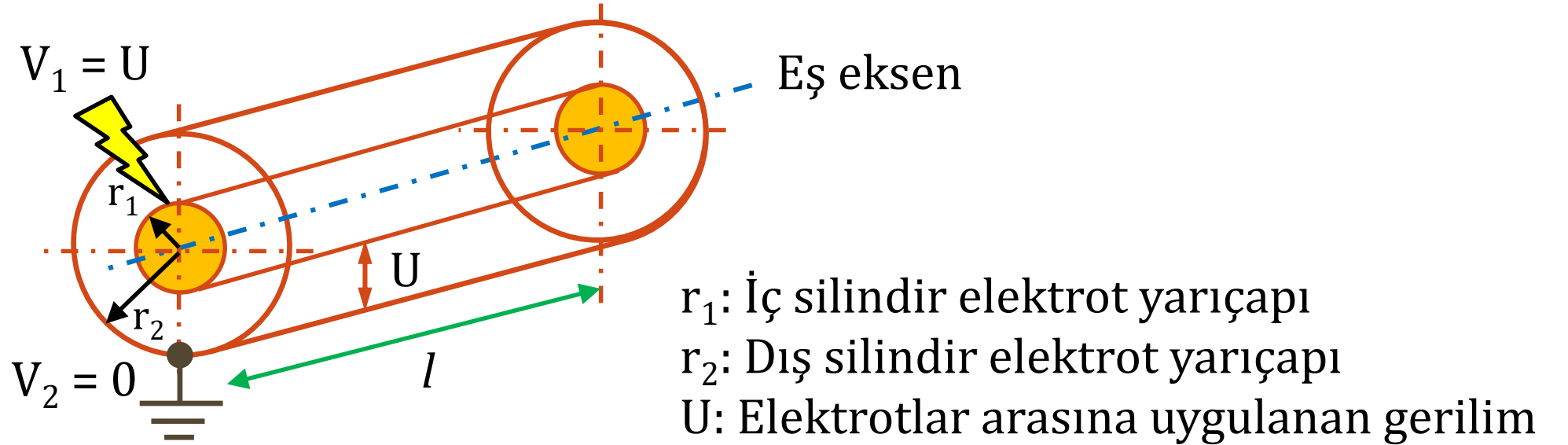
1. Elektriksel potansiyel bağıntısı ve dağılımı,
2. Elektrik alan şiddeti bağıntısı ve dağılımı,
3. Elektriksel kapasitesi ve
4. Elektriksel zorlanma ve delinme (boşalma olayları)

bakımından incelemeleri yapılacaktır.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

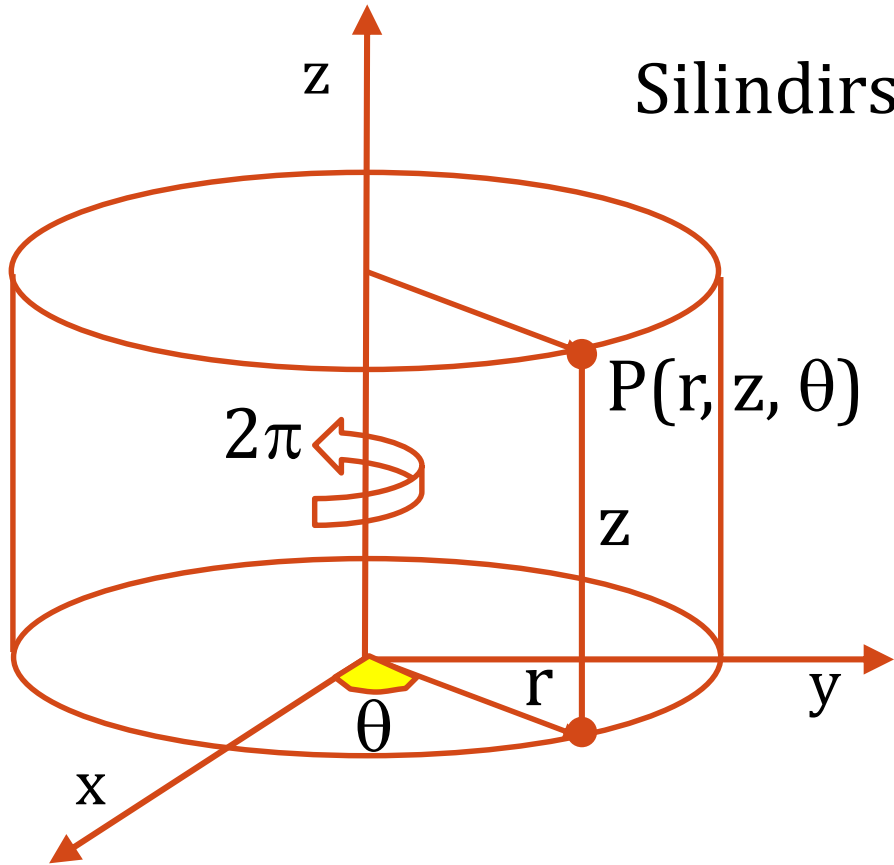
Eş eksenli silindirselsel elektrot sisteminin elektriksel potansiyeli ve elektrik alanı:



İncelemeler silindirselsel koordinatlarda yapılacaktır.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ



Silindirsel koordinatlar  $(r, \theta, z)$  ile gösterilirse

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

olur. Silindirsel koordinatlarda üç boyutlu potansiyel  $V = V(r, \theta, z)$  için

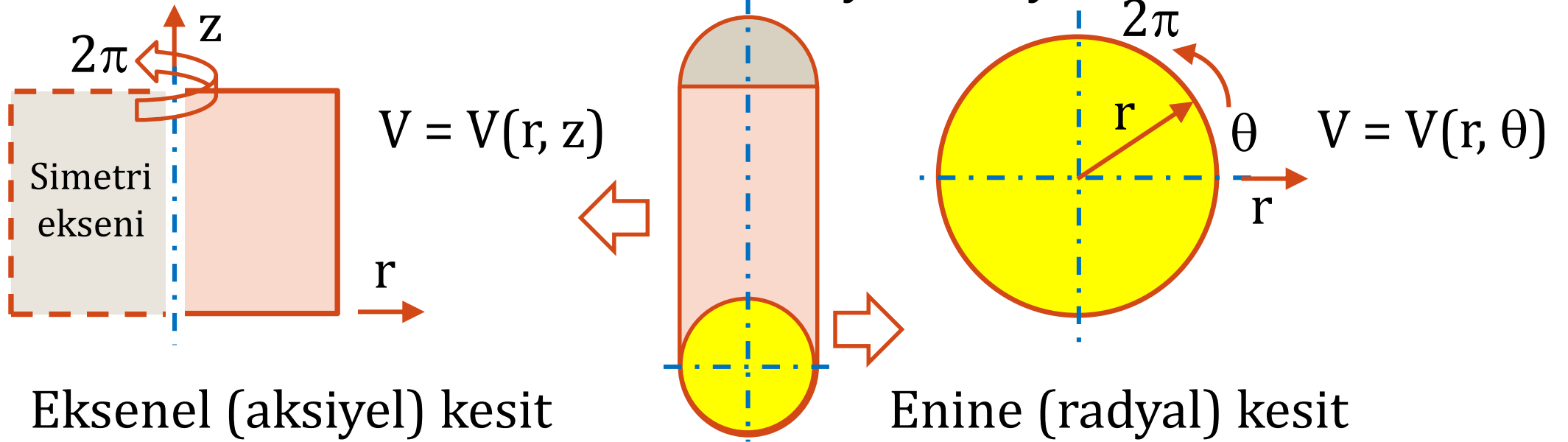
**Laplace denklemi:**

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindrsel elektrot sistemlerinde olduğu gibi eksenel simetriden dolayı iki boyutlu incelenebilirler.





# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Silindirsel koordinatlarda iki boyutlu Laplace denklemleri:

Eksenel kesit için  $V = V(r, z)$ :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \cancel{\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Enine kesit için  $V = V(r, \theta)$ :

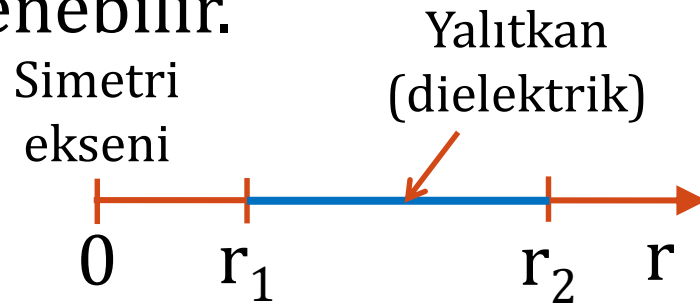
$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \cancel{\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eksenel ve dönel simetri nedeniyle silindirselsel elektrot sistemi bir boyutlu olarak incelenebilir.



Silindirselsel koordinatlarda bir boyutlu Laplace denklemi:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \cancel{\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2}} + \cancel{\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0}$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0 \quad \text{Laplace denkleminin çözümü } V = V(r) \text{ verecektir.}$$

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{dV}{dr} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0$$

$$\int \frac{d \left( \frac{dV}{dr} \right)}{\frac{dV}{dr}} = \int -\frac{1}{r} dr$$

$$\ln \frac{dV}{dr} = -\ln r + \ln A = \ln \frac{A}{r}$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r} \quad \Rightarrow \quad \int dV = \int \frac{A}{r} dr$$

Denklemin **genel çözümü**:

$$V = V(r) = A + B \cdot \ln r$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$V(r) = A + B \cdot \ln r$  genel çözümündeki A ve B katsayıları, problemin sınır koşullarından belirlenebilir (özel çözüm):

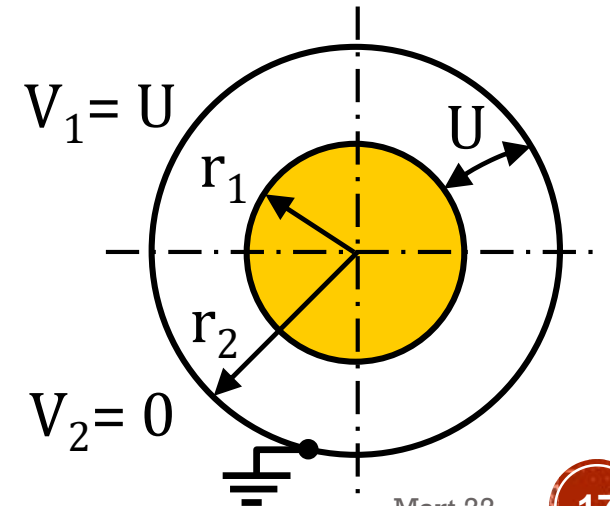
$$\left. \begin{array}{l} \text{Sınır koşulları: } r = r_1 \text{ iken } V(r_1) = V_1 = U \\ \phantom{\text{Sınır koşulları: }} r = r_2 \text{ iken } V(r_2) = V_2 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} U = A \cdot \ln r_1 + B \\ 0 = A \cdot \ln r_2 + B \end{array} \right.$$

Buradan

$$A = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln r_2$$

$$B = -\frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln r_1$$

bulunur.



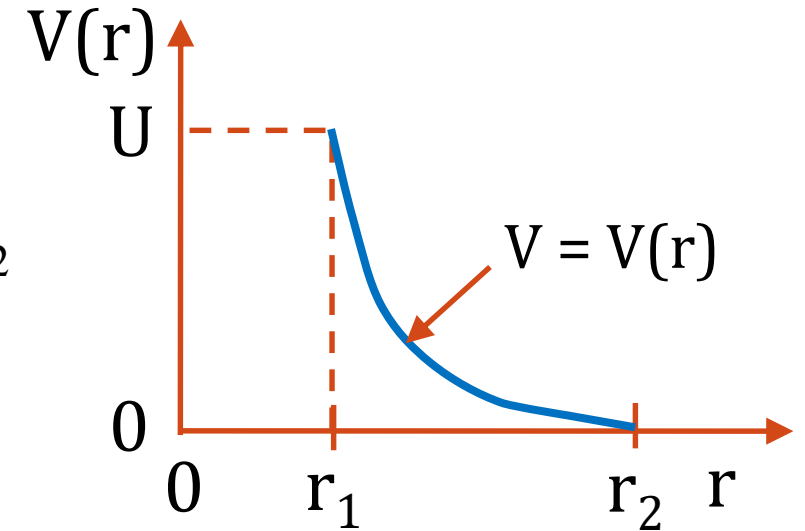
# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bulunan A ve B katsayıları  $V(r) = A + B \cdot \ln r$  genel çözümünde yerlerine yazılırsa

$$V = V(r) = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln \frac{r_2}{r}$$

$$r_1 \leq r \leq r_2$$



bulunur. Bu denklem, eş eksenli silindirselsel elektrot sisteminin **elektriksel potansiyel** bağıntısıdır.



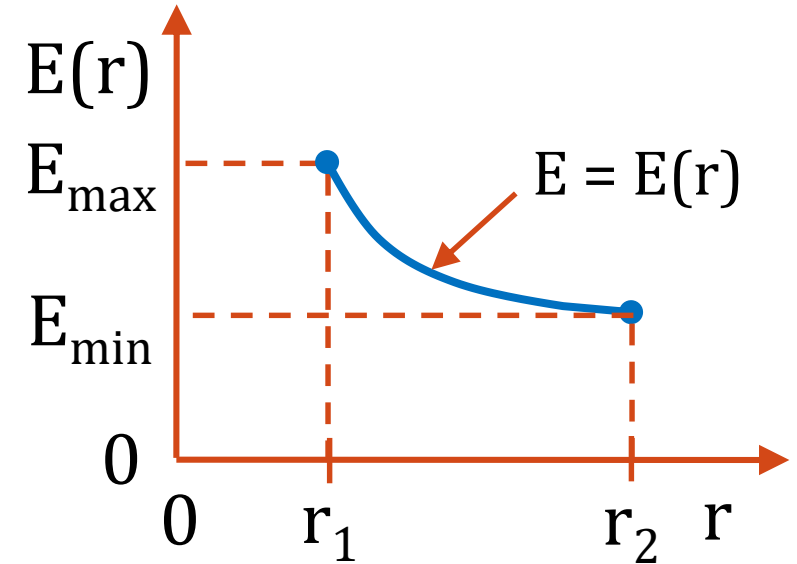
# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindrsel elektrot sisteminin **elektrik alan** bağıntısı, elektriksel potansiyel bağıntısından elde edilebilir:

$$E = E(r) = -\frac{dV}{dr} = \frac{U}{r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

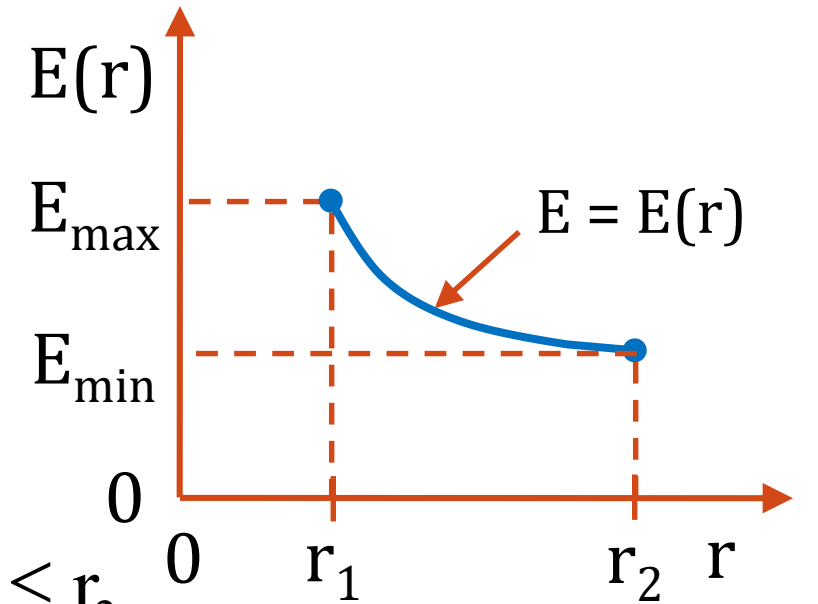
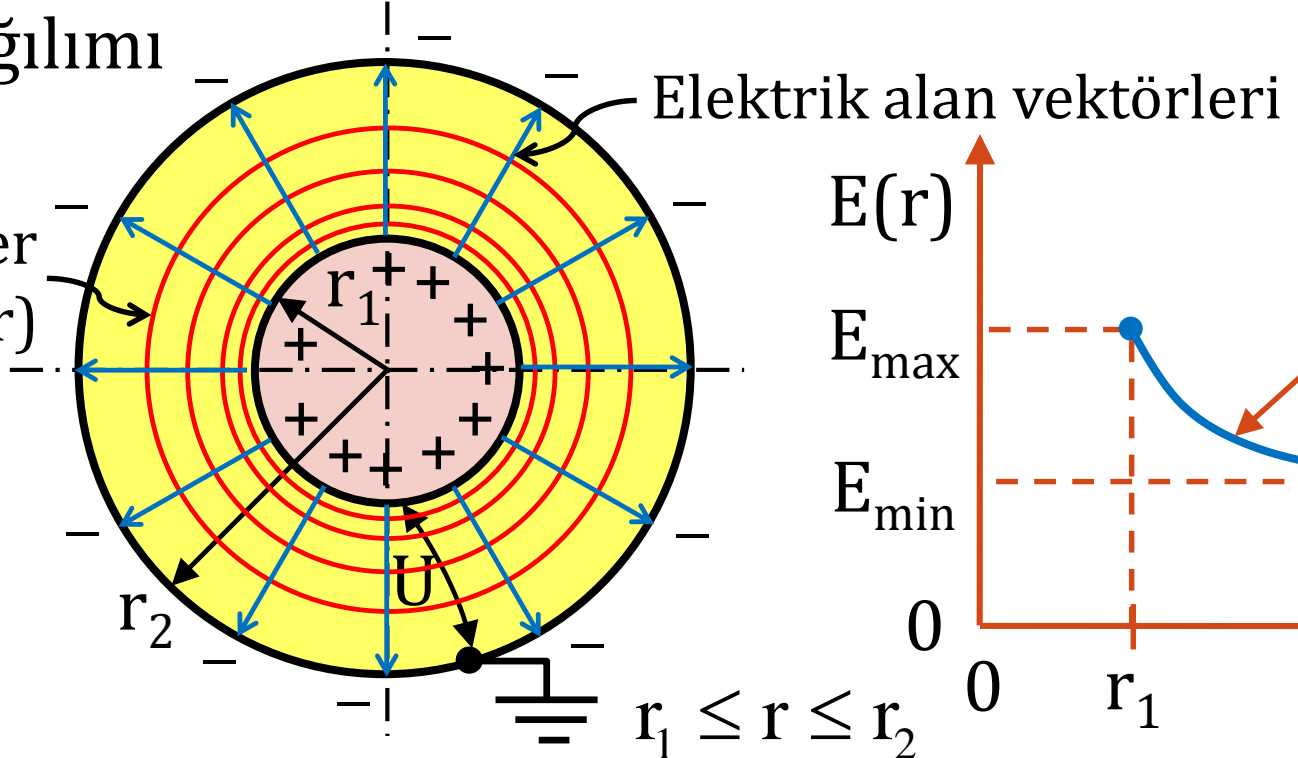
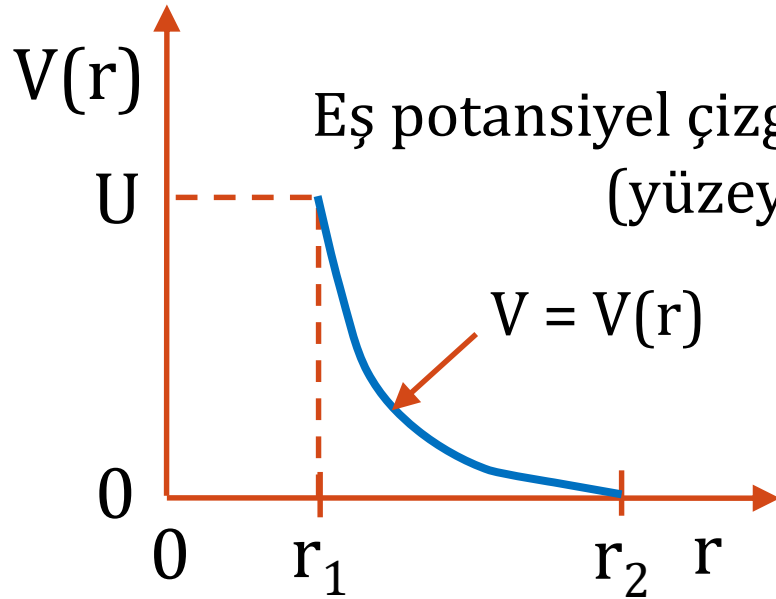
$$r_1 \leq r \leq r_2$$



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindrsel elektrot sisteminde **elektriksel potansiyel** ve **elektrik alan** dağılımı



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Elektrik alan şiddeti,  $r = r_1$  iken maksimum (en büyük) olur:

$$E = E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Eş eksenli silindirselsel elektrot sisteminin **maksimum elektrik alan şiddeti**

Elektrik alan şiddeti,  $r = r_2$  iken minimum (en küçük) olur:

$$E = E_{\min} = \frac{U}{r_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Eş eksenli silindirselsel elektrot sisteminin **minimum elektrik alan şiddeti**

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

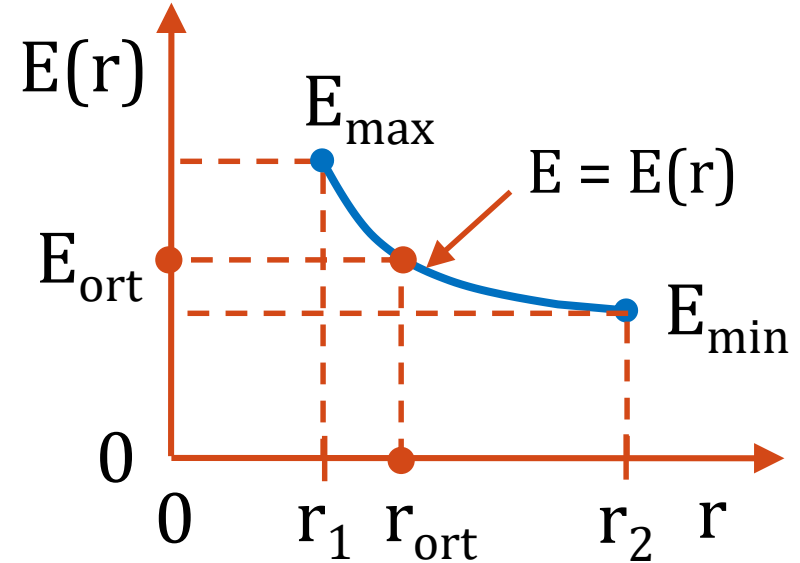
## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**Ortalama** elektrik alan şiddeti:

$$E_{\text{ort}} = \frac{U}{a} = \frac{U}{r_2 - r_1} = \frac{U}{r_{\text{ort}} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$E = E_{\text{ort}}$  yapan  $r$ 'ye  $r_{\text{ort}}$  denirse:

$$r_{\text{ort}} = \frac{r_2 - r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

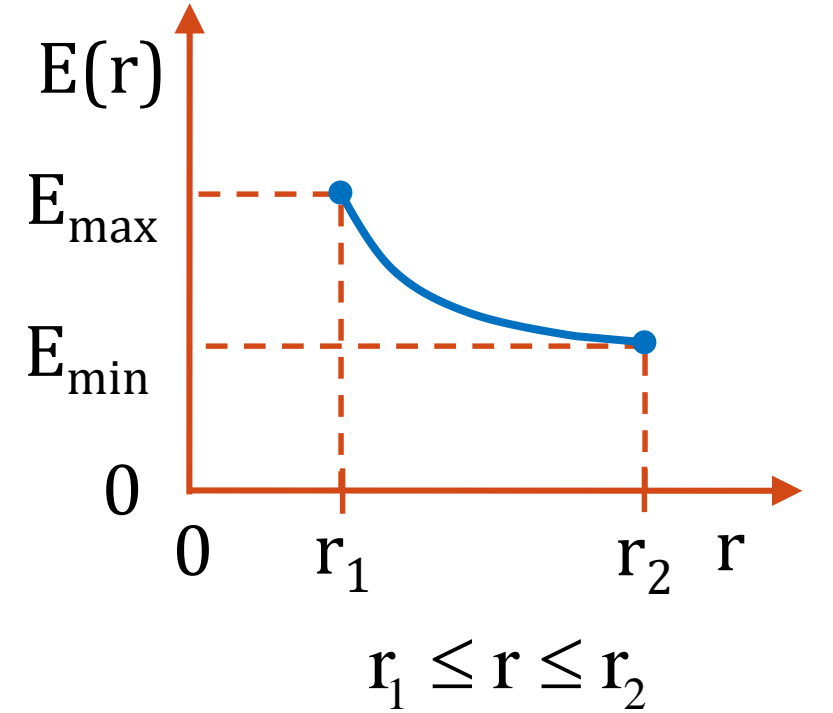


# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Görüldüğü gibi, eş eksenli silindrsel elektrot sisteminde elektrik alanı düzgün dağılmamakta yani her yerde aynı değeri almamaktadır.

Elektrik alan şiddeti, iç iletken üzerinde maksimum, dış iletkende ise minimumdur. Bu tür elektrik alan dağılımlarına **düzgün olmayan elektrik alan dağılımı** denir.





# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Yüksek gerilimde bir yerdeki  $E$  elektrik alan şiddeti, o yerdeki elektriksel yalıtkanın  $E_d$  delinme dayanımına eşit veya büyük olduğunda elektriksel boşalma olur. Buna **elektriksel boşalma koşulu** denir.

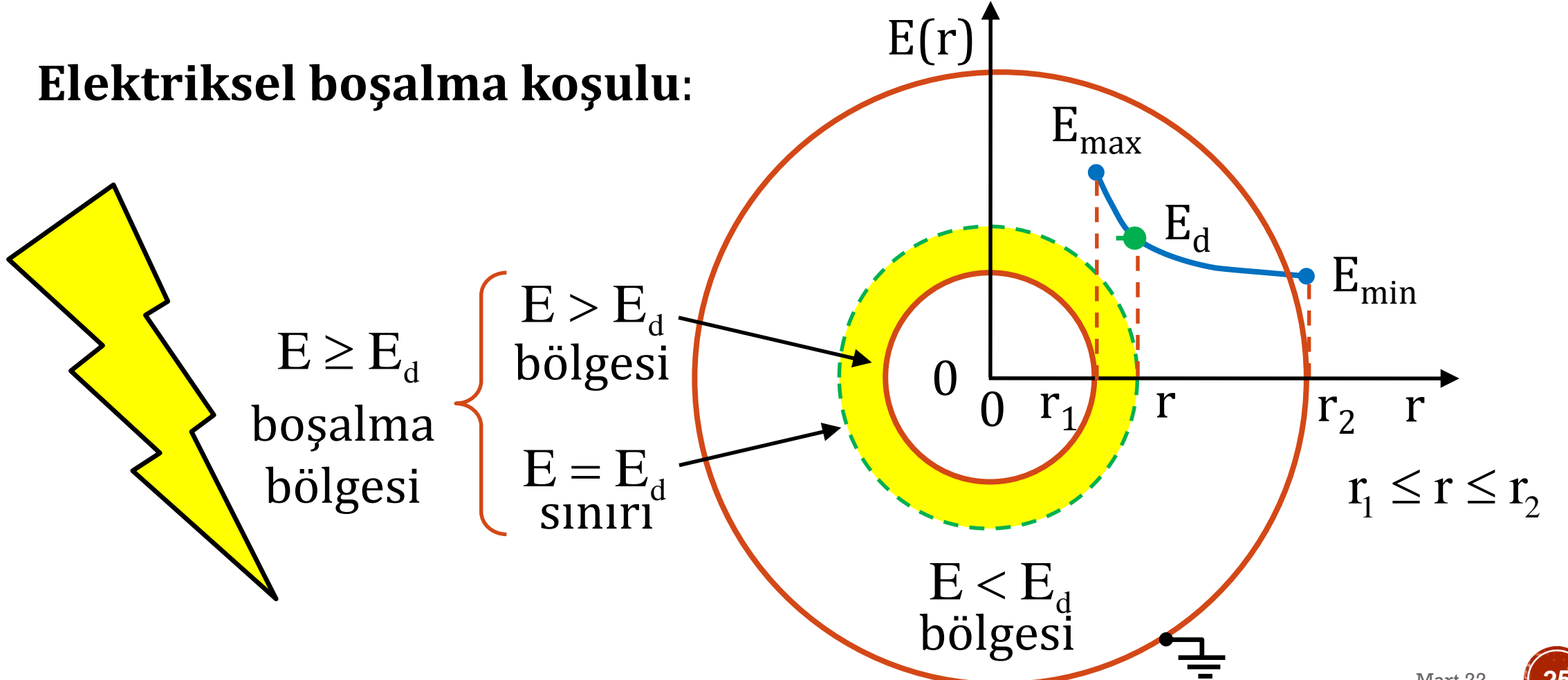
$$E \geq E_d$$

Elektriksel boşalma  $E < E_d$  olan yere kadar sürer, boşalma koşulu sağlanmazsa sonrasında devam edemez.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**Elektriksel boşalma koşulu:**



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Elektriksel boşalma koşulu (**Açıklama**):

$$E_{\max} \geq E_d > E_{\min}$$

ise ya da başka bir deyişle

$$E_{\max} \geq E_d \text{ ve } E_{\min} < E_d$$

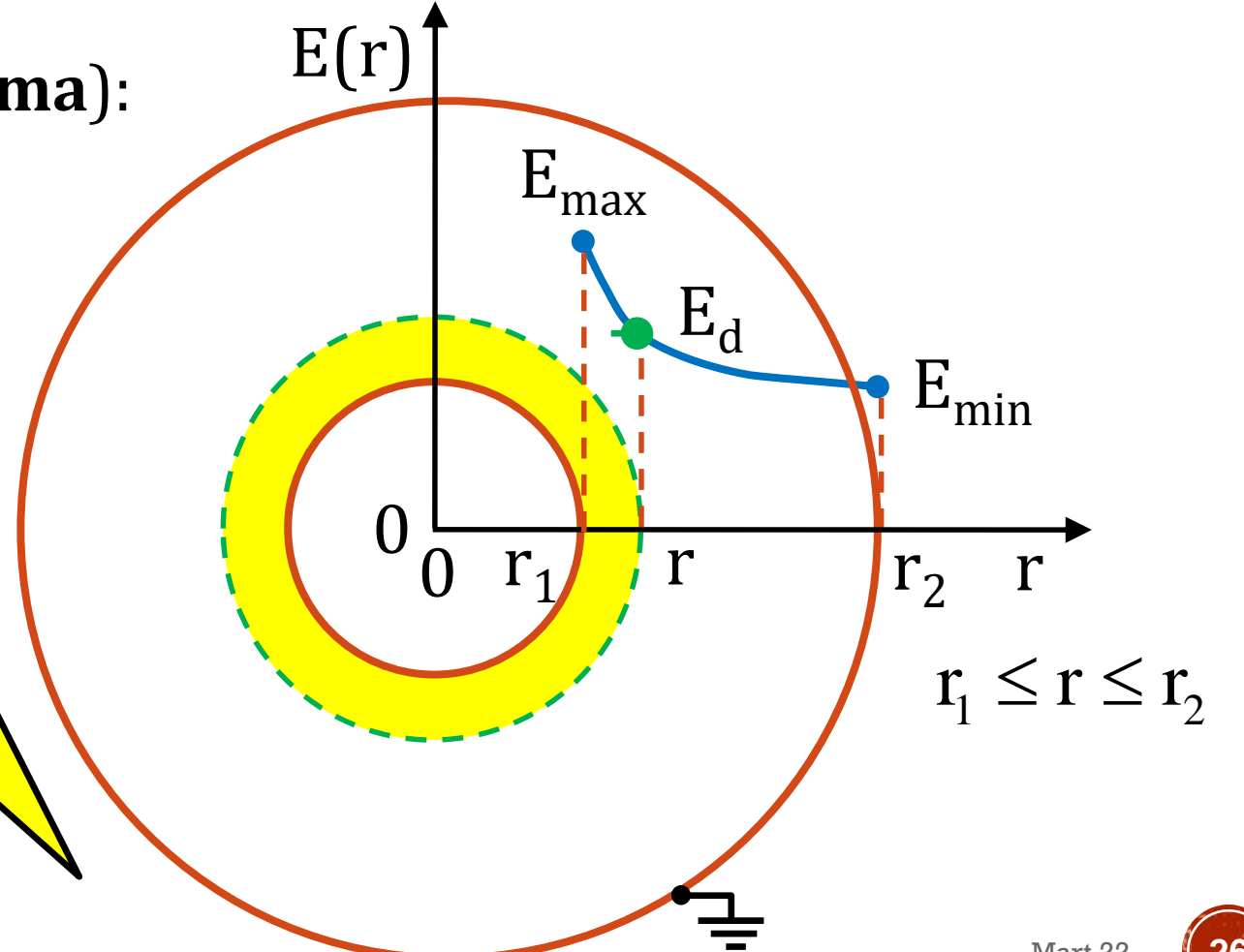
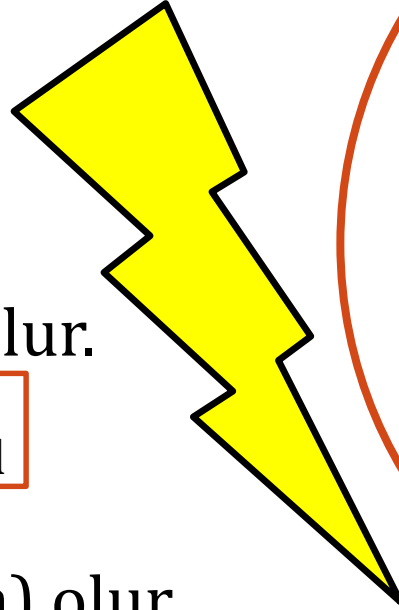
ise **kısmi boşalma**

(ön elektriksel boşalma,  
tam olmayan boşalma) olur.

$$E_{\max} \geq E_d \text{ ve } E_{\min} > E_d$$

ise **delinme**

(tam elektriksel boşalma) olur.

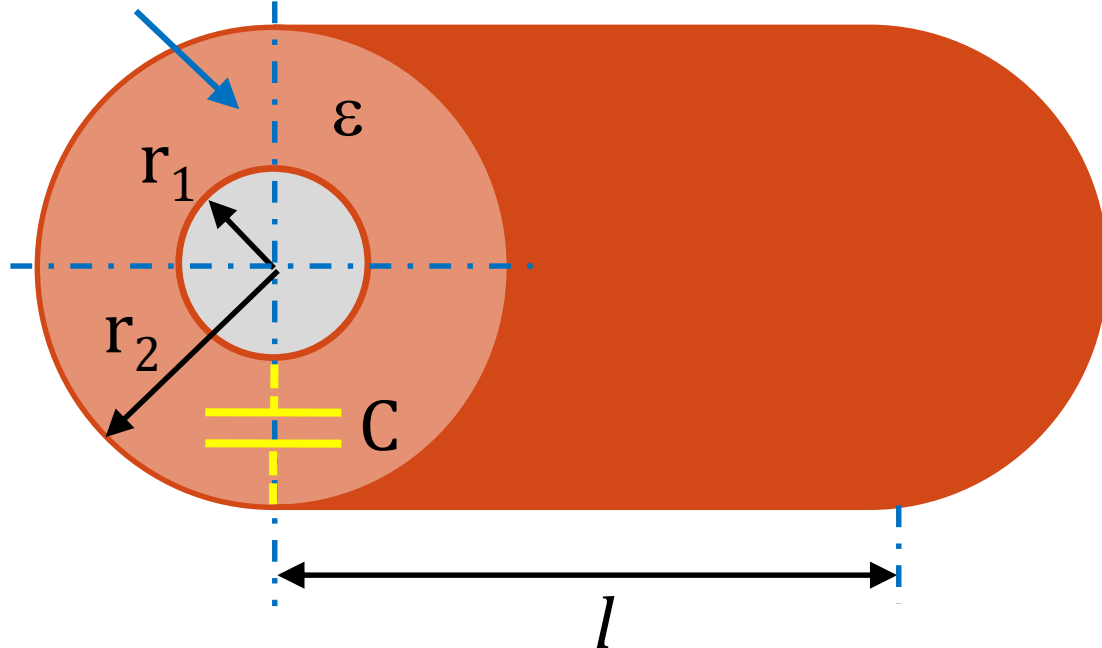


# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindrsel elektrot sisteminin **kapasitesi**:

Yalıtkan (dielektrik)



$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (\text{Farad})$$

$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  : Yalıtkanın dielektrik sabiti (F/m)

$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  F/m, boşluğun dielektrik sabiti

$\epsilon_r$  : Bağlı dielektrik sabiti

$r_1, r_2$ : İç ve dış yarıçaplar (m)

$l$ : Uzunluk (m)

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Malzemelerin  $\epsilon_r$  bağıl dielektrik sabitleri:

| Malzeme          | Bağıl dielektrik sabiti, $\epsilon_r$ | Örnek   |
|------------------|---------------------------------------|---|
| Katı yalıtkanlar | 2 - 10                                | 2,3 (XLPE), 5 (PVC),<br>6 (porselen), 5 (cam) |
| Sıvı yalıtkanlar | 2,5 - 5                               | 2,5 (Trafo yağı)                              |
| Gaz yalıtkanlar  | $\approx 1$                           | $\approx 1$ (Hava, SF6, N2)                   |
| Vakum            | 1                                     |   |



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Silindirsel elektrot sistemleri ile ilgili **tanımlar**:

**Gerçek açıklık** (yalıtkan kalınlığı),  $a = r_2 - r_1$  [m]

**Eşdeğer açıklık**,  $\alpha = r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$  [m]

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminde

Düzgün alanda

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{\alpha}$$

$\alpha$  ← eşdeğer →  $a$

$$E = \frac{U}{a}$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Geometrik karakteristikler:

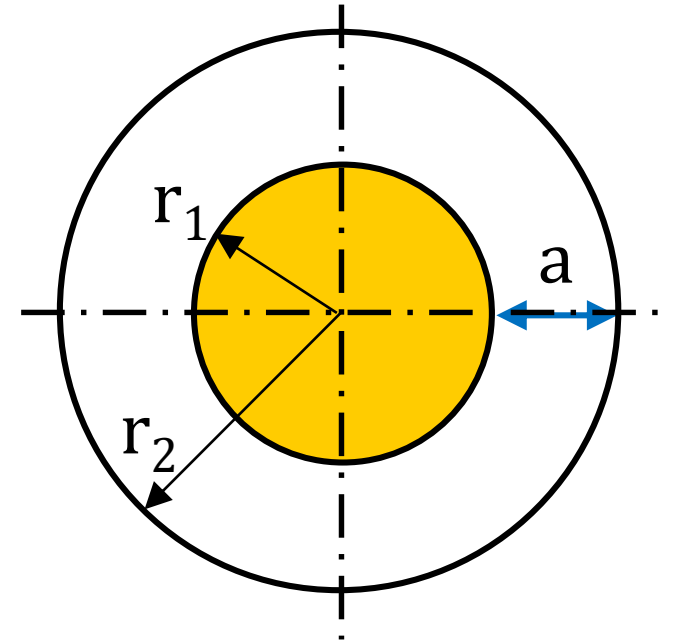
$$p = \frac{r_1 + a}{r_1}$$

$$q = \frac{r_2}{r_1}$$

Eş eksenli silindirselsel elektrot sistemi için

$$p = \frac{r_1 + a}{r_1} = \frac{r_1 + (r_2 - r_1)}{r_1} = \frac{r_2}{r_1} = q$$

$$p = \frac{r_2}{r_1}$$



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

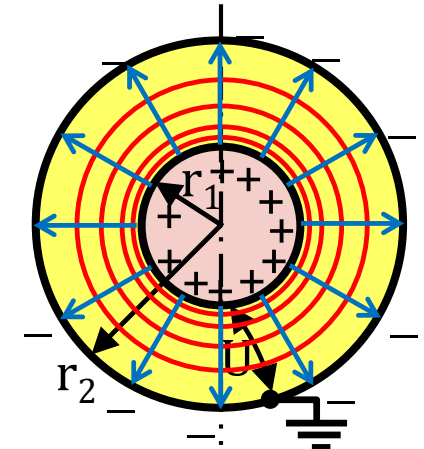
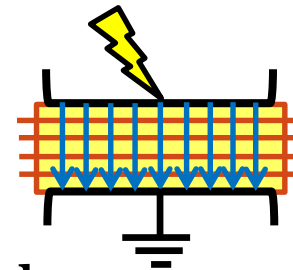
### Faydalanma faktörü

$$\eta = \frac{E_{\text{ort}}}{E_{\text{max}}} = \frac{\frac{U}{r_2 - r_1}}{\frac{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{r_2 - r_1}} = \frac{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{r_2 - r_1} = \frac{\ln p}{p - 1} = \frac{\alpha}{a} \leq 1$$

$$\eta \leq 1$$

$\eta = 1$  düzgün elektrik alan dağılımı

$\eta < 1$  düzgün olmayan elektrik alan dağılımı



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Eş eksenli Silindirsel Elektrot Sisteminin Delinme Bakımından İncelenmesi (Optimizasyonu)

#### 1) **Maksimum elektrik alan şiddetini minimum yapan $r_1$ yarıçapının hesabı**

Hesapta  $r_2$  dış yarıçapı ve  $U$  gerilimi sabit tutulup maksimum elektrik alan şiddetini minimum yapan, yani bu koşullarda elektrot sisteminin en az zorlanacağı  $r_1$  yarıçapı bulunacaktır.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln r_2 - r_1 \cdot \ln r_1}$$

Bunu minimum yapan  $r_1$  yarıçapını bulmak için

$$\frac{dE_{\max}}{dr_1} = 0$$

işlemi yapılırsa

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$\frac{dE_{\max}}{dr_1} = \frac{0 - (\ln r_2 - \ln r_1 - r_1 \cdot (1/r_1))}{(r_1 \cdot \ln r_2 - r_1 \cdot \ln r_1)^2} = 0$$

$$\ln r_2 - \ln r_1 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \ln \frac{r_2}{r_1} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{r_2}{r_1} = e = 2,718}$$

$r_1 = r_2/e$  için veya  $r_2 = e \cdot r_1$  için maksimum elektrik alan şiddeti minimum  $(E_{\max})_{\min}$  olur:

$$(E_{\max})_{\min} = \frac{U}{r_1} = \frac{U}{r_2} \cdot e$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu durumda delinme bakımından en uygun geometrik karakteristik olarak adlandırılan  $p_d$ :

$$p_d = \frac{r_2}{r_1} = e = 2,718$$

olur. Ayrıca,

Eşdeğer açıklık:  $\alpha = r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = r_1 \cdot \ln e = r_1$

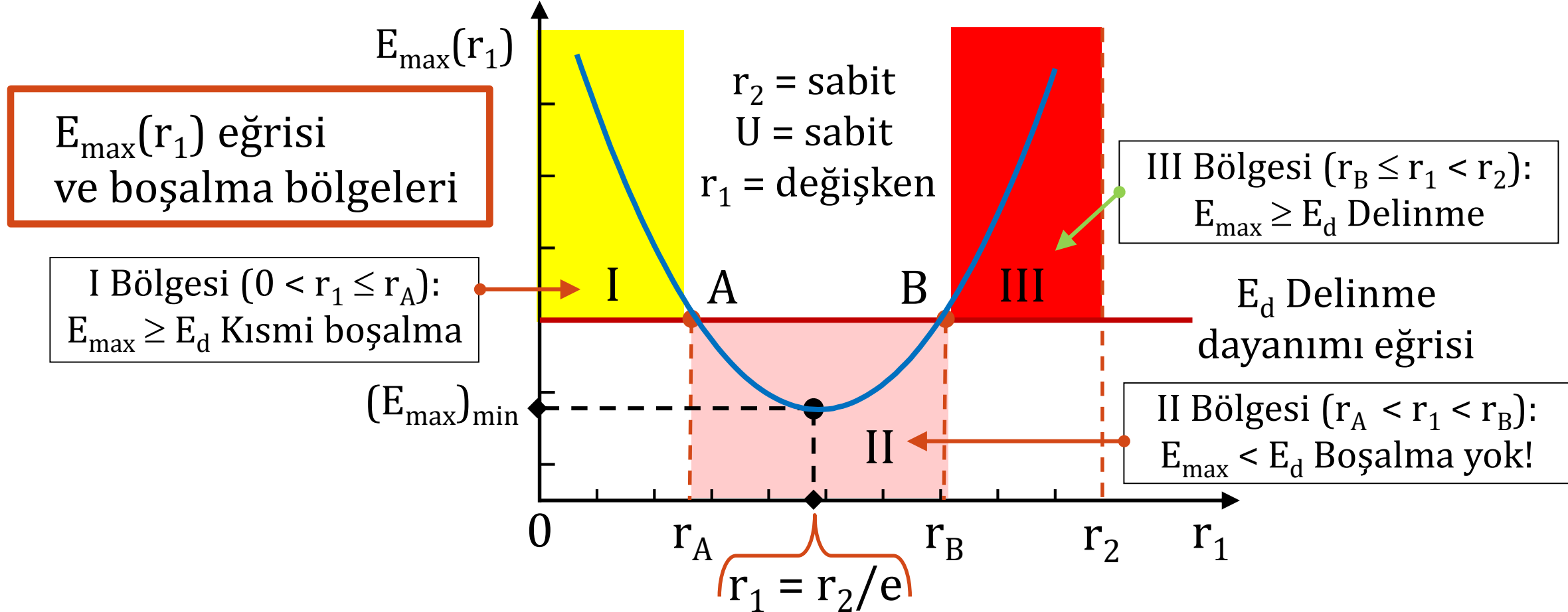
Faydalanma faktörü:  $\eta = \frac{\ln p_d}{p_d - 1} = \frac{1}{2,718 - 1} = 0,583$

Bu değerler için  $(E_{\max})_{\min}$  olur.



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**Eş eksenli Silindirsel Elektrot Sisteminin Delinme Bakımından İncelenmesi (Optimizasyonu)**

**2) Uygulanabilecek gerilimi maksimum yapan  $r_1$  yarıçapının hesabı**

Hesapta  $r_2$  dış yarıçapı ve  $E_d$  delinme dayanımı sabit tutulup gerilimi maksimum yapan, yani bu koşullarda sisteme en yüksek gerilimin uygulanabileceği  $r_1$  yarıçapı bulunacaktır.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{\alpha} \quad \Rightarrow \quad U = E_{\max} \cdot \alpha$$

$U = U_d$  delinme gerilimi için  $E = E_d$  olur. O halde

$$U_{d\max} = E_d \cdot \alpha_{\max}$$

olur.  $E_d$  sabit alınırsa, gerilimin maksimum ( $U_{d\max}$ ) olması için  $\alpha$  eşdeğer açıklığının maksimum ( $\alpha_{\max}$ ) olması gerekir.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$\alpha$  eşdeğer açıklığını maksimum ( $\alpha_{\max}$ ) yapan  $r_1$  yarıçapının bulunması için

$$\begin{aligned}\frac{d\alpha}{dr_1} = 0 & \quad \Rightarrow \quad \alpha = r_1 \ln \frac{r_2}{r_1} = r_1 \cdot \ln r_2 - r_1 \cdot \ln r_1 \\ \frac{d\alpha}{dr_1} = \ln r_2 - \ln r_1 - r_1 \cdot \frac{1}{r_1} = 0 & \quad \Rightarrow \quad \ln r_2 - \ln r_1 - 1 = 0 \\ \ln \frac{r_2}{r_1} = 1 & \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{r_2}{r_1} = e = 2,718}\end{aligned}$$

olur.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$\frac{r_2}{r_1} = e = 2,718$  değeri için  $\alpha = \alpha_{\max}$  dolayısıyla delinme gerilimi maksimum  $U_{d\max} = E_d \cdot \alpha_{\max}$  olur. Bu durumda

$$r_1 = \frac{r_2}{e}$$

$$r_2 = r_1 \cdot e$$

ve eşdeğer açıklık

$$\alpha_{\max} = r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = r_1 \cdot \ln e = r_1$$

olacaktır.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Ayrıca, delinme bakımından en uygun geometrik karakteristik olarak adlandırılan  $p_d$ :

$$p_d = \frac{r_2}{r_1} = e = 2,718$$

ve faydalanma faktörü,  $\eta$ :

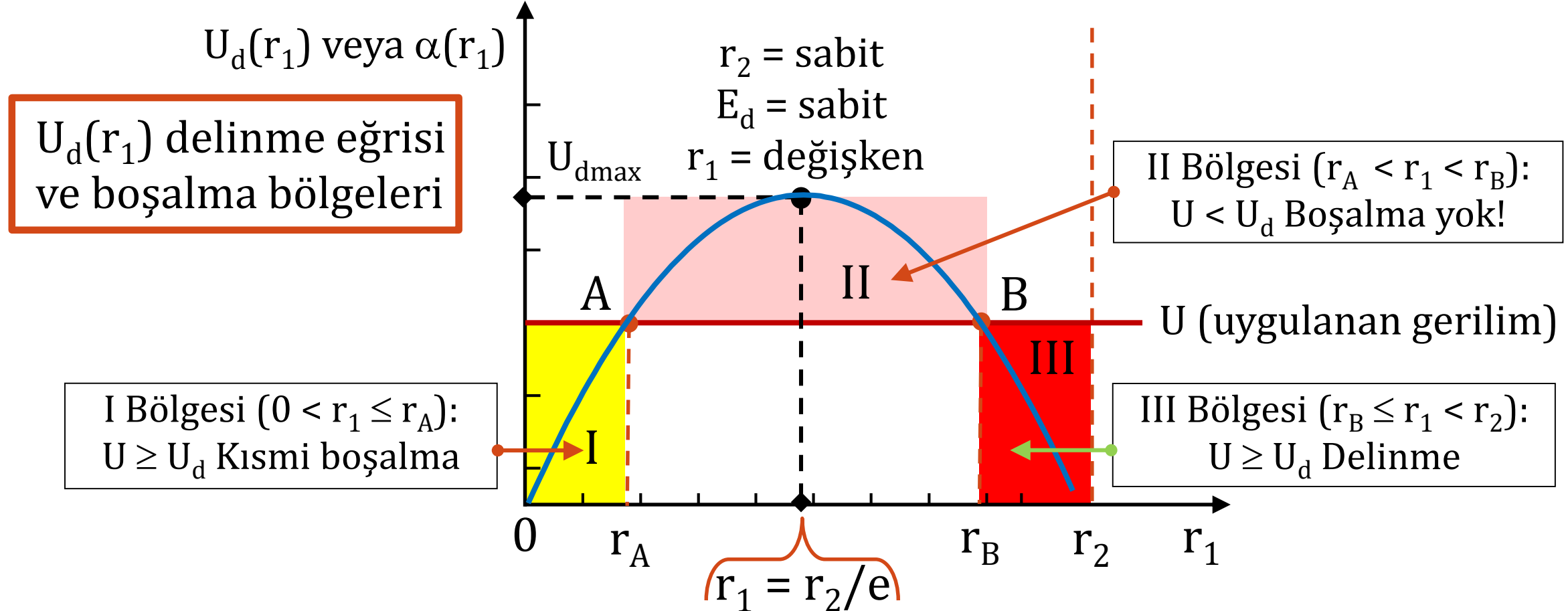
$$\eta = \frac{\ln p_d}{p_d - 1} = \frac{1}{2,718 - 1} = 0,583$$

olur.

Bu değerler için  
 $U = U_{dmax}$  olur.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

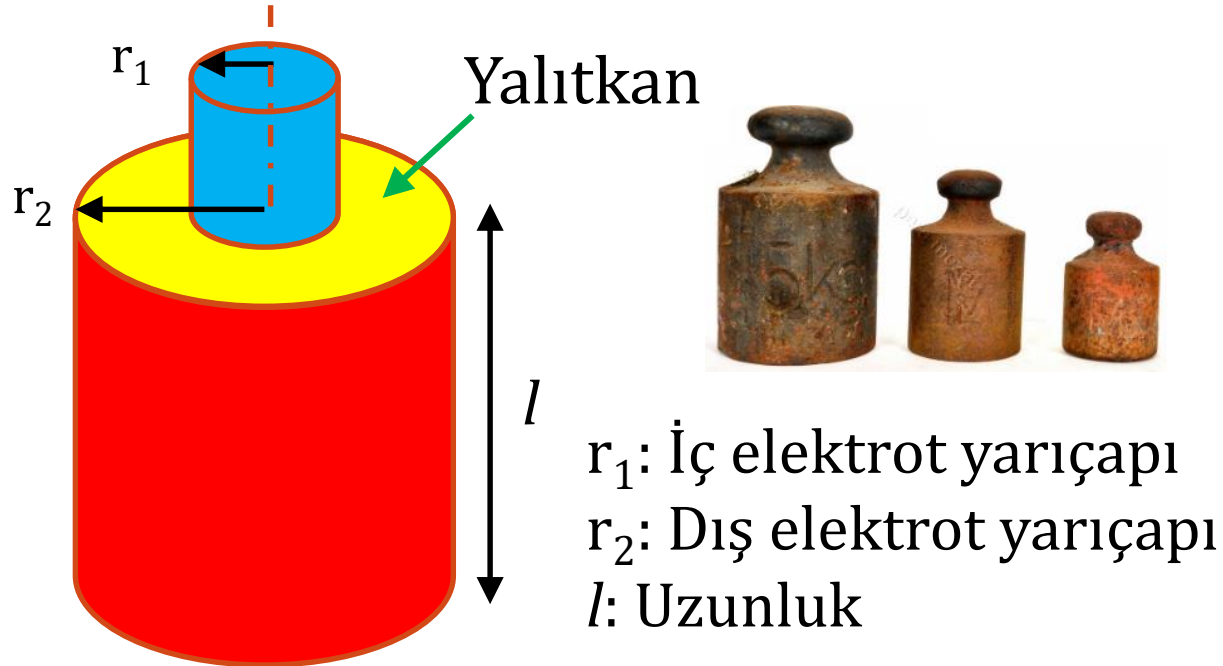




# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Eş eksenli silindirselsel elektrot sisteminin ekonomik bakımdan incelenmesi



İncelemede,  $r_2$  dış yarıçapı ve  $E_d$  delinme dayanımı sabit tutulup yalıtkan malzeme miktarını minimum (ağırlığı en az) yapan yani sistemi ekonomik kılan geometrik karakteristik bulunacaktır.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Sistemde kullanılan yalıtkan malzeme ağırlığı, G:

$$G = d \cdot V$$

Burada, d yalıtkanın özağırlığı, V yalıtkan malzeme hacmidir. Bu denklemde hacmin geometrik karşılığı yazılırsa

$$G = d \cdot \pi (r_2^2 - r_1^2) \cdot l = d \cdot \pi r_1^2 \left( \frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) \cdot l = d \cdot \pi r_1^2 (p^2 - 1) \cdot l$$

olur. Bu denklemde  $r_1$  yerine p cinsinden karşılığı yazılarak  $G = G(p)$  denklemi elde edilecektir.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln p} \quad \Rightarrow \quad E_d = \frac{U_d}{r_1 \cdot \ln p} \quad \Rightarrow \quad r_1 = \frac{U_d}{E_d \cdot \ln p}$$

$r_1$ , ağırlık denkleminde yerine yazılırsa

$$G = d \cdot \pi \left( \frac{U_d}{E_d} \right)^2 \cdot \frac{p^2 - 1}{(\ln p)^2} \cdot l = K \cdot \frac{p^2 - 1}{(\ln p)^2} = G(p)$$

elde edilir. Burada

$$K = d \cdot \pi \left( \frac{U_d}{E_d} \right)^2 \cdot l \quad \text{yazılmıştır.}$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$\frac{dG}{dp} = 0$  işlemi ile G ağırlığını minimum yapan p değeri bulunabilir:

$$K \cdot \frac{2p(\ln p)^2 - \frac{2}{p} \ln p(p^2 - 1)}{(\ln p)^4} = 0 \quad \Rightarrow \quad p^2 \ln p - p^2 + 1 = 0$$

denklemin çözümünden

$$\frac{r_2}{r_1} = 2,219 = p_e$$

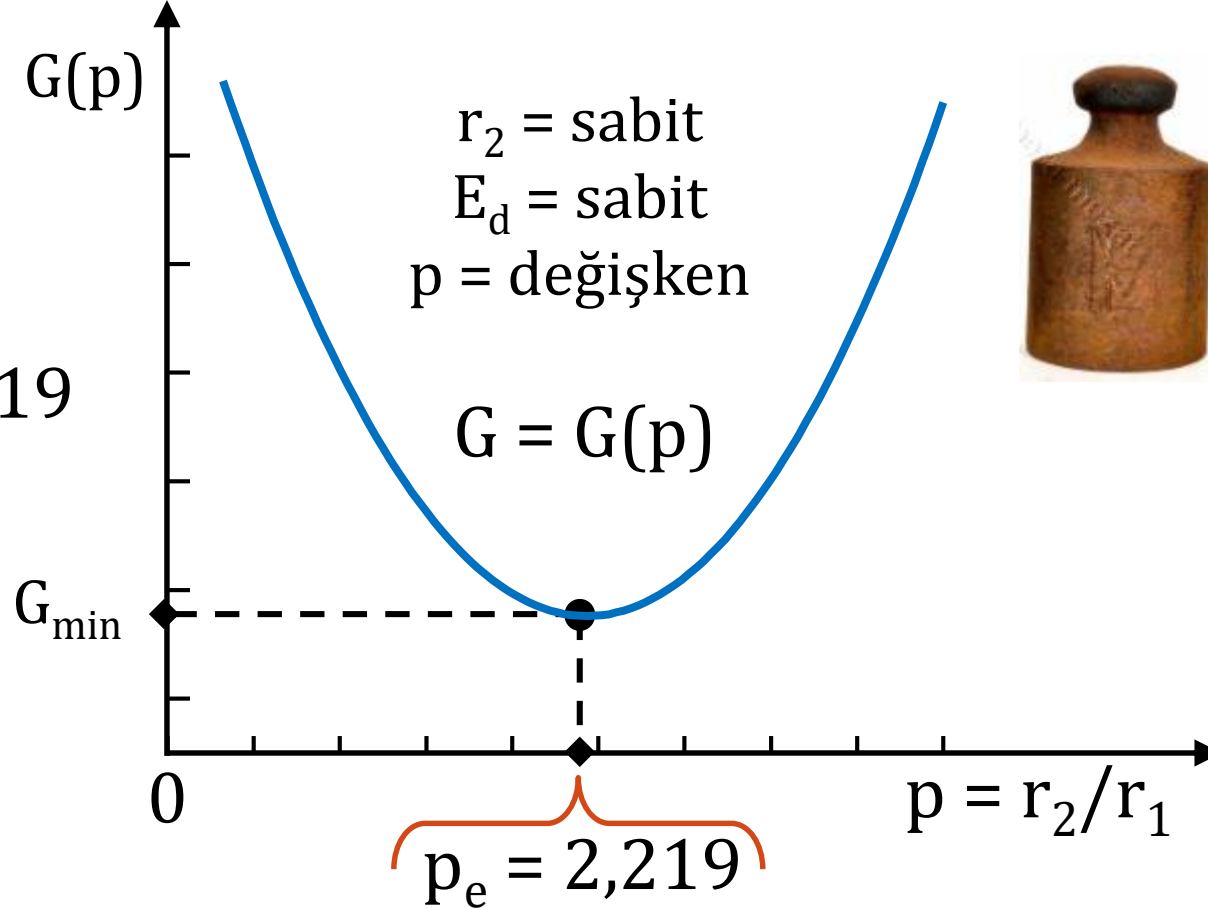
ekonomik bakımdan en uygun geometrik karakteristik  $p_e$  bulunur. Bu değer için yalıtkan malzeme ağırlığı minimum ( $G_{\min}$ ) olur.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$G = G(p)$   
Ağırlık eğrisi

$p_e = r_2/r_1 = 2,219$   
 $r_1 = r_2/2,219$   
 $r_2 = r_1 \cdot 2,219$   
için  
 $G = G_{\min}$



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Örnek 1:

400 m uzunluğundaki bir eş eksenli silindrsel elektrot sisteminde, yarıçaplar  $r_1 = 0,6$  cm,  $r_2 = 1,4$  cm, yalıtkanın bağıl dielektrik sabiti  $\epsilon_r = 2,3$  ve uygulanan gerilim  $U = 20$  kV olduğuna göre

- Maksimum ve minimum elektrik alan şiddetlerini hesaplayınız.
- Sistemin kapasitesini hesaplayınız ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  F/m).
- Sistemin  $a$ ,  $\alpha$ ,  $p$  ve  $\eta$  değerlerini hesaplayınız.
- $U = 20$  kV,  $r_2 = 1,4$  cm ve  $E_d = 50$  kV/cm sabit olmak üzere, sistemde herhangi boşalma oluşmaması için  $r_1$  değer aralığı ne olmalıdır?  
 $r_1 = 0,2$  cm,  $r_1 = 0,7$  cm ve  $r_1 = 1,2$  cm değerleri için sistemin boşalma olayları bakımından davranışını açıklayınız.



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Çözüm 1:

a) Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{20 \text{ kV}}{0,6 \text{ cm} \cdot \ln \frac{1,4 \text{ cm}}{0,6 \text{ cm}}} = 39,34 \text{ kV/cm}$$

Minimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\min} = \frac{U}{r_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{20 \text{ kV}}{1,4 \text{ cm} \cdot \ln \frac{1,4 \text{ cm}}{0,6 \text{ cm}}} = 16,86 \text{ kV/cm}$$



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**b)** Sistemin kapasitesi

$$C = \frac{2\pi\epsilon \cdot l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi \cdot 2,3 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 400}{\ln \frac{1,4}{0,6}} = 60,4 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 60,4 \text{ nF}$$

**c)** Sistemin gerçek açıklığı  $a = r_2 - r_1 = 1,4 - 0,6 = 0,8 \text{ cm}$

Eşdeğer açıklığı  $\alpha = r_1 \cdot \ln(r_2 / r_1) = 0,6 \cdot \ln(1,4 / 0,6) = 0,508 \text{ cm}$

Geometrik karakteristiği  $p = r_2 / r_1 = 1,4 / 0,6 = 2,333$

Faydalanma faktörü (verim)  $\eta = \alpha / a = 0,508 / 0,8 = 0,635 \text{ (% 63,5)}$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**d)**  $U = 20 \text{ kV}$ ,  $r_2 = 1,4 \text{ cm}$  ve  $E_d = 50 \text{ kV/cm}$  sabit iken

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{20 \text{ kV}}{r_1 \cdot \ln(1,4 \text{ cm}/r_1)} = E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

$$r_1 \cdot \ln \frac{1,4}{r_1} = \frac{20 \text{ kV}}{50 \text{ kV/cm}} = 0,4 \quad \Rightarrow \quad r_1 \cdot (\ln 1,4 - \ln r_1) = r_1 \cdot \ln 1,4 - r_1 \cdot \ln r_1 = 0,4$$

$$r_1 \cdot \ln 1,4 - r_1 \cdot \ln r_1 - 0,4 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0,33647 \cdot r_1 - r_1 \cdot \ln r_1 - 0,4 = 0$$

Bu lineer olmayan denklemin çözümünden  $r_1$  için  $r_{11} = 0,202 \text{ cm}$  ve  $r_{12} = 0,895 \text{ cm}$  değerleri bulunur.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Sistemin delinme olmadan kullanılabileceği  $r_1$  yarıçapı aralığı

$$r_{11} = r_A = 0,202 \text{ cm} < r_1 < r_{12} = r_B = 0,895 \text{ cm}$$

olur. Buna göre

$0 < r_1 \leq r_A = 0,202 \text{ cm}$  aralığında kısmi boşalma;

$r_B = 0,895 \text{ cm} \leq r_1 < r_2 = 1,4 \text{ cm}$  aralığında delinme olacaktır.

$r_1 = 0,2 \text{ cm}$  için kısmi boşalma olacaktır:

$$E_{\max} = \frac{20 \text{ kV}}{0,2 \text{ cm} \cdot \ln(1,4 \text{ cm} / 0,2 \text{ cm})} = 51,39 \text{ kV/cm} > E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$r_1 = 0,7$  cm için boşalma olmayacaktır:

$$E_{\max} = \frac{20 \text{ kV}}{0,7 \text{ cm} \cdot \ln(1,4 \text{ cm} / 0,7 \text{ cm})} = 41,22 \text{ kV/cm} < E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

$r_1 = 1,2$  cm için delinme olacaktır:

$$E_{\max} = \frac{20 \text{ kV}}{1,2 \text{ cm} \cdot \ln(1,4 \text{ cm} / 1,2 \text{ cm})} = 108,12 \text{ kV/cm} > E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Örnek 2:

İç iletken yarıçapı  $r_1 = 20$  cm olan yağ yalıtkanlı ( $\epsilon_{r1} = 2,5$ ,  $E_d = 75$  kV/cm) bir eşeksenli silindrsel elektrot sistemine  $U = 200$  kV uygulanmıştır.

- a) Maksimum alan şiddetinin 30 kV/cm'yi geçmemesi için gerekli dış silindir yarıçapını belirleyiniz.
- b) Dış elektrot yarıçapının 22 cm olması durumunda boşalma olup olmayacağını, olacaksa türünü belirleyiniz.



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Çözüm 2:

a) Maksimum elektrik alan şiddetinin 30 kV/cm'yi geçmemesi için

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{200 \text{ kV}}{20 \text{ cm} \cdot \ln(r_2/20 \text{ cm})} = 30 \text{ kV/cm}$$

olmalıdır. Bu denklemden dış yarıçapın

$$\ln \frac{r_2}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \ln r_2 - \ln 20 = \frac{1}{3} \Rightarrow \ln r_2 = 3,329 \Rightarrow r_2 > e^{3,329} = 27,91 \text{ cm}$$

olması gerektiği bulunur.

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**b)**  $r_2 = 22$  cm olması durumunda maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{200 \text{ kV}}{20 \text{ cm} \cdot \ln(22 \text{ cm}/20 \text{ cm})} = 104,92 \text{ kV/cm} > 75 \text{ kV/cm}$$

ve minimum elektrik alan şiddeti

$$E_{\min} = \frac{U}{r_2 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{200 \text{ kV}}{22 \text{ cm} \cdot \ln(22 \text{ cm}/20 \text{ cm})} = 95,38 \text{ kV/cm} > 75 \text{ kV/cm}$$

Hem  $E_{\max}$  hem de  $E_{\min}$  delinme dayanımından büyüktür.  
Bu nedenle sistem delinir, tam elektriksel boşalma olur.



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Çalışma Soruları

1. İç ve dış yarıçapları  $r_1 = 1 \text{ cm}$ ,  $r_2 = 3 \text{ cm}$ , uzunluğu  $200 \text{ m}$  olan gaz yalıtkanlı ( $E_{\text{dgaz}} = 75 \text{ kV/cm}$ ,  $\epsilon_{\text{rgaz}} = 1$ ) bir eşeksenli silindirsel elektrot sisteminde, uygulanan gerilim  $U = 50 \text{ kV}$  olduğuna göre

- a) Maksimum ve minimum elektrik alan şiddetlerini ve sisteme uygulanabilecek maksimum gerilimi hesaplayınız.
- b) Sistemin kapasitesini hesaplayınız ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ).
- c)  $r_2 = 3 \text{ cm}$ ,  $U = 50 \text{ kV}$  ve  $E_d = 75 \text{ kV/cm}$  olarak sistemin delinme olmadan kullanılabileceği  $r_1$  yarıçapı aralığını hesaplayınız.



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Yanıtlar:

**1.a)**  $E_{\max} = 45,51 \text{ kV/cm}$

$$E_{\min} = 15,17 \text{ kV/cm}$$

$$U_{\max} < 82,396 \text{ kV}$$

**1.b)**  $C = 10,12 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 10,12 \text{ pF}$

**1.c)** Boşalma olmadan kullanılabilecek  $r_1$  yarıçapı aralığı:

$$r_{11} = r_A = 0,282 \text{ cm} < r_1 < r_{12} = r_B = 2,222 \text{ cm}$$

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Çalışma Soruları

2. 100 m uzunluğunda, iç iletken kesiti  $150 \text{ mm}^2$ , yalıtkanının delinme dayanımı  $120 \text{ kV/cm}$ ; bağıl dielektrik sabiti 2,2 olan bir eş eksenli silindirsel sistemin delinme bakımından en uygun geometrik karakteristiğe ( $p_d = 2,718$ ) göre boyutlandırılması durumunda,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $a$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$ ,  $C$  ve  $U = 30 \text{ kV}$  için  $E_{\max}$ ,  $E_{\min}$ ,  $E_{\text{ort}}$  değerlerini ve sisteme uygulanabilecek maksimum gerilim ( $U_{\max}$ ) değerini hesaplayınız ( $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ).



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Yanıtlar:

2.  $r_1 = 6,91 \text{ mm}$ ,  $r_2 = 18,78 \text{ mm}$ ,  
 $a = 11,87 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 6,91 \text{ mm}$ ,  $\eta = 0,582$ ,  
 $C = 12,23 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 12,23 \text{ nF}$ ,  
 $E_{\max} = 43,415 \text{ kV/cm}$ ,  
 $E_{\min} = 15,974 \text{ kV/cm}$ ,  
 $E_{\text{ort}} = 25,273 \text{ kV/cm}$   
 $U_{\max} < 82,92 \text{ kV}$