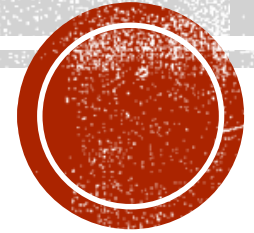


YÜKSEK GERİLİM TEKNIĞİ

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ



Statik Elektrik Alanı
MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ - 2022 BAHAR YARIYILI

Dersi veren öğretim üyesi:
Prof. Dr. Özcan Kalenderli



2021-2022 Bahar Yarıyılı

CRN 22843	ELK 312	Yüksek Gerilim Tekniği	Özcan Kalenderli	Perşembe 08:30/11:30	Öğr. Sayısı 45
--------------	------------	------------------------	------------------	-------------------------	-------------------

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Giriş

Yüksek gerilim tekniği bakımından, boşalma başlangıcını ve oluşumunu belirleyen $E_{\max} \geq E_d$ koşulu önemlidir. Bu nedenle maksimum elektrik alan şiddetinin (E_{\max}) bilinmesi ve bulunması, elektriksel boşalmasız, güvenilir sistem tasarımı için gereklidir.

Maksimum elektrik alan şiddeti, analitik, sayısal ve/veya deneysel olarak bulunabilir.

Burada, özellikle temel elektrot sistemlerine benzeyen ve çok kullanılan elektrot sistemlerinin maksimum elektrik alan şiddetinin yaklaşık olarak hesabı açıklanacaktır.

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Yaklaşık E_{\max} hesabında, aşağıdaki **temel kurallar** dikkate alınır.

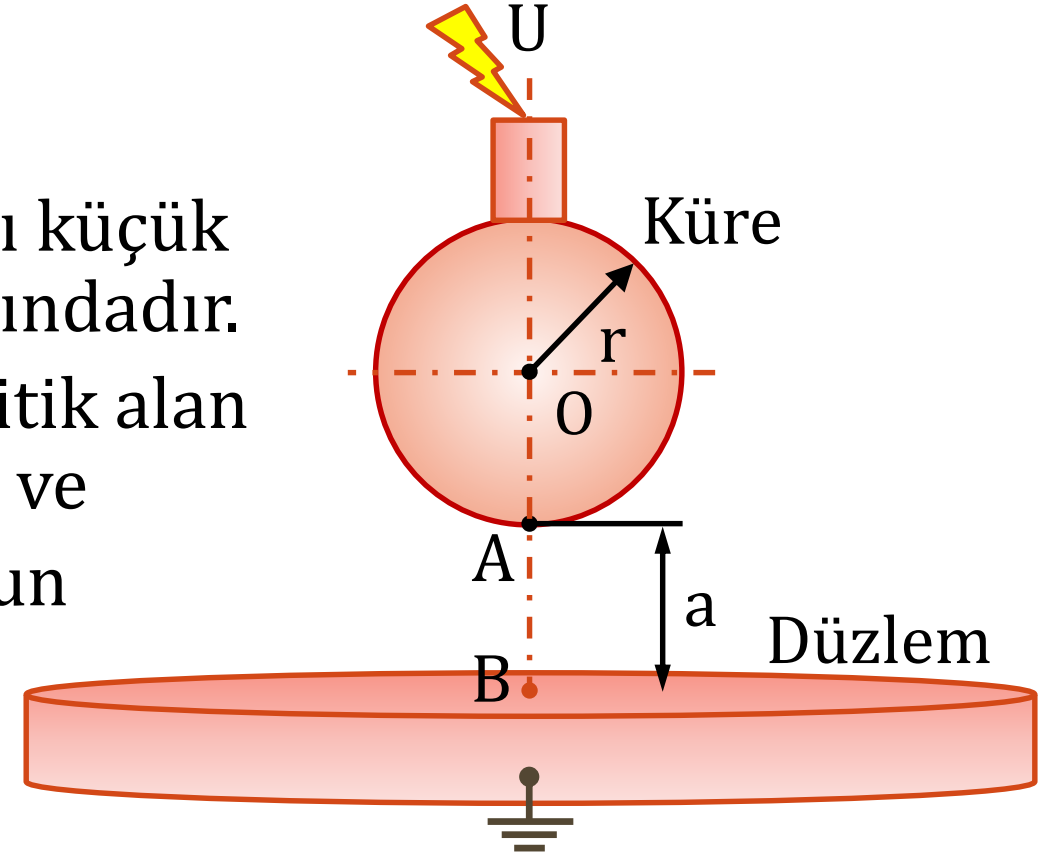
- 1) Maksimum elektrik alan şiddeti (E_{\max}), eğrilik yarıçapı küçük olan elektrot üzerindedir.
- 2) Maksimum elektrik alan şiddeti (E_{\max}), genel olarak iki elektrot arasında en kısa yol (kritik alan çizgisi) üzerindedir.
- 3) Maksimum elektrik alan şiddeti (E_{\max}), karşı elektrodun eğrilik yarıçapına az bağlıdır ve bu bağlılık elektrot açıklığı büyüdükçe azalır.

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Örnekler

1) Küre - Düzlem Elektrot Sistemi

- (1) kuralına göre E_{\max} eğrilik yarıçapı küçük olan küre elektrot üzerinde A noktasındadır.
- (2) kuralına göre E_{\max} en kısa yol (kritik alan çizgisi) olan AB doğrusu üzerindedir ve
- (3) kuralına göre E_{\max} karşı elektrodun yarıçapına az bağlıdır ve düzlem elektrot yerine, B noktasında teğet, küre elektrot ile eş merkezli olan ve $r + a$ yarıçaplı K' küresi göz önüne alınabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Bu varsayım nedeniyle maksimum alanda oluşacak değişim, özellikle A noktasında, oldukça küçük olacaktır. Buna göre

Küre-Düzlem Elektrot Sistemi

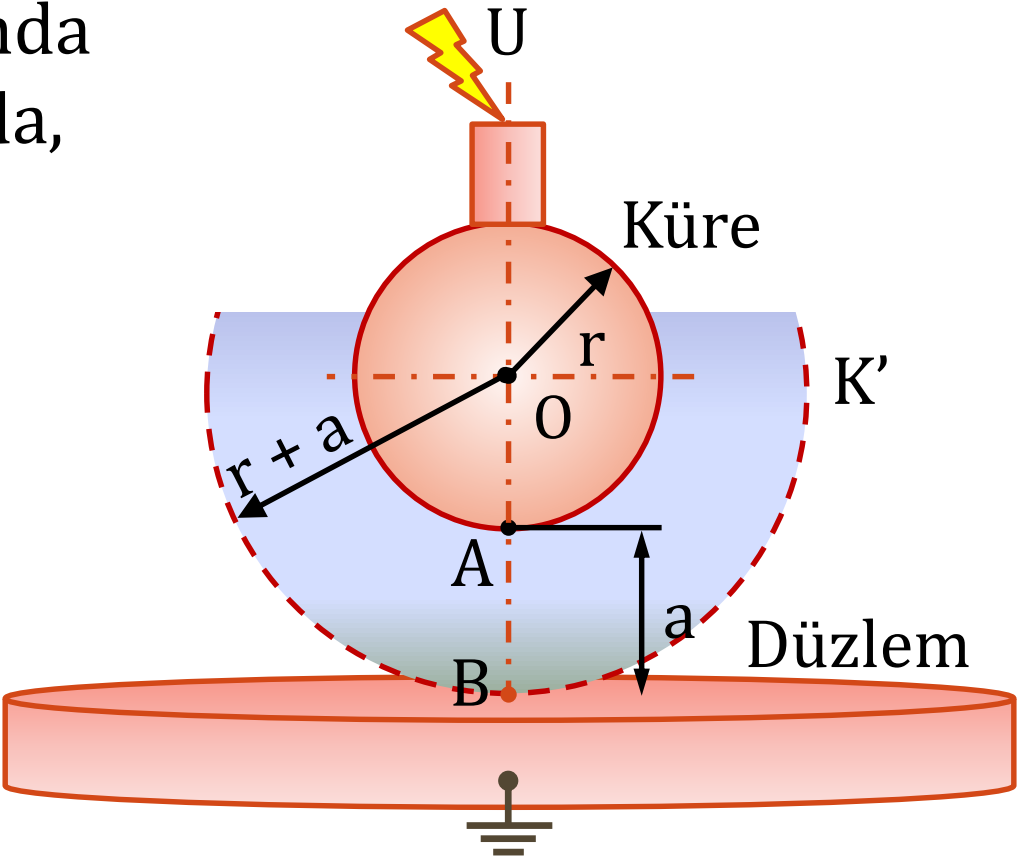
$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}$$

$$\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} + \mathbf{a}$$

$$U \rightarrow U$$

Eş Merkezli Küresel Elektrot Sistemi

yaklaşımı yapılabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Eş merkezli küresel elektrot sistemi için E_{\max} bağıntısında $r_1 = r$, $r_2 = r + a$, $U \rightarrow U$ olarak

$$E_{\max} = \frac{U}{(r_1/r_2) \cdot (r_2 - r_1)} \quad \rightarrow \quad E_{\max} \cong \frac{U}{\frac{r}{r+a} (r+a-r)} = \frac{r+a}{r \cdot a} \cdot U$$

yazılabilir. k yaklaşıklık katsayısı ile küre-düzlem elektrot sistemi için E_{\max}

$$E_{\max} = k \cdot \frac{r+a}{r \cdot a} \cdot U$$

olur. Yaklaşıklık katsayısı $0,88 \leq k \leq 0,97$ arasında alınabilir. Ortalama yaklaşıklık katsayısı olarak $k \cong 0,9$ kullanılabilir.

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI



Örnek 1:

Küre-düzlem elektrot sisteminde yaklaşık alan hesabından yararlanarak küre yarıçapı 2 mm, elektrot açıklığı 5 mm, havanın delinme dayanımı 30 kV/cm ve yaklaşıklık (düzeltme) katsayısı 0,85 olduğuna göre delinme gerilimini hesaplayınız.

Yanıt 1:

$$E_{\max} = k \cdot \frac{r + a}{r \cdot a} \cdot U \quad (E_{\max} = E_d \text{ iken } U = U_d \text{ olur}) \quad U_d = E_d \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{r \cdot a}{r + a}$$

Delinme gerilimi:

$$U_d = 30 \cdot \frac{1}{0,85} \cdot \frac{0,2 \cdot 0,5}{0,2 + 0,5} = 5,042 \text{ kV}$$

bulunur.

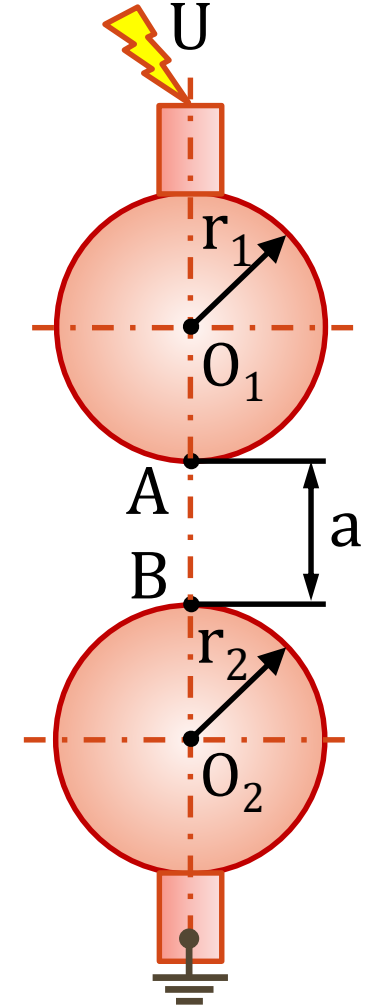
MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

2) Küre – Küre Elektrot Sistemi

(1) kuralına göre E_{\max} eğrilik yarıçapı küçük olan küre elektrot üzerinde A noktasındadır. Küre çapları eşitse yüksek gerilimli elektrot üzerindedir.

(2) kuralına göre E_{\max} en kısa yol (kritik alan çizgisi) olan AB doğrusu üzerindedir ve

(3) kuralına göre E_{\max} karşı elektrodun yarıçapına az bağlıdır. Göz önüne alınacak simetri düzlemi yerine, küre elektrot ile eş merkezli olan ve $r + (a/2)$ yarıçaplı K' küresi göz önüne alınabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Bu varsayım nedeniyle maksimum alanda oluşacak değişim özellikle A noktasında, oldukça küçük olacaktır. Buna göre

Küre-Küre Elektrot Sistemi



Küre-Düzlem Elektrot Sistemi

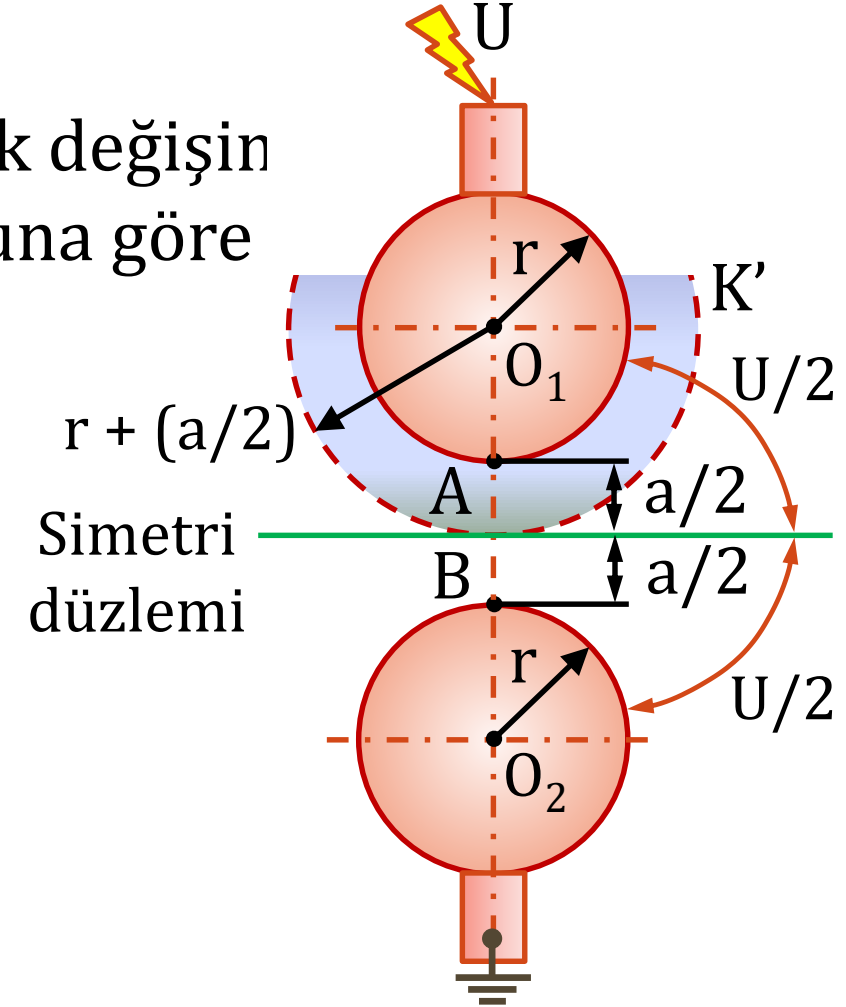
$$r_1 = r$$

$$r_2 = r + (a/2)$$

$$U \rightarrow U/2$$

Eş Merkezli Küresel Elektrot Sistemi

yaklaşımı yapılabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Eş merkezli küresel elektrot sistemi için E_{\max} bağıntısında $r_1 = r$, $r_2 = r + (a/2)$, $U \rightarrow U/2$ olarak

$$E_{\max} = \frac{U}{(r_1/r_2) \cdot (r_2 - r_1)} \rightarrow E_{\max} \cong \frac{U/2}{\frac{r}{r + (a/2)}(r + (a/2) - r)} = \frac{r + (a/2)}{r \cdot a} \cdot U$$

yazılabilir. k yaklaşıklık katsayısı ile küre-küre elektrot sistemi için E_{\max}

$$E_{\max} = k \cdot \frac{r + (a/2)}{r \cdot a} \cdot U$$

olur. Yaklaşıklık katsayısı $0,84 \leq k \leq 0,98$ arasında alınabilir. Ortalama yaklaşıklık katsayısı olarak $k \cong 0,9$ kullanılabilir.

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI



Örnek 2:

Eş çaplı küre-küre elektrot sisteminde yaklaşık alan hesabından yararlanarak küre yarıçapı 5 cm, elektrot açıklığı 6 mm, havanın delinme dayanımı 30 kV/cm ve yaklaşıklık (düzeltme) katsayısı 0,9 olduğuna göre delinme gerilimini hesaplayınız.

Yanıt 2:

$$E_{\max} = k \cdot \frac{r + (a / 2)}{r \cdot a} \cdot U \quad (E_{\max} = E_d \text{ iken } U = U_d \text{ olur}) \quad U_d = E_d \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{r \cdot a}{r + (a / 2)}$$

Delinme gerilimi:

$$U_d = 30 \cdot \frac{1}{0,9} \cdot \frac{5 \cdot 0,6}{5 + (0,6 / 2)} = 18,87 \text{ kV}$$

bulunur.

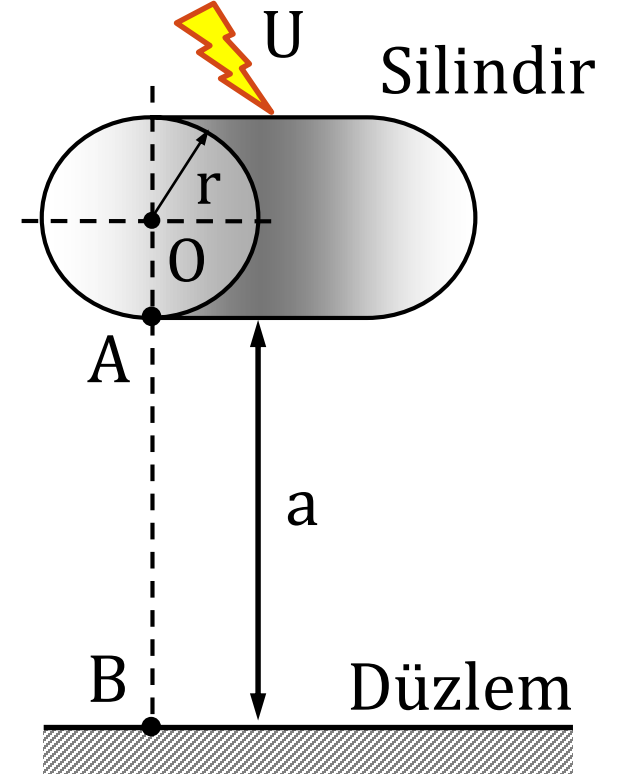
MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

3) Silindir – Düzlem Elektrot Sistemi

(1) kuralına göre E_{\max} eğrilik yarıçapı küçük olan silindir elektrot üzerinde A noktasındadır.

(2) kuralına göre E_{\max} en kısa yol (kritik alan çizgisi) olan AB doğrusu üzerindedir ve

(3) kuralına göre E_{\max} karşı elektrodun yarıçapına az bağlıdır ve düzlem elektrot yerine, B noktasında teğet, silindir elektrot ile eş eksenli olan ve $r + a$ yarıçaplı S' silindiri göz önüne alınabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Bu varsayım nedeniyle maksimum alanda oluşacak değişim, özellikle A noktasında, oldukça küçük olacaktır. Buna göre

Silindir-Düzlem Elektrot Sistemi

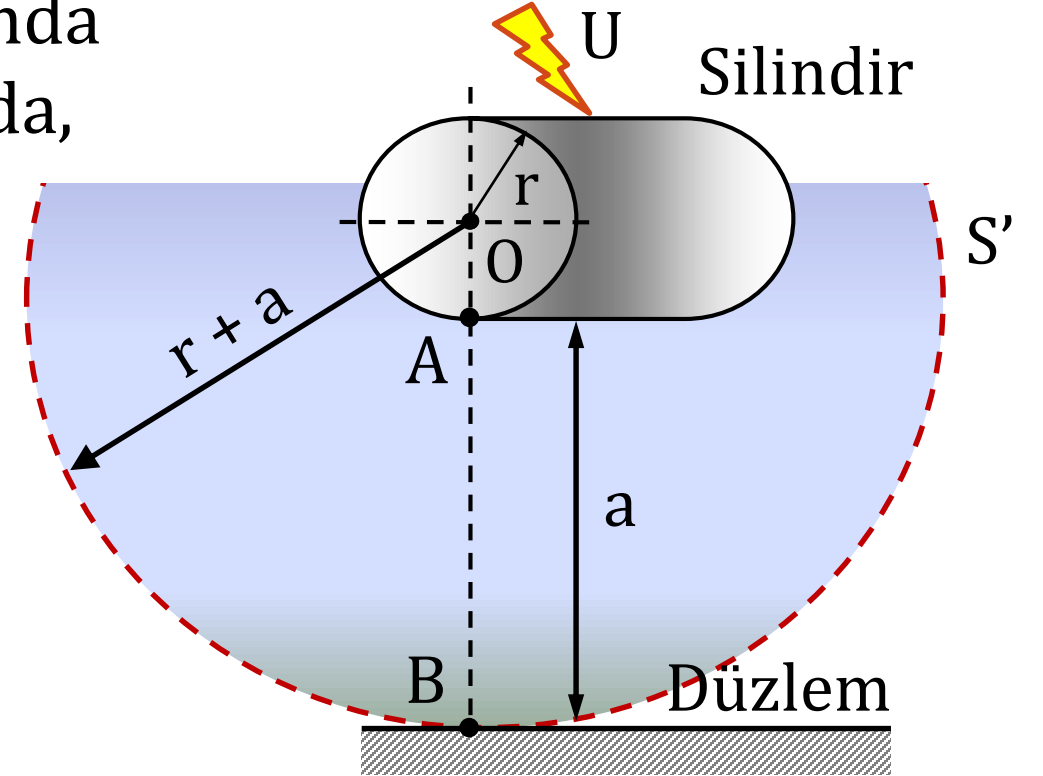
$$r_1 = r$$

$$r_2 = r + a$$

$$U \rightarrow U$$

Eş Eksenli Silindirsel Elektrot Sistemi

yaklaşımı yapılabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Eş eksenli silindrsel elektrot sistemi için E_{\max} bağıntısında $r_1 = r$ $r_2 = r + a$ ve $U \rightarrow U$ olarak

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \rightarrow \quad E_{\max} \cong \frac{U}{r \ln \frac{r+a}{r}}$$

yazılabilir. k yaklaşıklık katsayısı ile silindir-düzlem elektrot sistemi için

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{r \ln \frac{r+a}{r}}$$

olur. Yaklaşıklık katsayısı $0,85 \leq k \leq 0,94$ arasında alınabilir. Ortalama yaklaşıklık katsayısı olarak $k \cong 0,9$ kullanılabilir.

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI



Örnek 3:

Silindir-düzlem elektrot sisteminde yaklaşık alan hesabından yararlanarak silindir yarıçapı 12 mm, elektrot açıklığı 10 cm, $U = 40$ kV için yaklaşıklık katsayısını 0,9 alarak maksimum elektrik alan şiddetini hesaplayınız.

Yanıt 3:

Silindir-düzlem elektrot sistemi için yaklaşık alan hesabından

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{r \ln \frac{r+a}{r}} = 0,9 \cdot \frac{40}{1,2 \ln \frac{1,2+10}{1,2}} = 13,43 \text{ kV/cm}$$

bulunur.

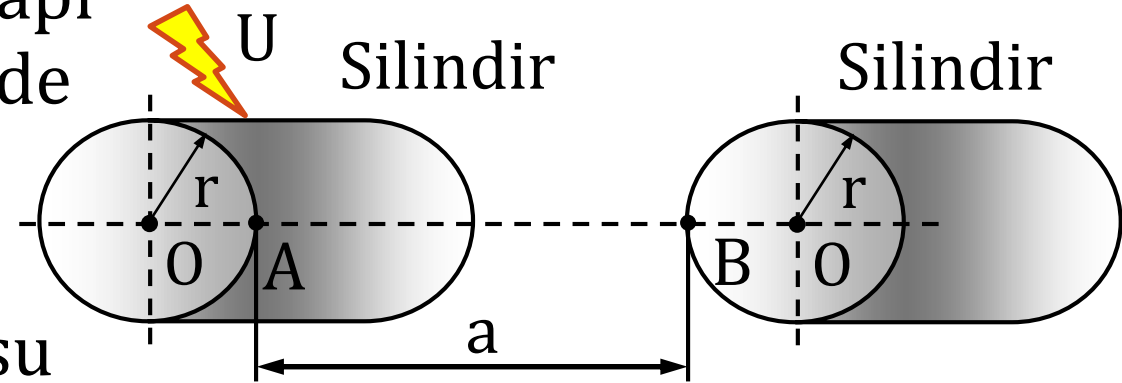
MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

4) Silindir – Silindir Elektrot Sistemi

(1) kuralına göre E_{\max} eğrilik yarıçapı küçük olan silindir elektrot üzerinde A noktasındadır.

(2) kuralına göre E_{\max} en kısa yol (kritik alan çizgisi) olan AB doğrusu üzerindedir ve

(3) kuralına göre E_{\max} karşı elektrodun yarıçapına az bağlıdır. Göz önüne alınacak simetri düzlemi yerine, silindir elektrot ile eş eksenli olan ve $r + (a/2)$ yarıçaplı S' silindiri göz önüne alınabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Bu varsayım nedeniyle maksimum alanda oluşacak değişim, özellikle A noktasında, oldukça küçük olacaktır.

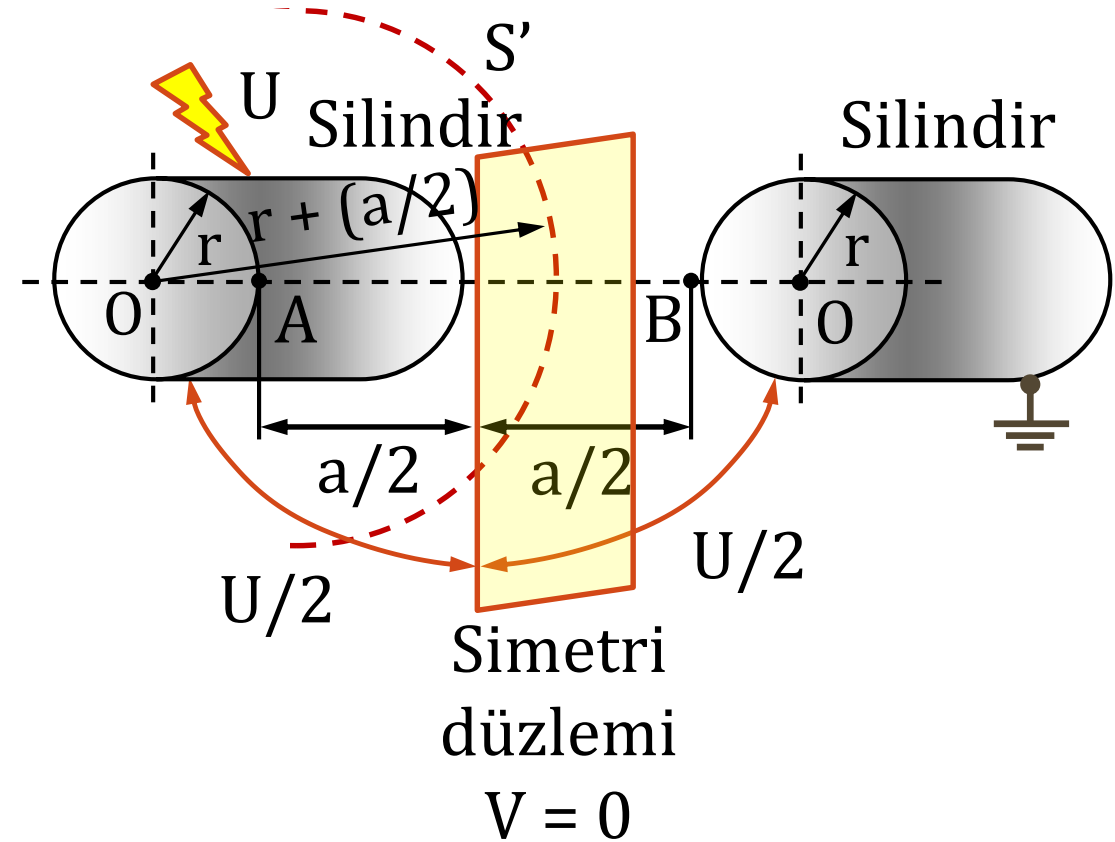
Silindir-Silindir Elektrot Sistemi

Silindir-Düzlem Elektrot Sistemi

$$\begin{aligned} r_1 &= r \\ r_2 &= r + (a/2) \\ U &\rightarrow U/2 \end{aligned}$$

Eş Eksenli Silindrsel Elektrot Sistemi

yaklaşımı yapılabilir.



MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Eş eksenli silindrsel elektrot sistemi için E_{\max} bağıntısında $r_1 = r$, $r_2 = r + (a/2)$, $U \rightarrow U$ olarak

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}} \quad \rightarrow \quad E_{\max} \cong \frac{U / 2}{r \ln \frac{r + (a / 2)}{r}} = \frac{U}{2r \ln \frac{r + (a / 2)}{r}}$$

yazılabilir. k yaklaşıklık katsayısı ile silindir-düzlem elektrot sistemi için

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{2r \ln \frac{r + (a / 2)}{r}}$$

olur. Yaklaşıklık katsayısı $0,84 \leq k \leq 0,96$ arasında alınabilir. Ortalama yaklaşıklık katsayısı olarak $k \cong 0,9$ kullanılabilir.

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI



Örnek 4:

Yarıçapları eşit silindir-silindir elektrot sisteminde yaklaşık alan hesabından yararlanarak iletken çapı 28 mm olan 380 kV'luk üç fazlı bir enerji iletim hattında,

- a) İletkenler arası minimum uzaklığı bulunuz ($E_{d,hava} = 30 \text{ kV/cm}$).
- b) Bu düzende iletkenler arası açıklık 1 m olursa kaç kV'ta atlama olur?
- c) Aynı hatta 2 m iletken açıklığı durumunda maksimum alan şiddeti ne kadar olur?

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

Yanıt 4:

Silindir-silindir elektrot sisteminin maksimum elektrik alan şiddetinin yaklaşık hesap bağıntısı:

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{2r \cdot \ln \frac{r + (a/2)}{r}}$$

a) $r = 28/2 \text{ mm} = 14 \text{ mm} = 1,4 \text{ cm}$, $U = 380 \text{ kV}$, $E_d = 30 \text{ kV/cm}$ ve $k = 0,9$ için iletkenler arası minimum uzaklık (açıklık):

$$a = 2 \cdot \left[r \cdot \exp \left(\frac{k \cdot U}{E_{\max} \cdot 2r} \right) - r \right] = 2 \cdot \left[1,4 \cdot \exp \left(\frac{0,9 \cdot 380}{30 \cdot 2 \cdot 1,4} \right) - 1,4 \right] = 161,39 \text{ cm}$$

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

b) $a = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ iletkenler arası açıklık, $r = 14 \text{ mm} = 1,4 \text{ cm}$,
 $E_d = 30 \text{ kV/cm}$ ve $k = 0,9$ için atlama (delinme) gerilimi:

$$U_a = E_d \cdot \frac{2r}{k} \cdot \ln \frac{r + (a/2)}{r} = 30 \cdot \frac{2 \cdot 1,4}{0,9} \cdot \ln \frac{1,4 + (100/2)}{1,4} = 336,295 \text{ kV}$$

c) $a = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$ iletkenler arası açıklık, $r = 14 \text{ mm} = 1,4 \text{ cm}$,
 $U = 380 \text{ kV}$ ve $k = 0,9$ için maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U/2}{r \cdot \ln \frac{r + (a/2)}{r}} = 0,9 \cdot \frac{380/2}{1,4 \cdot \ln \frac{1,4 + (200/2)}{1,4}} = 28,52 \text{ kV/cm}$$

olur.

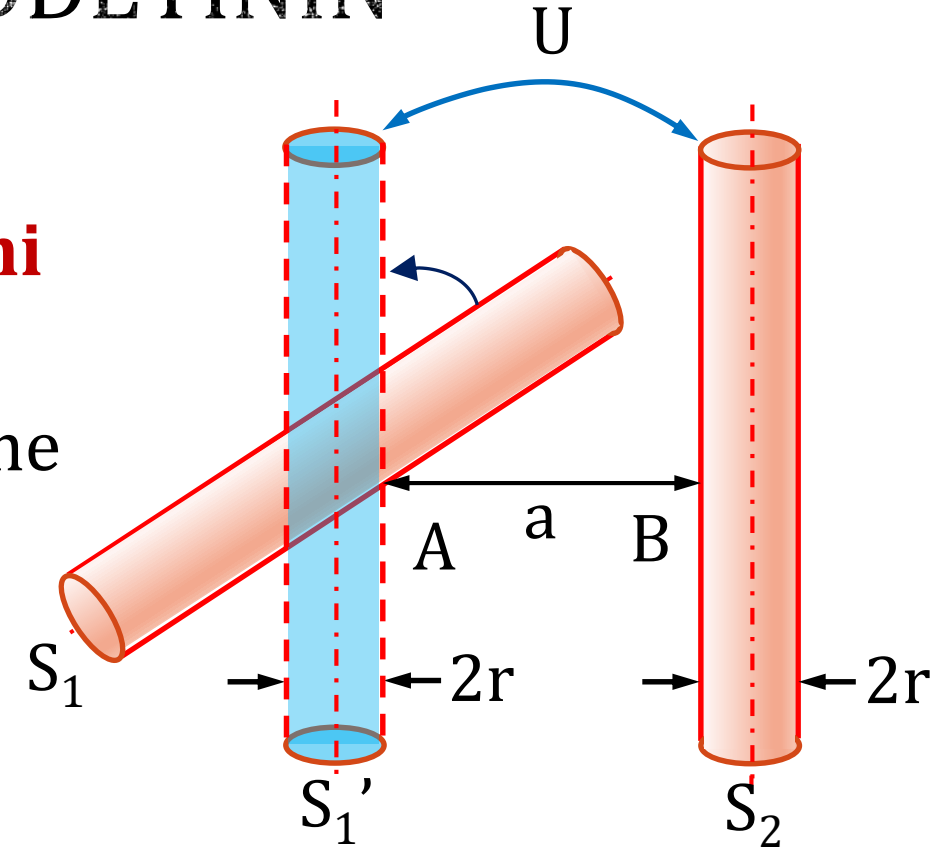
MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

5) Çapraz Silindir – Silindir Elektrot Sistemi

Bu durumda, silindir elektrotlardan birisi, aralarındaki açıklık değiştirilmeden, diğerine paralel duruma getirilirse, silindir-silindir elektrot sistemi elde edilir.

Bu şekilde E_{\max} silindir-silindir elektrot sisteminin bağıntılarından yararlanılarak, yaklaşık olarak hesaplanabilir.

Burada, yaklaşıklık katsayısı için ortalama değer olarak $k = 0,9$ kullanılabilir.



$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{2r \ln \frac{r + (a/2)}{r}}$$

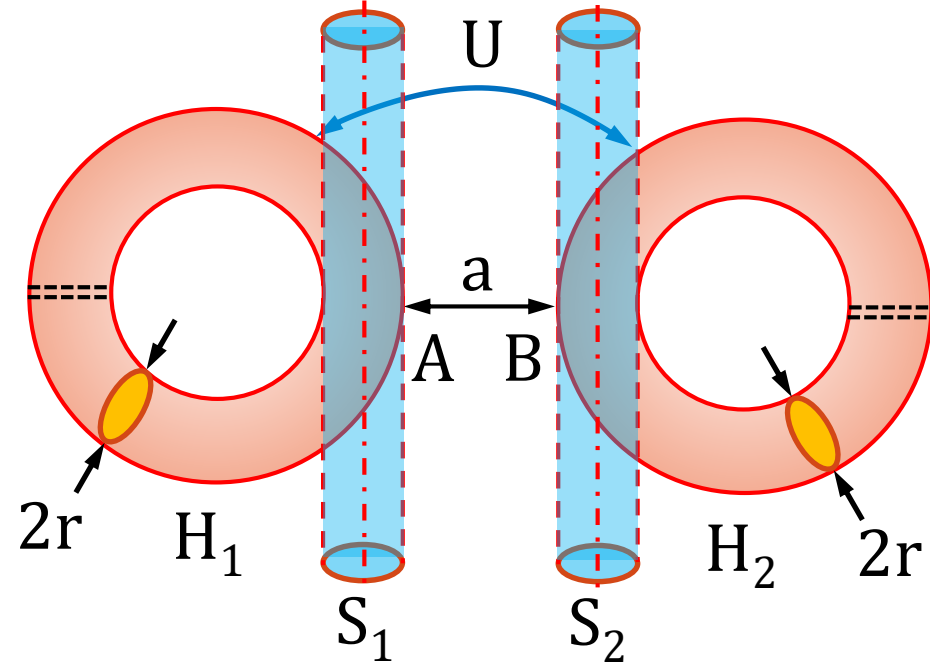
MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI

6) Halka - Halka Elektrot Sistemi

Bu durumda, halka elektrotlar kesilip, açılıp, aralarındaki açıklık değiştirilmeden, birbirine paralel duruma getirilirse, silindir-silindir elektrot sistemi elde edilir.

Bu şekilde E_{\max} silindir-silindir elektrot sisteminin bağıntılarından yararlanılarak, yaklaşık olarak hesaplanabilir.

Burada, yaklaşıklık katsayısı için ortalama değer olarak $k = 0,9$ kullanılabilir.



$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{2r \ln \frac{r + (a/2)}{r}}$$

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI



Örnek 5:

Yarıçapları eşit $r = 2,5$ cm olan halka-halka elektrot sisteminde halkalar arası açıklık $a = 10$ cm'dir. $k = 0,9$ olarak

a) $U = 100$ kV için maksimum elektrik alan şiddetini yaklaşık olarak hesaplayınız.

$$E_{\max} = k \cdot \frac{U}{2r \ln \frac{r + (a/2)}{r}} = 0,9 \cdot \frac{100}{2 \cdot 2,5 \ln \frac{2,5 + (10/2)}{2,5}} = 16,38 \text{ kV/cm}$$

b) $E_d = 30$ kV/cm için delinme gerilimini yaklaşık olarak hesaplayınız.

$$U_d = \frac{E_d}{k} \cdot 2 \cdot r \cdot \ln \frac{r + (a/2)}{r} = \frac{30}{0,9} \cdot 2 \cdot 2,5 \cdot \ln \frac{2,5 + (10/2)}{2,5} = 183 \text{ kV}$$

MAKSİMUM ELEKTRİK ALAN ŞİDDETİNİN YAKLAŞIK HESABI



Çalışma Sorusu

Yarıçapları eşit silindir-silindir elektrot sisteminde maksimum elektrik alan şiddetinin yaklaşık hesabından yararlanarak iletken çapı 28 mm olan 154 kV'luk üç fazlı bir enerji iletim hattında,

- a) İletkenler arası açıklık 0,5 m olsa kaç kV'ta atlama olur?
- b) İletkenler arası açıklık 1,5 m olsa maksimum elektrik alan şiddeti ne kadar olur?
- c) İletkenler arası ortam için $E_{d,hava} = 30 \text{ kV/cm}$ alarak iletkenler arası minimum uzaklığı bulunuz.

Yanıtlar: a) $U_a = 274,11 \text{ kV}$; b) $E_{max} = 12,376 \text{ kV/cm}$; c) $a_{min} = 11,78 \text{ cm}$