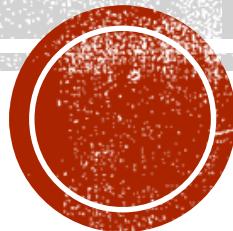


YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ



**Statik Elektrik Alanı - Temel Elektrot Sistemleri
SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ**

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ - 2022 BAHAR YARIYILI

Dersi veren öğretim üyesi:
Prof. Dr. Özcan Kalenderli



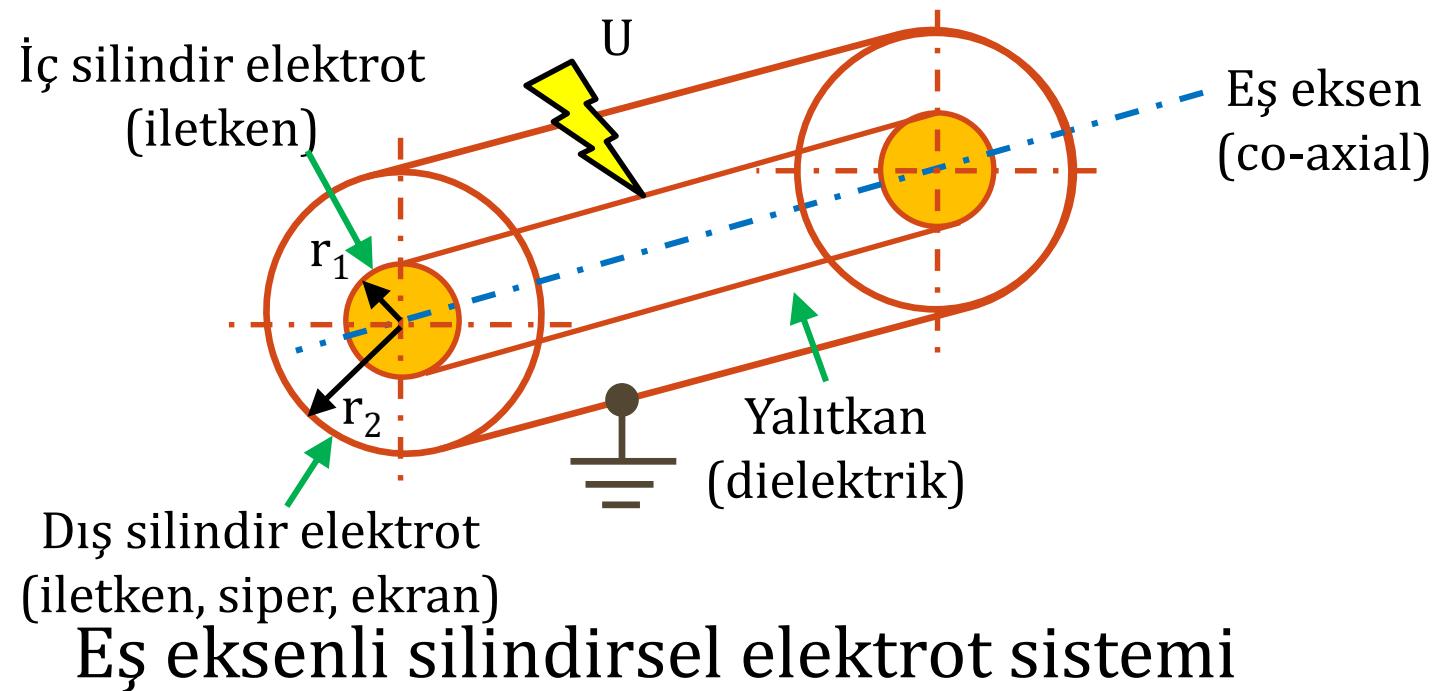
2021-2022 Bahar Yarıyılı

CRN 22843	ELK 312	Yüksek Gerilim Tekniği	Özcan Kalenderli	Perşembe 08:30/11:30	Öğr. Sayısı 45
--------------	------------	------------------------	------------------	-------------------------	-------------------

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Silindirsel elektrot sistemi türleri:



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

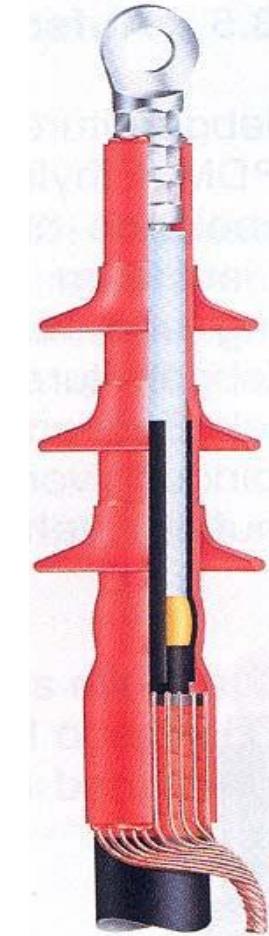
Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri:



Kablo



Kablo eki



Kablo
başlığı

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri: Geçit izolatörleri



Porselen
geçit izolatörler



Epoksi reçine
geçit izolatörler

Bina dışı-bina içi geçit izolatörleri



Bina içi-bina içi geçit izolatörleri

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri: Geçit izolatörleri



Transformator tipi geçit izolatörü



Duvar tipi geçit izolatörü

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri:



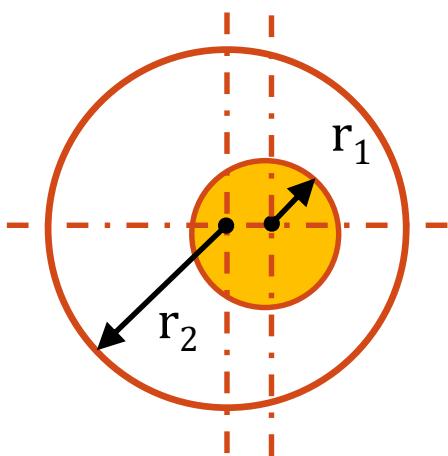
Buji

Gaz yalıtımlı sistemler (GIS)

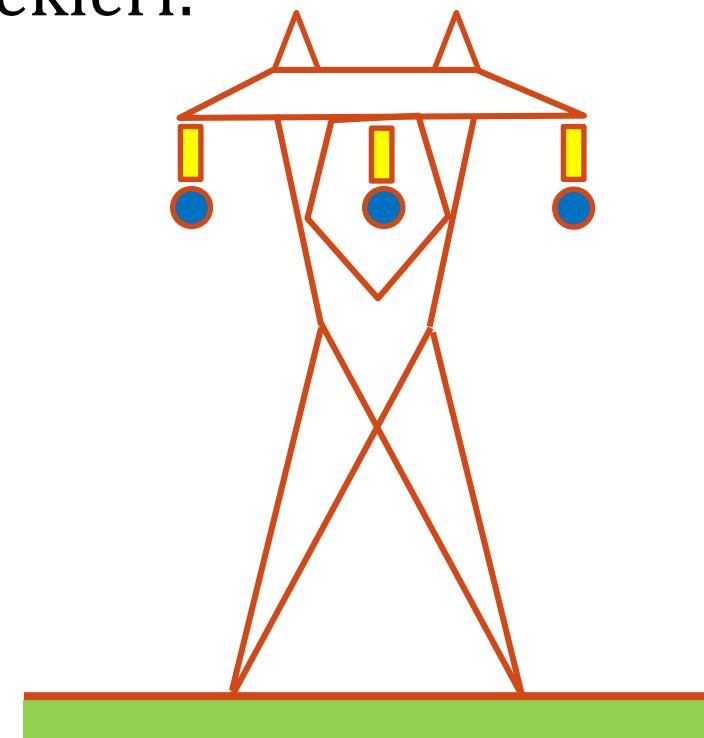
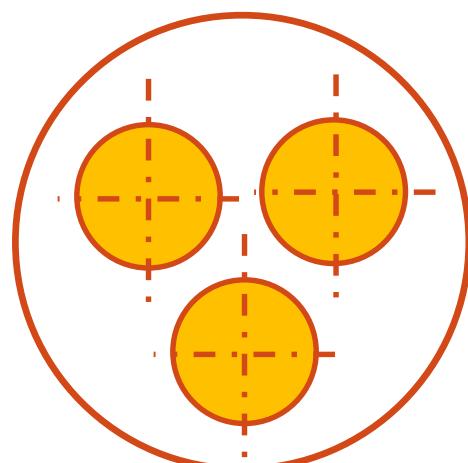
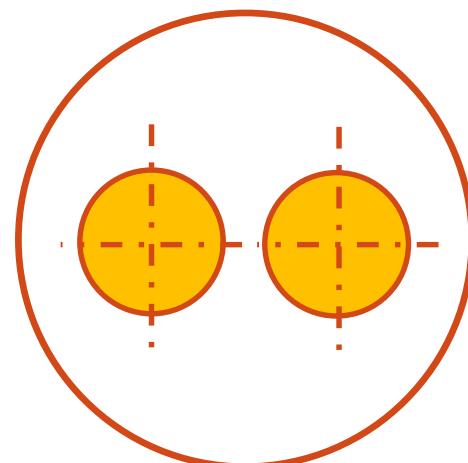
TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri:



İç içe
kaçık eksenli silindirsel elektrot sistemleri



Hava Hatları

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri:



Üç damarlı kablo



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada silindirsel elekrot sistemlerinin

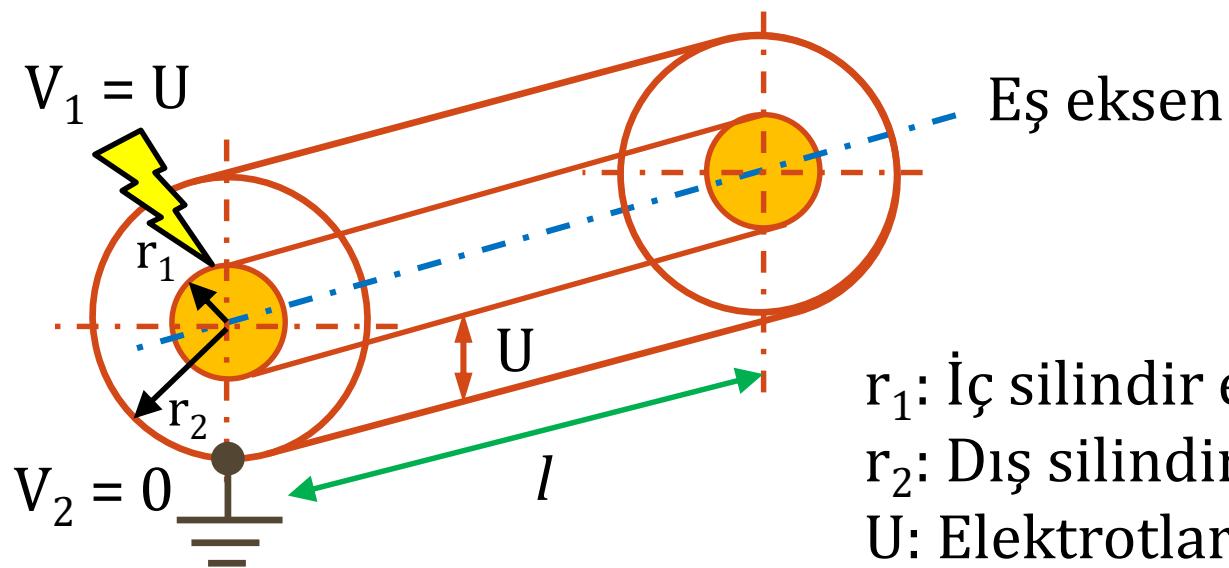
1. Elektriksel potansiyel bağıntısı ve dağılımı,
2. Elektrik alan şiddeti bağıntısı ve dağılımı,
3. Elektriksel kapasitesi ve
4. Elektriksel zorlanma ve delinme (boşalma olayları)

bakımından incelemeleri yapılacaktır.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminin elektriksel potansiyeli ve elektrik alanı:

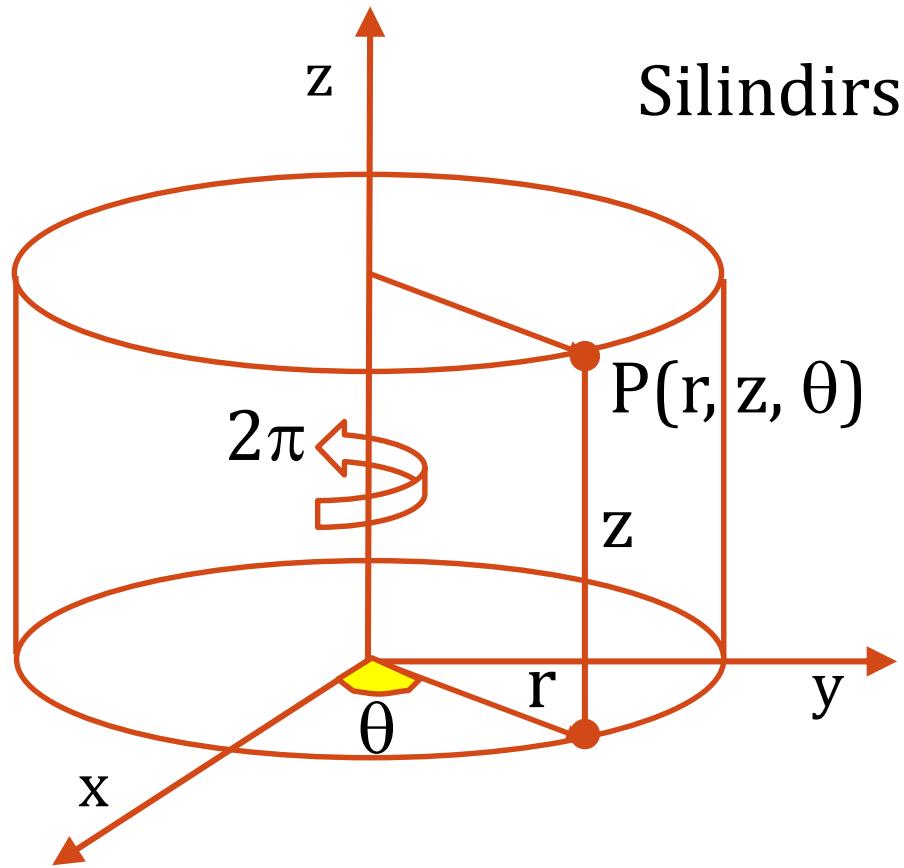


r_1 : İç silindir elektrot yarıçapı
 r_2 : Dış silindir elektrot yarıçapı
 U : Elektrotlar arasına uygulanan gerilim

İncelemeler silindirsel koordinatlarda yapılacaktır.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ



Silindirsel koordinatlar (r, θ, z) ile gösterilirse

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

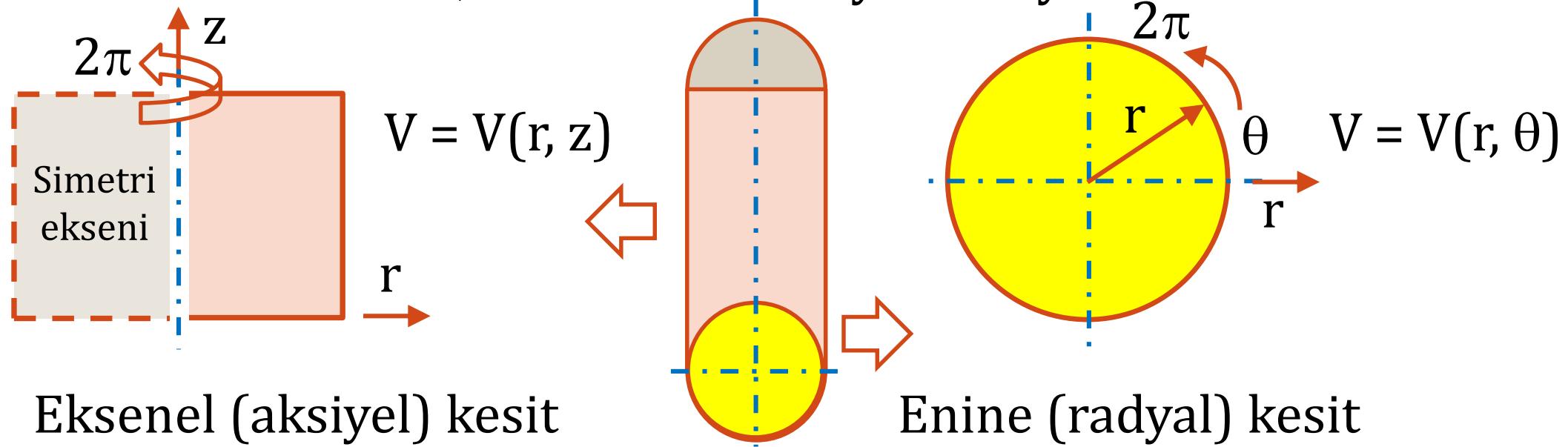
olur. Silindirsel koordinatlarda üç boyutlu potansiyel $V = V(r, \theta, z)$ için
Laplace denklemi:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemlerinde olduğu gibi eksenel simetrili sistemler, simetriden dolayı iki boyutlu incelenebilirler.



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Silindirsel koordinatlarda iki boyutlu Laplace denklemleri:

Eksenel kesit için $V = V(r, z)$:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0}$$

Enine kesit için $V = V(r, \theta)$:

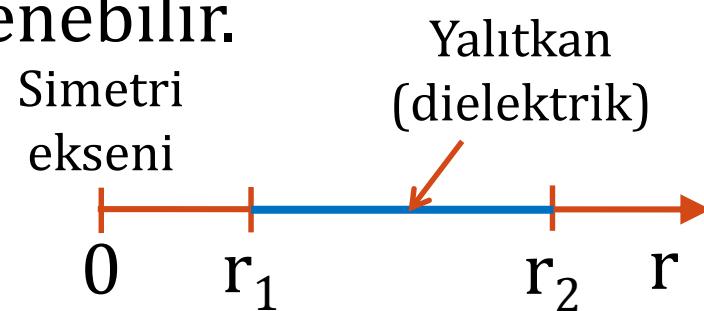
$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} = 0}$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eksenel ve dönel simetri nedeniyle silindirsel elektrot sistemi bir boyutlu olarak incelenebilir.



Silindirsel koordinatlarda bir boyutlu Laplace denklemi:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$



$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0$ Laplace denkleminin çözümü $V = V(r)$ verecektir.

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{dV}{dr} \right) + \frac{1}{r} \cdot \frac{dV}{dr} = 0$$

$$\int \frac{d}{dr} \left(\frac{dV}{dr} \right) dr = \int -\frac{1}{r} dr$$

$$\ln \frac{dV}{dr} = -\ln r + \ln A = \ln \frac{A}{r}$$

$$\frac{dV}{dr} = \frac{A}{r} \quad \rightarrow \quad \int dV = \int \frac{A}{r} dr$$

Denklemin genel çözümü:

$$V = V(r) = A + B \cdot \ln r$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$V(r) = A + B \cdot \ln r$ r genel çözümündeki A ve B katsayıları, problemin sınır koşullarından belirlenebilir (özel çözüm):

Sınır koşulları: $r = r_1$ iken $V(r_1) = V_1 = U$
 $r = r_2$ iken $V(r_2) = V_2 = 0$

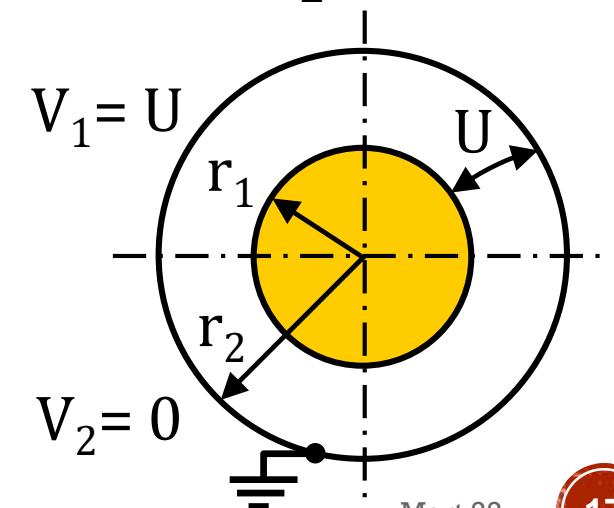
$$\left. \begin{array}{l} r = r_1 \text{ iken } V(r_1) = V_1 = U \\ r = r_2 \text{ iken } V(r_2) = V_2 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} U = A \cdot \ln r_1 + B \\ 0 = A \cdot \ln r_2 + B \end{array} \right.$$

Buradan

$$A = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln r_2$$

$$B = -\frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

bulunur.



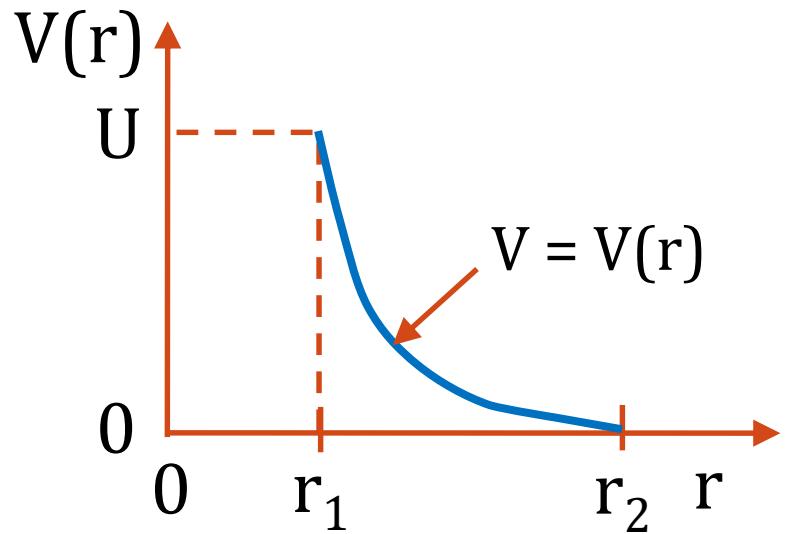
TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bulunan A ve B katsayıları $V(r) = A + B \cdot \ln r$ genel çözümünde yerlerine yazılırsa

$$V = V(r) = \frac{U}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \cdot \ln \frac{r_2}{r}$$

$$r_1 \leq r \leq r_2$$



bulunur. Bu denklem, eş eksenli silindirsel elektrot sisteminin **elektriksel potansiyel** bağıntısıdır.

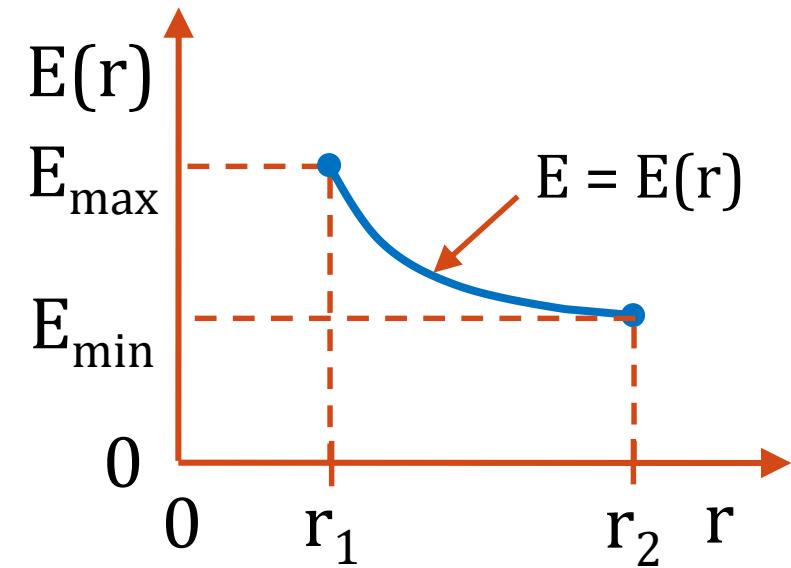
TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminin **elektrik alan** bağıntısı, elektriksel potansiyel bağıntısından elde edilebilir:

$$E = E(r) = -\frac{dV}{dr} = \frac{U}{r \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

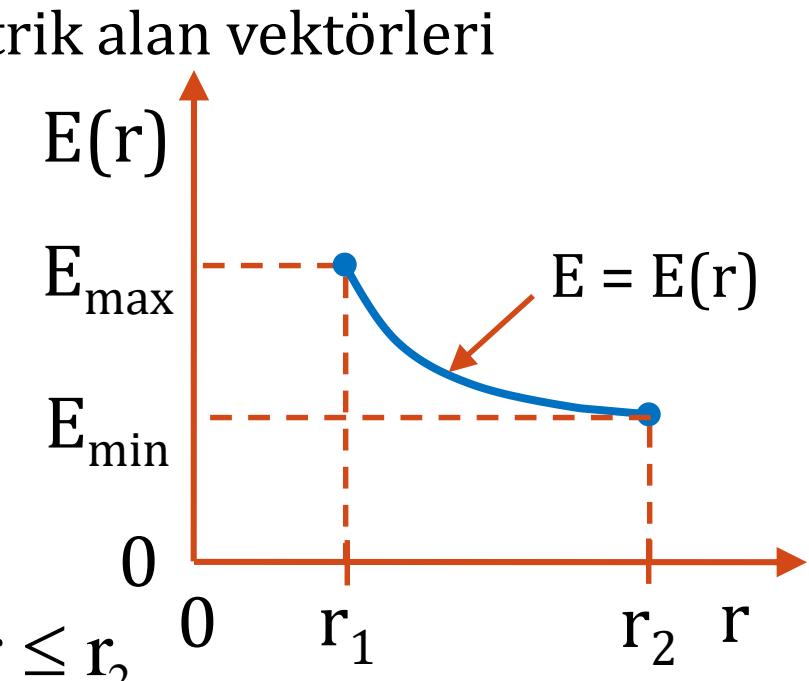
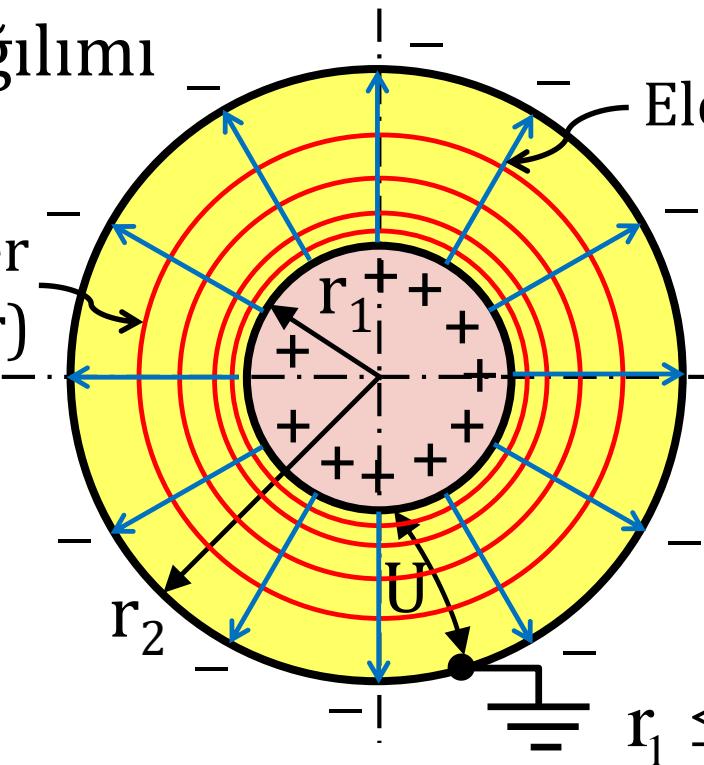
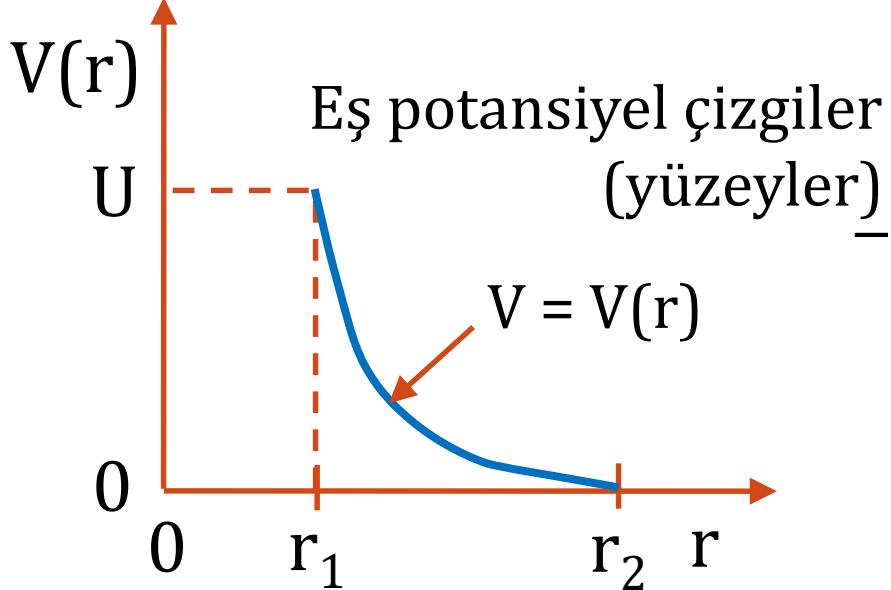
$$r_1 \leq r \leq r_2$$



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminde **elektriksel potansiyel** ve **elektrik alan** dağılımı



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Elektrik alan şiddeti, $r = r_1$ iken maksimum (en büyük) olur:

$$E = E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminin **maksimum elektrik alan şiddeti**

Elektrik alan şiddeti, $r = r_2$ iken minimum (en küçük) olur:

$$E = E_{\min} = \frac{U}{r_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminin **minimum elektrik alan şiddeti**

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

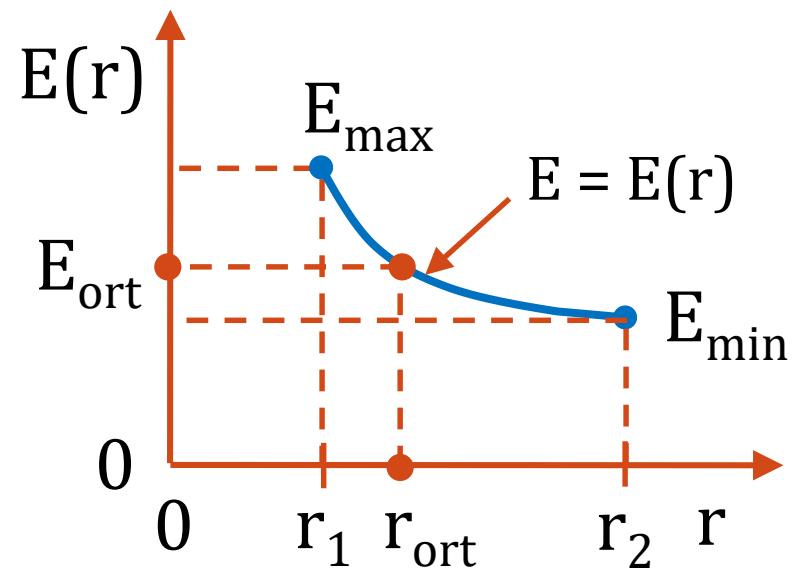
SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Ortalama elektrik alan şiddeti:

$$E_{\text{ort}} = \frac{U}{a} = \frac{U}{r_2 - r_1} = \frac{U}{r_{\text{ort}} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

$E = E_{\text{ort}}$ yapan r 'ye r_{ort} denirse:

$$r_{\text{ort}} = \frac{r_2 - r_1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

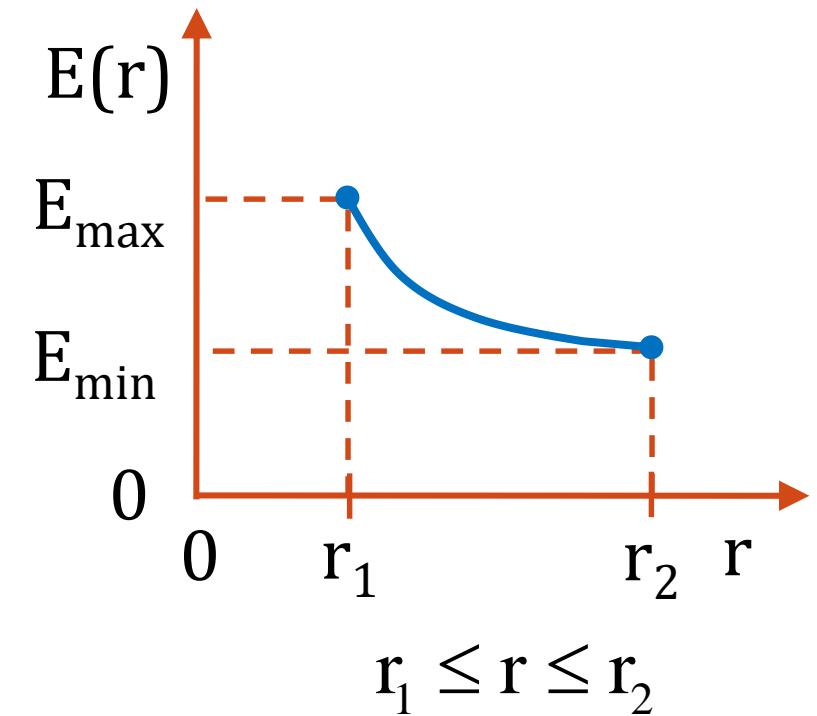


TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Görüldüğü gibi, eş eksenli silindirsel elektrot sisteminde elektrik alanı düzgün dağılmamakta yani her yerde aynı değeri almamaktadır.

Elektrik alan şiddeti, iç iletken üzerinde maksimum, dış iletkende ise minimumdur. Bu tür elektrik alan dağılımlarına **düzgün olmayan elektrik alan dağılımı** denir.



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Yüksek gerilimde bir yerdeki E elektrik alan şiddeti, o yerdeki elektriksel yalıtkanın E_d delinme dayanımına eşit veya büyük olduğunda elektriksel boşalma olur. Buna **elektriksel boşalma koşulu** denir.

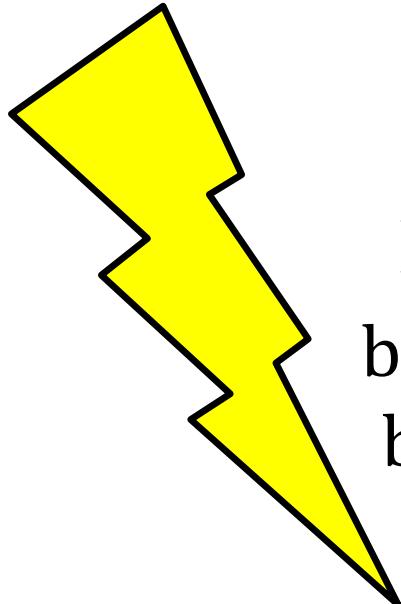
$$E \geq E_d$$

Elektriksel boşalma $E < E_d$ olan yere kadar sürer, boşalma koşulu sağlanmazsa sonrasında devam edemez.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Elektriksel boşalma koşulu:

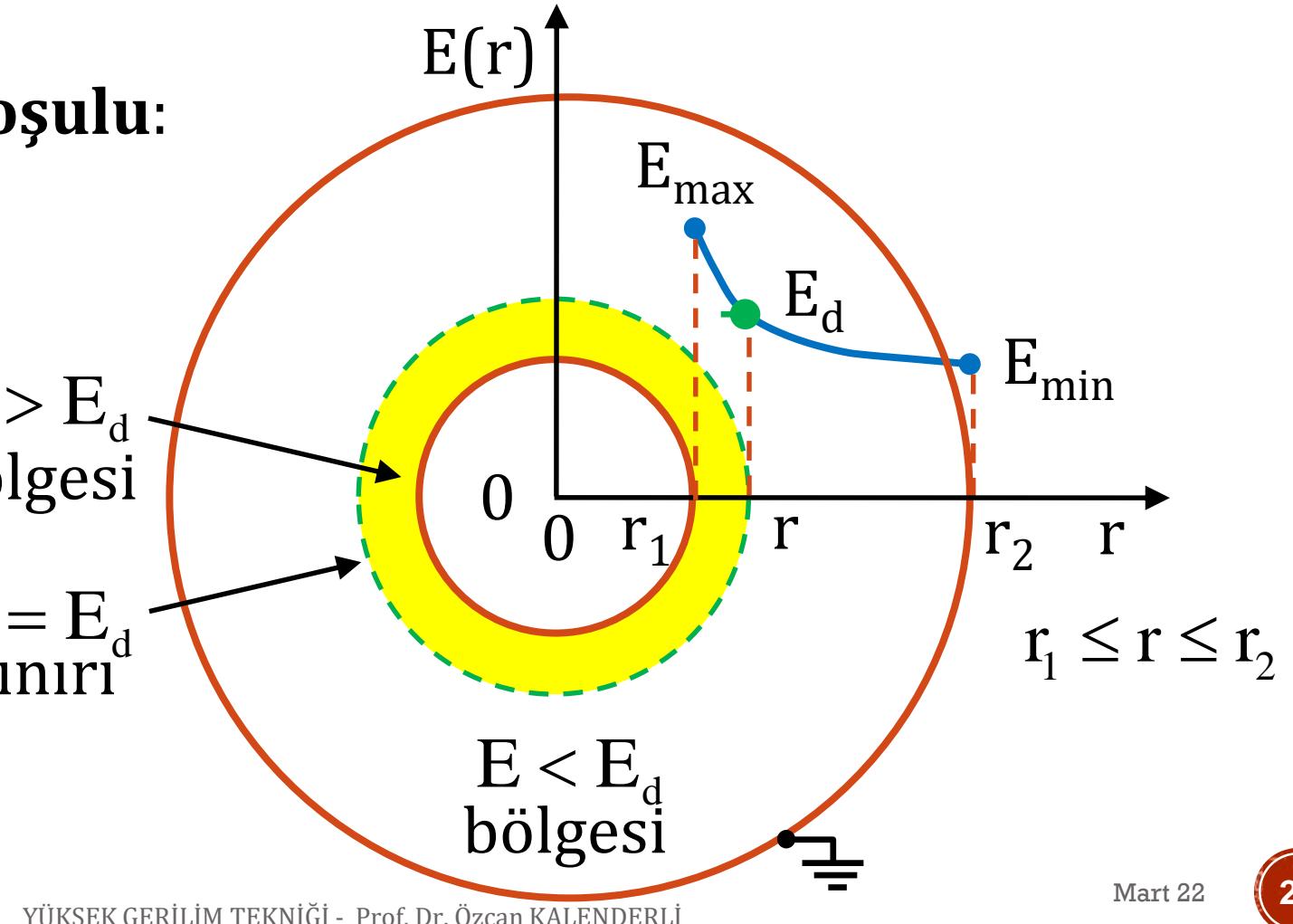


$E \geq E_d$
boşalma
bölgesi

$E > E_d$
bölglesi

$E = E_d$
sınırlı

$E < E_d$
bölglesi



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Elektriksel boşalma koşulu (**Açıklama**):

$$E_{\max} \geq E_d > E_{\min}$$

ise ya da başka bir deyişle

$$E_{\max} \geq E_d \text{ ve } E_{\min} < E_d$$

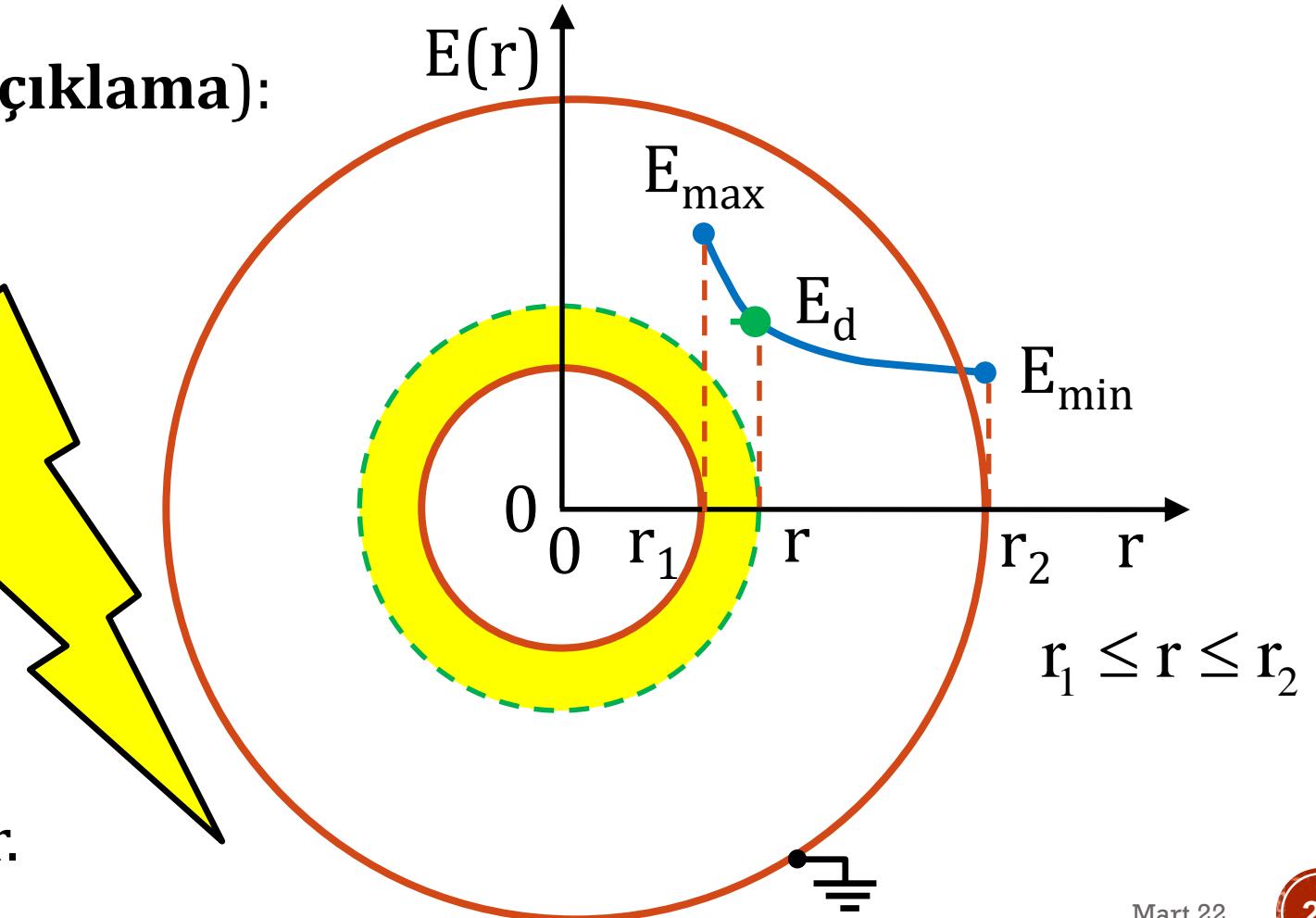
ise **kısmi boşalma**

(ön elektriksel boşalma,
tam olmayan boşalma) olur.

$$E_{\max} \geq E_d \text{ ve } E_{\min} > E_d$$

ise **delinme**

(tam elektriksel boşalma) olur.

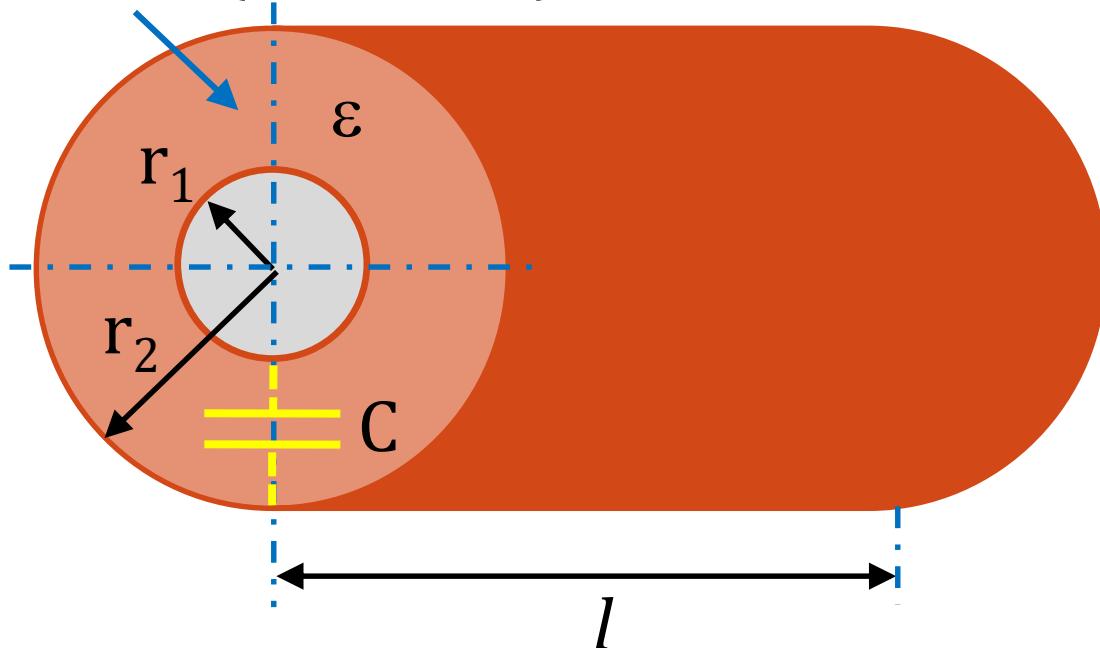


TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminin **kapasitesi**:

Yalıtkan (dielektrik)



$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

(Farad)

$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$: Yalıtkanın dielektrik sabiti (F/m)
 $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m, boşluğun dielektrik sabiti
 ϵ_r : Bağlı dielektrik sabiti
 r_1, r_2 : İç ve dış yarıçaplar (m)
 l : Uzunluk (m)

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Malzemelerin ϵ_r bağıl dielektrik sabitleri:

Malzeme	Bağıl dielektrik sabiti, ϵ_r	Örnek
Katı yalıtkanlar	2 - 10	2,3 (XLPE), 5 (PVC), 6 (porselen), 5 (cam)
Sıvı yalıtkanlar	2,5 - 5	2,5 (Trafo yağı)
Gaz yalıtkanlar	≈ 1	≈ 1 (Hava, SF6, N2)
Vakum	1	

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Silindirsel elekrot sistemleri ile ilgili **tanımlar**:

Gerçek açıklık (yalıtkan kalınlığı), $a = r_2 - r_1$ [m]

Eşdeğer açıklık, $\alpha = r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$ [m]

Eş eksenli silindirsel elekrot sisteminde

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{\alpha}$$

Düzgün alanda

$$E = \frac{U}{a}$$

esdeğer

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Geometrik karakteristikler:

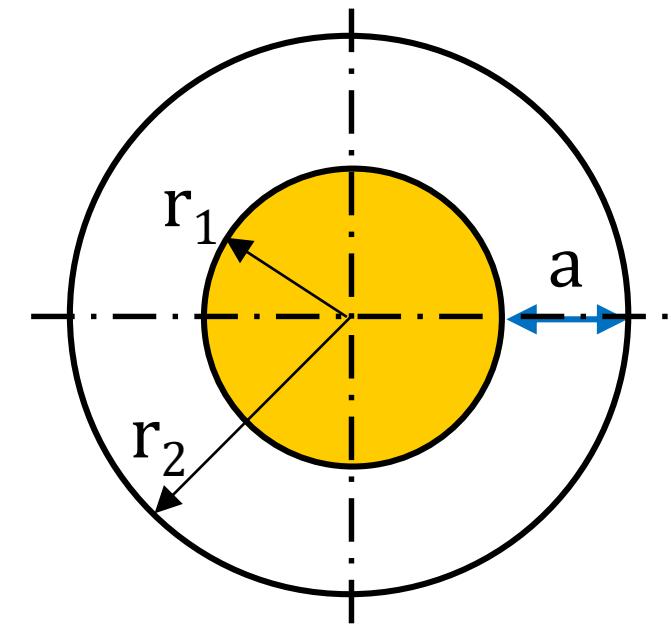
$$p = \frac{r_1 + a}{r_1}$$

$$q = \frac{r_2}{r_1}$$

Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi için

$$p = \frac{r_1 + a}{r_1} = \frac{r_1 + (r_2 - r_1)}{r_1} = \frac{r_2}{r_1} = q$$

$$p = \frac{r_2}{r_1}$$



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

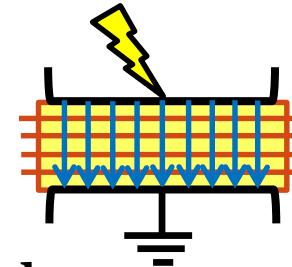
SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Faydalananma faktörü

$$\eta = \frac{E_{\text{ort}}}{E_{\text{max}}} = \frac{\frac{U}{r_2 - r_1}}{\frac{U}{r_2 - r_1}} = \frac{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{r_2 - r_1} = \frac{\ln p}{p-1} = \frac{\alpha}{a} \leq 1$$

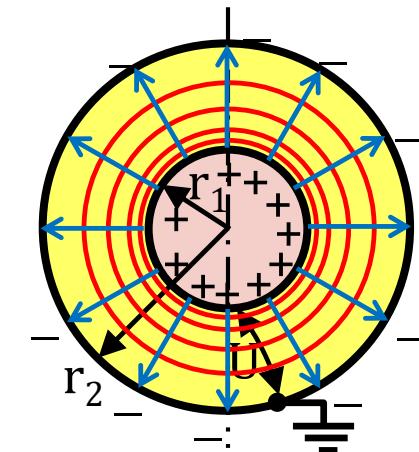
$$\eta \leq 1$$

$$\frac{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}}{r_1}$$



$\eta = 1$ düzgün elektrik alan dağılımı

$\eta < 1$ düzgün olmayan elektrik alan dağılımı



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli Silindirsel Elektrot Sisteminin Delinme Bakımından İncelenmesi (Optimizasyonu)

1) Maksimum elektrik alan şiddetini minimum yapan r_1 yarıçapının hesabı

Hesapta r_2 dış yarıçapı ve U gerilimi sabit tutulup maksimum elektrik alan şiddetini minimum yapan, yani bu koşullarda elektrot sisteminin en az zorlanacağı r_1 yarıçapı bulunacaktır.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln r_2 - r_1 \cdot \ln r_1}$$

Bunu minimum yapan r_1 yarıçapını bulmak için

$$\frac{dE_{\max}}{dr_1} = 0$$

islemi yapılırsa

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$\frac{dE_{\max}}{dr_1} = \frac{0 - (ln r_2 - ln r_1 - r_1 \cdot (1/r_1))}{(r_1 \cdot ln r_2 - r_1 \cdot ln r_1)^2} = 0$$

$$ln r_2 - ln r_1 - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad ln \frac{r_2}{r_1} = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{r_2}{r_1} = e = 2,718$$

$r_1 = r_2/e$ için veya $r_2 = e \cdot r_1$ için maksimum elektrik alan şiddeti minimum $(E_{\max})_{\min}$ olur:

$$(E_{\max})_{\min} = \frac{U}{r_1} = \frac{U}{r_2} \cdot e$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu durumda delinme bakımından en uygun geometrik karakteristik olarak adlandırılan p_d :

$$p_d = \frac{r_2}{r_1} = e = 2,718$$

olur. Ayrıca,

Eşdeğer açıklık:

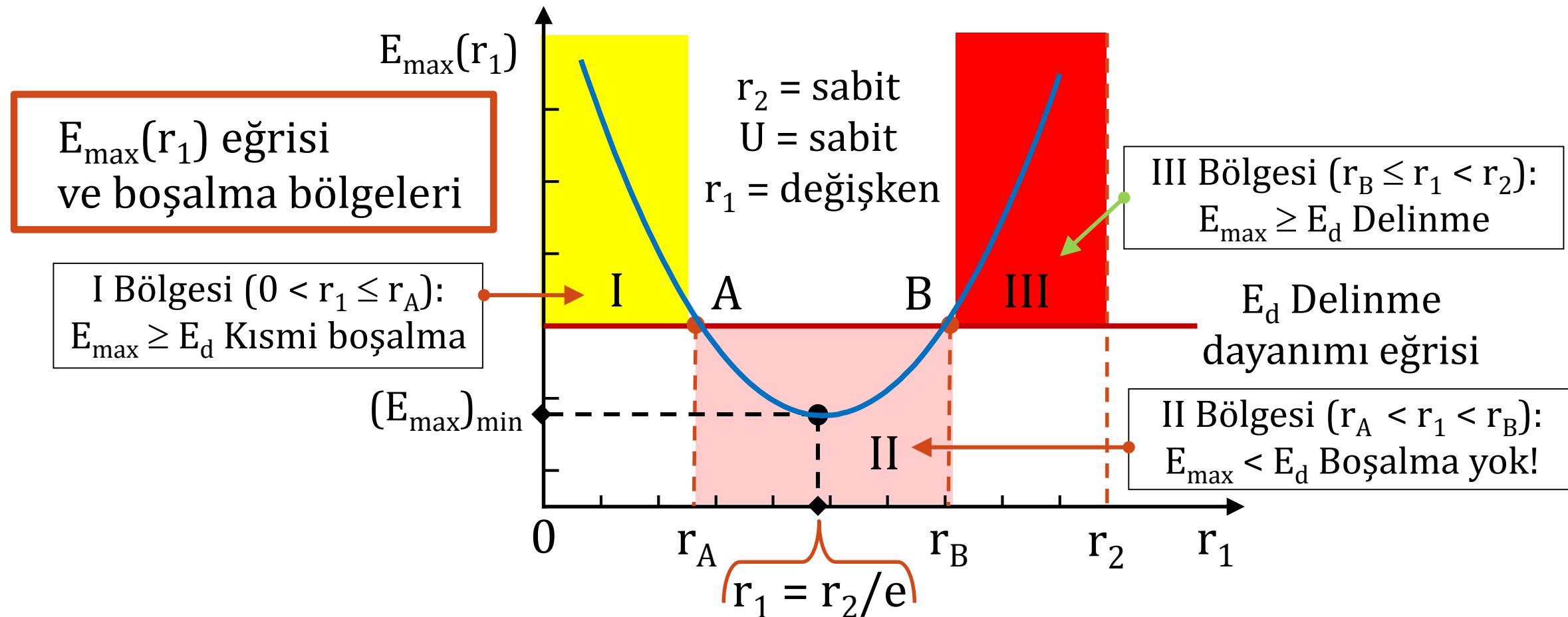
$$\alpha = r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = r_1 \cdot \ln e = r_1$$

Faydalananma faktörü: $\eta = \frac{\ln p_d}{p_d - 1} = \frac{1}{2,718 - 1} = 0,583$

Bu değerler için $(E_{\max})_{\min}$ olur.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**Eş eksenli Silindirsel Elektrot Sisteminin Delinme
Bakımından İncelenmesi (Optimizasyonu)**

2) Uygulanabilecek gerilimi maksimum yapan r_1 yarıçapının hesabı

Hesapta r_2 dış yarıçapı ve E_d delinme dayanımı sabit tutulup gerilimi maksimum yapan, yani bu koşullarda sisteme en yüksek gerilimin uygulanabileceği r_1 yarıçapı bulunacaktır.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{\alpha} \quad \Rightarrow \quad U = E_{\max} \cdot \alpha$$

$U = U_d$ delinme gerilimi için $E = E_d$ olur. O halde

$$U_{d\max} = E_d \cdot \alpha_{\max}$$

olur. E_d sabit alınırsa, gerilimin maksimum ($U_{d\max}$) olması için α eşdeğer açıklığının maksimum (α_{\max}) olması gereklidir.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

α eşdeğer açıklığını maksimum (α_{\max}) yapan r_1 yarıçapının bulunması için

$$\frac{d\alpha}{dr_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = r_1 \ln \frac{r_2}{r_1} = r_1 \cdot \ln r_2 - r_1 \cdot \ln r_1$$

$$\frac{d\alpha}{dr_1} = \ln r_2 - \ln r_1 - r_1 \cdot \frac{1}{r_1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \ln r_2 - \ln r_1 - 1 = 0$$

$$\ln \frac{r_2}{r_1} = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{r_2}{r_1} = e = 2,718}$$

olur.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$\frac{r_2}{r_1} = e = 2,718$ değeri için $\alpha = \alpha_{\max}$ dolayısıyla delinme gerilimi maksimum $U_{d\max} = E_d \cdot \alpha_{\max}$ olur. Bu durumda

$$r_1 = \frac{r_2}{e}$$

$$r_2 = r_1 \cdot e$$

ve eşdeğer açıklık

$$\alpha_{\max} = r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1} = r_1 \cdot \ln e = r_1$$

olacaktır.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Ayrıca, delinme bakımından en uygun geometrik karakteristik olarak adlandırılan p_d :

$$p_d = \frac{r_2}{r_1} = e = 2,718$$

ve faydalama faktörü, η :

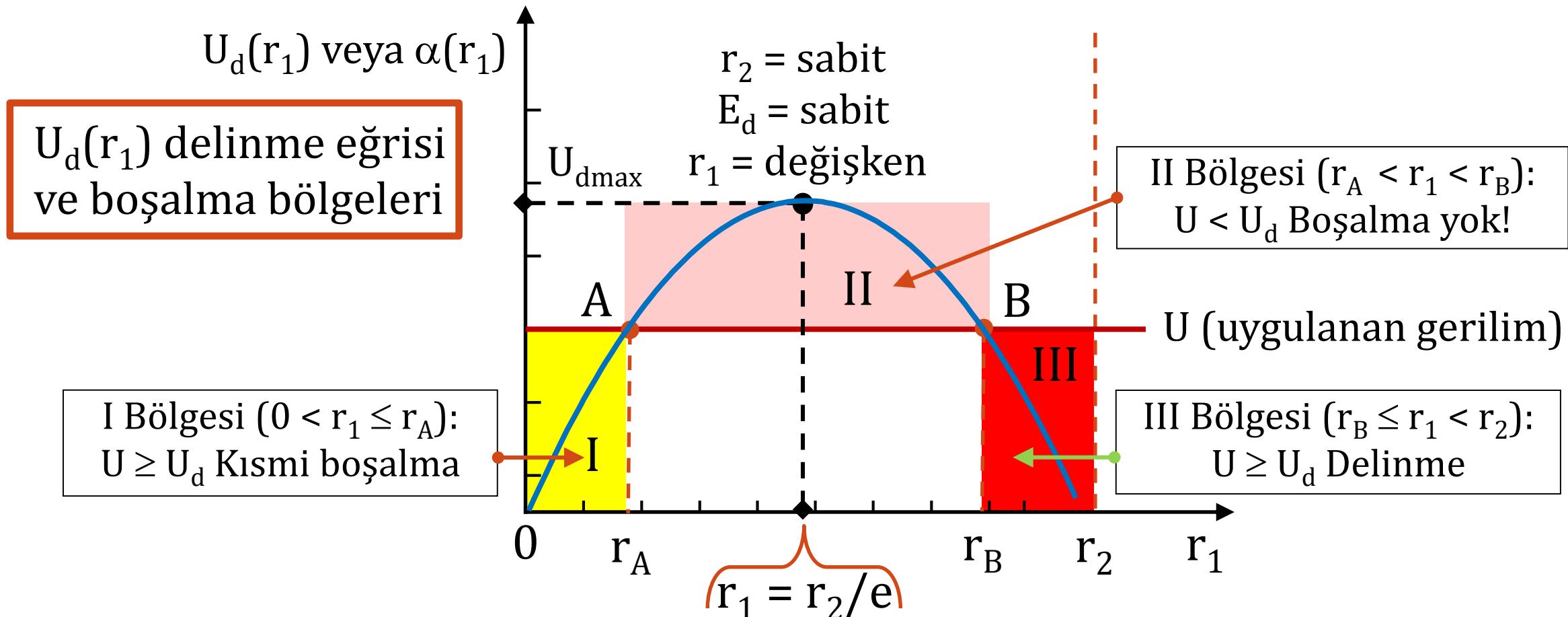
$$\eta = \frac{\ln p_d}{p_d - 1} = \frac{1}{2,718 - 1} = 0,583$$

olur.

Bu değerler için
 $U = U_{d\max}$ olur.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

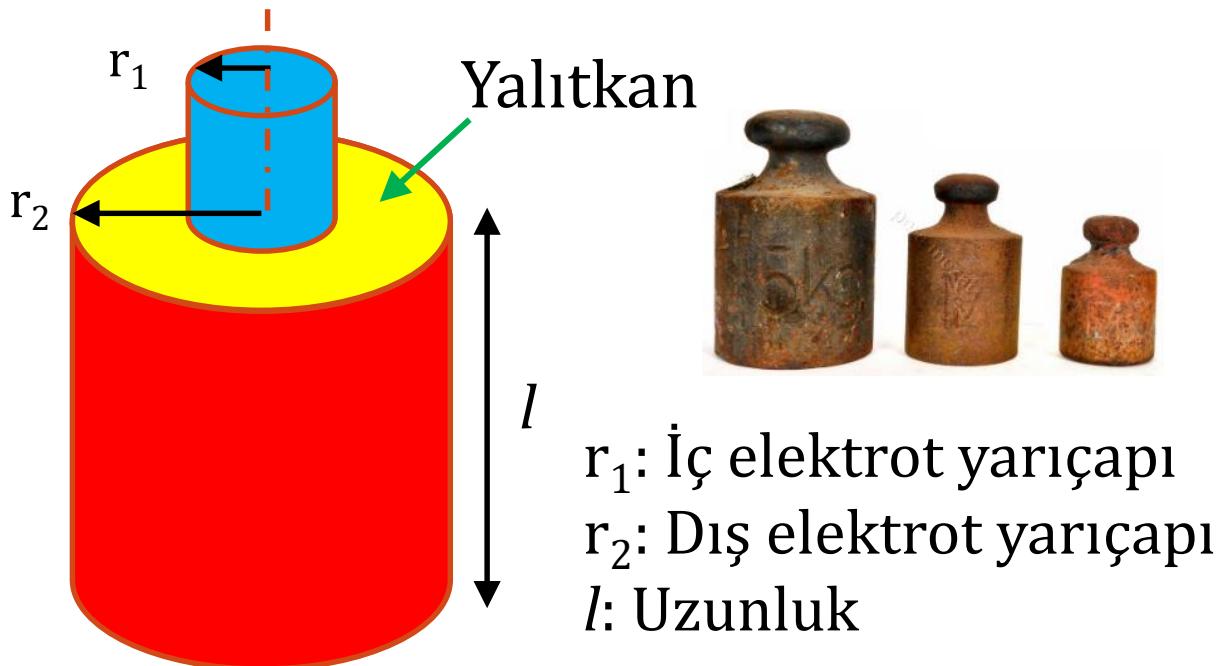
SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Eş eksenli silindirsel elektrot sisteminin ekonomik bakımdan incelenmesi



İncelemede, r_2 dış yarıçapı ve E_d delinme dayanımı sabit tutulup yalıtkan malzeme miktarını minimum (ağırlığı en az) yapan yani sistemi ekonomik kıلان geometrik karakteristik bulunacaktır.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Sistemde kullanılan yalıtkan malzeme ağırlığı, G:

$$G = d \cdot V$$

Burada, d yalıtkanın özağırlığı, V yalıtkan malzeme hacmidir. Bu denklemde hacmin geometrik karşılığı yazılırsa

$$G = d \cdot \pi (r_2^2 - r_1^2) \cdot l = d \cdot \pi r_1^2 \left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right) \cdot l = d \cdot \pi r_1^2 (p^2 - 1) \cdot l$$

olur. Bu denklemde r_1 yerine p cinsinden karşılığı yazılarak $G = G(p)$ denklemi elde edilecektir.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln p} \quad \rightarrow \quad E_d = \frac{U_d}{r_1 \cdot \ln p} \quad \rightarrow \quad r_1 = \frac{U_d}{E_d \cdot \ln p}$$

r_1 , ağırlık denkleminde yerine yazılırsa

$$G = d \cdot \pi \left(\frac{U_d}{E_d} \right)^2 \cdot \frac{p^2 - 1}{(\ln p)^2} \cdot l = K \cdot \frac{p^2 - 1}{(\ln p)^2} = G(p)$$

elde edilir. Burada

$$K = d \cdot \pi \left(\frac{U_d}{E_d} \right)^2 \cdot l \quad \text{yazılmıştır.}$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$\frac{dG}{dp} = 0$ işlemi ile G ağırlığını minimum yapan p değeri bulunabilir:

$$K \cdot \frac{2p(\ln p)^2 - \frac{2}{p} \ln p(p^2 - 1)}{(ln p)^4} = 0 \quad \Rightarrow \quad p^2 \ln p - p^2 + 1 = 0$$

denklemin çözümünden

$$\frac{r_2}{r_1} = 2,219 = p_e$$

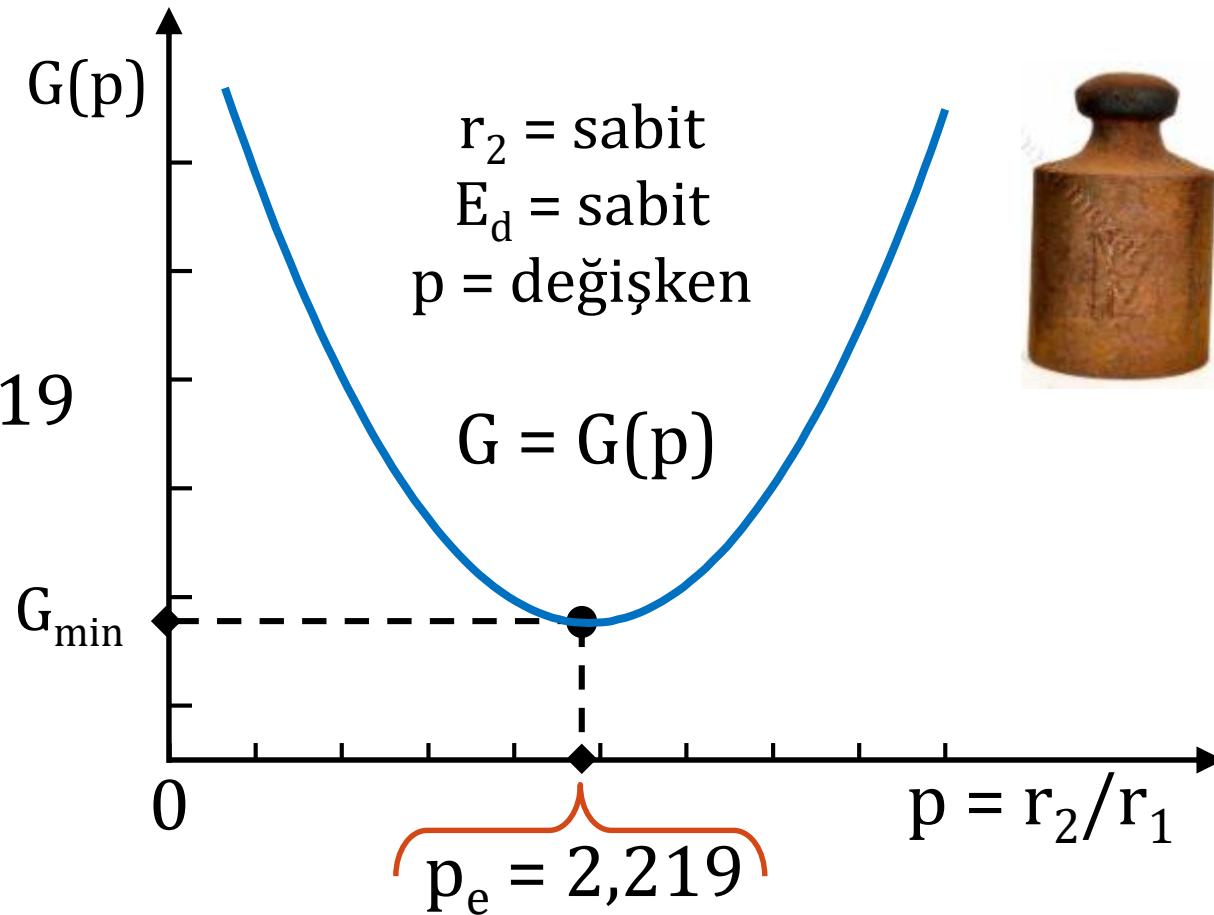
ekonomik bakımdan en uygun geometrik karakteristik p_e bulunur.
Bu değer için yalıtkan malzeme ağırlığı minimum (G_{\min}) olur.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$G = G(p)$
Ağırlık eğrisi

$$\begin{aligned} p_e &= r_2/r_1 = 2,219 \\ r_1 &= r_2/2,219 \\ r_2 &= r_1 \cdot 2,219 \\ \text{için} \\ G &= G_{\min} \end{aligned}$$



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Örnek 1:

400 m uzunluğundaki bir eş eksenli silindirsel elektrot sisteminde, yarıçaplar $r_1 = 0,6 \text{ cm}$, $r_2 = 1,4 \text{ cm}$, yalıtkanın bağıl dielektrik sabiti $\epsilon_r = 2,3$ ve uygulanan gerilim $U = 20 \text{ kV}$ olduğuna göre

- a) Maksimum ve minimum elektrik alan şiddetlerini hesaplayınız.
- b) Sistemin kapasitesini hesaplayınız ($\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$).
- c) Sistemin a , α , p ve η değerlerini hesaplayınız.
- d) $U = 20 \text{ kV}$, $r_2 = 1,4 \text{ cm}$ ve $E_d = 50 \text{ kV/cm}$ sabit olmak üzere, sistemde herhangi boşalma oluşmaması için r_1 değer aralığı ne olmalıdır?
 $r_1 = 0,2 \text{ cm}$, $r_1 = 0,7 \text{ cm}$ ve $r_1 = 1,2 \text{ cm}$ değerleri için sistemin boşalma olayları bakımından davranışını açıklayınız.



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Çözüm 1:

a) Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{20 \text{kV}}{0,6 \text{cm} \cdot \ln \frac{1,4 \text{cm}}{0,6 \text{cm}}} = 39,34 \text{kV/cm}$$

Minimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\min} = \frac{U}{r_2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{20 \text{kV}}{1,4 \text{cm} \cdot \ln \frac{1,4 \text{cm}}{0,6 \text{cm}}} = 16,86 \text{kV/cm}$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

b) Sistemin kapasitesi

$$C = \frac{2\pi\varepsilon \cdot l}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{2\pi \cdot 2,3 \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 400}{\ln \frac{1,4}{0,6}} = 60,4 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 60,4 \text{ nF}$$

c) Sistemin gerçek açıklığı $a = r_2 - r_1 = 1,4 - 0,6 = 0,8 \text{ cm}$

Eşdeğer açıklığı $\alpha = r_1 \cdot \ln(r_2 / r_1) = 0,6 \cdot \ln(1,4/0,6) = 0,508 \text{ cm}$

Geometrik karakteristiği $p = r_2 / r_1 = 1,4/0,6 = 2,333$

Faydalama faktörü (verim) $\eta = \alpha / a = 0,508/0,8 = 0,635 (\% 63,5)$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

d) $U = 20 \text{ kV}$, $r_2 = 1,4 \text{ cm}$ ve $E_d = 50 \text{ kV/cm}$ sabit iken

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{20 \text{ kV}}{r_1 \cdot \ln(1,4 \text{ cm}/r_1)} = E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

$$r_1 \cdot \ln \frac{1,4}{r_1} = \frac{20 \text{ kV}}{50 \text{ kV/cm}} = 0,4 \quad \rightarrow \quad r_1 \cdot (\ln 1,4 - \ln r_1) = r_1 \cdot \ln 1,4 - r_1 \cdot \ln r_1 = 0,4$$

$$r_1 \cdot \ln 1,4 - r_1 \cdot \ln r_1 - 0,4 = 0 \quad \rightarrow \quad 0,33647 \cdot r_1 - r_1 \cdot \ln r_1 - 0,4 = 0$$

Bu lineer olmayan denklemin çözümünden r_1 için $r_{11} = 0,202 \text{ cm}$ ve $r_{12} = 0,895 \text{ cm}$ değerleri bulunur.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Sistemin delinme olmadan kullanılabileceği r_1 yarıçapı aralığı

$$r_{11} = r_A = 0,202 \text{ cm} < r_1 < r_{12} = r_B = 0,895 \text{ cm}$$

olur. Buna göre

$0 < r_1 \leq r_A = 0,202 \text{ cm}$ aralığında kısmi boşalma;

$r_B = 0,895 \text{ cm} \leq r_1 < r_2 = 1,4 \text{ cm}$ aralığında delinme olacaktır.

$r_1 = 0,2 \text{ cm}$ için kısmi boşalma olacaktır:

$$E_{\max} = \frac{20 \text{ kV}}{0,2 \text{ cm} \cdot \ln(1,4 \text{ cm}/0,2 \text{ cm})} = 51,39 \text{ kV/cm} > E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$r_1 = 0,7 \text{ cm}$ için boşalma olmayacağı:

$$E_{\max} = \frac{20 \text{ kV}}{0,7 \text{ cm} \cdot \ln(1,4 \text{ cm}/0,7 \text{ cm})} = 41,22 \text{ kV/cm} < E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

$r_1 = 1,2 \text{ cm}$ için delinme olacaktır:

$$E_{\max} = \frac{20 \text{ kV}}{1,2 \text{ cm} \cdot \ln(1,4 \text{ cm}/1,2 \text{ cm})} = 108,12 \text{ kV/cm} > E_d = 50 \text{ kV/cm}$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Örnek 2:

İç iletken yarıçapı $r_1 = 20$ cm olan yağ yalıtkanlı ($\epsilon_{r1} = 2,5$, $E_d = 75$ kV/cm) bir eşeksenli silindirsel elektrot sistemine $U = 200$ kV uygulanmıştır.



- Maksimum alan şiddetinin 30 kV/cm'yi geçmemesi için gerekli dış silindir yarıçapını belirleyiniz.
- Dış elektrot yarıçapının 22 cm olması durumunda boşalma olup olmayacağı, olacaksanız türünü belirleyiniz.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Çözüm 2:

a) Maksimum elektrik alan şiddetinin 30 kV/cm'yi geçmemesi için

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{200 \text{ kV}}{20 \text{ cm} \cdot \ln(r_2/20 \text{ cm})} = 30 \text{ kV/cm}$$

olmalıdır. Bu denklemden dış yarıçapın

$$\ln \frac{r_2}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \ln r_2 - \ln 20 = \frac{1}{3} \Rightarrow \ln r_2 = 3,329 \Rightarrow r_2 > e^{3,329} = 27,91 \text{ cm}$$

olması gereği bulunur.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

b) $r_2 = 22 \text{ cm}$ olması durumunda maksimum elektrik alan şiddetti:

$$E_{\max} = \frac{U}{r_1 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{200 \text{ kV}}{20 \text{ cm} \cdot \ln(22 \text{ cm}/20 \text{ cm})} = 104,92 \text{ kV/cm} > 75 \text{ kV/cm}$$

ve minimum elektrik alan şiddetti

$$E_{\min} = \frac{U}{r_2 \cdot \ln(r_2/r_1)} = \frac{200 \text{ kV}}{22 \text{ cm} \cdot \ln(22 \text{ cm}/20 \text{ cm})} = 95,38 \text{ kV/cm} > 75 \text{ kV/cm}$$

Hem E_{\max} hem de E_{\min} delinme dayanımından büyüktür.
Bu nedenle sistem delinir, tam elektriksel boşalma olur.

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Çalışma Soruları

1. İç ve dış yarıçapları $r_1 = 1 \text{ cm}$, $r_2 = 3 \text{ cm}$, uzunluğu 200 m olan gaz yalıtkanlı ($E_{dgaz} = 75 \text{ kV/cm}$, $\epsilon_{rgaz} = 1$) bir eşeksenli silindirsel elektrot sisteminde, uygulanan gerilim $U = 50 \text{ kV}$ olduğuna göre

- a) Maksimum ve minimum elektrik alan şiddetlerini ve sisteme uygulanabilecek maksimum gerilimi hesaplayınız.
- b) Sistemin kapasitesini hesaplayınız ($\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$).
- c) $r_2 = 3 \text{ cm}$, $U = 50 \text{ kV}$ ve $E_d = 75 \text{ kV/cm}$ alarak sistemin delinme olmadan kullanılabileceği r_1 yarıçapı aralığını hesaplayınız.



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Yanıtlar:

1.a) $E_{\max} = 45,51 \text{ kV/cm}$

$$E_{\min} = 15,17 \text{ kV/cm}$$

$$U_{\max} < 82,396 \text{ kV}$$

1.b) $C = 10,12 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 10,12 \text{ pF}$

1.c) Boşalma olmadan kullanılabilenek r_1 yarıçapı aralığı:

$$r_{11} = r_A = 0,282 \text{ cm} < r_1 < r_{12} = r_B = 2,222 \text{ cm}$$

TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Çalışma Soruları

2. 100 m uzunluğunda, iç iletken kesiti 150 mm^2 , yalıtkanının delinme dayanımı 120 kV/cm ; bağıl dielektrik sabiti 2,2 olan bir eş eksenli silindirsel sistemin delinme bakımından en uygun geometrik karakteristiğe ($p_d = 2,718$) göre boyutlandırılması durumunda, r_1 , r_2 , a , α , η , C ve $U = 30 \text{ kV}$ için E_{\max} , E_{\min} , E_{ort} değerlerini ve sisteme uygulanabilecek maksimum gerilim (U_{\max}) değerini hesaplayınız ($\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$).



TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Yanıtlar:

2. $r_1 = 6,91 \text{ mm}$, $r_2 = 18,78 \text{ mm}$,
 $a = 11,87 \text{ mm}$, $\alpha = 6,91 \text{ mm}$, $\eta = 0,582$,
 $C = 12,23 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 12,23 \text{ nF}$,
 $E_{\max} = 43,415 \text{ kV/cm}$,
 $E_{\min} = 15,974 \text{ kV/cm}$,
 $E_{\text{ort}} = 25,273 \text{ kV/cm}$
 $U_{\max} < 82,92 \text{ kV}$