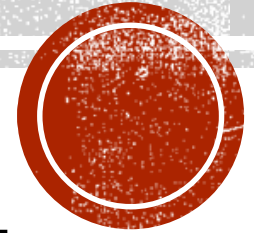


# **YÜKSEK GERİLİM TEKNIĞİ**

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ



**Statik Elektrik Alanı - Temel Elektrot Sistemleri**  
**KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ**

# YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ - 2022 BAHAR YARIYILI

Dersi veren öğretim üyesi:  
Prof. Dr. Özcan Kalenderli



2021-2022 Bahar Yarıyılı

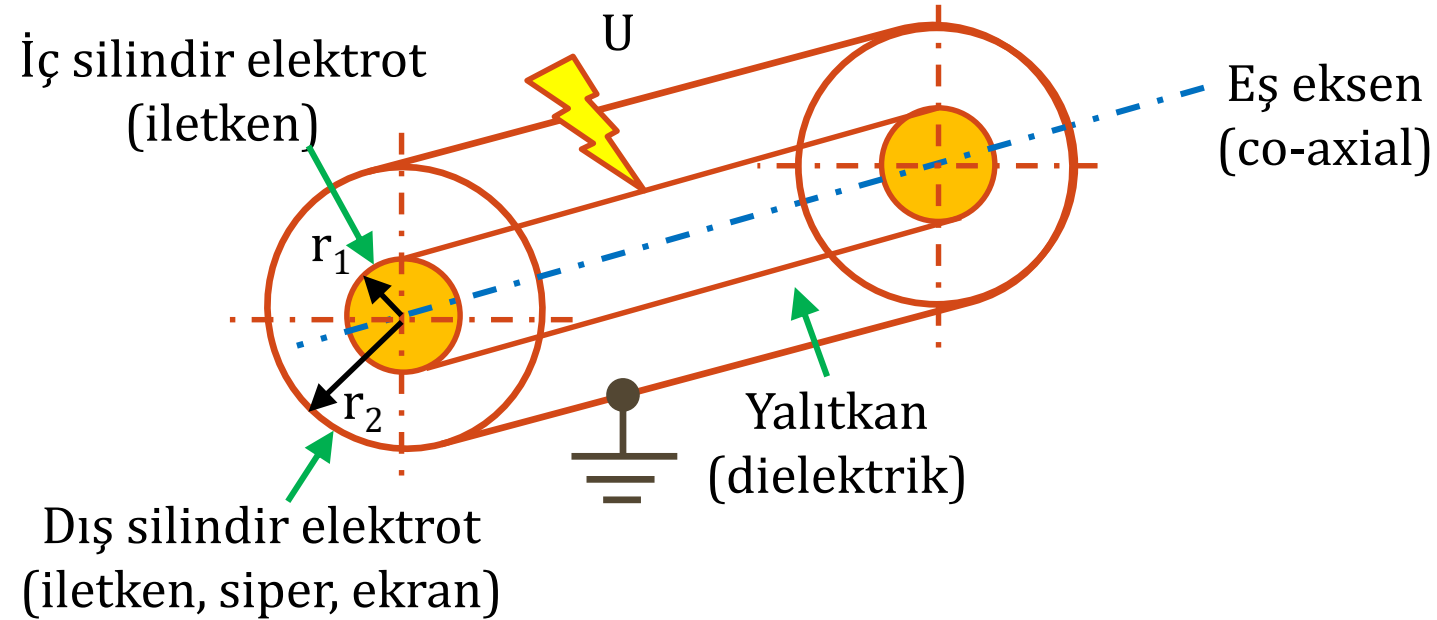
CRN 22843	ELK 312	Yüksek Gerilim Tekniği	Özcan Kalenderli	Perşembe 08:30/11:30	Öğr. Sayısı 45
--------------	------------	------------------------	------------------	-------------------------	-------------------

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Silindirselsel elektrot sistemi türleri:

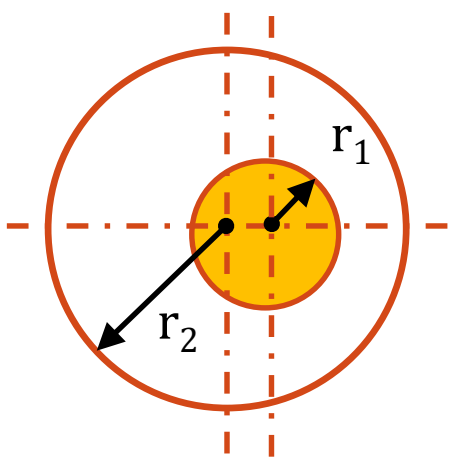
### 1) Eş eksenli silindirselsel elektrot sistemi



# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

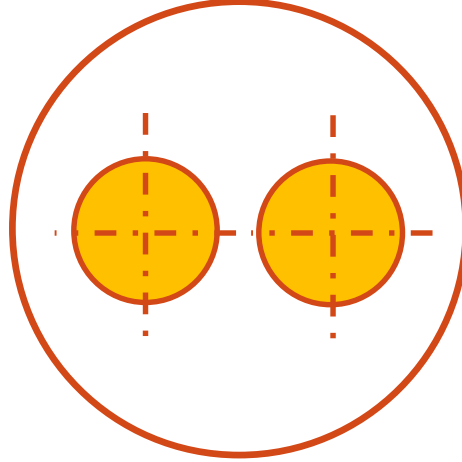
## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### 2) Kaçık eksenli silindirselsel elektrot sistemi

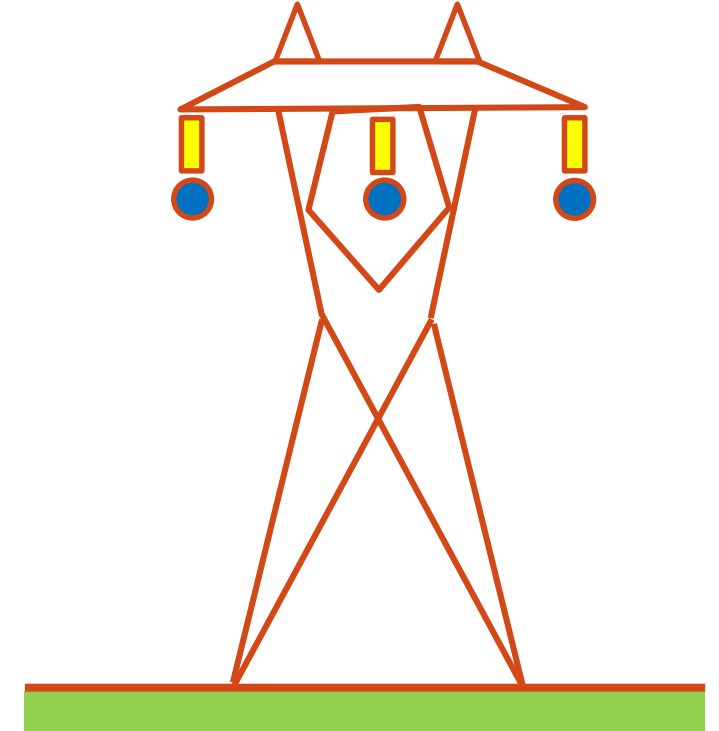
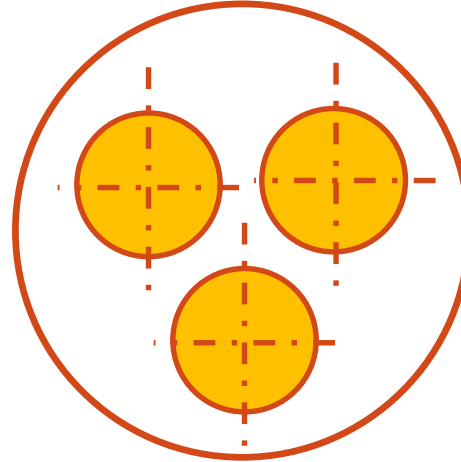


İç içe

kaçık eksenli silindirselsel elektrot sistemleri



Karşılıklı



Hava Hatları

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli silindirsel elektrot sistemi örnekleri:

Hava hatları



Üç damarlı kablo

Üç fazlı GIS





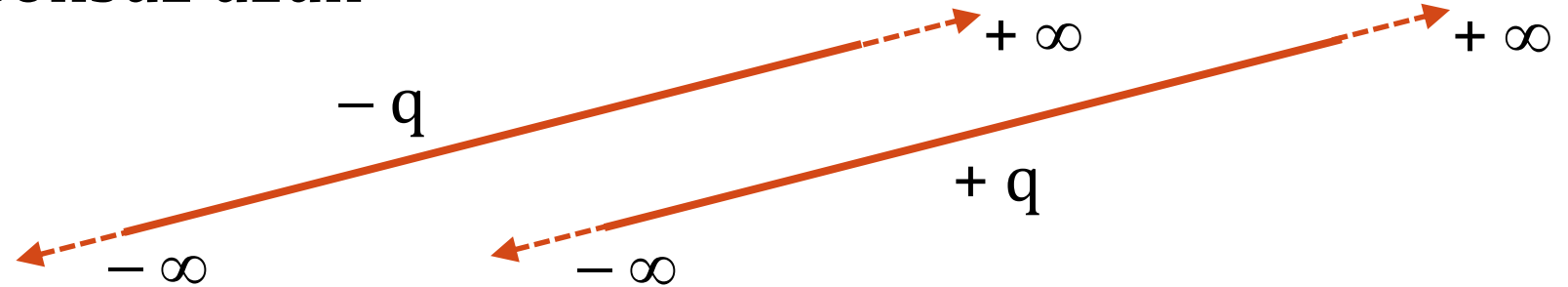
# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu bölümde, eksenleri kaçık, karşılıklı ve iç içe silindirselsel elektrot sistemleri incelenecektir.

Bu tür elektrot sistemlerin elektrik alanı, sonsuz uzun, paralel, çizgisel yük yoğunlukları birbirine eşit, zıt yüklü iki çizgisel yükün elektrik alanından bulunabilir.

Bunun için öncelikle sonsuz uzun bir çizgisel yükün elektrik alanının bilinmesi gerekir.

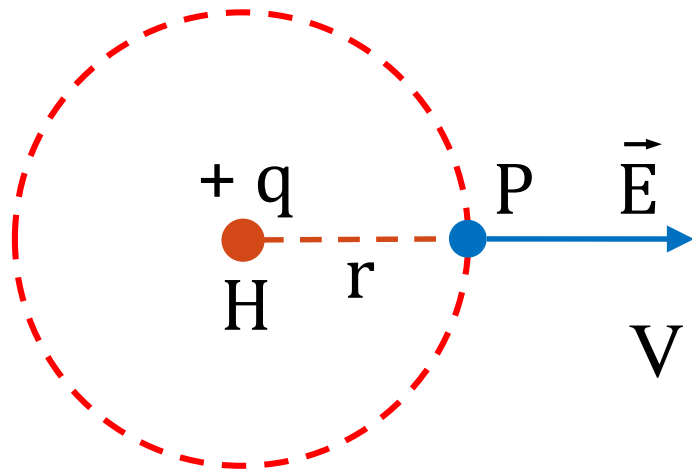


# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Bir çizgisel yükün elektrik alanı

Yük yoğunluğu  $+q$  [C/m] olan sonsuz uzun bir çizgisel yükten  $r$  [m] uzaklığındaki bir P noktasındaki elektrik alan şiddeti,  $E$  [V/m]



$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r}$$

ve potansiyel,  $V$  [V]

$$V = -\int E \cdot dr + K = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \int \frac{1}{r} dr + K = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \ln r + K$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

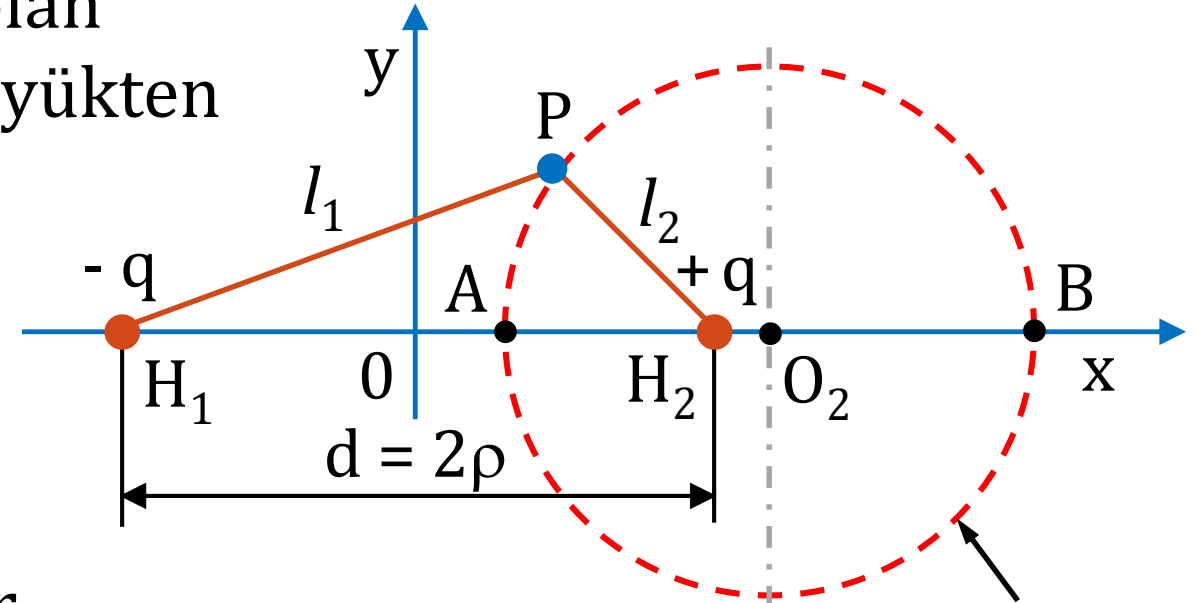
## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Paralel zıt yüklü iki çizgisel yükün elektrik alanı

Yük yoğunlukları  $(-q)$  ve  $(+q)$  olan sonsuz uzun, paralel, iki çizgisel yükten uzaklıkları  $l_1$  ve  $l_2$  olan herhangi bir P noktasının potansiyeli

$$V = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \ln r + K$$

bağıntısı kullanılarak bulunabilir.



İki noktaya ( $H_1, H_2$ ) uzaklıkları oranı  $(l_1/l_2)$  sabit olan noktaların geometrik yeri (Apollonius çemberi)



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

–  $q$  yükünün  $P$  noktasında meydana getirdiği  $V_1$  potansiyeli

$$V_1 = +\frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln l_1 + K_1$$

+  $q$  yükünün  $P$  noktasında meydana getirdiği  $V_2$  potansiyeli

$$V_2 = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln l_2 + K_2$$

ve  $P$  noktasındaki (toplama (süperpozisyon) ilkesiyle) potansiyel

$$V = V_1 + V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{l_1}{l_2} + K$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

K integral sabiti sınır koşullarından bulunur. Simetri düzlemi üzerindeki bir nokta için  $l_1 = l_2$  ( $\ln l_1/l_2 = \ln 1 = 0$ ) ve  $V = 0$  olduğundan  $K = 0$  olur. Buna göre  $V$  potansiyeli

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{l_1}{l_2}$$

olur.

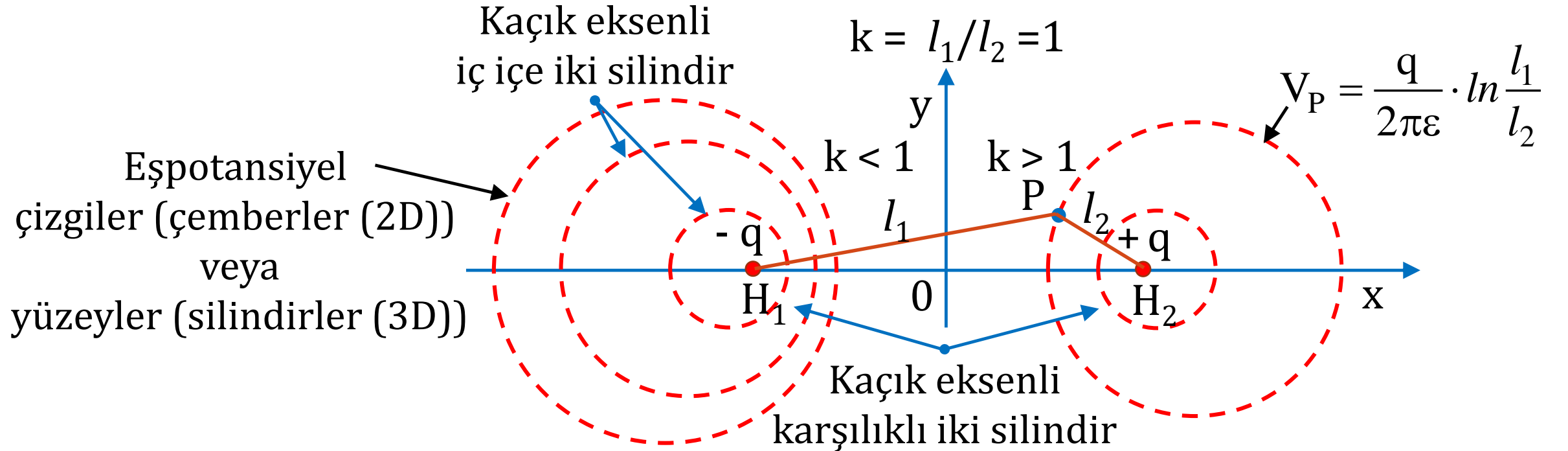
$$l_1/l_2 = k = \text{sabit}$$

için  $V = \text{sabit}$  eşpotansiyel yüzeyleri (silindirleri) veya şekil düzlemindeki izleri eşpotansiyel çizgileri (çemberleri) elde edilir.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

İki noktaya olan uzaklıklarının oranı sabit olan noktaların geometrik yeri, bir **Apollonius** çemberidir.



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

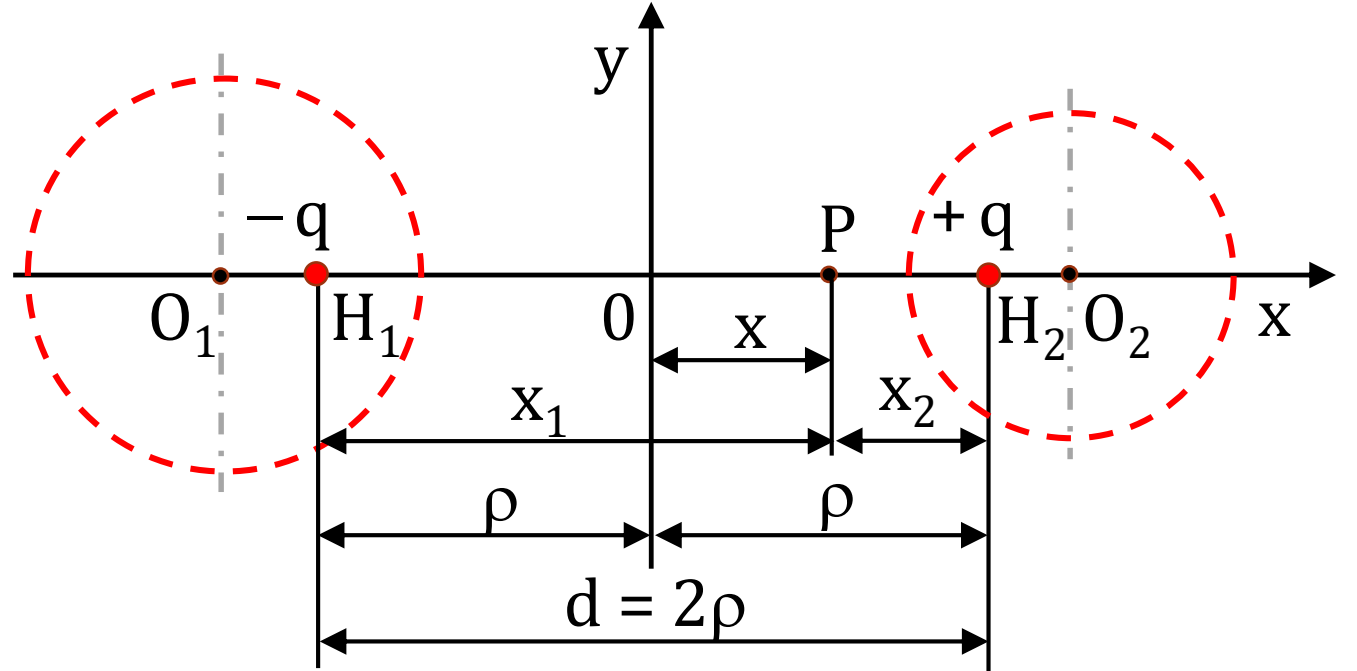
## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

x eksenini üzerindeki herhangi bir  
P noktasının potansiyeli

$$V_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{x_1}{x_2}$$

ve elektrik alan şiddeti

$$E_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)$$



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

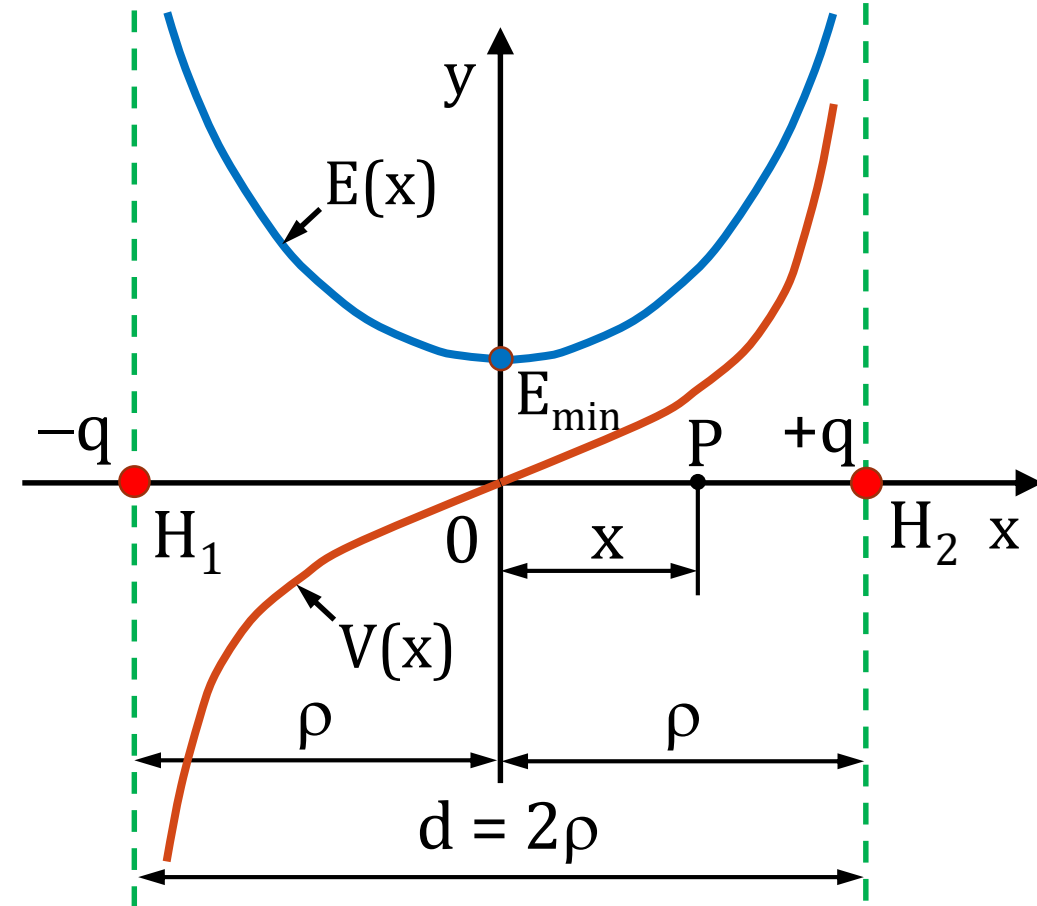
Denklemlerde  $x_1 = \rho + x$  ve  $x_2 = \rho - x$  yazılırsa potansiyel

$$V_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{\rho + x}{\rho - x}$$

elektrik alan şiddeti

$$E_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\rho + x} + \frac{1}{\rho - x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

ve  $x = 0$  için  $E = E_{\min} = q/(\pi \epsilon \rho)$  olur.



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### **Kaçık eksenli karşılıklı silindirselsel elektrot sistemi**

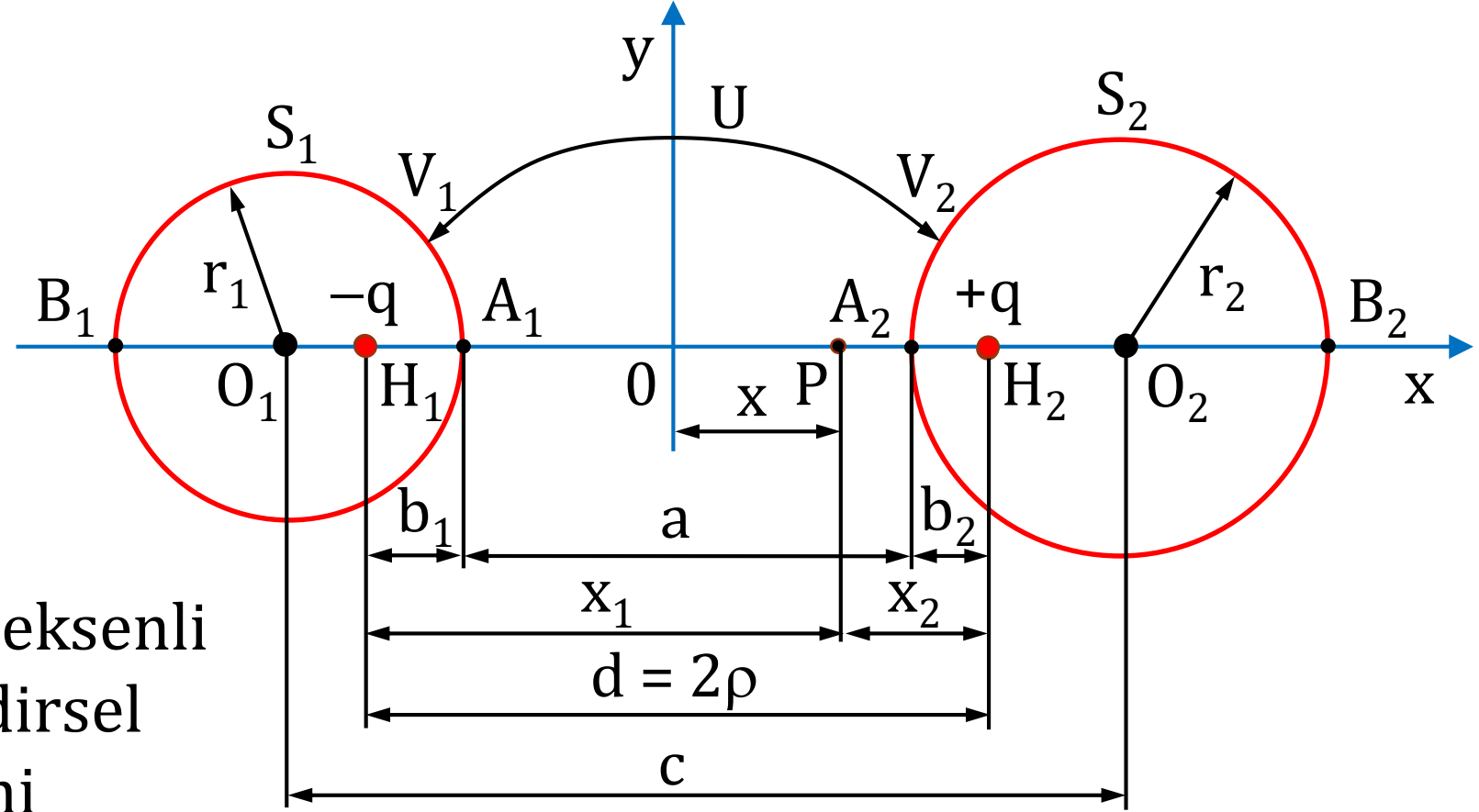
Paralel iki çizgisel yükün alanında, eşpotansiyel yüzeylerden karşılıklı olan herhangi iki eşpotansiyel yüzeyin ince iletken bir madde ile kaplanması durumunda karşılıklı paralel silindirselsel elektrot sistemi elde edilir (Şekil 1).

Eşpotansiyel yüzeylerin iletken kabul edilmesi, alan şeklini değiştirmez. Bu da söz konusu karşılıklı paralel silindirselsel elektrodun alanının, paralel iki çizgisel yükün alanını veren bağıntılardan bulunabileceğini gösterir.



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ



**Şekil 1:** Kaçık eksenli karşılıklı silindrsel elektrot sistemi

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $a$  veya  $c$  biliniyorken,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $d$ ,  $\rho$ ,  $q$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $E_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  bulunacaktır.

$S_1$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_1H_1}}{\overline{A_1H_2}} = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{B_1H_2}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_1}{a + b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2}$$

$S_2$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_2H_2}}{\overline{A_2H_1}} = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{B_2H_1}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_2}{a + b_1} = \frac{2r_2 - b_2}{2r_2 + a + b_1}$$

yazılabilir (Apollonius çemberinin özelliği).

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu denklemlerde

$r_1$ : Birinci silindirselsel elektrodun yarıçapı

$r_2$ : İkinci silindirselsel elektrodun yarıçapı

$a$ : Elektrotlar arası açıklık (uzaklık)

$$a = c - (r_1 + r_2) = d - (b_1 + b_2)$$

$c$ : Elektrot eksenleri arası (geometrik) uzaklık

$d$ : Elektriksel yük eksenleri arası uzaklık

$$m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2 r_2^2$$

$b_1$ :  $-q$  yükünün yeri (sınırdan uzaklığı,  $A_1H_1$ )

$b_2$ :  $+q$  yükünün yeri (sınırdan uzaklığı,  $A_2H_2$ )

$$d = \frac{1}{c} \sqrt{m} = 2\rho$$

$$d = 2\rho = b_1 + a + b_2$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Orantı denklemlerinden  $b_1$  ve  $b_2$  çözülürse alanı yaratan yüklerin yerleri bulunmuş olur:

$$b_1 = \frac{2r_1c - (r_1^2 - r_2^2) - c^2 + \sqrt{m}}{2c}$$

$$b_2 = \frac{2r_2c - (r_2^2 - r_1^2) - c^2 + \sqrt{m}}{2c}$$

Burada  $m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2r_2^2$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$S_1$  elektrodu için  $V_1$  potansiyeli:

$$V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{b_1}{a + b_2}$$

$S_2$  elektrodu için  $V_2$  potansiyeli:

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{a + b_1}{b_2}$$

Potansiyel farkı ( $U = V_2 - V_1$ ), uygulanan gerilim:

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right] = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Çizgisel yükün elektriksel yük yoğunluğu:

$$q = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot U$$

Bu denklemden, kaçık eksenli karşılıklı silindirselsel elektrot sisteminin birim uzunluğunun kapasitesi:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}$$



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Herhangi bir P noktasındaki (Şekil 1) elektrik alan şiddeti

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\rho + x} + \frac{1}{\rho - x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

$$E = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$x = \rho - b_1$  için  $E = E_{\max}$

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

ve  $x = 0$  için

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Denklemlerde  $b_1$  ve  $b_2$  yerlerine yazılırsa

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2} = \frac{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot U$$

ve

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli karşılıklı silindirselsel elektrot sisteminin eşdeğer açıklığı,  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{U}{E_{\max}} = \frac{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}$$

Faydalanma faktörü de

$$\eta = \frac{\alpha}{a}$$

bağıntısıyla bulunur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Paralel iki iletken

Uygulamada çokça karşılaşılan paralel iki iletken durumu, kaçık eksenli karşılıklı silindirselsel elektrot sisteminin özel durumudur.

Eşit yarıçaplı paralel iki silindir elektrot (hat) sisteminde, silindir yarıçaplarının eksenler arasındaki açıklığa göre çok küçük olması ( $r \ll c \cong d \cong a$ ) durumunda paralel iki iletkenlerden oluşan sistem elde edilir.

Paralel iki iletken için, iletkenlerin geometrik ve elektriksel eksenlerinin üst üste geldikleri ve  $d \cong c \cong a$  olacağı kabul edilebilir.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

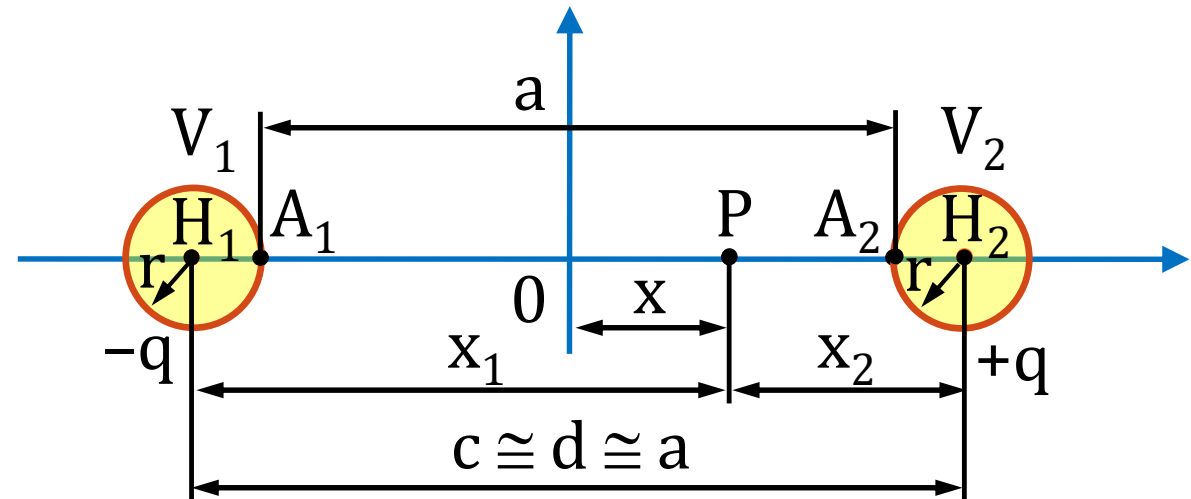
## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Paralel iki iletkenin maksimum elektrik alan şiddeti ve kapasitesi, karşılıklı paralel silindrsel elektrot sistemine ilişkin ifadelerde gerekli ihmaller yapılarak yaklaşık olarak bulunabilir.

$$E_{\max} \cong \frac{U}{2r \ln \frac{d}{r}}$$

## Kapasite:

$$C \cong \frac{2\pi\epsilon l}{2 \cdot \ln \frac{d}{r}}$$





# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### **Kaçık eksenli iç içe silindirselsel elektrot sistemi**

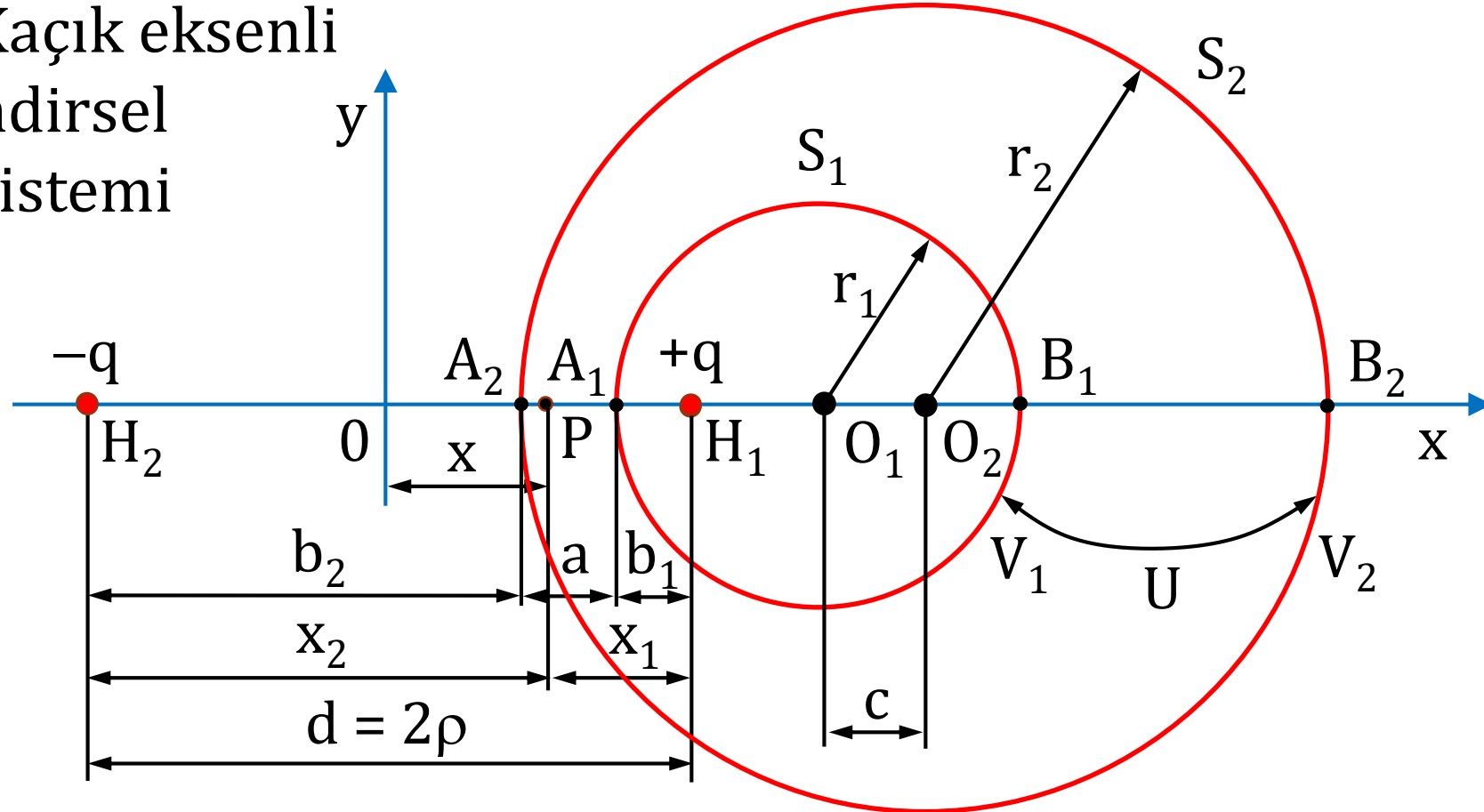
Paralel iki çizgisel yükün alanında, eşpotansiyel yüzeylerden iç içe olan herhangi iki eşpotansiyel yüzeyin ince iletken bir madde ile kaplanması durumunda kaçık eksenli iç içe silindirselsel elektrot sistemi elde edilir (Şekil 2).

Eşpotansiyel yüzeylerin iletken kabul edilmesi, alan şeklini değiştirmez. Bu da söz konusu kaçık eksenli iç içe silindirselsel elektrodun alanının, paralel iki çizgisel yükün alanını veren bağıntılardan bulunabileceğini gösterir.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**Şekil 2:** Kaçık eksenli iç içe silindrsel elektrot sistemi



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $a$  veya  $c$  biliniyorken,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $d$ ,  $\rho$ ,  $q$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $E_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  bulunacaktır..

$S_1$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_1H_1}}{\overline{A_1H_2}} = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{B_1H_2}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_1}{a + b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2}$$

$S_2$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_2H_2}}{\overline{A_2H_1}} = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{B_2H_1}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_2}{a + b_1} = \frac{2r_2 + b_2}{2r_2 - a - b_1}$$

yazılabilir (Apollonius çemberinin özelliği).

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu denklemlerde

$r_1$ : Birinci silindirselsel elektrodun yarıçapı

$r_2$ : İkinci silindirselsel elektrodun yarıçapı

$a$ : Elektrotlar arası açıklık (uzaklık)

$$a = r_2 - r_1 - c = d - b_1 - b_2$$

$c$ : Elektrot eksenleri arası (geometrik) uzaklık

$d$ : Elektriksel yük eksenleri arası uzaklık

$$m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2 r_2^2$$

$$d = \frac{1}{c} \sqrt{m} = 2\rho$$

$b_1$ :  $-q$  yükünün yeri (sınırdan uzaklığı,  $A_1H_1$ )

$b_2$ :  $+q$  yükünün yeri (sınırdan uzaklığı,  $A_2H_2$ )

$$d = 2\rho = b_1 + a + b_2$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Orantı denklemlerinden  $b_1$  ve  $b_2$  çözülürse alanı yaratan yüklerin yerleri bulunmuş olur:

$$b_1 = \frac{2r_1c - (r_1^2 - r_2^2) + c^2 + \sqrt{m}}{2c}$$

$$b_2 = \frac{2r_2c - (r_2^2 - r_1^2) + c^2 - \sqrt{m}}{2c}$$

Burada  $m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2r_2^2$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$S_1$  elektrodu için  $V_1$  potansiyeli:

$$V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{b_1}{a + b_2}$$

$S_2$  elektrodu için  $V_2$  potansiyeli:

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{a + b_1}{b_2}$$

Potansiyel farkı ( $U = V_2 - V_1$ ), uygulanan gerilim:

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right] = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]$$



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Elektrik yük yoğunluğu:

$$q = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot U$$

Bu denklemden, kaçık eksenli karşılıklı silindirselsel elektrot sisteminin birim uzunluğunun kapasitesi:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Herhangi bir P noktasındaki (Şekil 2) elektrik alan şiddeti

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\rho + x} + \frac{1}{\rho - x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

$$E = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$x = \rho - b_1$  için  $E = E_{\max}$

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

ve  $x = 0$  için

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Denklemlerde  $b_1$  ve  $b_2$  yerlerine yazılırsa

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2} = \frac{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot U$$

ve

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli karşılıklı silindirselsel elektrot sisteminin eşdeğer açıklığı,  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{U}{E_{\max}} = \frac{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}$$

Faydalanma faktörü de

$$\eta = \frac{\alpha}{a}$$

bağıntısıyla bulunur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Örnek

Yarıçapları  $r_1 = 10$  cm ve  $r_2 = 22$  cm, aralarındaki açıklık  $a = 8$  cm olan, eksenleri paralel karşılıklı iki silindirden oluşan elektrot sistemine  $U = 100$  kV uygulanmıştır.

Sisteme ilişkin  $E_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  ve  $C$  büyüklüklerini hesaplayınız.



$$\frac{\overline{A_1 H_1}}{\overline{A_1 H_2}} = \frac{\overline{B_1 H_1}}{\overline{B_1 H_2}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_1}{a + b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2} = \frac{b_1}{8 + b_2} = \frac{2 \cdot 10 - b_1}{2 \cdot 10 + 8 + b_2}$$

$$\frac{\overline{A_2 H_2}}{\overline{A_2 H_1}} = \frac{\overline{B_2 H_2}}{\overline{B_2 H_1}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_2}{a + b_1} = \frac{2r_2 - b_2}{2r_2 + a + b_1} = \frac{b_2}{8 + b_1} = \frac{2 \cdot 22 - b_2}{2 \cdot 22 + 8 + b_1}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Örnek

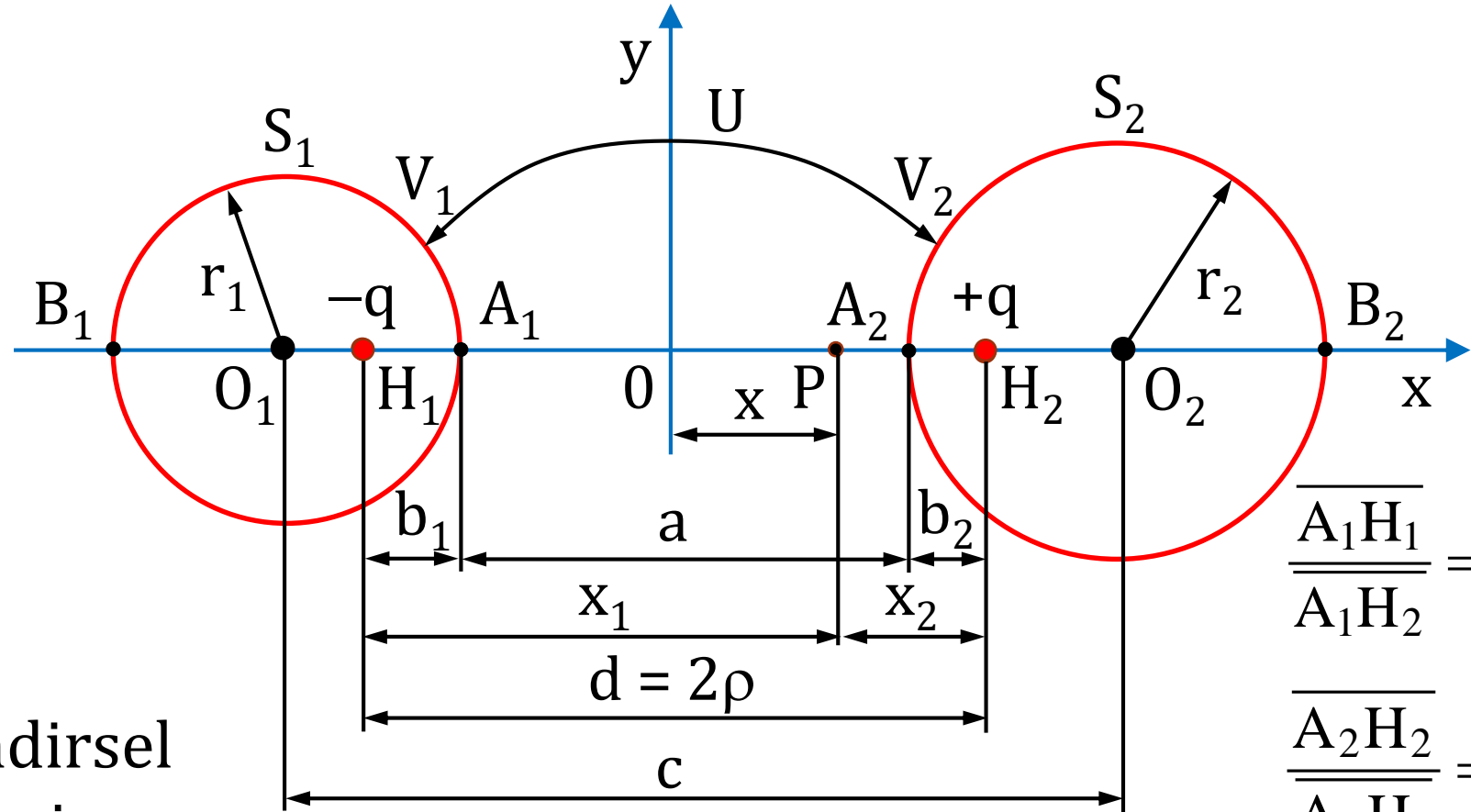
$$r_1 = 10 \text{ cm}$$

$$r_2 = 22 \text{ cm}$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$U = 100 \text{ kV}$$

Kaçık eksenli  
karşılıklı silindirselsel  
elektrot sistemi



$$\frac{\overline{A_1 H_1}}{\overline{A_1 H_2}} = \frac{\overline{B_1 H_1}}{\overline{B_1 H_2}}$$

$$\frac{\overline{A_2 H_2}}{\overline{A_2 H_1}} = \frac{\overline{B_2 H_2}}{\overline{B_2 H_1}}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$\frac{b_1}{8 + b_2} = \frac{20 - b_1}{28 + b_2} \quad \Rightarrow \quad 18b_1 + b_1b_2 - 10b_2 - 80 = 0$$

$$\frac{22}{8 + b_1} = \frac{44 - b_2}{52 + b_1} \quad \Rightarrow \quad -22b_1 + b_1b_2 + 30b_2 - 176 = 0$$

Bu iki eşitlikten  $b_1$  ve  $b_2$  örneğin Newton-Raphson Yöntemi ya da ortak çözüm yolu ile

$$b_1 \cong 6,247 \text{ cm}$$

$$b_2 \cong 8,647 \text{ cm}$$

bulunur.



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Not: Bu iki eşitlikten  $b_1$  ve  $b_2$  nin bulunması örneği:

$$\begin{array}{r} 18b_1 + b_1b_2 - 10b_2 - 80 = 0 \\ - \\ -22b_1 + b_1b_2 + 30b_2 - 176 = 0 \\ \hline 40b_1 - 40b_2 + 96 = 0 \end{array} \quad \Rightarrow \quad b_1 = b_2 - 2,4$$

$b_1$  1. denklemde yerine yazılırsa

$$b_2^2 + 5,6b_2 - 123,2 = 0$$

elde edilir. Bu denklemin çözümünden önce  $b_2 \cong 8,647$  cm, sonra da  $b_1 \cong 6,247$  cm bulunur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Maksimum elektrik alan şiddeti


$$E_{\max} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right] \quad \rightarrow \quad \frac{q}{2\pi\epsilon} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]}$$

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada  $d = 2\rho = b_1 + a + b_2 = 6,247 + 8 + 8,647 = 22,894$    $\rho = 11,447 \text{ cm}$

Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{100 \text{ kV}}{\ln \left[ \left( \frac{8 + 6,247}{8,647} \right) \left( \frac{8 + 8,647}{6,247} \right) \right]} \cdot \frac{2 \cdot 11,447}{2 \cdot 11,447 \cdot 6,247 - 6,247^2} = 14,88 \text{ kV/cm}$$

Eşdeğer açıklık:  $\alpha = \frac{U}{E_{\max}} = \frac{100 \text{ kV}}{14,88 \text{ kV/cm}} = 6,72 \text{ cm}$

Faydalanma faktörü:  $\eta = \frac{\alpha}{a} = \frac{6,72 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} = 0,84 \text{ (%84)}$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kapasite,

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}, \varepsilon_r \cong 1 \text{ (hava)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \text{ F/m} = 8,854 \text{ pF/m}$$

olarak

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} = \frac{2\pi \cdot 8,854 \text{ pF/m}}{\ln \left[ \left( \frac{8+6,247}{8,647} \right) \left( \frac{8+8,647}{6,247} \right) \right]} = 37,6 \text{ pF/m}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

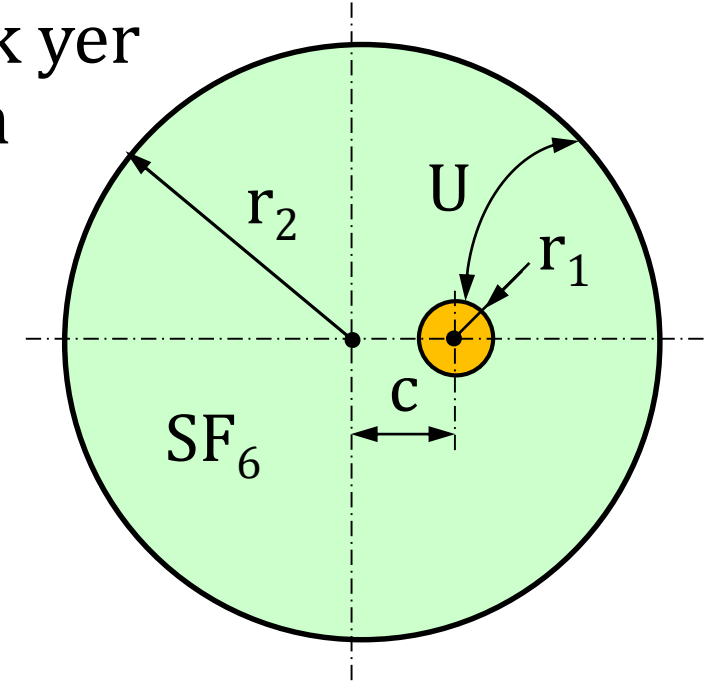
## ÇALIŞMA SORUSU



### Çalışma Sorusu:

200 m uzunluğunda, 125 mm dış yarıçapa sahip bir gaz yalıtımlı kabloda (GIL, Gas Insulated Line), kesiti  $1000 \text{ mm}^2$  olan bir iletken, eksenenden 50 mm kaçık olarak yer almaktadır. Kablonun elektriksel eksenlerinin yerlerini ve aralarındaki uzaklığı bulunuz.

Kabloya 250 kV uygulanması durumunda (dış iletken topraklı) elektriksel yükünü, kapasitesini, maksimum alan şiddetini, eşdeğer açıklığını ve faydalanma faktörünü hesaplayınız ( $\epsilon_{r\text{SF}_6} \cong 1$ ,  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ).



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## ÇALIŞMA SORUSU

Çalışma sorusunun yanıtları:

$$b_1 = 16,59 \text{ mm}, b_2 = 179,61 \text{ mm}$$

$$d = 253,36 \text{ mm}, \rho = 126,58 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m için } q = 7,865 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}, 200 \text{ m için } Q = 1,573 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$1 \text{ m için } C = 3,146 \cdot 10^{-11} \text{ F/m}, 200 \text{ m için } C = 6,292 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$E_{\max} = 91,197 \text{ kV/cm}$$

$$\alpha = 27,41 \text{ mm}$$

$$\eta = 0,48$$