YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ

Statik Elektrik Alanı - Sayısal Yöntemler

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ – 2022 BAHAR YARIYILI

Dersi veren öğretim üyesi:

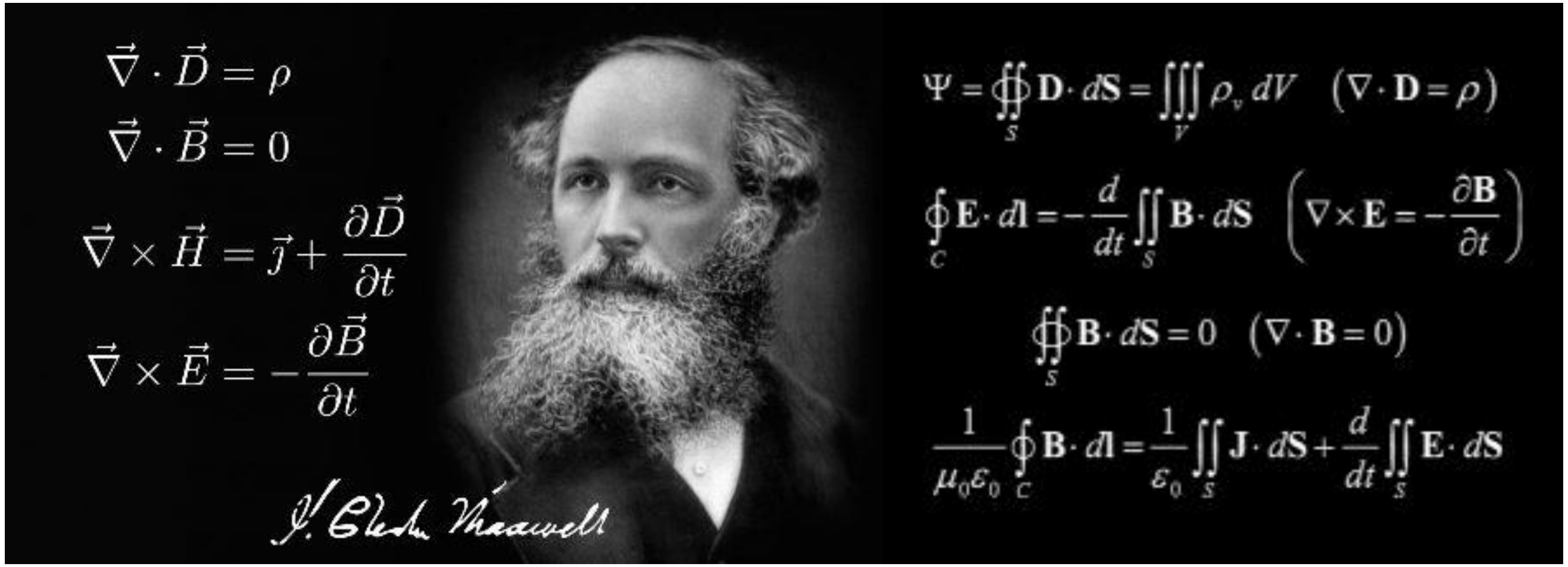
Prof. Dr. Özcan Kalenderli

2021-2022 Bahar Yarıyılı

CRN 22843	ELK 312	Yüksek Gerilim Tekniği	Özcan Kalenderli	Perşembe 08:30/11:30	Öğr. Sayısı 45

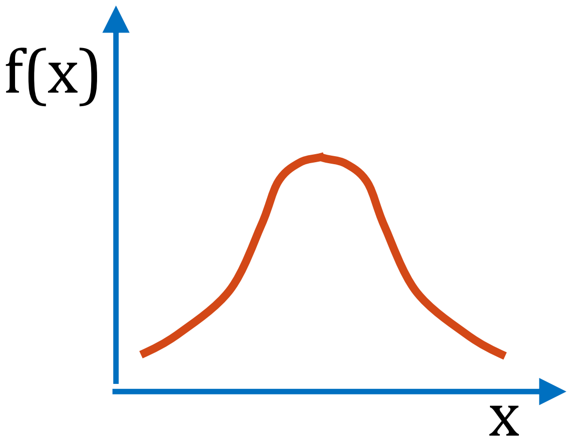
SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
FINITE DIFFERENCE METHOD (FDM)

Bir fiziksel büyüklüğün bir bölge içindeki dağılımını incelemek için, dağılımı matematiksel olarak modelleyen, diferansiyel veya integral denklemlerden yararlanılır.

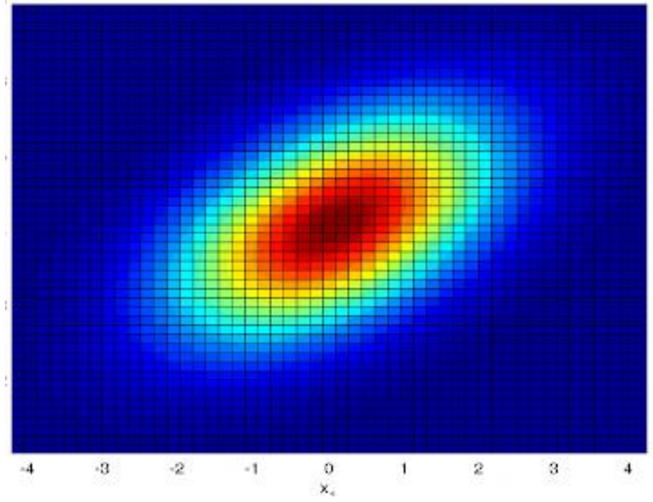


SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
FINITE DIFFERENCE METHOD (FDM)

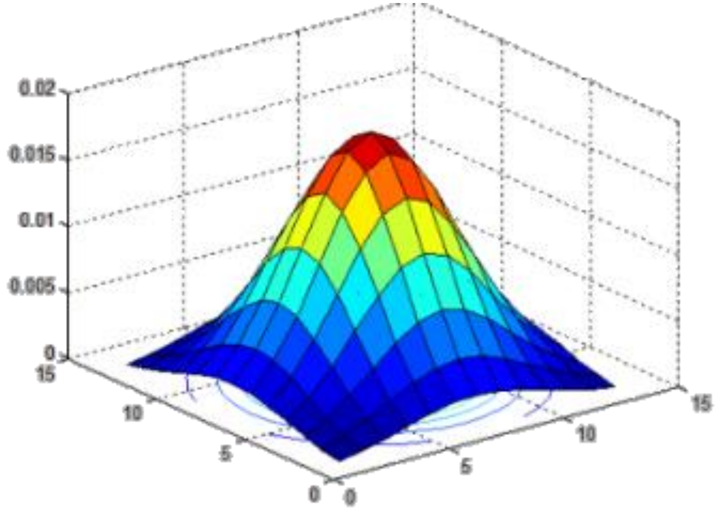
Bu denklemlerin çözümü, fiziksel büyüklüğün ve ondan türetilen büyüklüklerin bölge içindeki bir noktadaki değerini hesaplamada ve dağılımını belirlemede kullanılır.



Bir boyutlu dağılım, f(x)



İki boyutlu dağılım, f(x, y)



Üç boyutlu dağılım, f(x, y, z)

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
FINITE DIFFERENCE METHOD (FDM)

Bu denklemleri çözmek için analitik ve sayısal yöntemlerden yararlanılır.

Analitik Yöntemler	Sayısal Yöntemler
• Diferansiyel denklem çözümü • Değişkenlere Ayırma Yöntemi • Koordinat dönüşümü • Kompleks dönüşüm • Schwarz-Christoffel dönüşümü • Konform dönüşüm ...	• **Sonlu Farklar Yöntemi** (SFY) • Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) • Sınır Elemanları Yöntemi (SINEY) • Yük Benzetim Yöntemi (YBY) • Moment Yöntemi (MY) (MoM) • Monte Carlo Yöntemi (MCY) ...

Diferansiyel denklemleri çözmek için kullanılabilecek en basit sayısal yöntemlerden birisi **Sonlu Farklar Yöntemi**'dir.

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İLKE

Sonlu Farklar Yöntemi'nin ilkesi, bir diferansiyel denklemdeki türev terimleri yerine sonlu fark karşılıklarını yazarak diferansiyel denklemi, cebirsel (+, –) ve aritmetik (+, –, ×, ÷) işlemlerle çözmektir.

Örneğin ikinci mertebeden bir kısmi diferansiyel denklem olan elektriksel Laplace denklemi

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

çözüldüğünde V = V(x, y, z) potansiyel bağıntısı bulunur.

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
TAYLOR SERİSİ

Türev terimleri için sonlu fark karşılıkları, Taylor serisinden ($x = x_0$ civarında seri açılımından)

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)\cdot(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}\cdot(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}\cdot(x - x_0)^3 + \ldots$$

elde edilir.

Üç sonlu fark türü vardır:

1) İleri sonlu farklar,

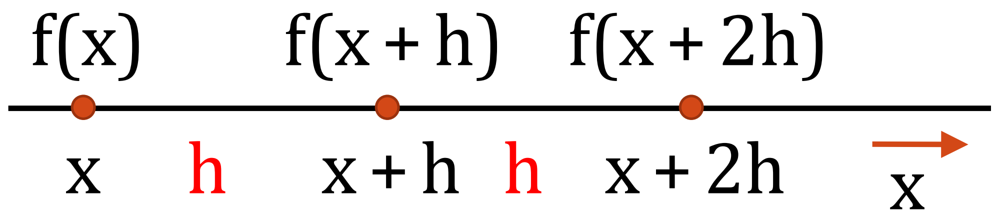
2) Geri sonlu farklar,

3) Merkezi sonlu farklar.

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
SONLU FARK TÜRLERİ

Sonlu fark türleri

1) **İleri farklar**



Δ: İleri fark işleci (operatörü)

h: Sonlu fark (adım)

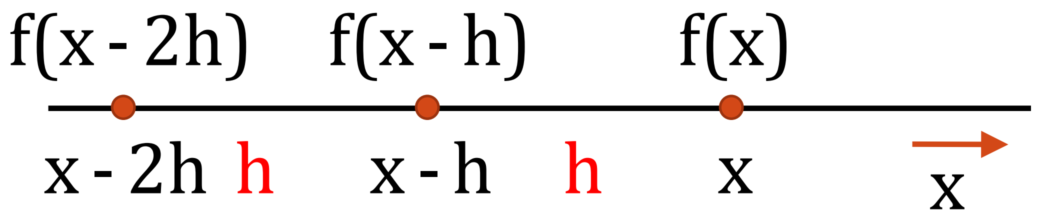
$\Delta f(x) = f(x+h) - f(x)$: Birinci mertebe ileri fark işlemi

$\Delta^2 f(x) = f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)$: İkinci mertebe ileri fark işlemi

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
SONLU FARK TÜRLERİ

Sonlu fark türleri

2) **Geri farklar**



∇: Geri fark işleci (operatörü)

h: Sonlu fark (adım)

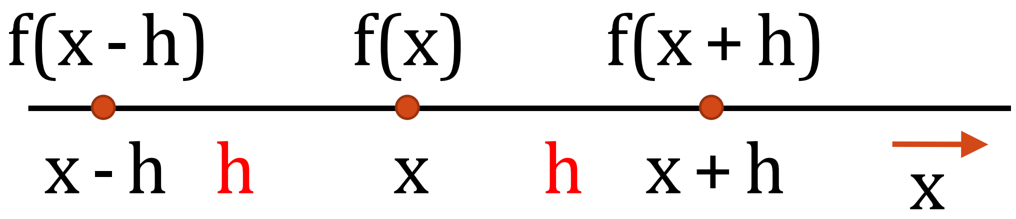
$\nabla f(x) = f(x) - f(x-h)$: Birinci mertebe geri fark işlemi

$\nabla^2 f(x) = f(x) - 2f(x-h) + f(x-2h)$: İkinci mertebe geri fark işlemi

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
SONLU FARK TÜRLERİ

Sonlu fark türleri

3) **Merkezi farklar**



δ: Merkezi fark işleci (operatörü)

h: Sonlu fark (adım)

$\delta f(x) = [f(x+h) - f(x-h)]/2$: Birinci mertebe merkezi fark işlemi

$\delta^2 f(x) = f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)$: İkinci mertebe merkezi fark işlemi

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
SONLU FARKLARLA TÜREV

Sonlu Farklar	Birinci Mertebe Türevler
İleri farklar	$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{\Delta f(x)}{h} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
Geri farklar	$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{\nabla f(x)}{h} = \frac{f(x)-f(x-h)}{h}$
Merkezi farklar	$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{\delta f(x)}{h} = \frac{f(x+h)-f(x-h)}{2\cdot h}$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
SONLU FARKLARLA TÜREV

Sonlu Farklar	İkinci Mertebe Türevler
İleri farklar	$\frac{d^2f}{dx^2} \cong \frac{\Delta^2 f(x)}{h^2} = \frac{f(x+2h)-2f(x+h)+f(x)}{h^2}$
Geri farklar	$\frac{d^2f}{dx^2} \cong \frac{\nabla^2 f(x)}{h^2} = \frac{f(x)-2f(x-h)+f(x-2h)}{h^2}$
Merkezi farklar	$\frac{d^2f}{dx^2} \cong \frac{\delta^2 f(x)}{h} = \frac{f(x+h)-2f(x)+f(x-h)}{h^2}$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
SONLU FARKLARLA TÜREV

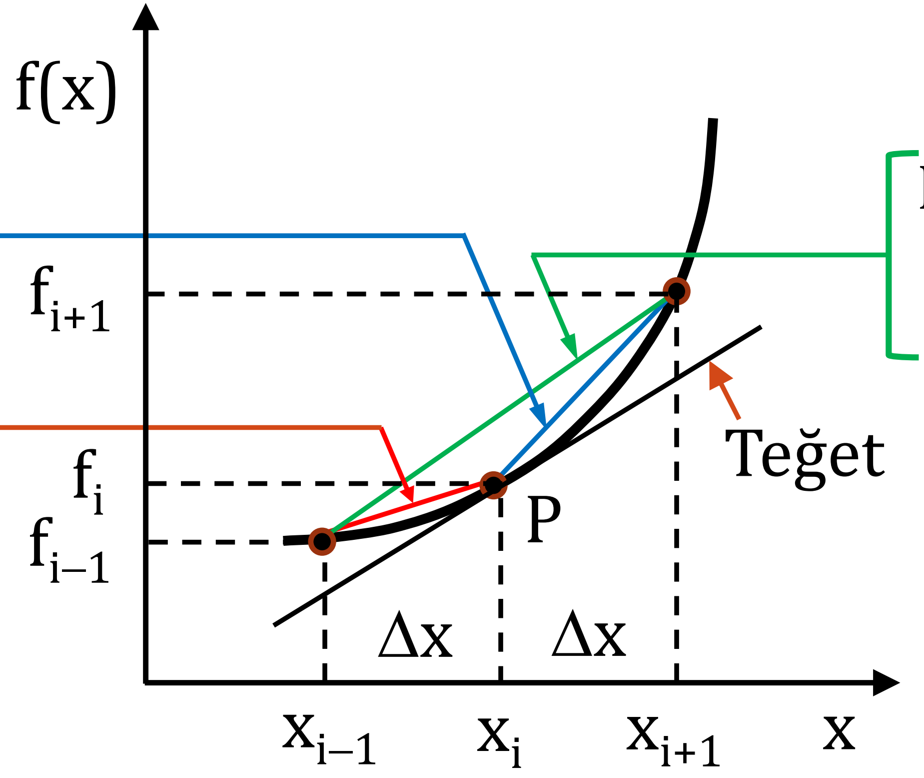
Sayısal türev

İleri farklarla türev

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x}$$

Geri farklarla türev

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x}$$



Merkezi farklarla türev

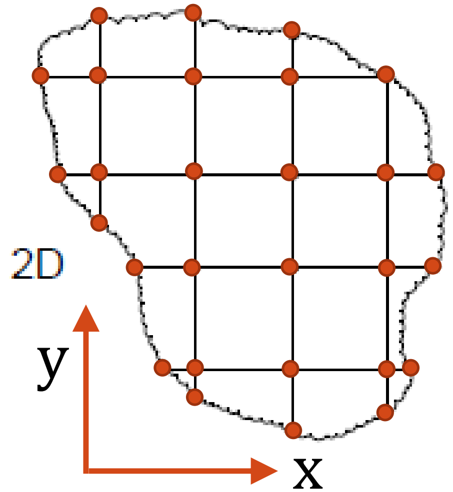
$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2 \cdot \Delta x}$$

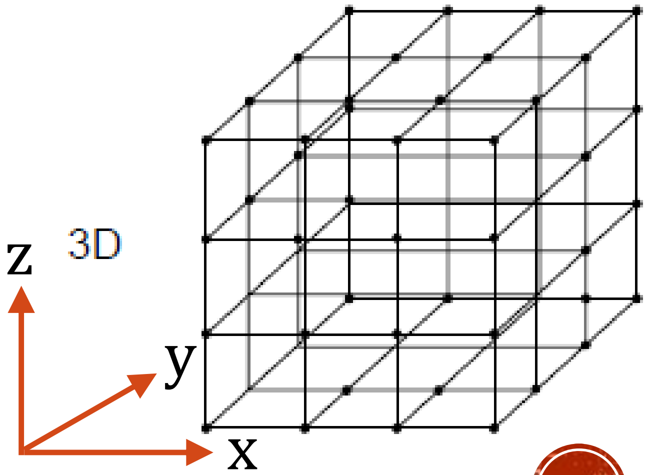
SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
FINITE DIFFERENCE METHOD (FDM)

Sonlu farklar yöntemi ile çözümde, problemin boyutuna göre, **çözüm bölgesi**:

- Bir boyutlu ise doğru parçası şeklinde, öncelikle eşit uzunluklu, dilimlere bölünür.

- İki boyutlu ise koordinat eksenlerine paralel çizgiler çizilerek, kare veya dikdörtgen gözleri olan ağa bölünür.
- Üç boyutlu ise küplere veya dikdörtgen prizmalarına bölünür.





SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
BİR BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Laplace Denkleminin Sonlu Farklar Yöntemi ile Hesabı

1) **Bir boyutlu Laplace denkleminin SFY ile çözümü**

$\dfrac{d^2V}{dx^2} = 0$ çözümü V = V(x) elektriksel potansiyel bağıntısını verecektir.

a) **İleri farklarla çözüm**:

$$\frac{d^2V}{dx^2} \cong \frac{\Delta^2 V}{h^2} = \frac{V(x+2h) - 2V(x+h) + V(x)}{h^2} = 0$$

$$\boxed{V(x+2h) - 2V(x+h) + V(x) = 0}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
BİR BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

b) **Geri farklarla çözüm**:

$$\frac{d^2V}{dx^2} \cong \frac{\nabla^2 V}{h^2} = \frac{V(x) - 2V(x-h) + V(x-2h)}{h^2} = 0$$

$$\boxed{V(x) - 2V(x-h) + V(x-2h) = 0}$$

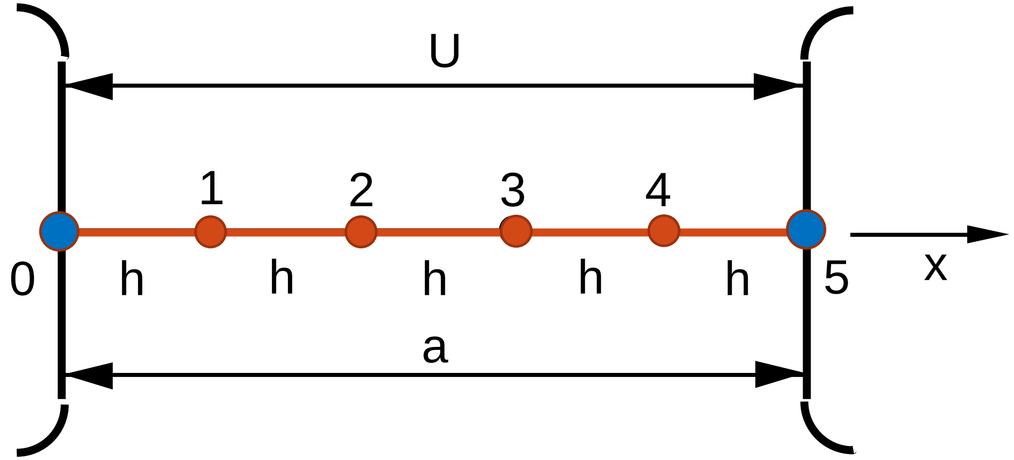
c) **Merkezi farklarla çözüm**:

$$\frac{d^2V}{dx^2} \cong \frac{\delta^2 V}{h^2} = \frac{V(x+h) - 2V(x) + V(x-h)}{h^2} = 0$$

$$\boxed{V(x+h) - 2V(x) + V(x-h) = 0}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
BİR BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Örnek: Kartezyen koordinatlarda bir boyutlu Laplace denkleminin sonlu farklar yöntemi ile çözümü



Sınır koşulları V(0) = 0 V ve V(5) = 10 V, h = 0,4 mm olarak verilen şekildeki bölgede V(1), V(2), V(3), V(4) potansiyellerini hesaplayınız.

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
BİR BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Bir boyutlu Laplace denkleminin ileri sonlu farklarla çözümü

$$\frac{d^2V}{dx^2} \cong \frac{\nabla^2 V}{h^2} = \frac{V(x) - 2V(x-h) + V(x-2h)}{h^2} = 0$$

$$V(x) - 2V(x-h) + V(x-2h) = 0$$

olduğuna göre düğüm noktaları için aşağıdaki denklemler yazılabilir:

$$V(2) - 2V(1) + V(0) = 0$$
$$V(3) - 2V(2) + V(1) = 0$$
$$V(4) - 2V(3) + V(2) = 0$$
$$V(5) - 2V(4) + V(3) = 0$$

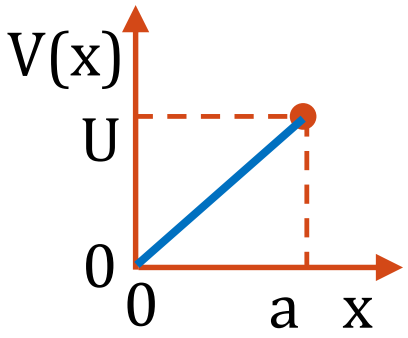
SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
BİR BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Denklemler matris şeklinde yazılır ve çözülürse

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(1) \\ V(2) \\ V(3) \\ V(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -10 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} V(1) \\ V(2) \\ V(3) \\ V(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ 6 \\ 8 \end{bmatrix}$$ Volt bulunur.

Problemin analitik çözümü:

$$V(x) = \frac{U}{a} x$$



x (mm)	V(x) (Volt)
0	0
0,4	2
0,8	4
1,2	6
1,6	8
2	10

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Laplace Denkleminin Sonlu Farklar Yöntemi ile Hesabı

1) **İki boyutlu Laplace denkleminin ileri farklarla çözümü**

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

çözümü $V = V(x, y)$ elektriksel potansiyel bağıntısını verecektir.

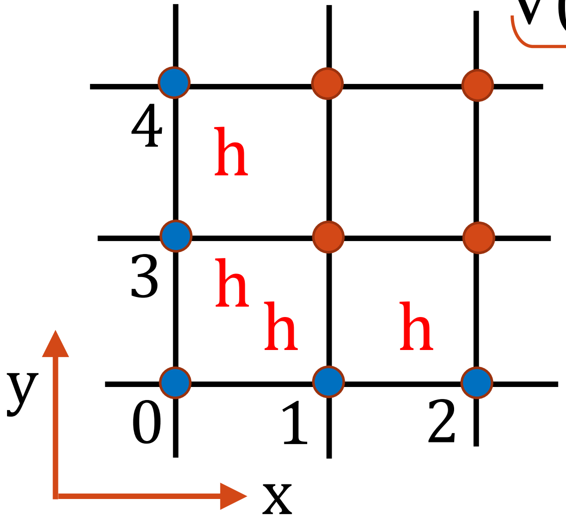
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \cong \frac{\Delta^2 V}{h^2} = \frac{V(x+2h, y) - 2V(x+h, y) + V(x, y)}{h^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \cong \frac{\Delta^2 V}{h^2} = \frac{V(x, y+2h) - 2V(x, y+h) + V(x, y)}{h^2}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Türevlerin ileri sonlu fark karşılıkları Laplace denkleminde yerlerine yazılırsa

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\cong\frac{V(x+2h,y)-2V(x+h,y)+V(x,y)}{h^2}+\frac{V(x,y+2h)-2V(x,y+h)+V(x,y)}{h^2}=0$$



$$\underbrace{V(x+2h,y)}_{V(2)}-2\underbrace{V(x+h,y)}_{V(1)}+\underbrace{V(x,y+2h)}_{V(4)}-2\underbrace{V(x,y+h)}_{V(3)}+2\underbrace{V(x,y)}_{V(0)}=0$$

$$V(2)-2V(1)+V(4)-2V(3)+2V(0)=0$$

$$\boxed{V(0)=\frac{1}{2}[2V(1)+2V(3)-V(2)-V(4)]}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Laplace Denkleminin Sonlu Farklar Yöntemi ile Hesabı

2) **İki boyutlu Laplace denkleminin geri farklarla çözümü**

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

çözümü V = V(x, y) elektriksel potansiyel bağıntısını verecektir.

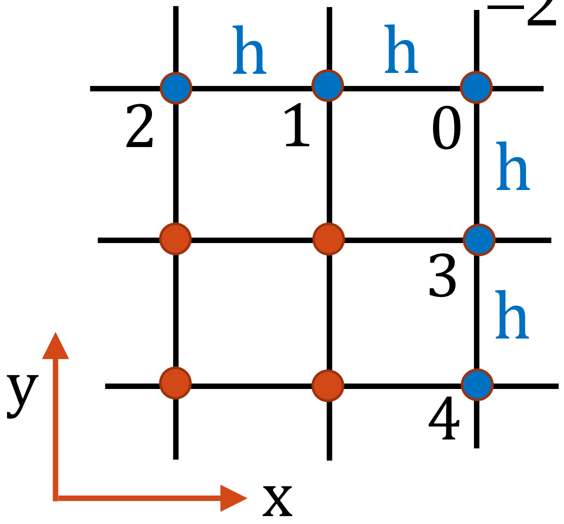
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \cong \frac{\nabla^2 V}{h^2} = \frac{V(x,y) - 2V(x-h,y) + V(x-2h,y)}{h^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \cong \frac{\Delta^2 V}{h^2} = \frac{V(x,y) - 2V(x,y-h) + V(x,y-2h)}{h^2}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Türevlerin geri sonlu fark karşılıkları Laplace denkleminde yerlerine yazılırsa

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\cong\frac{V(x,y)-2V(x-h,y)+V(x-2h,y)}{h^2}+\frac{V(x,y)-2V(x,y-h)+V(x,y-2h)}{h^2}=0$$



$$-2\underbrace{V(x-h,y)}_{V(1)}+\underbrace{V(x-2h,y)}_{V(2)}-2\underbrace{V(x,y-h)}_{V(3)}-\underbrace{V(x,y-2h)}_{V(4)}+2\underbrace{V(x,y)}_{V(0)}=0$$

$$-2V(1)+V(2)-2V(3)+V(4)+2V(0)=0$$

$$\boxed{V(0)=\frac{1}{2}[2V(1)+2V(3)-V(2)-V(4)]}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Laplace Denkleminin Sonlu Farklar Yöntemi ile Hesabı

3) **İki boyutlu Laplace denkleminin merkezi farklarla çözümü**

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=0$$

çözümü $V = V(x, y)$ elektriksel potansiyel bağıntısını verecektir.

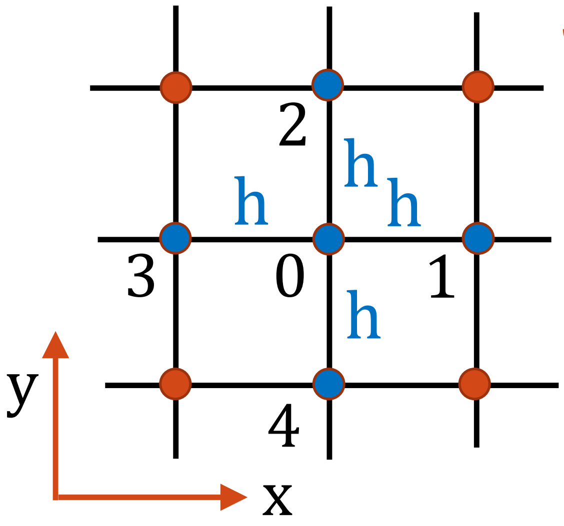
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \cong \frac{\delta^2 V}{h^2} = \frac{V(x+h,y)-2V(x,y)+V(x-h,y)}{h^2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \cong \frac{\delta^2 V}{h^2} = \frac{V(x,y+h)-2V(x,y)+V(x,y-h)}{h^2}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Türevlerin merkezi sonlu fark karşılıkları Laplace denkleminde yerlerine yazılırsa

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\cong\frac{V(x+h,y)-2V(x,y)+V(x-h,y)}{h^2}+\frac{V(x,y+h)-2V(x,y)+V(x,y-h)}{h^2}=0$$

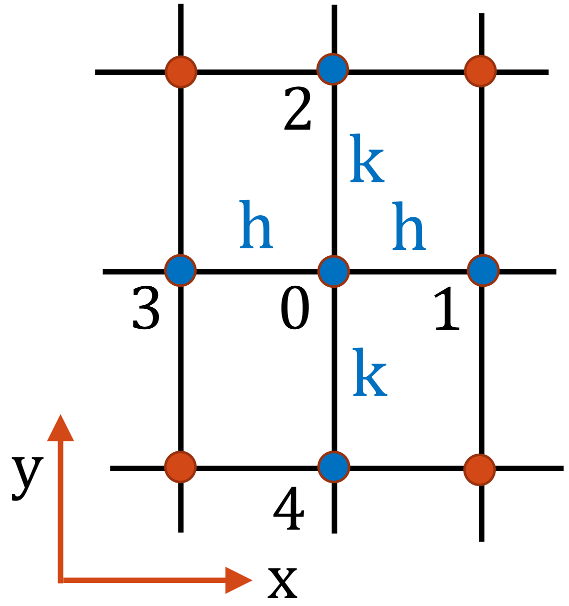


$$\underbrace{V(x+h,y)}_{V(1)}+\underbrace{V(x-h,y)}_{V(3)}+\underbrace{V(x,y+h)}_{V(2)}+\underbrace{V(x,y-h)}_{V(4)}-4\underbrace{V(x,y)}_{V(0)}=0$$

$$V(1)+V(3)+V(2)+V(4)-4V(0)=0$$

$$\boxed{V(0)=\frac{1}{4}[V(1)+V(2)+V(3)+V(4)]}$$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ



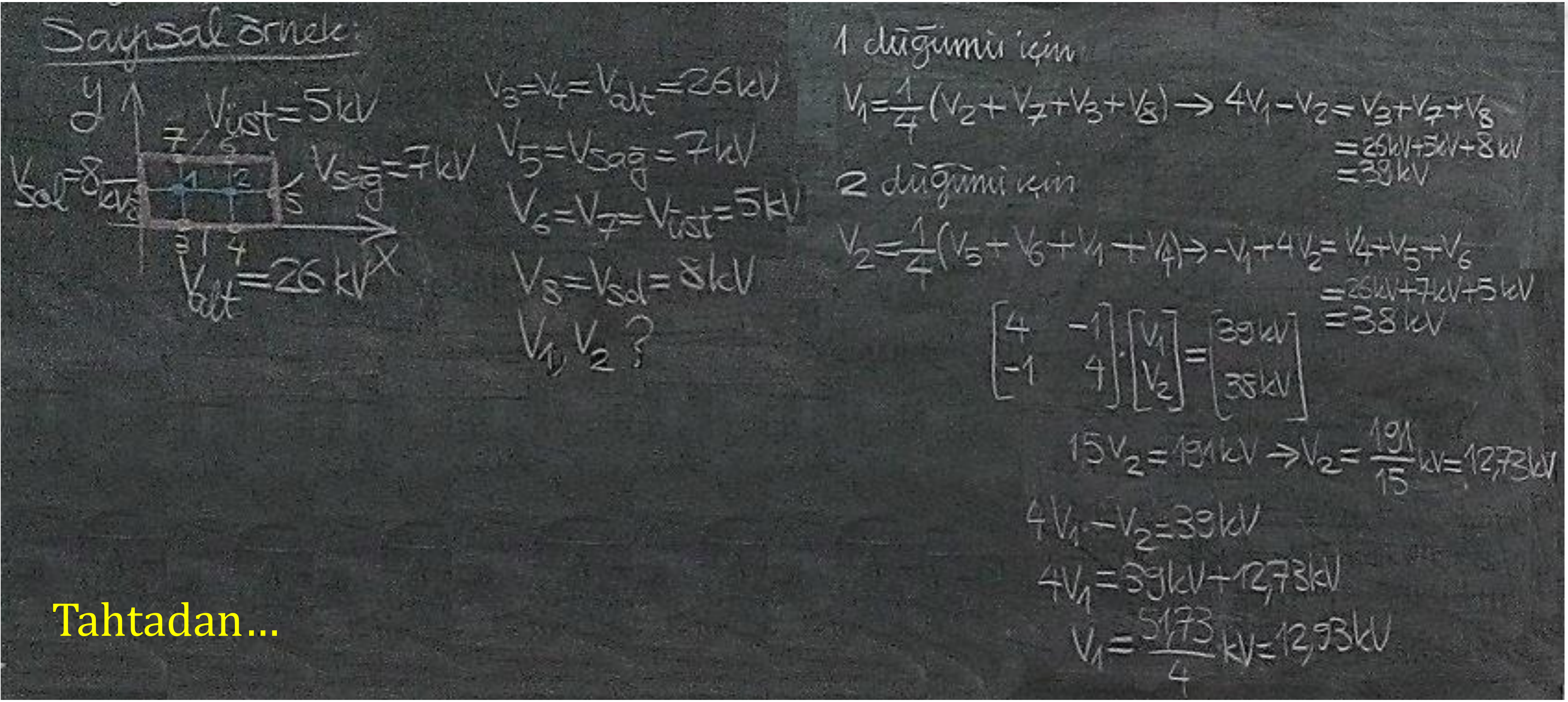
Buraya kadar yapılan açıklamalarda sonlu farklar, her yönde eşit (h) olarak alınmıştır (**kare gözlü ağ** durumu). Örneğin iki boyutlu problemde $\Delta x = h$, $\Delta y = k$ olsaydı (**dikdörtgen gözlü ağ** durumu), örneğin merkezi farklarla çözüm durumunda:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$$

$$\frac{V(x+h,y) - 2V(x,y) + V(x-h,y)}{h^2} + \frac{V(x,y+k) - 2V(x,y) + V(x,y-k)}{k^2} = 0$$

olacaktır.

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ



Tahtadan…

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

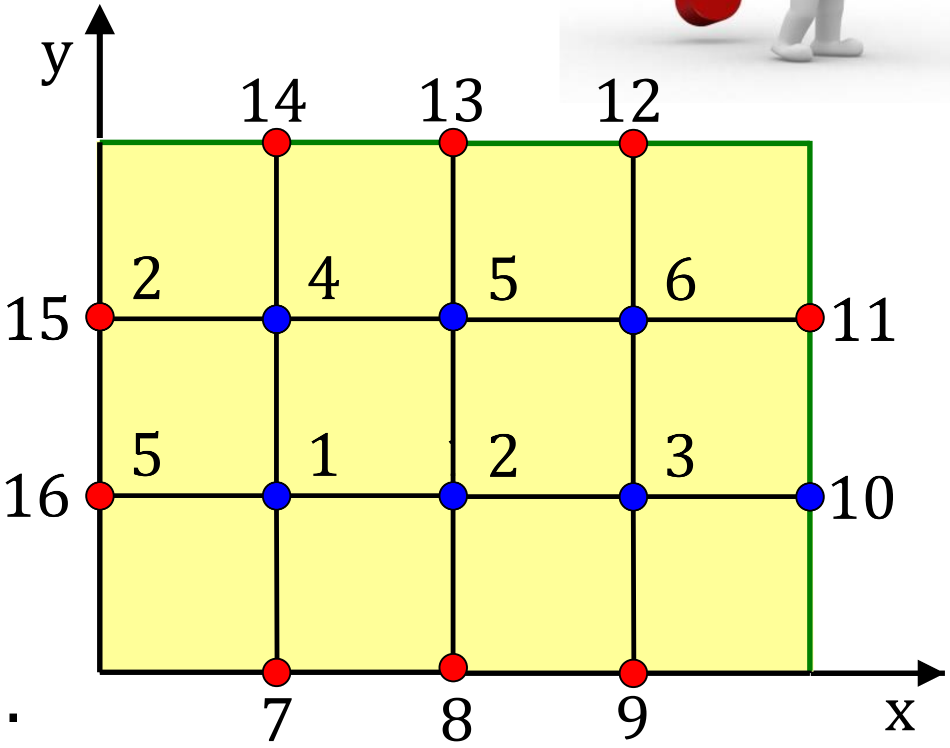
Örnek:

Sınırlarındaki potansiyel değerleri

$V_7 = V_8 = V_9 = V_{10} = V_{11} = V_{15} = V_{16} = 0$

$V_{12} = V_{13} = V_{14} = 100$ Volt

olarak verilen şekildeki dikdörtgen bölgede, iç düğüm noktalarındaki potansiyel değerlerini sonlu farklar yöntemi ile bulunuz (Dirichlet problemi).



SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

İki boyutlu Laplace denkleminin merkezi sonlu farklar karşılığı:

$$V(x,y) = \frac{1}{4}\left[V(x+h,y) + V(x-h,y) + V(x,y+h) + V(x,y-h)\right]$$

Bu denkleme göre bir noktadaki potansiyel, çevresindeki komşu dört potansiyelin aritmetik ortalamasıdır. İç noktaların herbiri için bu denklem yazılırsa

1 düğümü için $V_1 = \frac{1}{4}(V_2 + V_4 + V_{16} + V_7) \Rightarrow 4V_1 - V_2 - V_4 = V_7 + V_{16}$

2 düğümü için $V_2 = \frac{1}{4}(V_3 + V_5 + V_1 + V_8) \Rightarrow -V_1 + 4V_2 - V_3 - V_5 = V_8$

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

3 düğümü için $V_3 = \frac{1}{4}(V_{10} + V_6 + V_2 + V_9) \Rightarrow -V_2 - 4V_3 - V_6 = V_9 + V_{10}$

4 düğümü için $V_4 = \frac{1}{4}(V_5 + V_{14} + V_{15} + V_1) \Rightarrow -V_1 + 4V_4 - V_5 = V_{14} + V_{15}$

5 düğümü için $V_5 = \frac{1}{4}(V_6 + V_{13} + V_4 + V_2) \Rightarrow -V_2 - V_4 + 4V_5 - V_6 = V_{13}$

6 düğümü için $V_6 = \frac{1}{4}(V_{11} + V_{12} + V_5 + V_3) \Rightarrow -V_3 - V_5 + 4V_6 = V_{11} + V_{12}$

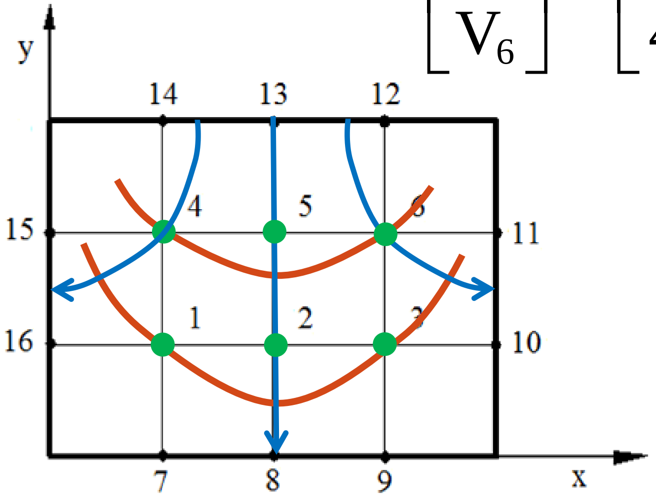
elde edilir. Bu denklemler, matris biçiminde yazılırsa

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_7 + V_{16} \\ V_8 \\ V_9 + V_{10} \\ V_{14} + V_{15} \\ V_{13} \\ V_{11} + V_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 100 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Çözüm

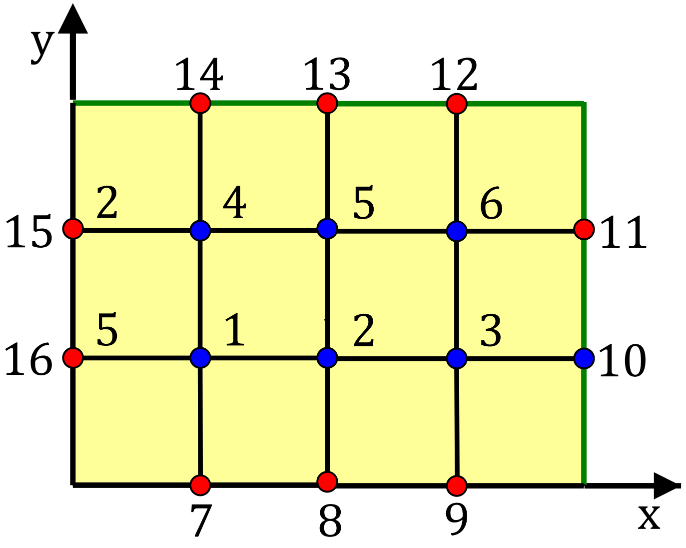
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} 15{,}527 \\ 20{,}496 \\ 15{,}527 \\ 41{,}615 \\ 50{,}930 \\ 41{,}615 \end{bmatrix} \mathrm{V}$$

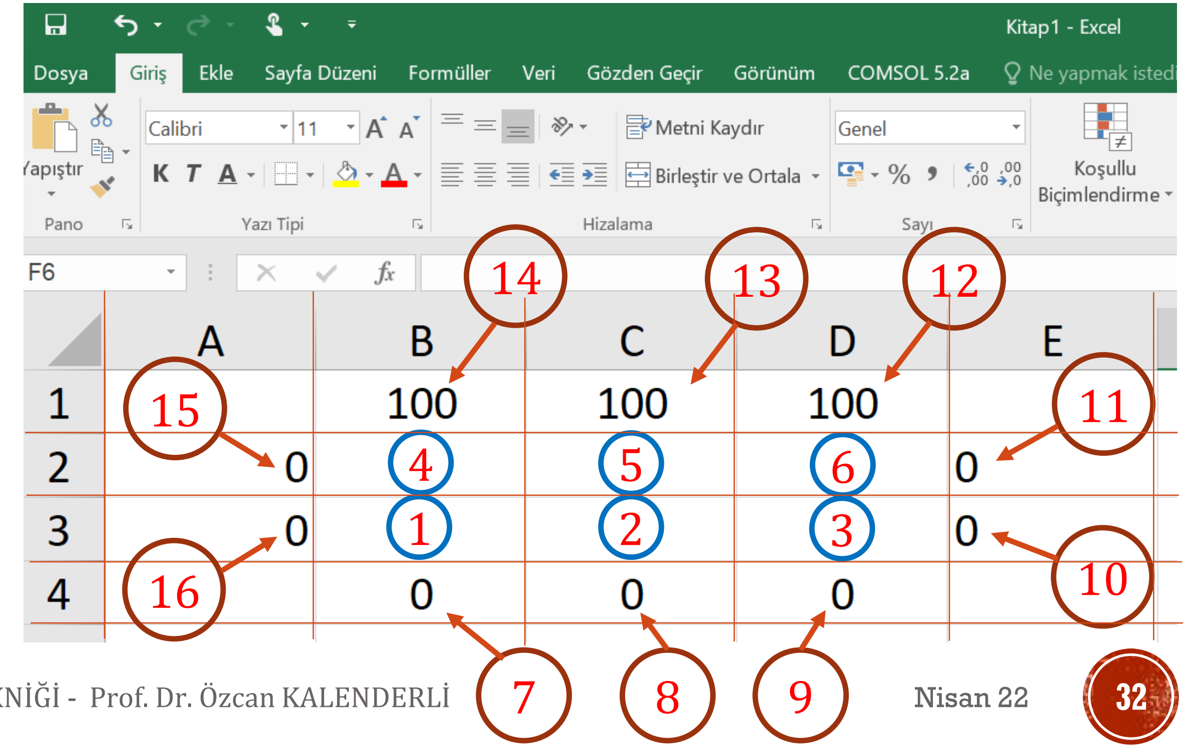


SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
MS EXCEL'DE ÇÖZÜMLEME

MS Excel'de Sonlu Farklar Yöntemi çözümlemesi:

MS Excel tablolama programında **hücreler**, Sonlu Farklar Yöntemi'nin **düğüm noktaları** gibi alınarak, her türlü koordinat sisteminde, her türlü problem çözülebilir.

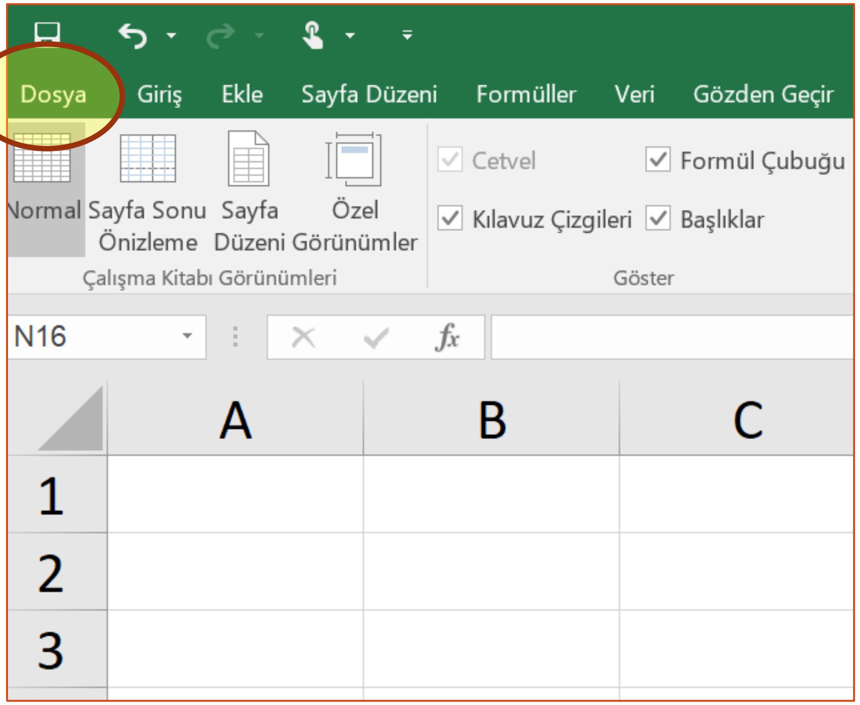




SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
MS EXCEL'DE ÇÖZÜMLEME

MS Excel'de Sonlu Farklar Yöntemi çözümlemesine başlamadan önce SFY'de ortaya çıkacak denklem takımını yinelemeli olarak çözüleceğine ilişkin ayarlama yapmak gerekir.

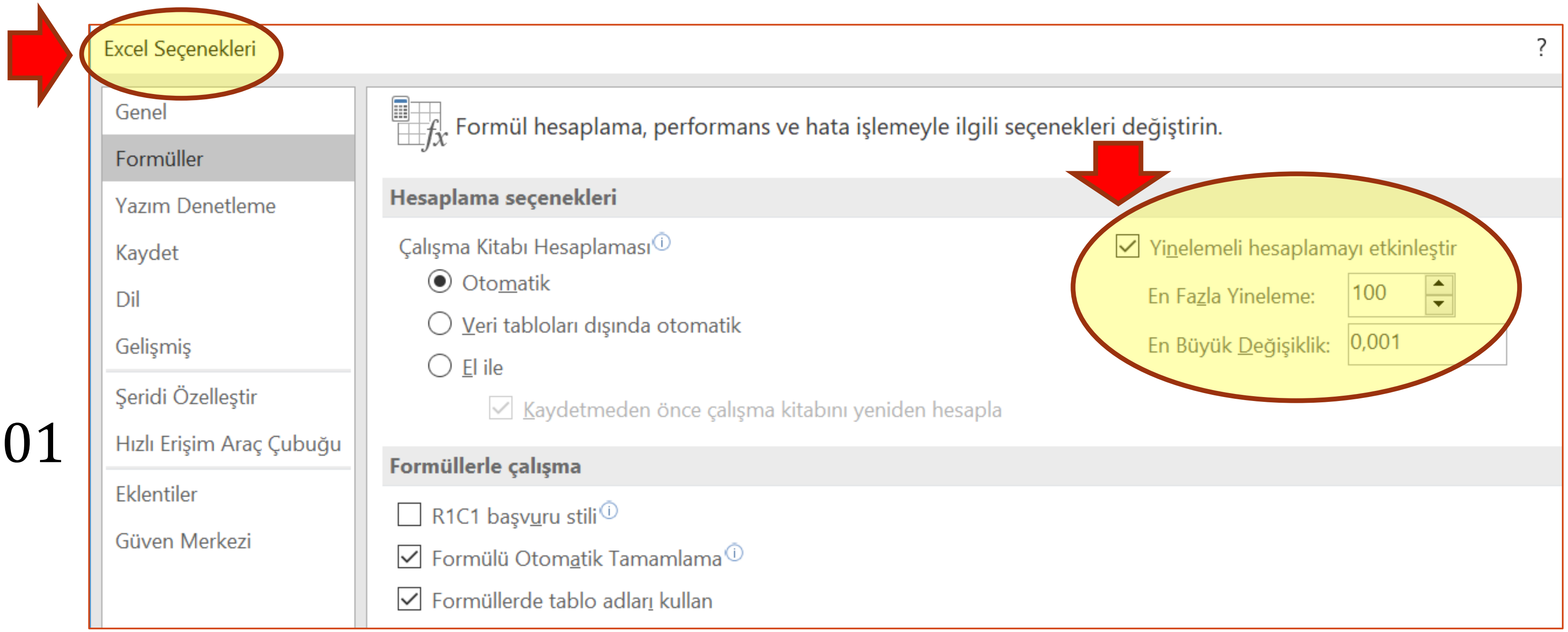
Bunun için MS Excel'in **Dosya** sekmesine tıklanır. Açılan sekmede en altta **Seçenekler** sekmesine tıklanır.



SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
MS EXCEL'DE ÇÖZÜMLEME

Seçenekler sekmesine tıklanınca **Excel Seçenekleri** formu açılır.

Burada ☐ Yinelemeli hesaplamayı etkinleştir etiketinin yanındaki kutucuk tıklanır.

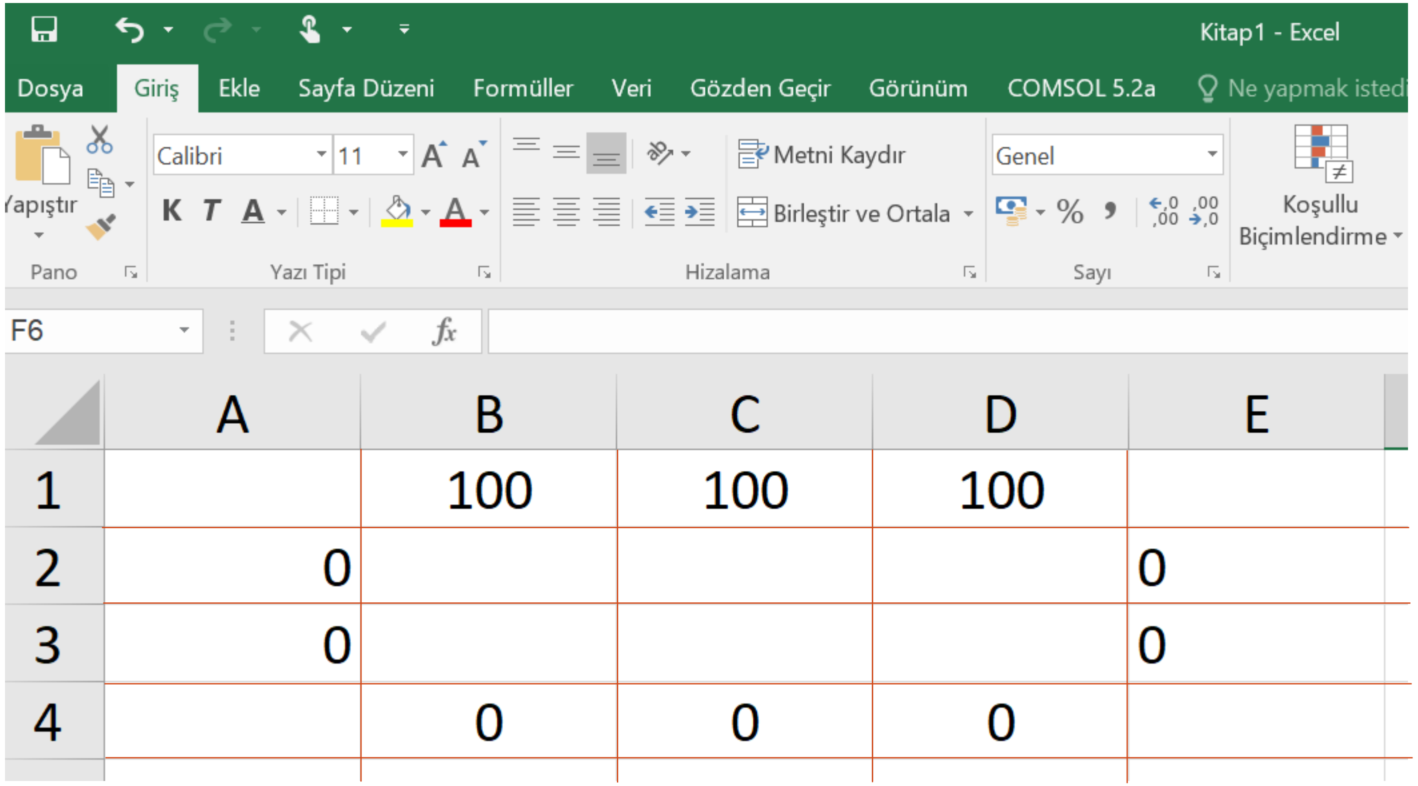


Böylece varsayılan En fazla yineleme: 100, En büyük değişiklik: 0,001 olacak şekilde problemlerde ortaya çıkacak lineer cebirsel denklem takımı çözülür. İstenirse bu sayılar değiştirilebilir.

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
MS EXCEL'DE ÇÖZÜMLEME

MS Excel "**Seçenekler**"de yinelemeli çözüm ayarlandıktan sonra SFY ile çözülecek problemin düğüm sayısı kadar hücre seçilir.

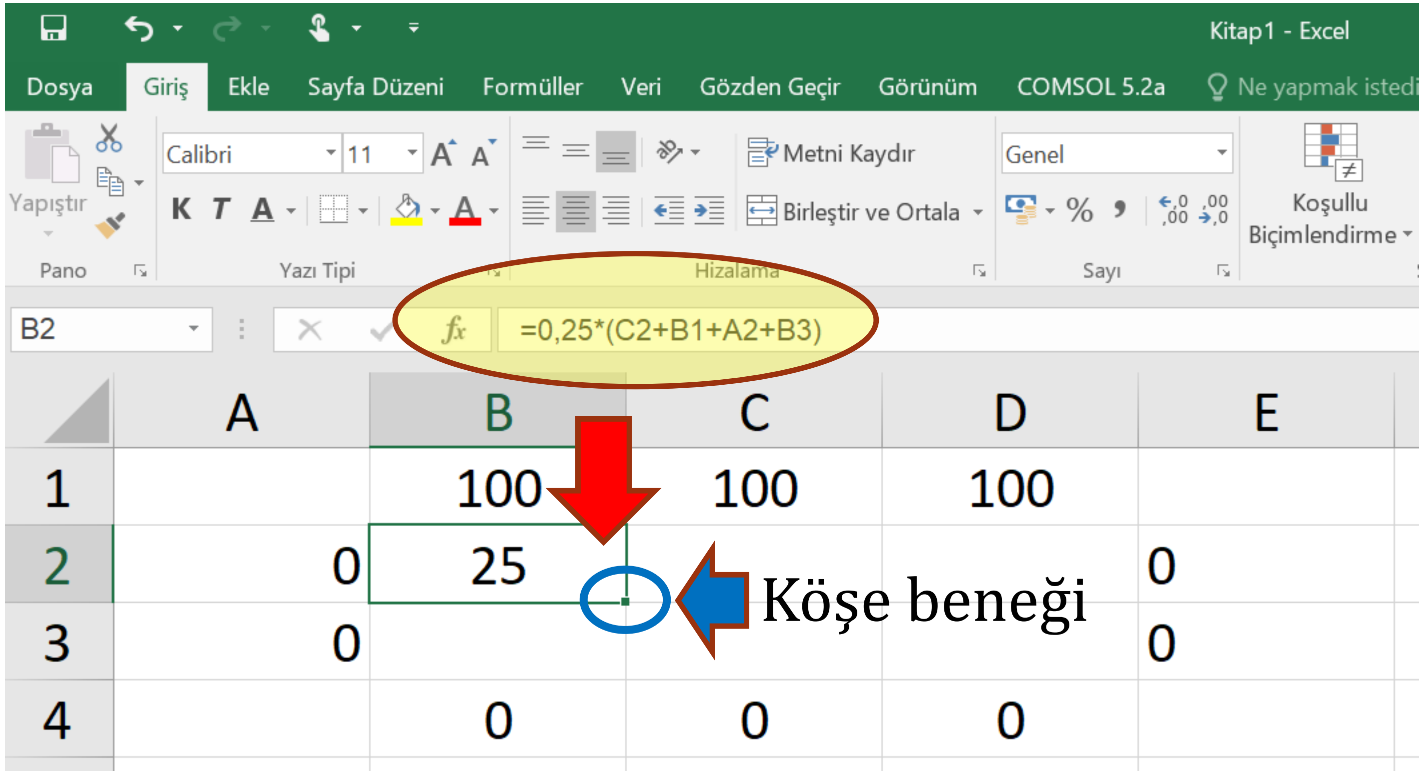
Sınır düğümlerinin bilinen potansiyelleri (sınır koşulları), uygun hücrelere yazılır.



SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
MS EXCEL'DE ÇÖZÜMLEME

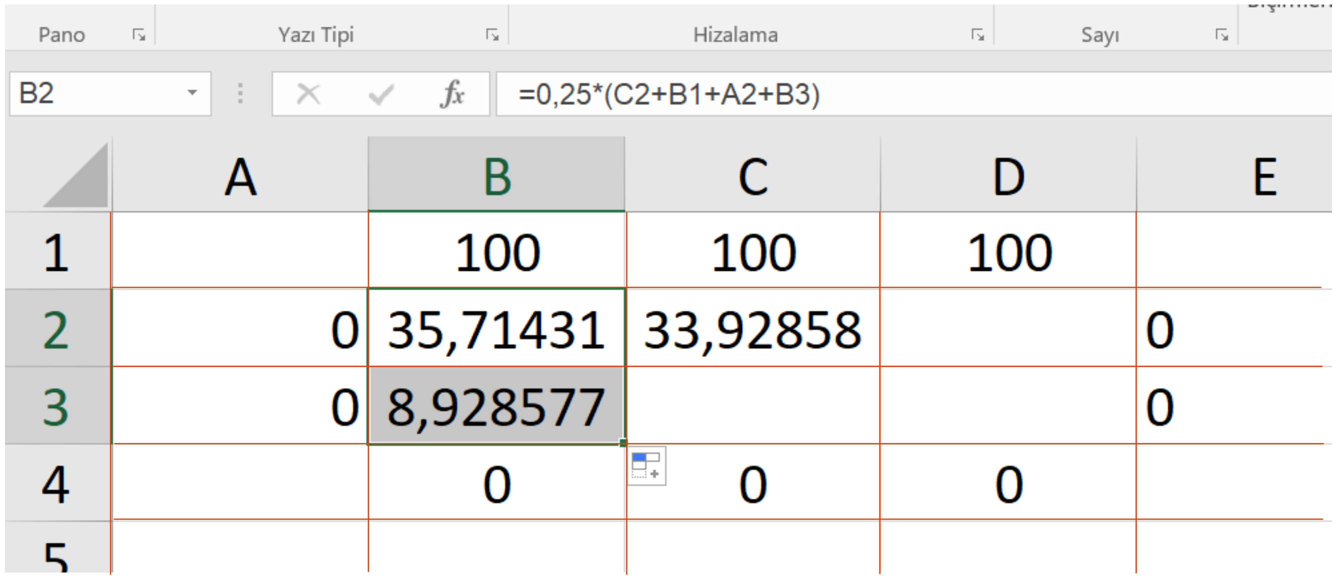
Hesap yapılacak düğüm (hücre) için, hangi tür sonlu fark ile çözüm yapılacaksa, ona ilişkin Laplace denkleminin SFY karşılığı, **formül (*fx*)** kısmına yazılır.

$$V_0 = 0,25*(V_1 + V_2 + V_3 + V_4)$$



SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
MS EXCEL'DE ÇÖZÜMLEME

Formülü yazılan hücrenin sağ alt kısmında bulunan köşe beneği, sağa, sola, aşağı, yukarı çekilerek, aynı formülün, hesap yapılacak düğümler (hücreler) için de yazılması (uygulanması) sağlanır.

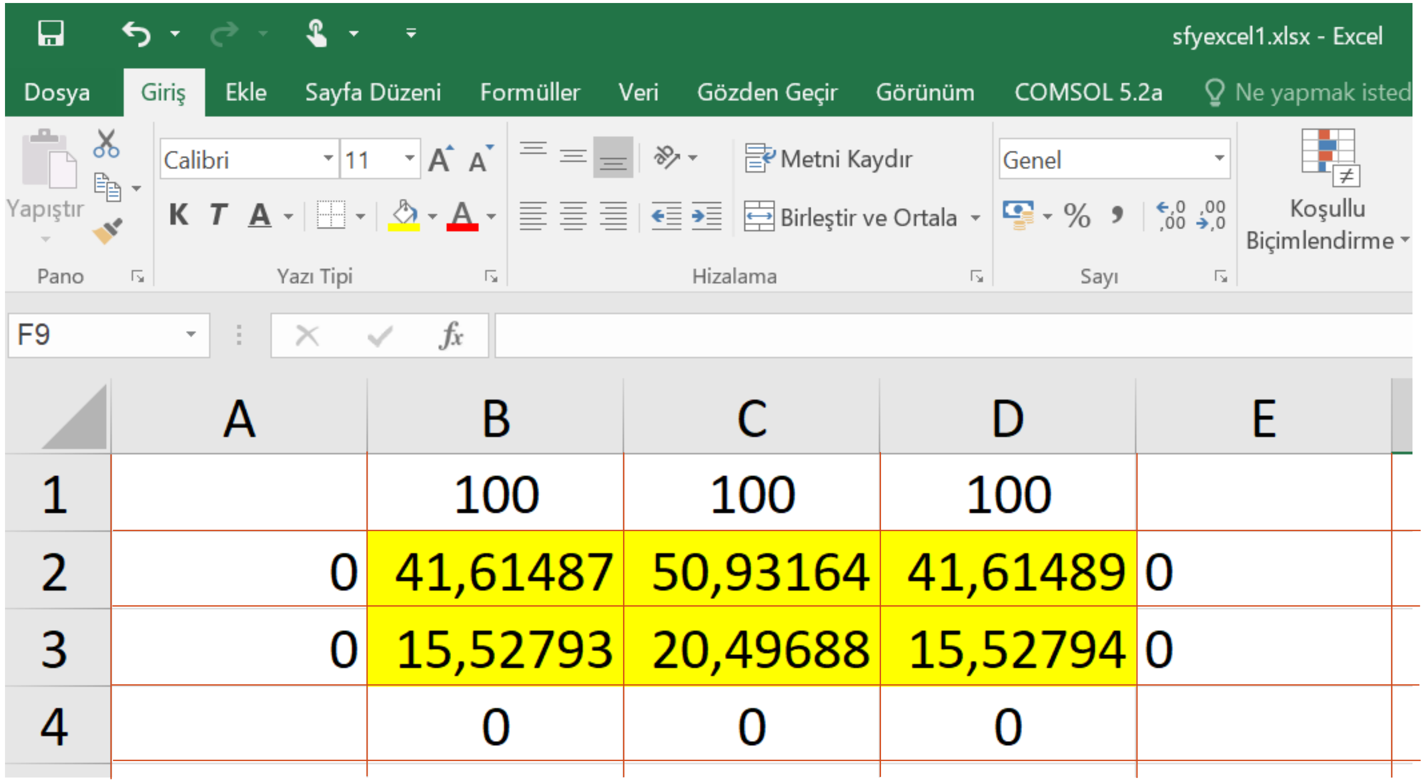


	A	B	C	D	E
1		100	100	100	
2	0	35,71431	33,92858		0
3	0	8,928577			0
4		0	0	0	
5					

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
MS EXCEL'DE ÇÖZÜMLEME

Sonuç olarak, her düğüm (hücre) için çevresindeki düğümlerin (hücrelerin) aritmetik ortalaması olacak şekilde hesaplama ile bilinmeyen düğüm (hücre) potansiyelleri bulunur.

Problem için, sonuçlar veya bölge seçilerek, bir, iki veya üç boyutlu çeşitli dağılım grafikleri çizdirilebilir.



	A	B	C	D	E
1		100	100	100	
2	0	41,61487	50,93164	41,61489	0
3	0	15,52793	20,49688	15,52794	0
4		0	0	0	

Sayfa 27'deki örneğin MS Excel sonuçları

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
İKİ BOYUTLU LAPLACE DENKLEMİ

Buraya kadar temel düzeyde statik elektrik alan problemlerinin çözümü için, tektürden (homojen), tek malzemeden oluşan problemlerin Sonlu Farklar Yöntemi ile çözümü açıklanmıştır. SFY ile

- Üç boyutlu problemlerin çözümü
- Poisson türü problemlerin çözümü
- Birden fazla elektriksel yalıtkan (dielektrik) malzemeden oluşan dolayısıyla malzemeler arası sınır yüzeylerin de göz önüne alınması gereken problemlerin çözümü
- Manyetik alan problemlerinin çözümü
- Dinamik (zamanla değişen) statik ve manyetik alan problemlerinin çözümleri açıklanmamıştır. İlginize, merak edenlere sunulur…

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
ÇALIŞMA SORULARI

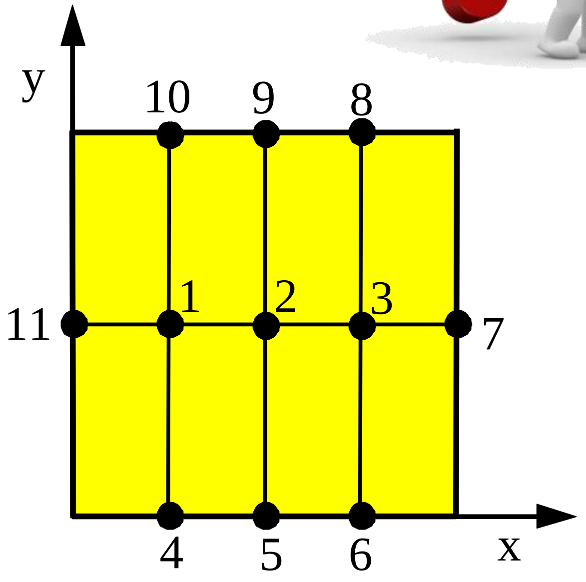
Çalışma Soruları

1) Şekil 1'de, $\Delta x = 1$ cm, $\Delta y = 2$ cm şeklinde dikdörtgen gözleri olan bir ağa bölünmüş ve sınır koşulları:

$V_{üst} = 100$ V, $V_{alt} = 0$ V, $V_{sol} = 60$ V, $V_{sağ} = 60$ V

olan bir bölge gösterilmiştir.

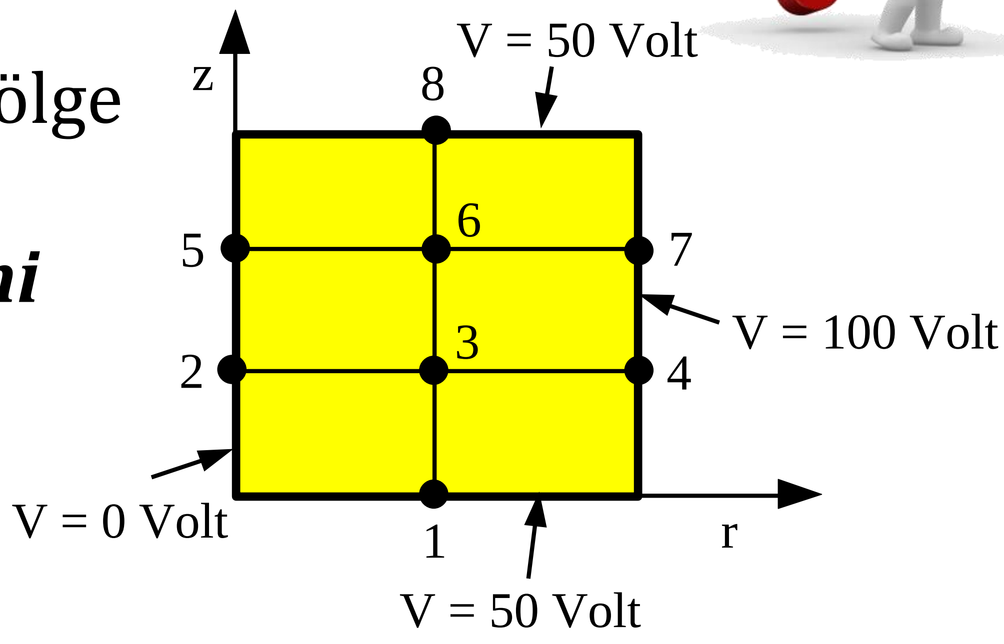
Bölge içindeki 1, 2, 3 düğümlerinin potansiyellerini, Laplace denkleminden, ***Sonlu Farklar Yöntemi*** ile hesaplayınız.



Şekil 1

SONLU FARKLAR YÖNTEMİ (SFY)
ÇALIŞMA SORULARI

2) Şekil 2'de, silindirsel koordinatlarda Δr = 2 cm, Δz = 1 cm şeklinde düzgün olmayan ağa bölünmüş bir bölge içindeki 3 ve 6 düğümlerindeki potansiyelleri ***Sonlu Farklar Yöntemi*** ile hesaplayınız.



Şekil 2