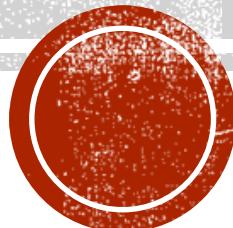


# **YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ**

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ



**Statik Elektrik Alanı - Temel Elektrot Sistemleri  
KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ**

# **YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ - 2022 BAHAR YARIYILI**

Dersi veren öğretim üyesi:  
Prof. Dr. Özcan Kalenderli



**2021-2022 Bahar Yarıyılı**

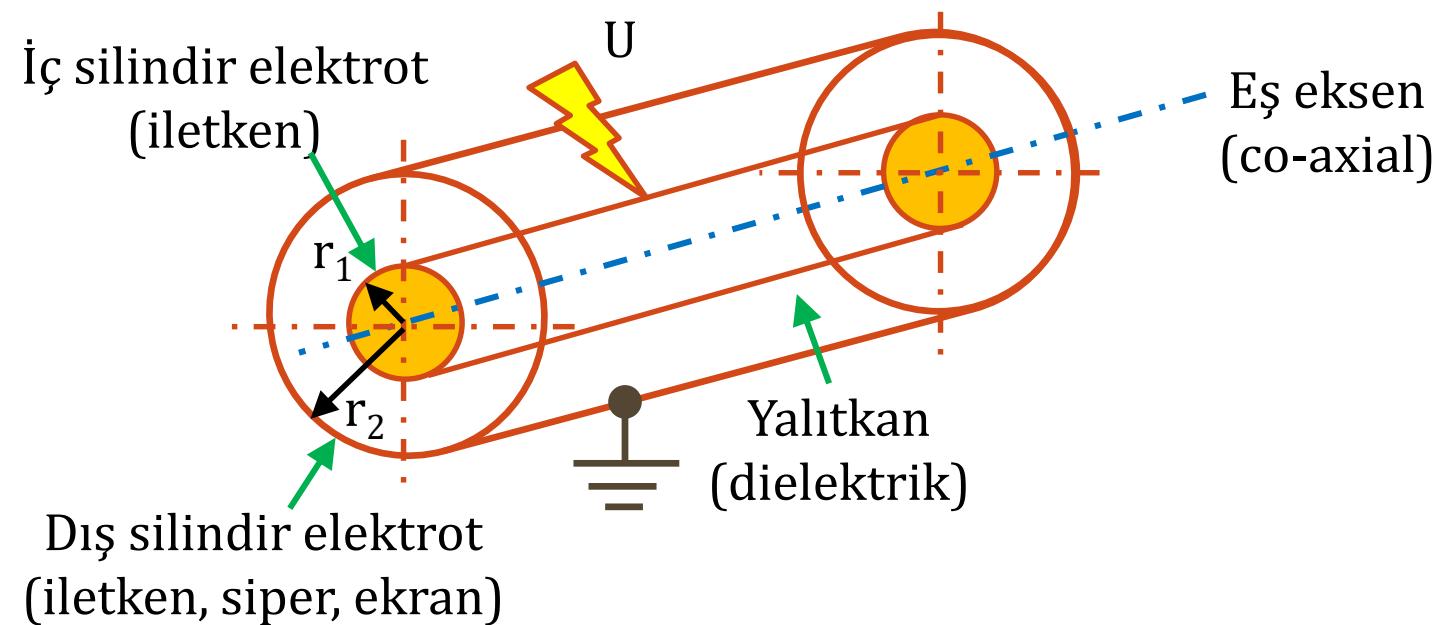
CRN 22843	ELK 312	Yüksek Gerilim Tekniği	Özcan Kalenderli	Perşembe 08:30/11:30	Öğr. Sayısı 45
--------------	------------	------------------------	------------------	-------------------------	-------------------

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

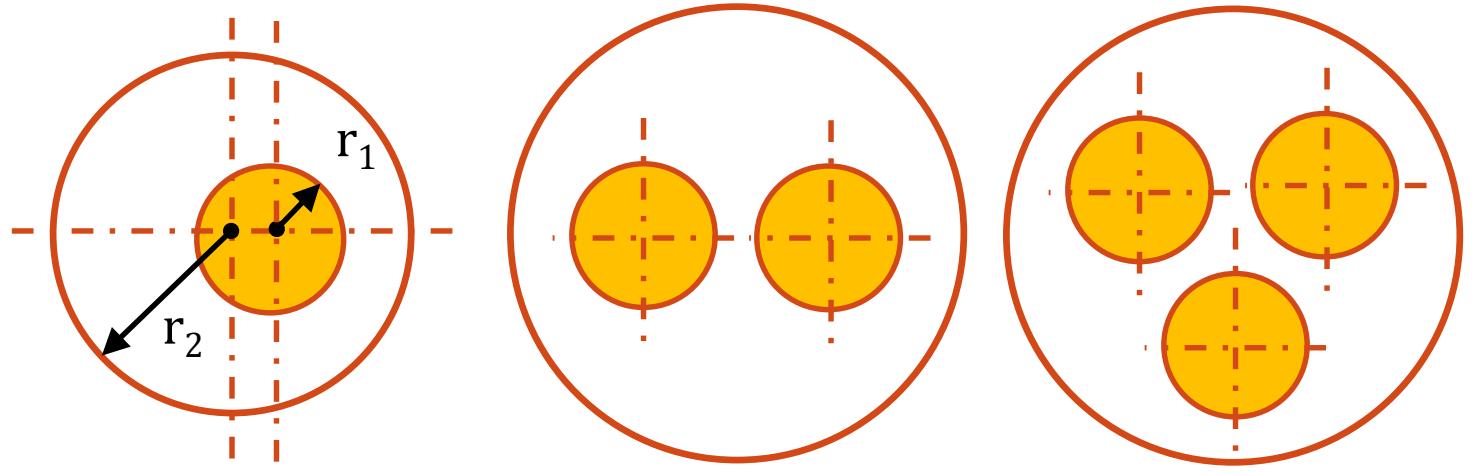
Silindirsel elektrot sistemi türleri:

1) Eş eksenli silindirsel elektrot sistemi

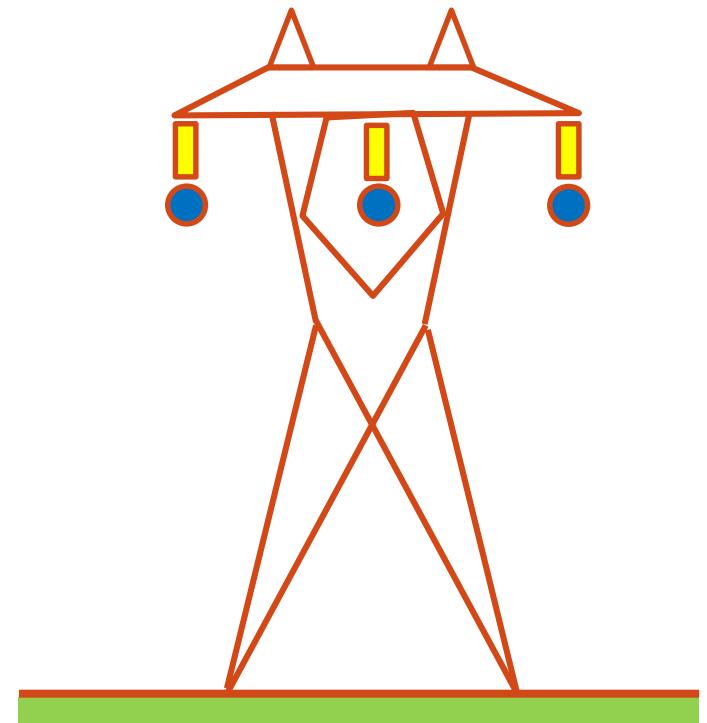


# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## 2) Kaçık eksenli silindirsel elektrot sistemi



İç içe  
karşılıklı  
kaçık eksenli silindirsel elektrot sistemleri



Hava Hatları

# TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli silindirsel elekrot sistemleri örnekleri:



Üç damarlı kablo



Üç fazlı GIS



Hava hatları

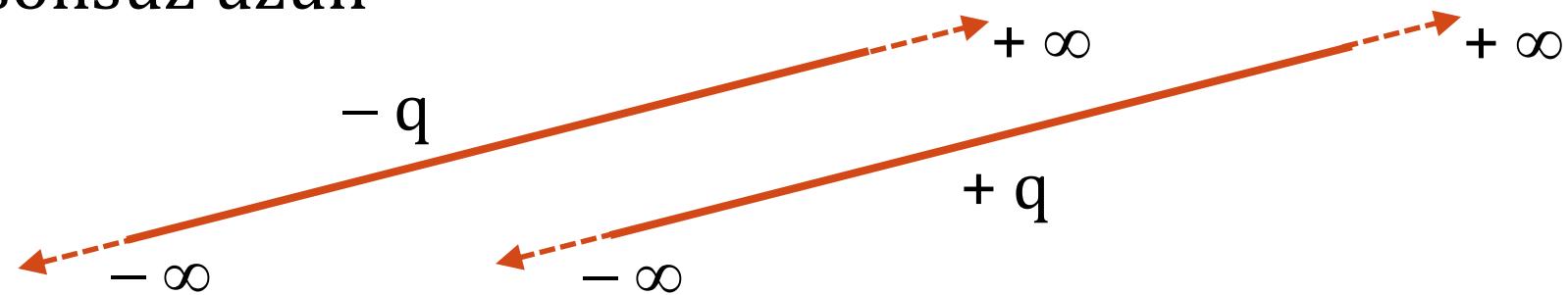
# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu bölümde, eksenleri kaçık, karşılıklı ve iç içe silindirsel elektrot sistemleri incelenecektir.

Bu tür elektrot sistemlerin elektrik alanı, sonsuz uzun, paralel, çizgisel yük yoğunlukları birbirine eşit, zıt yüklü iki çizgisel yükün elektrik alanından bulunabilir.

Bunun için öncelikle sonsuz uzun bir çizgisel yükün elektrik alanının bilinmesi gereklidir.

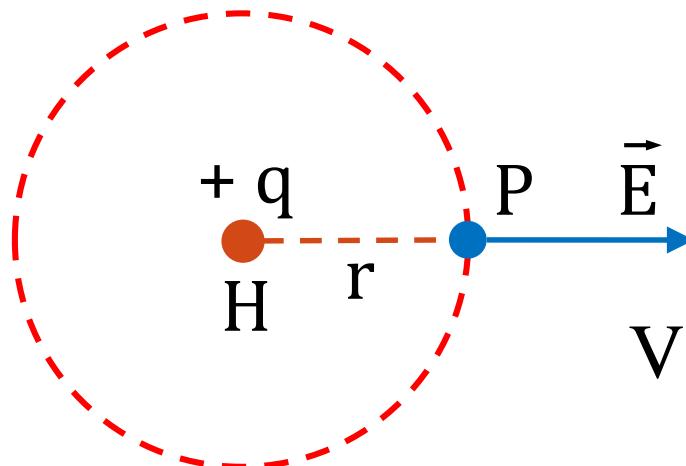


# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Bir çizgisel yükün elektrik alanı

Yük yoğunluğu  $+q$  [C/m] olan sonsuz uzun bir çizgisel yükten  $r$  [m] uzaklığındaki bir P noktasındaki elektrik alan şiddeti,  $E$  [V/m]



$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{r}$$

ve potansiyel,  $V$  [V]

$$V = - \int E \cdot dr + K = - \frac{q}{2\pi\epsilon} \int \frac{1}{r} dr + K = - \frac{q}{2\pi\epsilon} \ln r + K$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

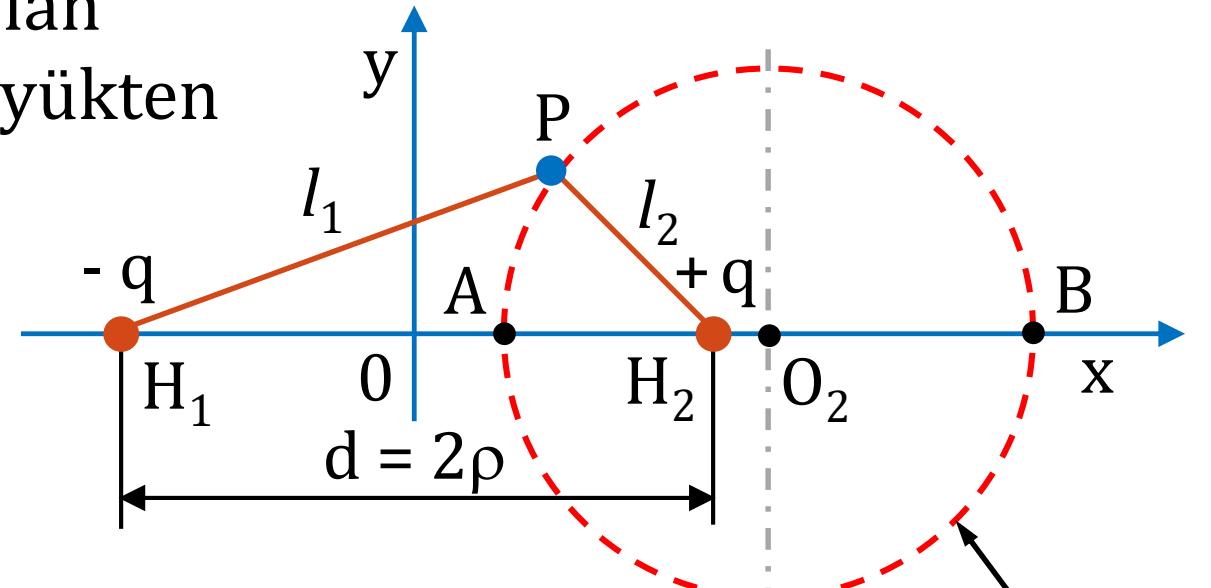
## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Paralel zıt yüklü iki çizgisel yükün elektrik alanı

Yük yoğunlukları ( $-q$ ) ve ( $+q$ ) olan sonsuz uzun, paralel, iki çizgisel yükten uzaklıkları  $l_1$  ve  $l_2$  olan herhangi bir P noktasının potansiyeli

$$V = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \ln r + K$$

bağıntısı kullanılarak bulunabilir.



İki noktaya ( $H_1, H_2$ ) uzaklıkları oranı ( $l_1/l_2$ ) sabit olan noktaların geometrik yeri (Apollonius çemberi)

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

–  $-q$  yükünün P noktasında meydana getirdiği  $V_1$  potansiyeli

$$V_1 = +\frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln l_1 + K_1$$

+  $q$  yükünün P noktasında meydana getirdiği  $V_2$  potansiyeli

$$V_2 = -\frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln l_2 + K_2$$

ve P noktasındaki (toplama (süperpozisyon) ilkesiyle) potansiyel

$$V = V_1 + V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{l_1}{l_2} + K$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

K integral sabiti sınır koşullarından bulunur. Simetri düzleme üzerindeki bir nokta için  $l_1 = l_2$  ( $\ln l_1/l_2 = \ln 1 = 0$ ) ve  $V = 0$  olduğundan  $K = 0$  olur. Buna göre V potansiyeli

$$V = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{l_1}{l_2}$$

olur.

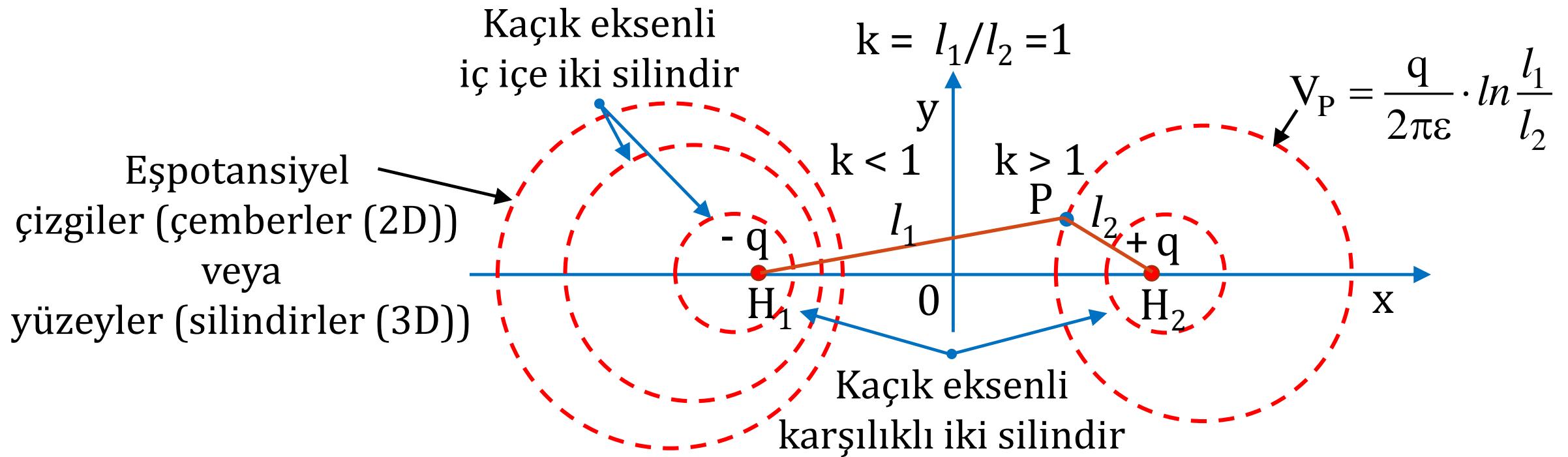
$$l_1/l_2 = k = \text{sabit}$$

için  $V = \text{sabit}$  eşpotansiyel yüzeyleri (silindirleri) veya şekil düzlemindeki izleri eşpotansiyel çizgileri (çemberleri) elde edilir.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

İki noktaya olan uzaklıklarının oranı sabit olan noktaların geometrik yeri, bir **Apollonius** çemberidir.



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

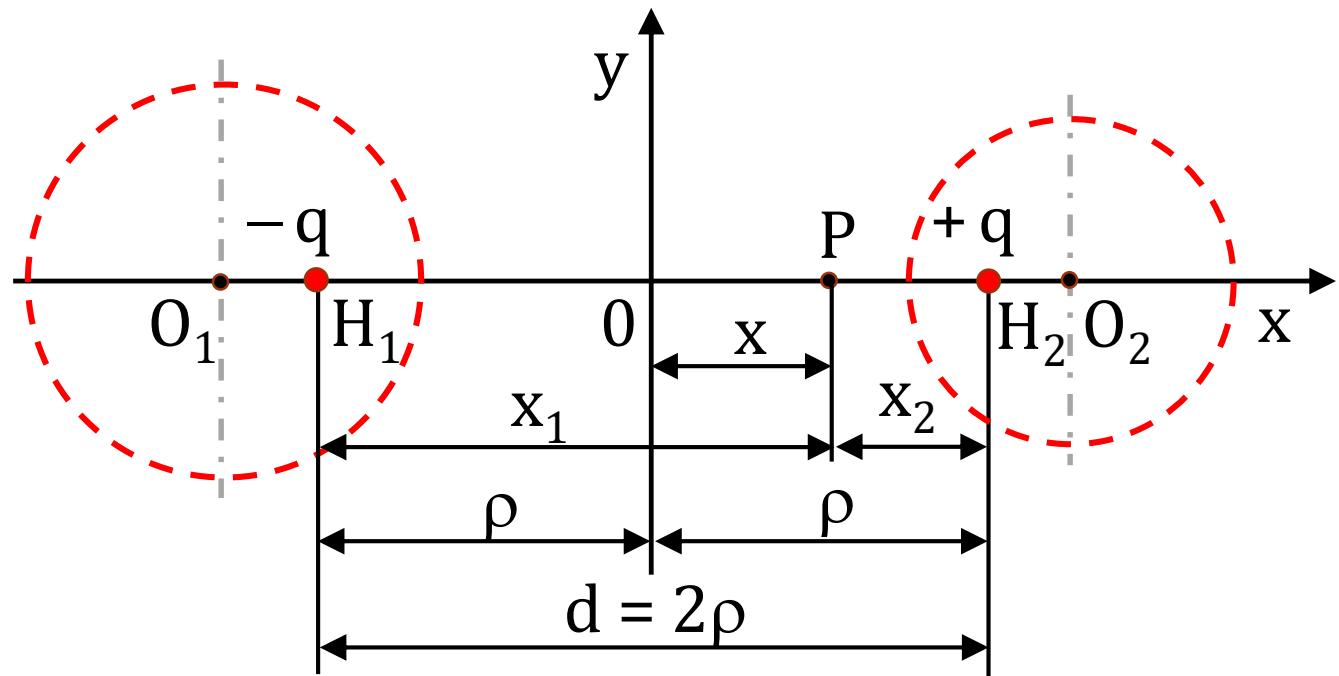
## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

x eksenindeki herhangi bir  
P noktasının potansiyeli

$$V_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{x_1}{x_2}$$

ve elektrik alan şiddeti

$$E_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)$$



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

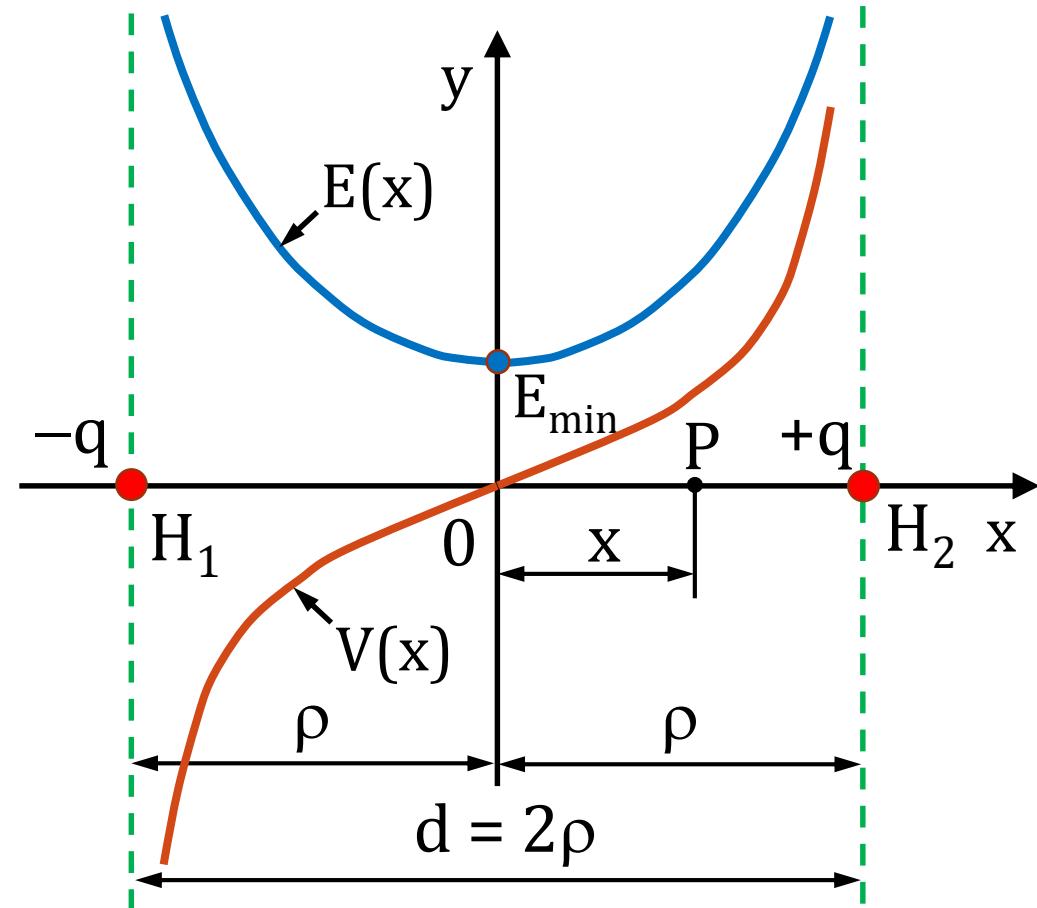
Denklemelerde  $x_1 = \rho + x$  ve  $x_2 = \rho - x$  yazılırsa potansiyel

$$V_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{\rho + x}{\rho - x}$$

elektrik alan şiddeti

$$E_P = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\rho + x} + \frac{1}{\rho - x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

ve  $x = 0$  için  $E = E_{\min} = q/(\pi \epsilon \rho)$  olur.



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

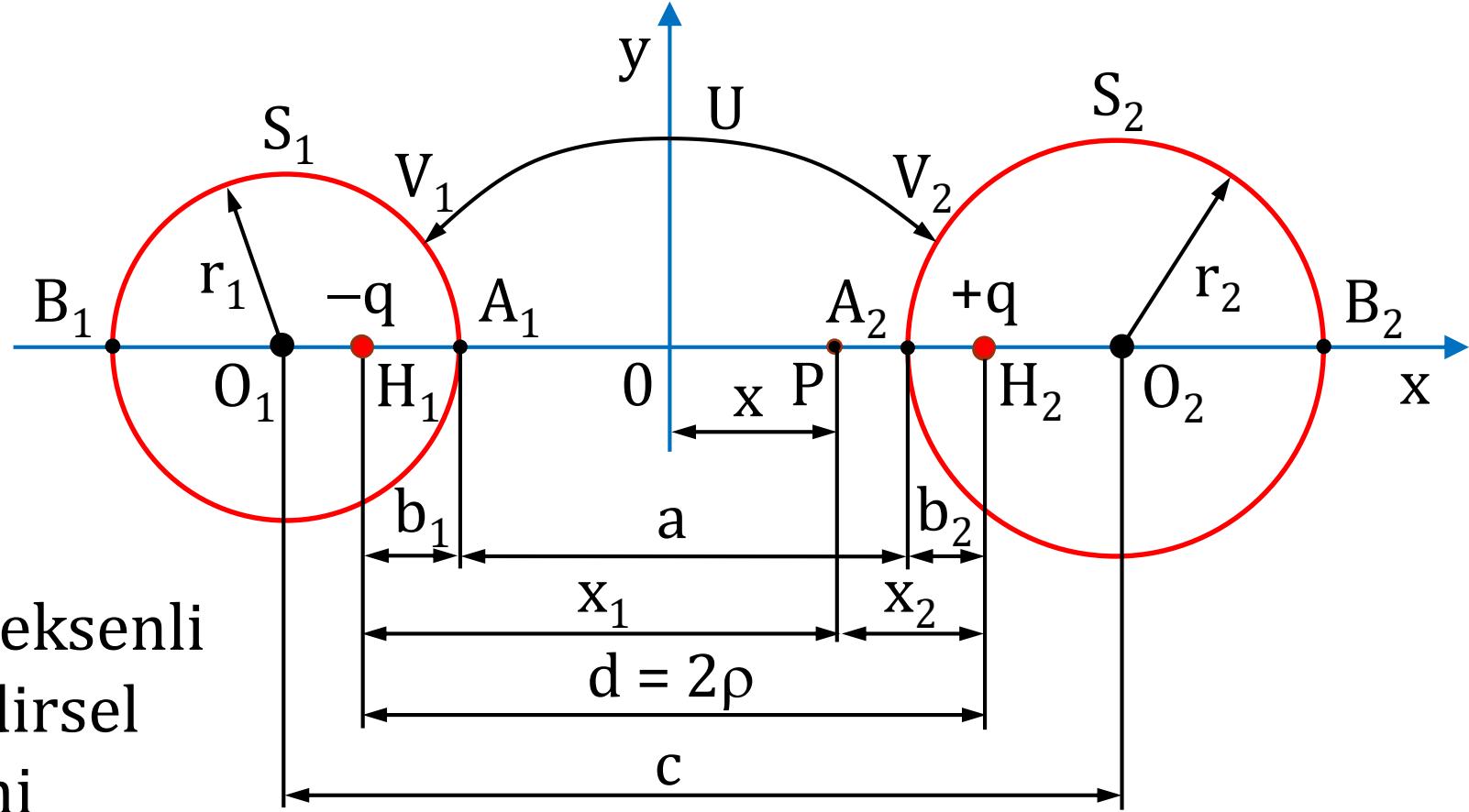
### Kaçık eksenli karşılıklı silindirsel elekrot sistemleri

Paralel iki çizgisel yükün alanında, eşpotansiyel yüzeylerden karşılıklı olan herhangi iki eşpotansiyel yüzeyin ince iletken bir madde ile kaplanması durumunda karşılıklı paralel silindirsel elekrot sistemi elde edilir (Şekil 1).

Eşpotansiyel yüzeylerin iletken kabul edilmesi, alan şeklini değiştirmez. Bu da söz konusu karşılıklı paralel silindirsel elektrodun alanının, paralel iki çizgisel yükün alanını veren bağıntılardan bulunabileceğini gösterir.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ



**Şekil 1:** Kaçık eksenli  
karşılıklı silindirsel  
elektrot sistemi

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $a$  veya  $c$  biliniyorken,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $d$ ,  $\rho$ ,  $q$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $E_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  bulunacaktır.

$S_1$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_1H_1}}{\overline{A_1H_2}} = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{B_1H_2}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_1}{a + b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2}$$

$S_2$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_2H_2}}{\overline{A_2H_1}} = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{B_2H_1}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_2}{a + b_1} = \frac{2r_2 - b_2}{2r_2 + a + b_1}$$

yazılabilir (Apollonius çemberinin özelliği).

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu denklemlerde

$r_1$ : Birinci silindirsel elektrodun yarıçapı

$r_2$ : İkinci silindirsel elektrodun yarıçapı

a: Elektrotlar arası açıklık (uzaklık)

$$a = c - (r_1 + r_2) = d - (b_1 + b_2)$$

c: Elektrot eksenleri arası (geometrik) uzaklık

d: Elektriksel yük eksenleri arası uzaklık

$$m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2 r_2^2$$

$b_1$ :  $-q$  yükünün yeri (sınırдан uzaklığı,  $A_1 H_1$ )

$b_2$ :  $+q$  yükünün yeri (sınırдан uzaklığı,  $A_2 H_2$ )

$$d = \frac{1}{c} \sqrt{m} = 2\rho$$

$$d = 2\rho = b_1 + a + b_2$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Orantı denklemlerinden  $b_1$  ve  $b_2$  çözülürse alanı yaratan yüklerin yerleri bulunmuş olur:

$$b_1 = \frac{2r_1c - (r_1^2 - r_2^2) - c^2 + \sqrt{m}}{2c}$$

$$b_2 = \frac{2r_2c - (r_2^2 - r_1^2) - c^2 + \sqrt{m}}{2c}$$

Burada  $m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2r_2^2$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$S_1$  elektrodu için  $V_1$  potansiyeli:

$$V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{b_1}{a + b_2}$$

$S_2$  elektrodu için  $V_2$  potansiyeli:

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{a + b_1}{b_2}$$

Potansiyel farkı ( $U = V_2 - V_1$  ), uygulanan gerilim:

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right] = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Çizgisel yükün elektriksel yük yoğunluğu:

$$q = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot U$$

Bu denklemden, kaçık eksenli karşılıklı silindirsel elektrot sisteminin birim uzunluğunun kapasitesi:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Herhangi bir P noktasındaki (Şekil 1) elektrik alan şiddeti

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\rho+x} + \frac{1}{\rho-x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

$$E = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$x = \rho - b_1$  için  $E = E_{\max}$

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

ve  $x = 0$  için

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Denklemelerde  $b_1$  ve  $b_2$  yerlerine yazılırsa

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2} = \frac{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot U$$

ve

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli karşılıklı silindirsel elekrot sistemlerinin eşdeğer açıklığı,  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{U}{E_{\max}} = \frac{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}$$

Faydalama faktörü de

$$\eta = \frac{\alpha}{a}$$

bağıntılarıyla bulunur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Paralel iki iletken

Uygulamada çokça karşılaşılan paralel iki iletken durumu, kaçık eksenli karşılıklı silindirsel elektrot sisteminin özel durumudur.

Eşit yarıçaplı paralel iki silindir elektrot (hat) sisteminde, silindir yarıçaplarının eksenler arasındaki açıklığa göre çok küçük olması ( $r \ll c \approx d \approx a$ ) durumunda paralel iki iletkeninden oluşan sistem elde edilir.

Paralel iki iletken için, iletkenlerin geometrik ve elektriksel eksenlerinin üst üste geldikleri ve  $d \approx c \approx a$  olacağı kabul edilebilir.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

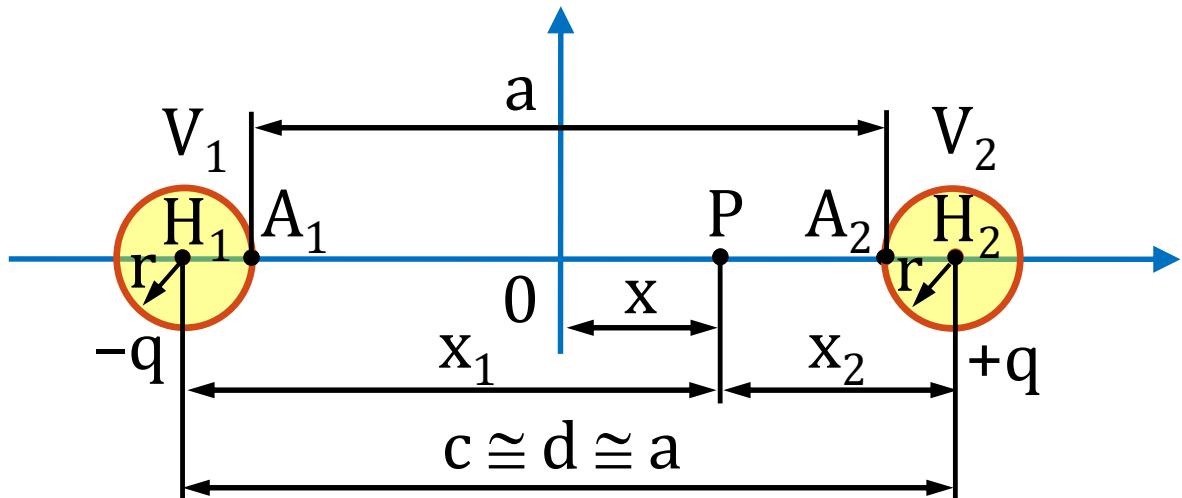
## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Paralel iki iletkenin maksimum elektrik alan şiddeti ve kapasitesi, karşılıklı paralel silindirsel elektrot sistemine ilişkin ifadelerde gerekli ihmaller yapılarak yaklaşık olarak bulunabilir.

$$E_{\max} \cong \frac{U}{2r \ln \frac{d}{r}}$$

Kapasite:

$$C \cong \frac{2\pi\epsilon l}{2 \cdot \ln \frac{d}{r}}$$



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Kaçık eksenli iç içe silindirsel elektrot sistemi

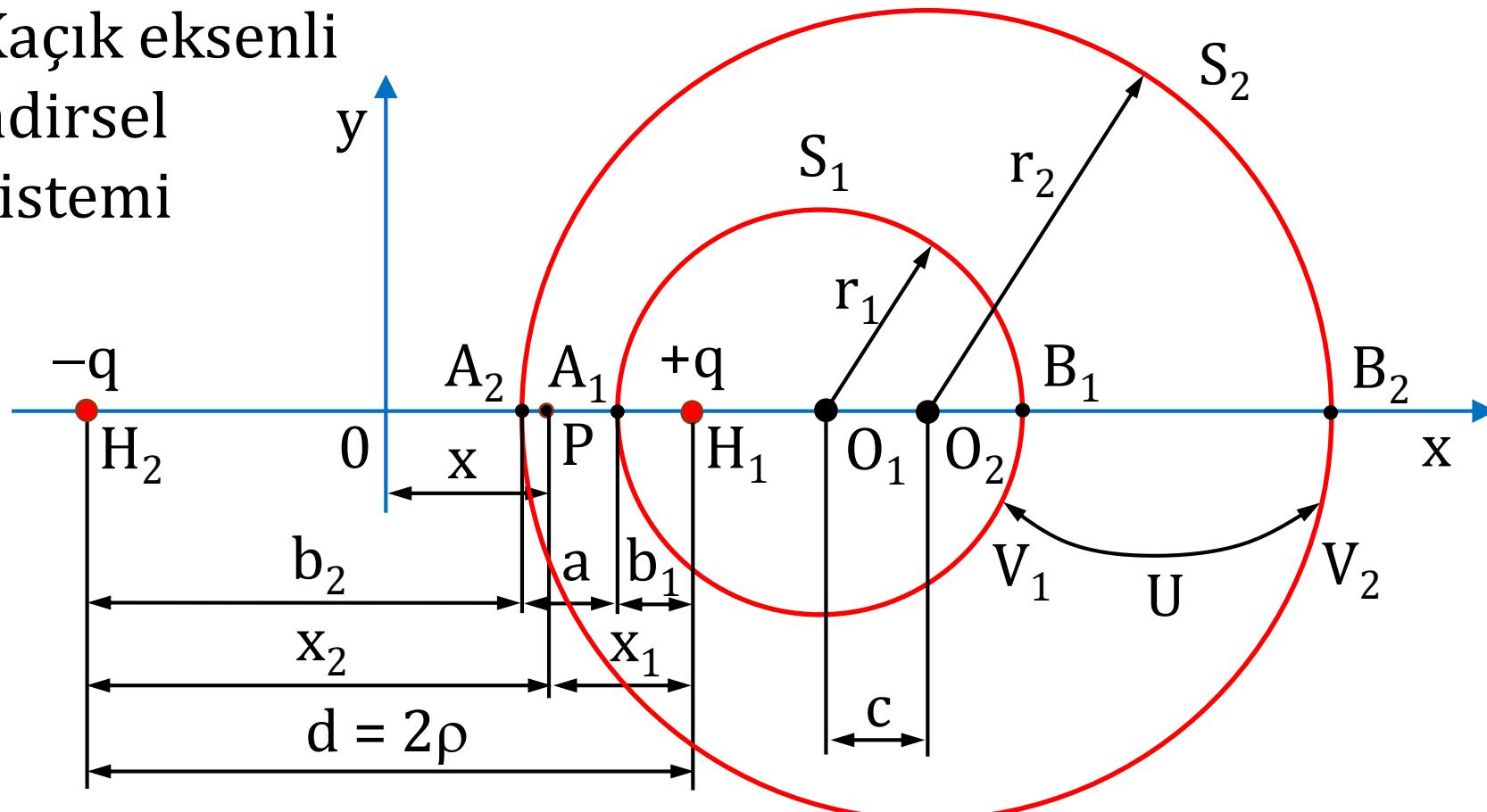
Paralel iki çizgisel yükün alanında, eşpotansiyel yüzeylerden iç içe olan herhangi iki eşpotansiyel yüzeyin ince iletken bir madde ile kaplanması durumunda kaçık eksenli iç içe silindirsel elektrot sistemi elde edilir (Şekil 2).

Eşpotansiyel yüzeylerin iletken kabul edilmesi, alan şeklini değiştirmez. Bu da söz konusu kaçık eksenli iç içe silindirsel elektrodun alanının, paralel iki çizgisel yükün alanını veren bağıntılardan bulunabileceğini gösterir.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

**Şekil 2:** Kaçık eksenli  
iç içe silindirsel  
elektrot sistemi



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $a$  veya  $c$  biliniyorken,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $d$ ,  $\rho$ ,  $q$ ,  $C$ ,  $E$ ,  $E_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  bulunacaktır.

$S_1$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_1H_1}}{\overline{A_1H_2}} = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{B_1H_2}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_1}{a+b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2}$$

$S_2$  silindiri için

$$\frac{\overline{A_2H_2}}{\overline{A_2H_1}} = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{B_2H_1}} \quad \rightarrow \quad \frac{b_2}{a+b_1} = \frac{2r_2 + b_2}{2r_2 - a - b_1}$$

yazılabilir (Apollonius çemberinin özelliği).

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Bu denklemlerde

$r_1$ : Birinci silindirsel elektrodun yarıçapı

$r_2$ : İkinci silindirsel elektrodun yarıçapı

a: Elektrotlar arası açıklık (uzaklık)

$$a = r_2 - r_1 - c = d - b_1 - b_2$$

c: Elektrot eksenleri arası (geometrik) uzaklık

d: Elektriksel yük eksenleri arası uzaklık

$$m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2 r_2^2$$

$b_1$ :  $-q$  yükünün yeri (sınırдан uzaklığı,  $A_1 H_1$ )

$b_2$ :  $+q$  yükünün yeri (sınırдан uzaklığı,  $A_2 H_2$ )

$$d = \frac{1}{c} \sqrt{m} = 2\rho$$

$$d = 2\rho = b_1 + a + b_2$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Orantı denklemlerinden  $b_1$  ve  $b_2$  çözülürse alanı yaratan yüklerin yerleri bulunmuş olur:

$$b_1 = \frac{2r_1c - (r_1^2 - r_2^2) + c^2 + \sqrt{m}}{2c}$$

$$b_2 = \frac{2r_2c - (r_2^2 - r_1^2) + c^2 - \sqrt{m}}{2c}$$

Burada  $m = (c^2 - r_1^2 - r_2^2)^2 - 4r_1^2r_2^2$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$S_1$  elektrodu için  $V_1$  potansiyeli:

$$V_1 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{b_1}{a + b_2}$$

$S_2$  elektrodu için  $V_2$  potansiyeli:

$$V_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{a + b_1}{b_2}$$

Potansiyel farkı ( $U = V_2 - V_1$  ), uygulanan gerilim:

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right] = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Elektrik yük yoğunluğu:

$$q = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot U$$

Bu denklemden, kaçık eksenli karşılıklı silindirsel elektrot sisteminin birim uzunluğunun kapasitesi:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Herhangi bir P noktasındaki (Şekil 2) elektrik alan şiddeti

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left( \frac{1}{\rho+x} + \frac{1}{\rho-x} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

$$E = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{\rho^2 - x^2}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$x = \rho - b_1$  için  $E = E_{\max}$

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

ve  $x = 0$  için

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Denklemelerde  $b_1$  ve  $b_2$  yerlerine yazılırsa

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2} = \frac{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot U$$

ve

$$E = E_{\min} = \frac{U}{\ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]} \cdot \frac{2}{\rho}$$

olur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kaçık eksenli karşılıklı silindirsel elekrot sistemlerinin eşdeğer açıklığı,  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{U}{E_{\max}} = \frac{r_1 \cdot \ln \left[ \frac{c^2 - (r_1 - r_2)^2 + \sqrt{m}}{c^2 - (r_1 - r_2)^2 - \sqrt{m}} \right]}{\left[ \frac{r_1^2 - r_2^2 + c^2 + 2r_1c}{r_1^2 - r_2^2 + c^2 - 2r_1c} \right]^{1/2}}$$

Faydalama faktörü de

$$\eta = \frac{\alpha}{a}$$

bağıntılarıyla bulunur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

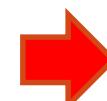
### Örnek

Yarıçapları  $r_1 = 10$  cm ve  $r_2 = 22$  cm, aralarındaki açıklık  $a = 8$  cm olan, eksenleri paralel karşılıklı iki silindirden oluşan elektrot sistemine  $U = 100$  kV uygulanmıştır.

Sisteme ilişkin  $E_{\max}$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$  ve  $C$  büyüklüklerini hesaplayınız.

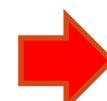


$$\frac{\overline{A_1H_1}}{\overline{A_1H_2}} = \frac{\overline{B_1H_1}}{\overline{B_1H_2}}$$



$$\frac{b_1}{a + b_2} = \frac{2r_1 - b_1}{2r_1 + a + b_2} = \frac{b_1}{8 + b_2} = \frac{2 \cdot 10 - b_1}{2 \cdot 10 + 8 + b_2}$$

$$\frac{\overline{A_2H_2}}{\overline{A_2H_1}} = \frac{\overline{B_2H_2}}{\overline{B_2H_1}}$$



$$\frac{b_2}{a + b_1} = \frac{2r_2 - b_2}{2r_2 + a + b_1} = \frac{b_2}{8 + b_1} = \frac{2 \cdot 22 - b_2}{2 \cdot 22 + 8 + b_1}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

### Örnek

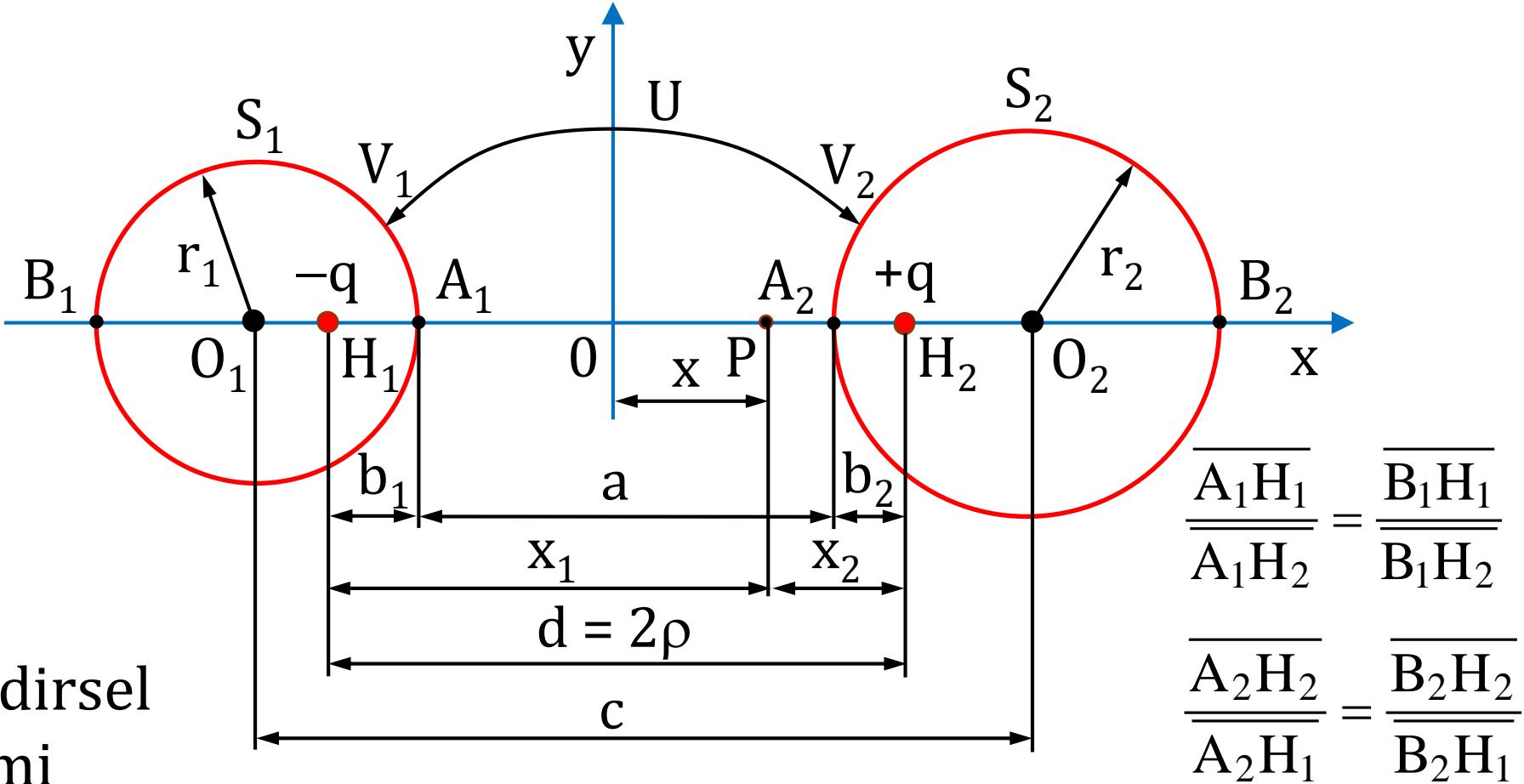
$$r_1 = 10 \text{ cm}$$

$$r_2 = 22 \text{ cm}$$

$$a = 8 \text{ cm}$$

$$U = 100 \text{ kV}$$

Kaçık eksenli  
karşılıklı silindirsel  
elektrot sistemi



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

$$\frac{b_1}{8+b_2} = \frac{20-b_1}{28+b_2} \quad \rightarrow \quad 18b_1 + b_1b_2 - 10b_2 - 80 = 0$$

$$\frac{22}{8+b_1} = \frac{44-b_2}{52+b_1} \quad \rightarrow \quad -22b_1 + b_1b_2 + 30b_2 - 176 = 0$$

Bu iki eşitlikten  $b_1$  ve  $b_2$  örneğin Newton-Raphson Yöntemi ya da ortak çözüm yol ile

$$b_1 \approx 6,247 \text{ cm}$$

$$b_2 \approx 8,647 \text{ cm}$$

bulunur.

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Not: Bu iki eşitlikten  $b_1$  ve  $b_2$  nin bulunması örneği:

$$\begin{array}{r} 18b_1 + b_1b_2 - 10b_2 - 80 = 0 \\ -22b_1 + b_1b_2 + 30b_2 - 176 = 0 \\ \hline 40b_1 - 40b_2 + 96 = 0 \end{array} \quad \rightarrow b_1 = b_2 - 2,4$$

$b_1$  1. denklemde yerine yazılırsa

$$b_2^2 + 5,6b_2 - 123,2 = 0$$

elde edilir. Bu denklemin çözümünden önce  $b_2 \approx 8,647$  cm, sonra da  $b_1 \approx 6,247$  cm bulunur.

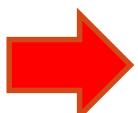
# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Maksimum elektrik alan şiddeti

$$E_{\max} = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]$$



$$\frac{q}{2\pi\epsilon} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]}$$

$$E_{\max} = \frac{U}{\ln \left[ \left( \frac{a + b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a + b_2}{b_1} \right) \right]} \cdot \frac{2\rho}{2\rho b_1 - b_1^2}$$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Burada  $d = 2\rho = b_1 + a + b_2 = 6,247 + 8 + 8,647 = 22,894 \rightarrow \rho = 11,447\text{cm}$

Maksimum elektrik alan şiddeti:

$$E_{\max} = \frac{100\text{kV}}{\ln \left[ \left( \frac{8+6,247}{8,647} \right) \left( \frac{8+8,647}{6,247} \right) \right]} \cdot \frac{2 \cdot 11,447}{2 \cdot 11,447 \cdot 6,247 - 6,247^2} = 14,88\text{kV/cm}$$

Eşdeğer açıklık:

$$\alpha = \frac{U}{E_{\max}} = \frac{100\text{kV}}{14,88\text{kV/cm}} = 6,72\text{cm}$$

Faydalananma faktörü:  $\eta = \frac{\alpha}{a} = \frac{6,72\text{cm}}{8\text{cm}} = 0,84 (\%84)$

# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## KAÇIK EKSENLİ SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

Kapasite,

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}, \varepsilon_r \approx 1 \text{ (hava)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r = 8,854 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \text{ F/m} = 8,854 \text{ pF/m}$$

alarak

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln \left[ \left( \frac{a+b_1}{b_2} \right) \left( \frac{a+b_2}{b_1} \right) \right]} = \frac{2\pi \cdot 8,854 \text{ pF/m}}{\ln \left[ \left( \frac{8+6,247}{8,647} \right) \left( \frac{8+8,647}{6,247} \right) \right]} = 37,6 \text{ pF/m}$$

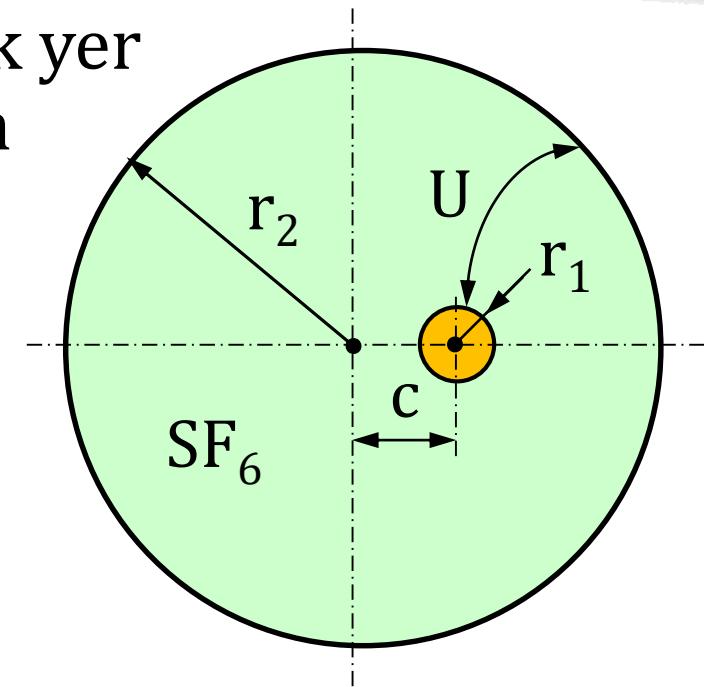
# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## ÇALIŞMA SORUSU

### Çalışma Sorusu:

200 m uzunluğunda, 125 mm dış yarıçapa sahip bir gaz yalıtımlı kabloda (GIL, Gas Insulated Line), kesiti  $1000 \text{ mm}^2$  olan bir iletken, eksenden 50 mm kaçık olarak yer almaktadır. Kablonun elektriksel eksenlerinin yerlerini ve aralarındaki uzaklığını bulunuz.

Kabloya 250 kV uygulanması durumunda (dış iletken topraklı) elektriksel yükünü, kapasitesini, maksimum alan şiddetini, eşdeğer açıklığını ve faydalananma faktörünü hesaplayınız ( $\epsilon_{r\text{SF}_6} \approx 1$ ,  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ ).



# SİLİNDİRSEL ELEKTROT SİSTEMLERİ

## ÇALIŞMA SORUSU

Çalışma sorusunun yanıtları:

$$b_1 = 16,59 \text{ mm}, b_2 = 179,61 \text{ mm}$$

$$d = 253,36 \text{ mm}, \rho = 126,58 \text{ mm}$$

$$1 \text{ m için } q = 7,865 \cdot 10^{-6} \text{ C/m}, 200 \text{ m için } Q = 1,573 \cdot 10^{-3} \text{ C}$$

$$1 \text{ m için } C = 3,146 \cdot 10^{-11} \text{ F/m}, 200 \text{ m için } C = 6,292 \cdot 10^{-9} \text{ F}$$

$$E_{\max} = 91,197 \text{ kV/cm}$$

$$\alpha = 27,41 \text{ mm}$$

$$\eta = 0,48$$