YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ

Prof. Dr. Özcan KALENDERLİ

Statik Elektrik Alanı

TEMEL KAVRAMLAR

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ – 2022 BAHAR YARIYILI

Dersi veren öğretim üyesi:

Prof. Dr. Özcan Kalenderli

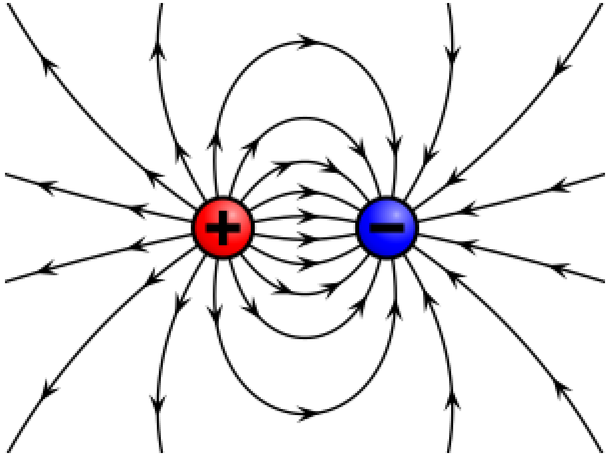
2021-2022 Bahar Yarıyılı

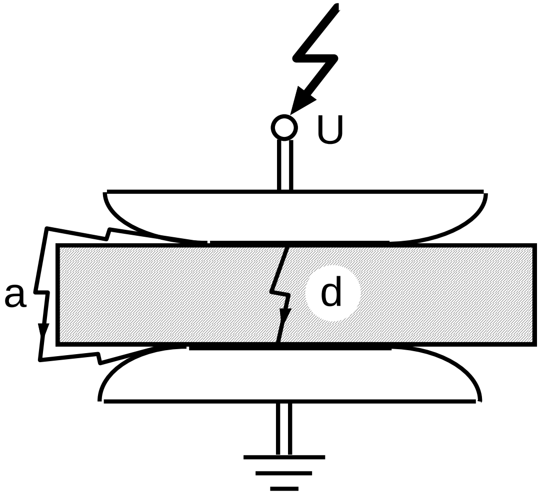
CRN 22843	ELK 312	Yüksek Gerilim Tekniği	Özcan Kalenderli	Perşembe 08:30/11:30	Öğr. Sayısı 45

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

BÖLÜM 1

STATİK ELEKTRİK ALANI VE TEMEL ELEKTROT SİSTEMLERİ





YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Giriş

Yüksek gerilim tekniği, yüksek gerilimlerin

- Doğal oluşumu,
- Üretilmesi,
- Ölçülmesi ve
- Uygulanması, kullanılması

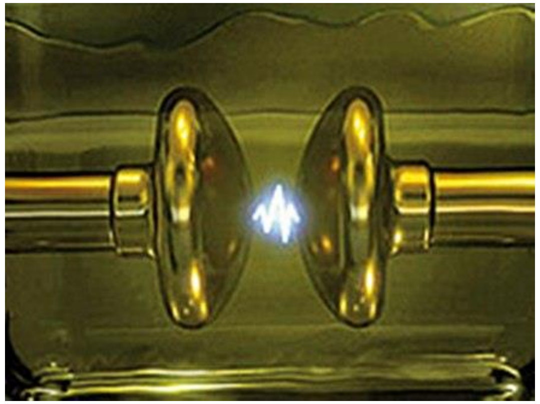
sırasında ortaya çıkan

- Fiziksel olaylarla ve
- Teknik problemlerle uğraşır.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

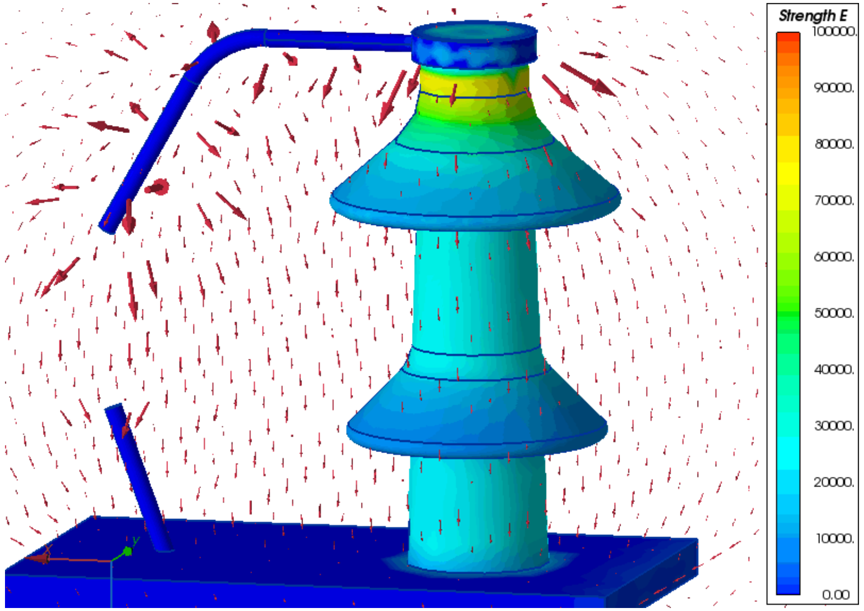
Yüksek gerilim tekniği, elektriksel yalıtım (izolasyon) tekniğidir.

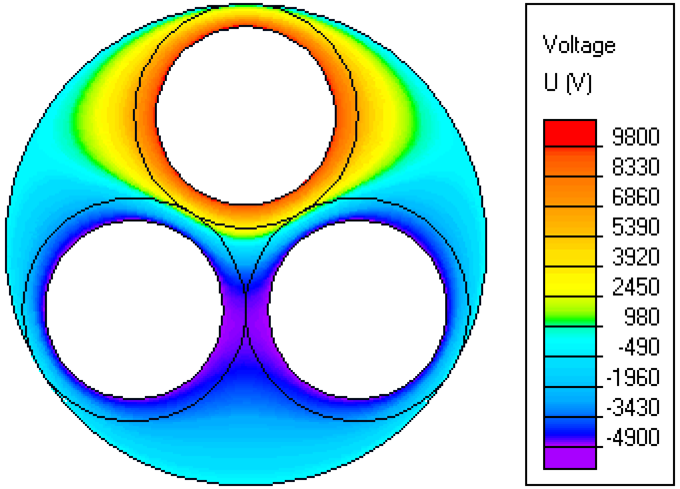


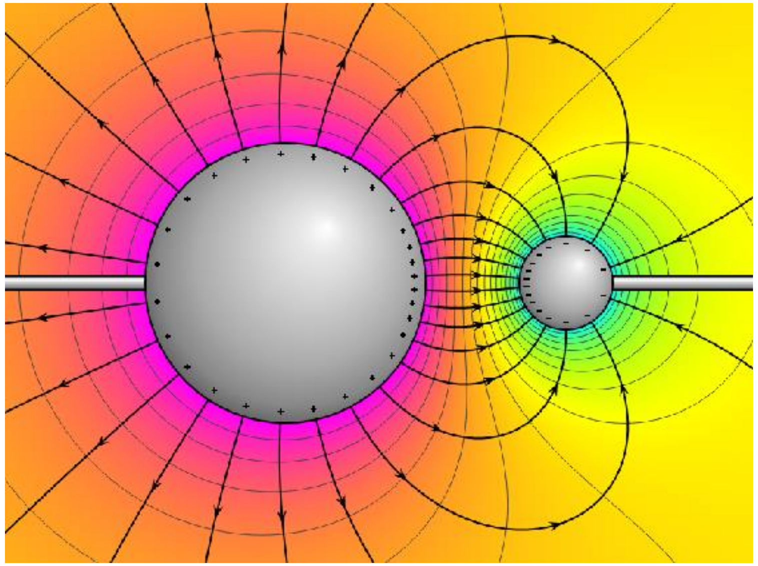



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Yüksek gerilim tekniği, yalıtım açısından elektriksel potansiyelin; dolayısıyla gerilimin; dolayısıyla gerilimin yarattığı elektrik alan şiddetinin (elektriksel zorlanmanın, stresin) yüksek olduğu koşulları inceler ve irdeler.

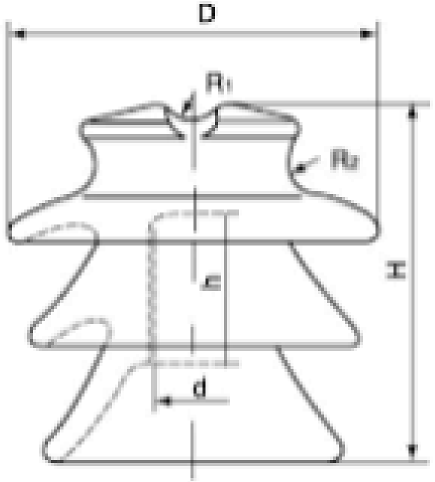






YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Çalışılan koşullara uygun; elektriksel alana (zorlanmaya) uygun yapısı (malzemesi), boyutu, biçimi olan aygıtların tasarımı, üretimi ve kullanımı; üretilecek elemanların ve oluşturulacak sistemlerin güvenliği ve güvenilirliği bakımından önemlidir ve yüksek gerilim tekniğinin konusudur. Statik elektrik alan hesabının önemi buradan gelmektedir.

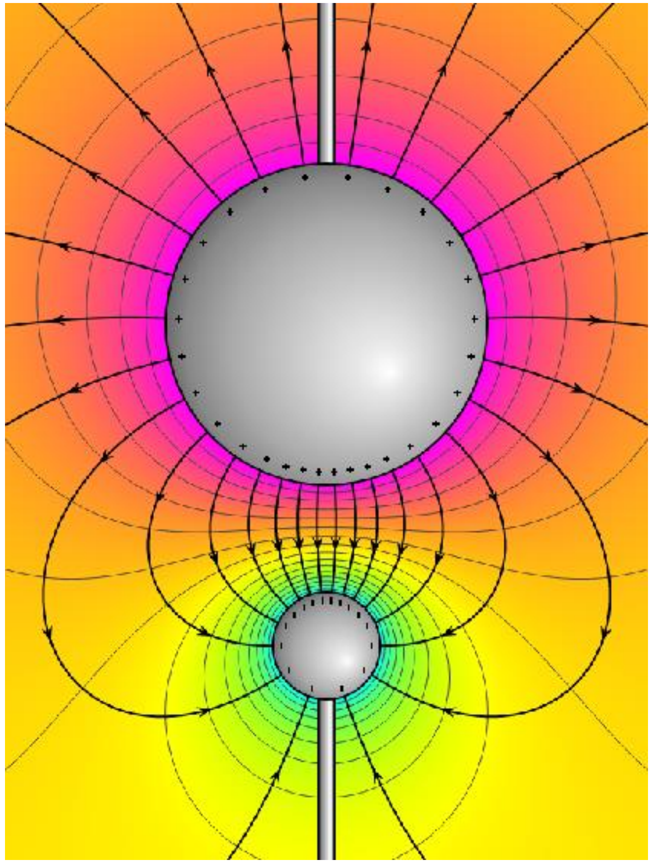


YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Statik elektrik alan hesabı

- Elektriksel potansiyel hesabı,
- Elektriksel potansiyel dağılımı hesabı
- Elektrik alan şiddeti hesabı,
- Elektrik alan (şiddeti) dağılımı hesabı
- Elektriksel kapasite hesabı ve
- Elektriksel boşalma koşullarını inceleme

olanaklarını verir, bilgilerini sağlar.



YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Yüksek gerilim tekniği bakımından statik elektrik alan konusunu açıklamadan önce, bazı temel kavramlar anımsatılacaktır.

Öncelikle, **skaler (sayıl)** ve **vektörel büyüklük** tanımları verilecektir.

Bir sayı ile tanımlanabilen ve değeri bir koordinat sistemine bağlı olmayan fiziksel büyüklüklere **skaler büyüklük** denir.

(potansiyel, sıcaklık, basınç, nem, yoğunluk ... gibi).

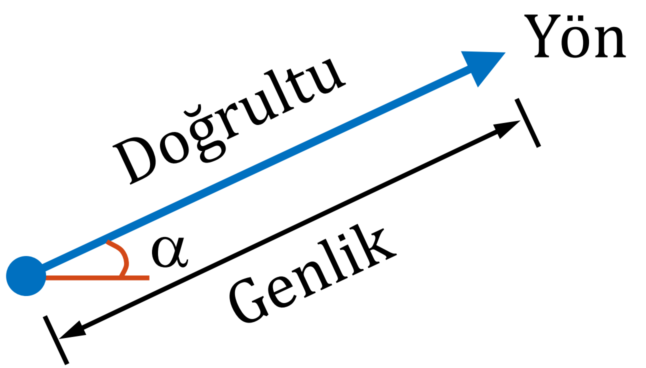
Skaler büyüklükler için bir doğrultu, bir yön belirtmek gerekmez. Sadece genlik değeri ile belirtilir. Yani,

Skaler büyüklükler vektörel olmayan büyüklüklerdir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Bazı fiziksel büyüklüklerin sadece sayı ile belirtilmesi tanımlanması için yeterli olmaz.

Bu büyüklüklerin büyüklüğünün (genliğinin), doğrultusunun ve yönünün de belirtilmesi gerekir. Bu tür büyüklüklere de **vektörel büyüklük**ler denir (elektrik ve manyetik alan şiddeti, hız, kuvvet, ivme, ... gibi).



Vektörel Büyüklük (Vektör)

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Alan sözcüğü, fiziksel bir büyüklüğün belirli bir bölgede sürekli dağılmış olmasını belirtir.

Söz konusu büyüklük:

Eğer skaler bir büyüklük ise incelenen alan **skaler alan**;

Eğer vektörse incelenen alan **vektörel alan** oluşturur.

Örneğin potansiyel dağılımı, sıcaklık, basınç, nem dağılımı, skaler alan; elektrik alan dağılımı, manyetik alan dağılımı ve kuvvet dağılımı vektörel alan örnekleridir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Zamanla değişmeyen, zamandan bağımsız alanlara **statik (durgun, durağan) alan**; zamanla değişen alanlara da **dinamik alan** adı verilir.

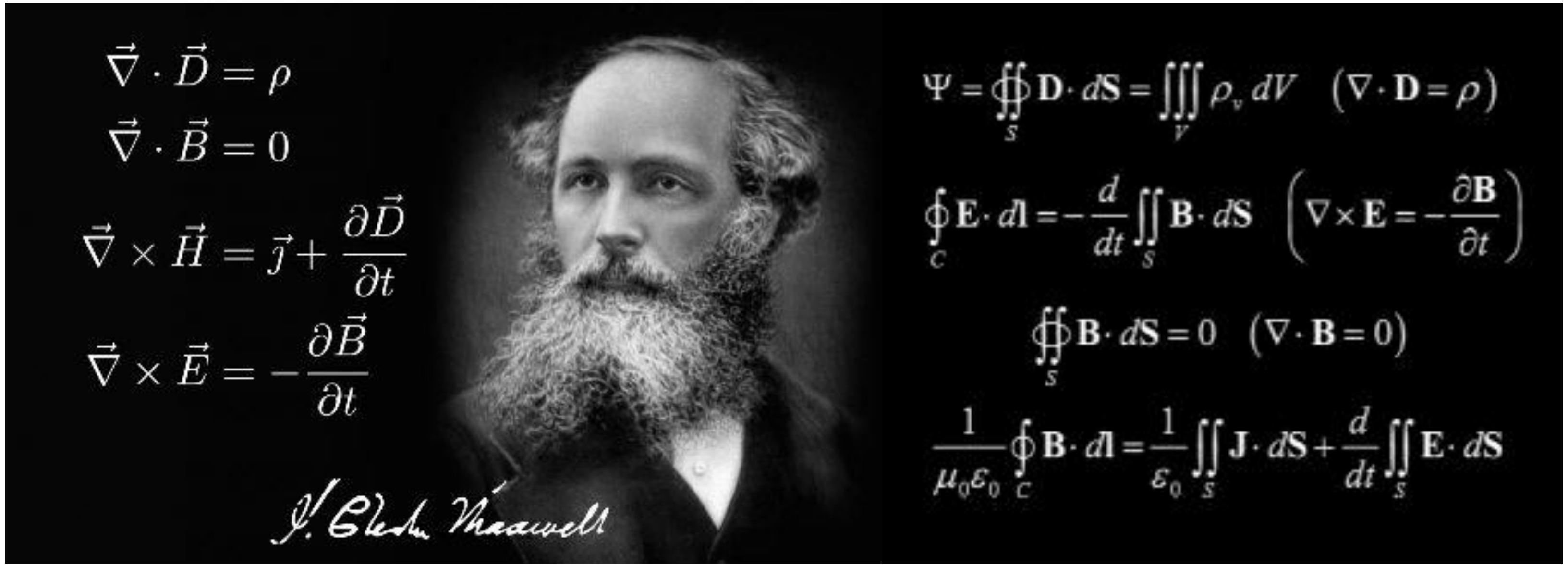
Hiçbir fiziksel büyüklüğün zamanla tamamen sabit kalmayacağı bilindiğine göre statik alanları çok küçük zaman aralıklarında zamandan bağımsız olduklarını düşünmek gerekir.

Eğer zamanla değişmeler büyük fakat yavaş ise bu tür alanlara da **kuasistatik alan (yarı-statik alan** veya **yarı dinamik alan)** adı verilir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Maxwell Denklemleri

Bir elektriksel alan probleminin matematiksel tanımı Maxwell denklemlerinden yararlanılarak yapılabilir. Maxwell denklemleri, diferansiyel veya integral denklemleri biçiminde yazılabilir.



James Clerk **Maxwell**
(1831-1879)
İskoçyalı
Fizikçi ve Matematikçi

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Maxwell denklemlerinin diferansiyel biçimde yazılışı:

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \qquad (1)$$

Birim vektörler

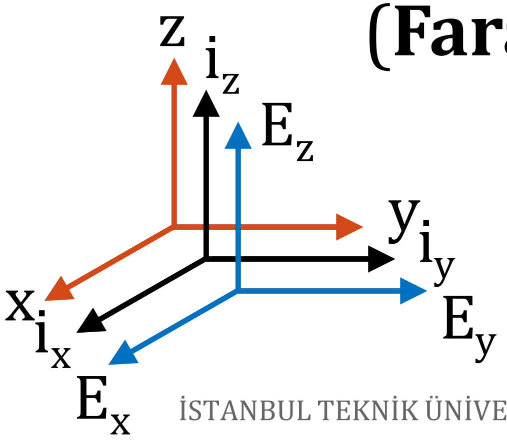
Nabla

Vektörel Çarpım

Rotasyonel

Elektrik alan bileşenleri

(Faraday yasası)

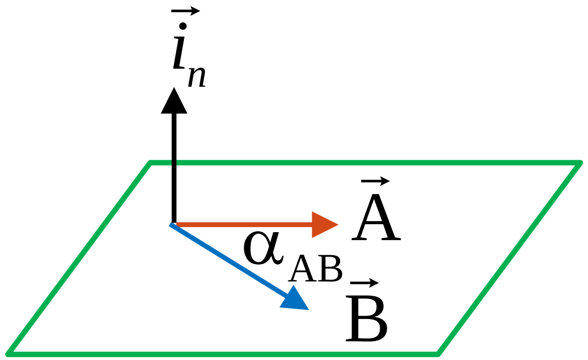


Michael **Faraday** (1791-1867)
İngiliz Fizikçi ve Kimyacı

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

$$\nabla \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i}_x & \vec{i}_y & \vec{i}_z \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = rot\,\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \qquad (2)$$

(Amper yasası)



$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{i}_n \cdot |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin \alpha_{AB}$$

Vektörel Çarpım

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha_{AB}$$

Skaler Çarpım

Andre Marie **Ampere** (1775-1836)
Fransız Fizikçi ve Matematikçi

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = div\,\vec{D} = \rho} \qquad (3)$$

Diverjans

Skaler Çarpım

(Elektriksel Gauss yasası)

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{B} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = div\,\vec{B} = 0} \qquad (4)$$

(Manyetik Gauss yasası)

Carl Friedrich **Gauss** (1777-1855)
Alman Matematikçi ve Fizikçi

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Maxwell denklemlerinin integral biçiminde yazılışı:

$$\oint_C E \cdot dl = -\int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$$ (Faraday yasası)

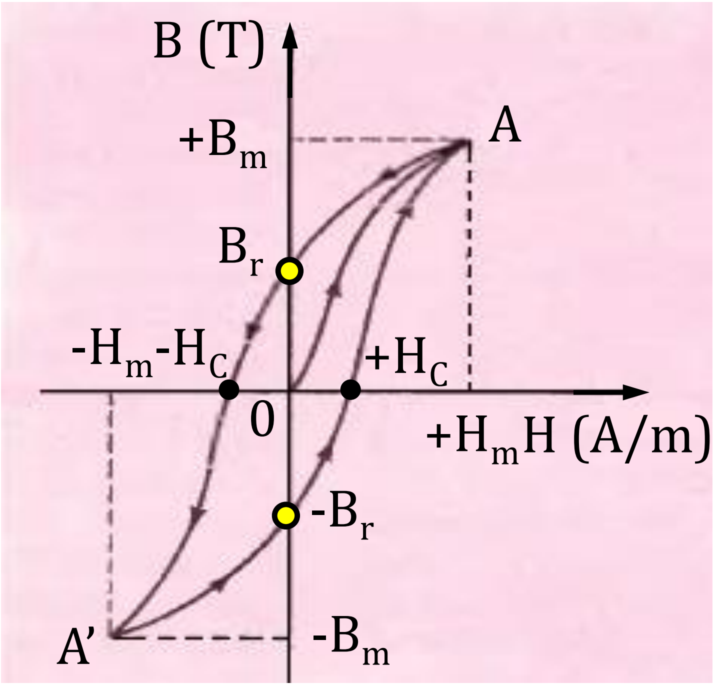
$$\oint_C H \cdot dl = \int_S (J + \frac{\partial D}{\partial t}) \cdot dS$$ (Amper yasası)

$$\int_S D \cdot dS = \int_V \rho \cdot dV$$ (Elektriksel Gauss yasası)

$$\int_S B \cdot dS = 0$$ (Manyetik Gauss yasası)

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Maxwell denklemleri yapısal bağıntılarla tamamlanır. **Yapısal bağıntılar**, problemlere ve çözümlerine ortamın malzeme özelliklerini katan bağıntılardır:



$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}}$$

ε: Dielektrik katsayısı (permitivity) [F/m]

$$\boxed{\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r}$$

μ: Manyetik geçirgenlik (permeability) [H/m]

$$\boxed{\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} + \vec{J}_F}$$

σ: Öziletkenlik (conductivity), σ = 1/ρ [S/m]

ρ: Özdirenç (resistivity), ρ = 1/σ [ohm.m]

ε, μ, σ, ρ

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Bu bağıntılardaki büyüklükler:

E: Elektrik alan şiddeti (V/m)

H: Manyetik alan şiddeti (A/m)

D: Elektriksel akı yoğunluğu (C/m^2)

B: Manyetik akı yoğunluğu (manyetik endüksiyon) (Wb/m^2 = Tesla veya Gauss)

t: Zaman (s)

ρ: Elektriksel yük yoğunluğu (C/m^3)

J: Akım yoğunluğu (A/m^2)

$\mathbf{J_F}$: Dış akım yoğunluğu (A/m^2)

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

∇: Nabla işleci (operatörü), gradyan ($\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{i}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{i}_z$)

ε: Dielektrik katsayısı (permitivite) (F/m) ($\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$)

ε_0 = 8,854.10^{-12} F/m (boşluğun dielektrik sabiti)

ε_r: Bağıl dielektrik katsayısı ($\varepsilon_r = \varepsilon/\varepsilon_0$) (Birimsiz)

μ: Manyetik geçirgenlik (permeabilite) (H/m) ($\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$)

μ_0 = 4π 10^{-7} H/m (boşluğun manyetik geçirgenliği)

μ_r: Bağıl manyetik geçirgenlik ($\mu_r = \mu/\mu_0$) (Birimsiz)

σ: Elektriksel iletkenlik (S/m veya 1/ohm.m)

B_r: Remenans (kalıcı) endüksiyon (Wb/m^2)

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Statik Elektrik Alan

Kaynağı duran elektrik yükleri olan, zamanla değişmeyen, akımın ve manyetik alanların olmadığı veya göz ardı edildiği alanlara **statik elektrik alanı** veya **elektrostatik alan** denir.

Statik elektrik alan problemlerinde ohmik ve endüktif etkiler ihmal edilir sadece kapasitif etkiler göz önüne alınır.

Not: Kaynağı sabit hızla hareket eden elektrik yükleri (doğru akım) olan alanlara da statik manyetik alan denir.

50 Hz frekanslı elektrik alanları, yarı-statik elektrik alanları olmakla birlikte, uygulamada statik elektrik alanı yaklaşımı ile incelenirler.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Statik elektrik alanın temel denklemleri:

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = rot\ \vec{E} = 0}$$ Faraday Yasası (Manyetik etki ihmal, zamanla değişim yok, - dB/dt = 0) (5)

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{D} = div\ \vec{D} = \rho}$$ Elektriksel Gauss Yasası (6)

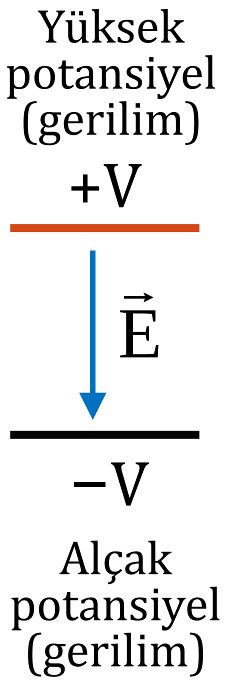
$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$ Bünye denklemi (Yapısal denklem, Malzeme denklemi) (7)

olur. (5) eşitliğinden elektrik alan şiddeti

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V = -\ \text{grad}\ V} \tag{8}$$

olarak yazılır.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

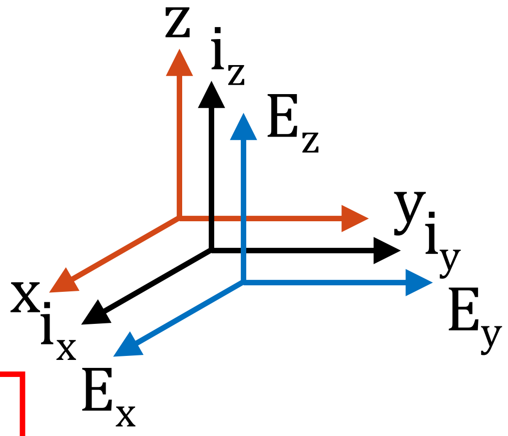


$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V = -\,\mathrm{grad}\ V}$$

bağıntısı, statik elektrik alanının rotasyonelsiz alan olduğunu, skaler bir büyüklükten (V potansiyelinden) türediğini ve vektör (alan) yönünün yüksek potansiyelden alçak (düşük) potansiyele doğru olduğunu gösterir.

Burada, nabla ile gösterilen gradyan diferansiyel işlemi

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{i}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{i}_z = \mathrm{gradyan}$$



olduğundan, elektrik alan şiddeti

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}_x - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{i}_y - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{i}_z = E_x\vec{i}_x + E_y\vec{i}_y + E_z\vec{i}_z}$$

olur.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

(6) ile (7) eşitliklerinden homojen olmayan ortamlar için

$$\text{div}\,\vec{D} = \nabla \cdot \vec{D} = \nabla \cdot (\varepsilon\,\vec{E}) = \nabla \cdot [\varepsilon(-\nabla V)] = \rho$$

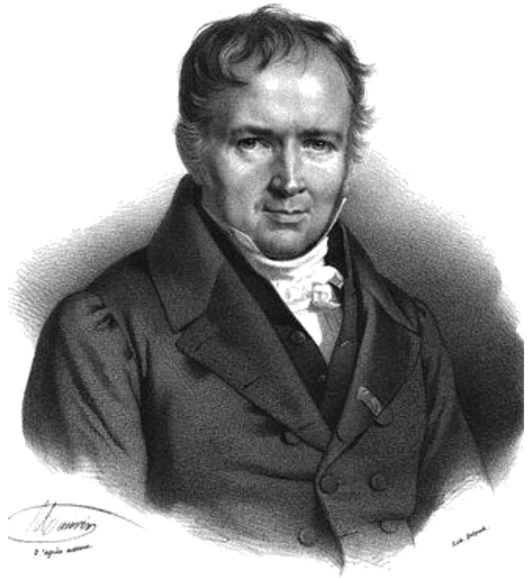
$$\boxed{\nabla \cdot (\varepsilon \nabla V) = -\rho} \qquad (9)$$

yazılır. Homojen ortamlar için bu son denklem

$$\boxed{\Delta V = -\rho/\varepsilon} \qquad (10)$$

olur. Bu denkleme elektriksel **Poisson denklemi** denir:

$$\boxed{\Delta V = \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon}}$$



Simeon Denis **Poisson**
(1781-1840)
Fransız Matematikçi
ve Fizikçi

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Bir ortamda yük yoğunluğu, $\rho = 0$ ise Poisson denklemi, Laplace denklemine dönüşür. Açık biçimde, **Laplace denklemi**:

$$\boxed{\Delta V = \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial z^2} = 0}$$

veya kapalı biçimde yazılmış **Laplace denklemi**:

$$\boxed{\Delta V = 0}$$

olur. Laplace denklemi, ikinci mertebe, eliptik türden, homojen bir kısmi diferansiyel denklemdir. Bu denklem çözülerek potansiyel ($V = V(x, y, z)$) hesaplanır. Bu da, potansiyel dağılımı, elektrik alan şiddeti, kapasite, ... gibi diğer büyüklüklerin hesaplanabilmesini sağlar.

Pierre Simon **Laplace**
(1749-1827)
Fransız Matematikçi

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Statik elektrik alan problemlerinde yüzeysel yüklerin var olmadığı iki farklı ortamın arakesitinde

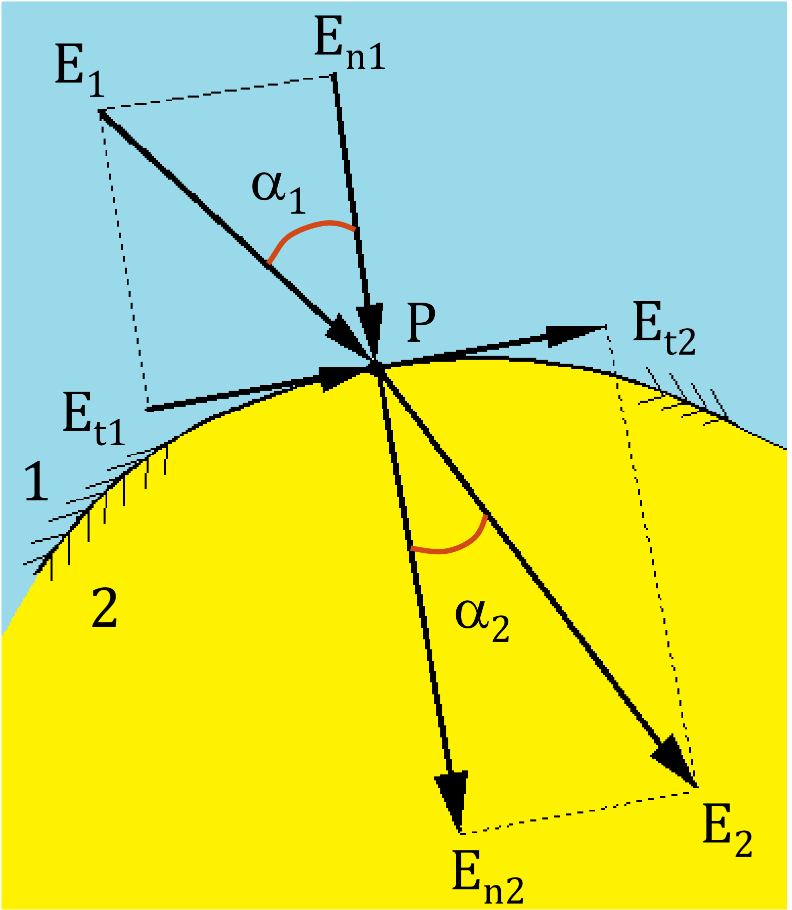
$$\boxed{\vec{E}_{t1} = \vec{E}_{t2}}$$

$$\boxed{\vec{D}_{n1} = \vec{D}_{n2}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon_1 \vec{E}_{n1} = \varepsilon_2 \vec{E}_{n2}} \qquad (11)$$

bağıntıları geçerlidir. Bu bağıntılarda

- E_t elektriksel alan şiddetinin teğetsel bileşenini,
- E_n de normal (dik) bileşenini

göstermektedir.

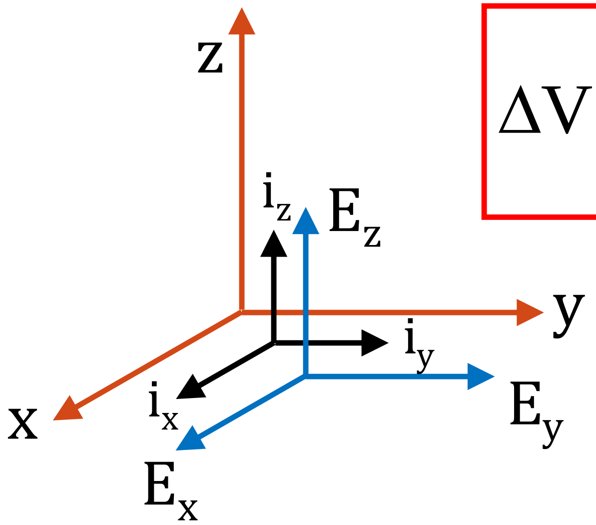


YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Laplace denkleminin farklı koordinat sistemlerinde yazılımı

1) **Kartezyen koordinatlarda Laplace denklemi**

Kartezyen koordinatlar (x, y, z) ile gösterilirse üç boyutlu (**3D**) durumda Laplace denklemi



$$\boxed{\Delta V = \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V(x,y,z)}{\partial z^2} = 0}$$

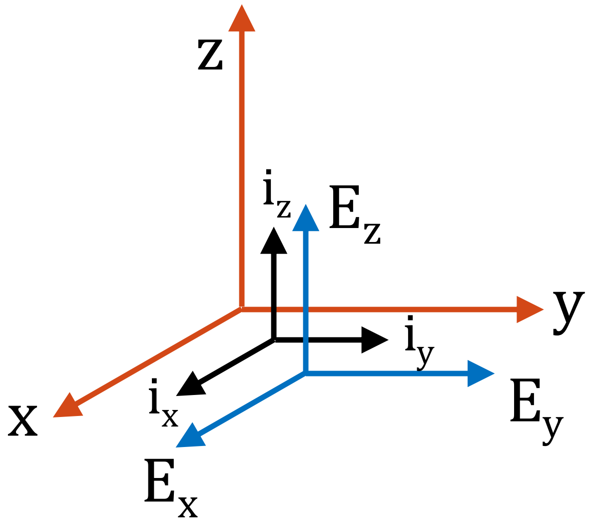
olur. Bu denklemin çözümü V = V(x, y, z) potansiyel bağıntısını verir.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Laplace denkleminin farklı koordinat sistemlerinde yazılımı

1) **Kartezyen koordinatlarda Laplace denklemi**

Benzer şekilde, iki boyutlu (**2D**) durumda Laplace denklemi

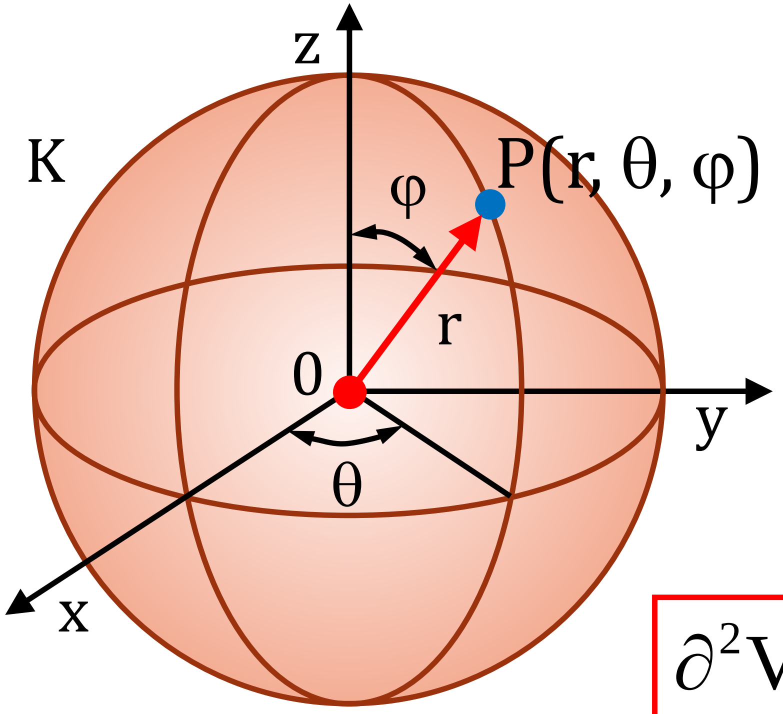


$$\boxed{\Delta V = \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial y^2} = 0} \xrightarrow{\text{Çözüm}} V = V(x,y)$$

Bir boyutlu (**1D**) durumda Laplace denklemi

$$\boxed{\Delta V = \frac{d^2 V(x)}{dx^2} = 0} \xrightarrow{\text{Çözüm}} V = V(x) \xrightarrow{\text{Türev}} E = -\frac{dV(x)}{dx}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI



2) Küresel koordinatlarda Laplace denklemi

Küresel koordinatlar (r, θ, φ) ile gösterilirse

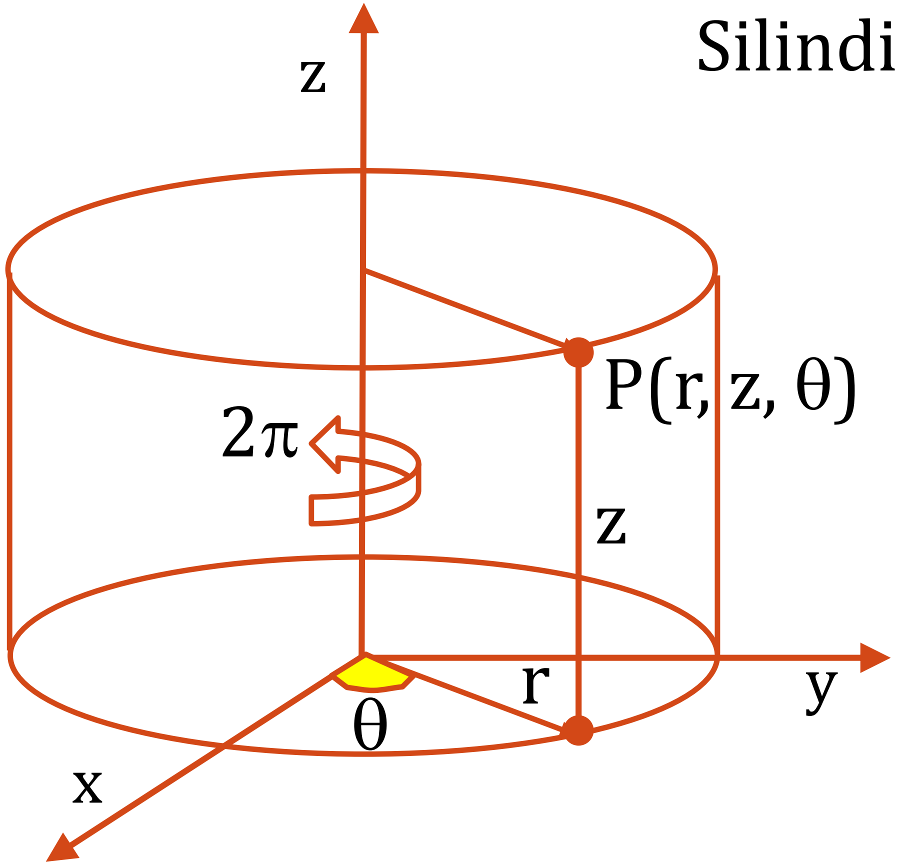
$$x = r \sin\varphi \cos\theta$$
$$y = r \sin\varphi \sin\theta$$
$$z = r \cos\varphi$$

olur. Küresel koordinatlarda üç boyutlu **(3D)** potansiyel $V = V(r, \theta, \varphi)$ için **Laplace denklemi**:

$$\boxed{\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \sin^2\varphi}\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\cos\varphi}{r^2 \sin\varphi}\frac{\partial V}{\partial \varphi} = 0}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

3) **Dairesel-silindirsel koordinatlarda Laplace denklemi**



Silindirsel koordinatlar (r, θ, z) ile gösterilirse

$x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$

$z = z$

olur. Silindirsel koordinatlarda üç boyutlu potansiyel $V = V(r, \theta, z)$ için **Laplace denklemi**:

$$\boxed{\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0}$$

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Örneğin,

Küresel koordinatlarda bir boyutlu (**1D**) Laplace denklemi

$$\boxed{\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dV}{dr} = 0} \xrightarrow{\text{Çözüm}} V = V(r)$$

Silindirsel koordinatlarda bir boyutlu (**1D**) Laplace denklemi

$$\boxed{\frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dV}{dr} = 0} \xrightarrow{\text{Çözüm}} V = V(r)$$

olur.

YÜKSEK GERİLİM TEKNİĞİ
STATİK ELEKTRİK ALANI

Bu haftalık bu kadar!

Haftaya

Temel Elektrot Sistemleri: Düzlemsel Elektrot Sistemi

konusunu işleyeceğiz.

Sağlıkla kalın.