Düzbucaqlılar düsturu.

Əvvəlcə fərz edək ki, $n=1\,(k=0)$. Bu halda:

$$L_0(x)=f\left(\frac{c+d}{2}\right).$$

Onda

$$\int_c^d f(x)dx=f\left(\frac{c+d}{2}\right)(d-c)+R_1. \qquad (2)$$

Məlumdur ki, $\int_c^d f(x)dx$ əyrixətli trapesin sahəsinə bərabərdir. (1) düsturundan alırıq ki,

$$\int_c^d f(x)dx\approx f\left(\frac{c+d}{2}\right)(d-c).$$

Bu onu göstərir ki, əyrixətli trapesin sahəsi əvəzinə oturacağı $d-c$, hündürlüyü isə $f\left(\frac{c+d}{2}\right)$ olan düzbucaqlının sahəsi götürülür. Buna görə də (1) düsturuna düzbucaqlılar düsturu deyirlər. Bu düsturun qalıq həddini hesablayaq.

Fərz edək ki, $f(x)$ funksiyası $[c,d]$ parçasında iki dəfə diferensiallanandır. Onda Teylor düsturuna əsasən

$$f(x)=f\left(\frac{c+d}{2}\right)+f'\left(\frac{c+d}{2}\right)\left(x-\frac{c+d}{2}\right)+f''(\xi)\frac{\left(x-\frac{c+d}{2}\right)^2}{2}, \ (\xi\in[c,d]).$$

Buradan

$$\int_c^d f(x)dx=f\left(\frac{c+d}{2}\right)(d-c)+R_1, \qquad R_1=\frac{1}{2}\int_c^d f''(\xi)\left(x-\frac{c+d}{2}\right)^2dx.$$

Qalıq həddini hesablamaq üçün orta qiymət haqqındakı teoremdən istifadə edək:

$$R_1=\frac{\mu}{2}\int_c^d\left(x-\frac{c+d}{2}\right)^2dx=\frac{(d-c)^3}{24}\mu, \qquad \mu\in\left[\inf_x f''(x),\sup_x f''(x)\right].$$

Onda

$$R_1 = \frac{(d-c)^3}{24} f''(\eta), \quad \eta \in [c,d].$$

$d-c$ kiçik ədəd olmadıqda (1) düsturundan istifadə etmək əlverişli olmur. Buna görə də, adətən, $[c,d]$ parçasını m bərabər hissəyə bölüb, hər kiçik parça üçün bu düsturu tətbiq edirlər. Bu halda

$$\int_a^b f(x)dx = h\left[f\left(c+\frac{h}{2}\right)+f\left(c+\frac{3h}{2}\right)+\ldots+f\left(c+\frac{2m-1}{2}h\right)\right]+\frac{h^3}{24}f''(\eta)$$

olduğunu alırıq. Burada $h = \frac{d-c}{m}$, $\eta \in [c,d]$.