

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HÀ NỘI

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP THÀNH PHỐ
NĂM HỌC 2023 – 2024

ĐỀ CHÍNH THỨC

Môn: **TIN HỌC**
Ngày thi: 21 tháng 01 năm 2024
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề thi gồm 03 trang)

TỔNG QUAN ĐỀ THI

| STT | Tên bài | Tên tệp chương trình | Tên tệp dữ liệu vào | Tên tệp kết quả ra | Điểm |
|-----|-----------|----------------------|---------------------|--------------------|------|
| 1 | Hóa học | HOAHOC.* | HOAHOC.INP | HOAHOC.OUT | 5 |
| 2 | Ước chung | UOCCHUNG.* | UOCCHUNG.INP | UOCCHUNG.OUT | 5 |
| 3 | Trò chơi | TROCHOI.* | TROCHOI.INP | TROCHOI.OUT | 4 |
| 4 | Robot | ROBOT.* | ROBOT.INP | ROBOT.OUT | 3 |
| 5 | Đoạn tốt | DOANTOT.* | DOANTOT.INP | DOANTOT.OUT | 3 |

*Chú ý: Dấu * được thay thế bởi PAS, CPP, PY của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal, C/C++ hoặc Python.*

Bài I (5,0 điểm)

Hóa học

Bài I (5,0 điểm)**Hóa học**

Cho phương trình hóa học sau: $3\text{Fe} + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{Fe}_3\text{O}_4$.

Cho biết số mol của Fe là A, số mol của O_2 là B.

Yêu cầu: Hãy lập trình đưa ra phần nguyên số mol của chất sản phẩm Fe_3O_4 .

Dữ liệu vào từ tệp văn bản HOAHOC.INP:

- Một dòng duy nhất chứa hai số tự nhiên A ($A \leq 10^{18}$) và B ($B \leq 10^{18}$).

Kết quả ghi ra tệp văn bản HOAHOC.OUT:

- Một số tự nhiên duy nhất là kết quả của bài toán.

Ví dụ:

| HOAHOC . INP | HOAHOC . OUT |
|--------------|--------------|
| 10 10 | 3 |

Bài II (5,0 điểm)**Ước chung**

Cho trước hai số nguyên dương A và B.

Yêu cầu: Hãy lập trình đưa ra ước chung lớn thứ hai của A và B.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản UOCCHUNG.INP:

- Một dòng duy nhất chứa hai số tự nhiên A và B ($A \leq 10^{12}$, $B \leq 10^{12}$).

Kết quả ghi ra tệp văn bản UOCCHUNG.OUT:

- Một số nguyên dương duy nhất là kết quả của bài toán.

Ràng buộc:

- Có 80% số test tương ứng 80% số điểm có $A \leq 1000$, $B \leq 1000$.

- 20% số test còn lại tương ứng 20% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

| UOCCHUNG . INP | UOCCHUNG . OUT |
|----------------|----------------|
| 30 40 | 5 |

Bài III (4,0 điểm)

Trò chơi

Bạn có một nhân vật cần được tăng chỉ số sức mạnh. Nhân vật của bạn có N kĩ năng được đánh thứ tự từ 1 đến N . Kĩ năng thứ i ($1 \leq i \leq N$) có hai loại chỉ số tăng tiến là s_i và e_i . Trong lần đầu tiên tăng cấp kĩ năng thứ i , nhân vật của bạn nhận được $(s_i + e_i)$ chỉ số sức mạnh. Trong các lần tiếp theo tăng cấp kĩ năng thứ i , nhân vật của bạn chỉ nhận được thêm e_i chỉ số sức mạnh. Bạn có thể tăng cấp một kĩ năng bất kì không giới hạn số lần. Trò chơi diễn ra trong M phút, mỗi phút nhân vật của bạn nhận được một lần tăng cấp kĩ năng.

Yêu cầu: Hãy tìm chỉ số sức mạnh lớn nhất mà nhân vật của bạn có thể đạt được sau M phút chơi.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản TROCHOI.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số hai số nguyên dương N và M ($1 \leq N \leq 10^5, 1 \leq M \leq 10^9$).
- Dòng thứ i trong N dòng tiếp theo chứa hai số nguyên dương s_i và e_i ($s_i \leq 10^9, e_i \leq 10^9$).

Kết quả ghi ra tệp văn bản TROCHOI.OUT:

- Một số nguyên dương duy nhất là chỉ số sức mạnh lớn nhất mà nhân vật của bạn có thể đạt được.

Ràng buộc:

- Có 40% số test tương ứng 40% số điểm có $M = 2$.
- 40% số test tương ứng 40% số điểm có $M \leq 100$.
- 20% số test còn lại tương ứng 20% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

| TROCHOI . INP | TROCHOI . OUT | Giải thích |
|--------------------------|---------------|---|
| 3 4 2 2 2 5 5 1 | 23 | Cách nâng cấp tối ưu nhất là: - Nâng cấp 3 lần kĩ năng 2. - Nâng cấp 1 lần kĩ năng 3. |

Bài IV (3,0 điểm)

Robot

Cho một bảng số nguyên dương A có N hàng, M cột và một số nguyên dương K. Số nằm ở hàng i, cột j có tọa độ là (i, j) và có giá trị là $A_{i,j}$. Một con robot đang đứng ở ô (1, 1) và cần di chuyển đến ô (M, N). Khi đứng ở ô (i, j), robot chỉ có thể di chuyển vào ba ô (i, j + 1), (i + 1, j) hoặc (i + 1, j + 1). Cho Q truy vấn, mỗi truy vấn gồm một số tự nhiên X ($X < K$). Với mỗi truy vấn, hãy cho biết đường đi của robot từ ô (1, 1) đến ô (M, N) có thể đi qua nhiều nhất bao nhiêu ô (i, j) thỏa mãn $A_{i,j} \bmod K = X$.

Yêu cầu: Hãy trả lời Q truy vấn của đề bài.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản ROBOT.INP:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên dương N, M, Q, K ($1 \leq N, M \leq 1000, 1 \leq Q \leq 10^5, 1 \leq K \leq 10^9$).
- Trong N dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa M số nguyên dương biểu diễn bảng A ($1 \leq A_{i,j} \leq 10^9$).
- Trong Q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số tự nhiên X thể hiện truy vấn tương ứng.

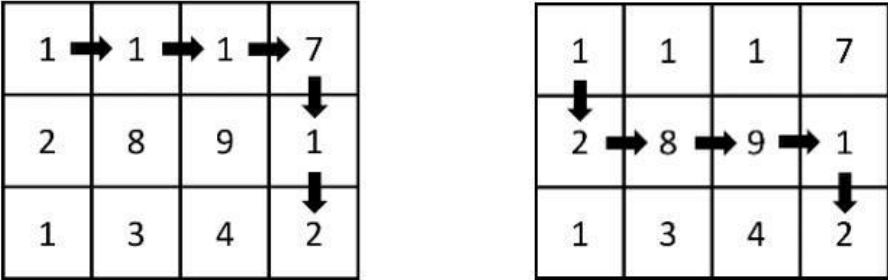
Kết quả ghi ra tệp văn bản ROBOT.OUT:

- Gồm Q dòng, mỗi dòng chứa một số tự nhiên là kết quả của truy vấn tương ứng.

Ràng buộc:

- Có 20% số test tương ứng 20% số điểm có $M = 1$.
- 20% số test tương ứng 20% số điểm có $M = 2, Q \leq 1000$.
- 30% số test tương ứng 30% số điểm có $M, N, K \leq 300$.
- 30% số test còn lại tương ứng 30% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

| ROBOT . INP | ROBOT . OUT | Giải thích |
|--|-------------|--|
| 3 4 2 6 1 1 1 7 2 8 9 1 1 3 4 2 1 2 | 5 3 | Ở lần lượt hai truy vấn, robot có thể đi như sau:  |

Bài V (3,0 điểm)

Đoạn tốt

Một đoạn thẳng trên trục số được biểu diễn bởi hai số L, R lần lượt là điểm đầu và điểm cuối của đoạn thẳng đó. Một tập hợp đẹp là tập hợp mà mỗi đoạn thẳng trong tập hợp đó có ít nhất 1 điểm chung với một đoạn khác trong tập. Tập hợp chỉ có 1 đoạn thẳng là tập hợp đẹp. Độ tốt của một tập hợp đẹp là số lượng đoạn thẳng trong tập hợp đó. Ví dụ:

- Tập hợp $\{(1, 2)\}$ là tập hợp đẹp có độ tốt là 1.
- Tập hợp $\{(1, 5), (4, 7), (5, 8)\}$ là tập hợp đẹp có độ tốt là 3.
- Tập hợp $\{(1, 4), (3, 5), (6, 8)\}$ không là tập hợp đẹp.

Có N đoạn thẳng được đánh số từ 1 đến N . Đoạn thẳng thứ i được biểu diễn bởi hai số nguyên L_i và R_i . Người ta thực hiện như sau: Thêm lần lượt các đoạn thẳng theo thứ tự từ 1 đến N , quy tắc như sau:

- Nếu đoạn (L_i, R_i) có điểm chung với một tập hợp đẹp đã có thì thêm (L_i, R_i) vào tập hợp đẹp đó.
- Nếu (L_i, R_i) không có điểm chung với tập hợp đẹp nào thì tạo một tập hợp mới có 1 đoạn thẳng là (L_i, R_i) .
- Nếu hai tập hợp đẹp giao nhau thì gộp hai tập hợp đó thành một tập hợp đẹp lớn.

Yêu cầu: Sau khi thêm đoạn thẳng thứ i , hãy tính tích độ tốt của các tập hợp đẹp lúc đó.

Dữ liệu vào từ tệp văn bản DOANTOT.INP:

- Dòng đầu tiên là số nguyên dương N ($1 \leq N \leq 10^5$).
- Trong N dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa hai số nguyên dương L_i, R_i ($L_i \leq R_i \leq 10^9$).

Kết quả ghi ra tệp văn bản DOANTOT.OUT:

- Gồm N dòng, dòng thứ i chứa một số nguyên dương là số tích độ tốt của các tập hợp đẹp sau khi thêm vào đoạn thẳng thứ i , chia dư cho $10^9 + 7$.

Ràng buộc:

- Có 30% số test tương ứng 30% số điểm có $L_i = R_i \forall 1 \leq i \leq N, N \leq 30$.
- 50% số test tương ứng 50% số điểm có $R_i \leq 1000 \forall 1 \leq i \leq N, N \leq \dots$.
- 20% số test còn lại tương ứng 20% số điểm không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

| DOANTOT . INP | DOANTOT . OUT | Giải thích |
|---------------|---------------|--|
| 6 | 1 | Sau khi thêm đoạn thẳng thứ: |
| 1 3 | 1 | 1 : Có 1 tập đẹp độ tốt 1. |
| 4 5 | 2 | 2 : Có 2 tập đẹp độ tốt 1. |
| 5 7 | 4 | 3 : Có 1 tập đẹp độ tốt 1, 1 tập đẹp độ tốt 2. |
| 3 4 | 4 | 4 : Có 2 tập đẹp độ tốt 2. |
| 8 10 | 8 | 5 : Có 2 tập đẹp độ tốt 2, 1 tập đẹp độ tốt 1. |
| 9 11 | | 6 : Có 3 tập đẹp độ tốt 2. |