Магнитное поле. Закон Био — Савара — Лапласа

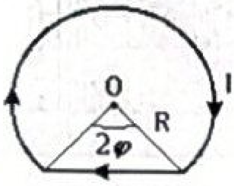
1. Найти магнитное поле прямого тока на расстоянии R от него а)бесконечного проводника с током; б) отрезка проводника

Ответ: $\mu\mu_o I/2\pi R$, $\mu\mu_o I(\cos\alpha_1-\cos\alpha_2)/4\pi R$

2.Найти магнитное поле кругового тока радиуса R а) в центре витка; б) на оси витка в точке, отстоящей от его центра на x.

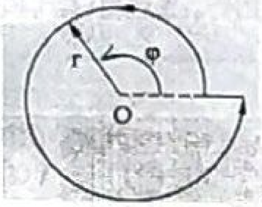
Ответ: $\mu\mu_o I/2R$, $\mu\mu_o IR^2/2(R^2+x^2)^{3/2}$

3. Ток I течет по проводнику (см. рисунок). Радиус изогнутой части проводника R, угол $2\varphi=90^o$. Найти магнитную индукцию в точке О.



Ответ: $\mu\mu_o I(\pi-\varphi+tg\varphi)/2\pi R$

4. Ток I течет по плоскому контуру, показанному на рисунке, где $r = r_0 (1 + \phi)$. Найти магнитную индукцию B в точке О.

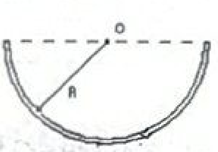


Ответ: $\mu\mu_o I*\ln(2\pi+1)/4\pi r_0$

5. Найти магнитную индукцию в центре контура, имеющего вид прямоугольника, если его диагональ l = 16 см, угол между диагоналями $\phi = 30°$ и ток I = 5,0 А.

Ответ: 0,1мТл

6. Ток I течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса R (рисунок). Найти индукцию магнитного поля в точке О.

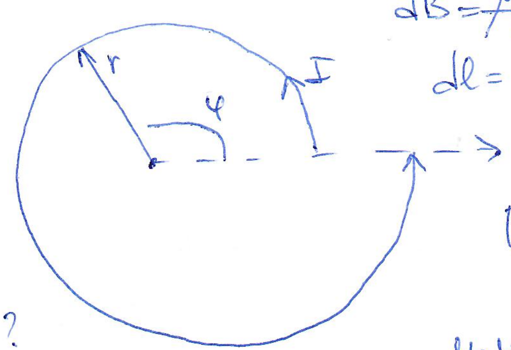


Ответ: $\mu\mu_o I/\pi^2 R$

7. Однослойная катушка (соленоид) имеет длину l и радиус сечения R. Число витков на единицу длины n. Найти индукцию магнитного поля в центре катушки при пропускании через нее тока I.

$B = \mu_0 nI/(1+4R^2/l^2)^{1/2}$

④ $r = r_0(1+\varphi)$



$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\,\frac{dl\,I}{r^2}$$

$dl = r\sin d\varphi \approx r\,d\varphi$

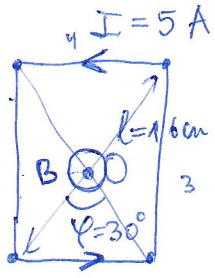
т.к. $\sin d\varphi \ll 1$

$$B = \int_0^{2\pi} dB = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{r\,d\varphi}{r^2} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d\varphi}{r_0(1+\varphi)} =$$

B – ?

$$= \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\int_0^{2\pi}\frac{d(\varphi+1)}{r_0(1+\varphi)} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi r_0}\ln(2\pi+1)$$

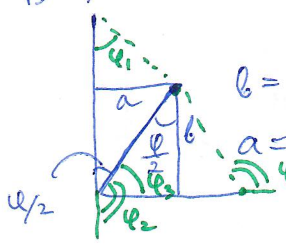
⑤ $I = 5$ A



$B = 2B_1 + 2B_2$, т.к. $B_1 = B_3$, $B_2 = B_4$

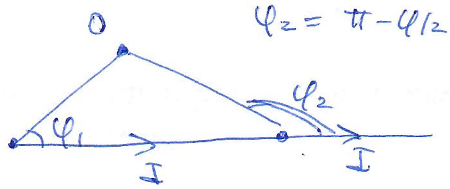
$$B_{куска} = \frac{\mu_0\mu I(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)}{4\pi r} \Rightarrow$$
проводника с током

B – ?



$b = \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cdot\frac{l}{2}$

$a = \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\cdot\frac{l}{2}$



$\varphi_1 = \frac{\varphi}{2}$ $\qquad \varphi_3 = 90 - \varphi/2 = \pi/2 - \varphi/2$

$\varphi_2 = \pi - \varphi/2$ $\qquad \varphi_4 = \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}$

$\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2 =$

$$= \cos\frac{\varphi}{2} - \cos\left(\pi - \frac{\varphi}{2}\right) = \cos\frac{\varphi}{2} + \cos\frac{\varphi}{2} = 2\cos\frac{\varphi}{2}$$

$$\cos\varphi_3 - \cos\varphi_4 = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}\right) =$$

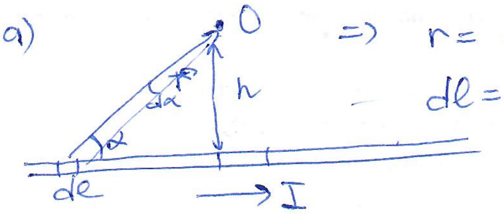
$$= \sin\frac{\varphi}{2} + \sin\frac{\varphi}{2} = 2\sin\frac{\varphi}{2}$$

$$\Rightarrow B_1 = \frac{\mu_0\mu I\left(2\cos\frac{\varphi}{2}\right)}{4\pi\left(\sin\frac{\varphi}{2}\right)\frac{l}{2}} = \frac{\mu\mu_0 I\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\pi l\,\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0\mu I\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\pi l\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \Rightarrow B = 2B_1 + 2B_2 = \frac{2\mu_0\mu_0 I}{\pi l}\left(\frac{\cos\frac{\varphi}{2}}{\sin\varphi/2} + \frac{\sin\varphi/2}{\cos\varphi/2}\right) =$$

$$= \frac{2\mu_0\mu I}{\pi l\,\cos\varphi/2\,\sin\varphi/2} = \frac{4\mu_0\mu I}{\pi l\,\sin\varphi}$$

① а)



$\Rightarrow r = \frac{h}{\sin\alpha}$

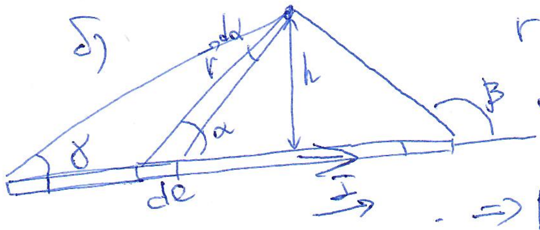
$dl = r\cdot\sin d\alpha = r\,d\alpha$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0\mu}{4\pi}\,\frac{I\,dl}{r^2} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\,\frac{r\,d\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\,\frac{d\alpha}{r} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\,\frac{d\alpha}{h/\sin\alpha}$$

$$\Rightarrow B = \int_0^{\pi} dB = \int_0^{\pi}\frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\,\frac{\sin\alpha\,d\alpha}{h} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi h}\int_0^{\pi}\sin\alpha\,d\alpha = -\frac{\mu_0\mu I}{4\pi h}\cos\alpha\Big|_0^{\pi} =$$

$$= -\frac{\mu_0\mu I}{4\pi h}(\cos\pi - \cos 0) = \frac{2\mu_0\mu I}{4\pi h} = \frac{\mu_0\mu I}{2\pi h}$$

б)



$$r = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$dl = r\sin d\alpha = r\,d\alpha$$

$$\Rightarrow dB = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\frac{\sin\alpha\, d\alpha}{h}$$

$$\Rightarrow B = \int_\gamma^\beta dB = \int_\gamma^\beta \frac{\mu_0\mu I}{4\pi h}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi h}\cdot\cos\alpha\Big|_\gamma^\beta =$$

$$= \frac{\mu_0\mu I}{4\pi h}(\cos\gamma - \cos\beta)$$

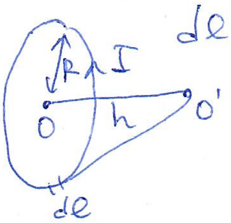
(2) а)

$$dB = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\frac{dl}{R^2} = \frac{\mu_0\mu I R\sin\alpha}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0\mu\cancel{\mu_0} I\, d\alpha}{4\pi R}$$

$$dl = R\sin d\alpha = R\,d\alpha$$

$$B = \int_0^{2\pi} dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0\mu I\, 2\pi}{4\pi R} = \frac{\mu_0\mu I}{2R}$$

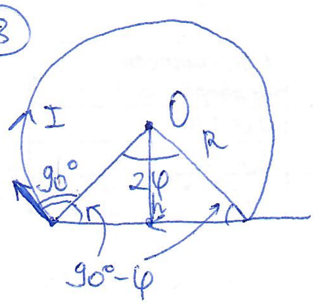
б)



$$dl = R\,d\alpha \quad dB = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi}\frac{dl}{R^2+h^2} = \frac{\mu_0\mu I\, d\alpha\, R}{4\pi\,(R^2+h^2)}$$

$$B = \int_0^{2\pi} dB = \frac{\mu_0\mu I R}{4\pi(R^2+h^2)}\int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{\mu_0\mu I R}{4\pi(R^2+h^2)}2\pi = \frac{\mu_0\mu I R}{2(R^2+h^2)}$$

(3)



$$B = B_{кр.} + B_{пр} \qquad B_{кр} = \int_0^{2\pi-2\varphi}\frac{\mu_0\mu I}{4\pi R}d\alpha = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi R}(2\pi - 2\varphi)$$

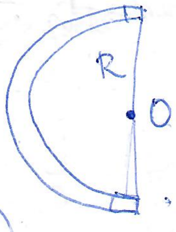
$$B_{пр} = \int_{\frac{\pi}{2}-\varphi}^{\pi-\varphi}\frac{\mu_0\mu I\sin\alpha\, d\alpha}{4\pi\cos\varphi R} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi\cos\varphi R}\int_{\frac{\pi}{2}-\varphi}^{\pi-\varphi}\sin\alpha\, d\alpha =$$

$$h = \cos\varphi R$$

$$= -\frac{\mu_0\mu I}{4\pi\cos\varphi R}\left(\cos(\pi-\varphi) - \cos\left(\tfrac{\pi}{2}-\varphi\right)\right) =$$

Если $\varphi = 45°$: $B = -\dfrac{\mu_0\mu I}{4\pi\cdot\frac{1}{\sqrt2}R}\left(-\dfrac{1}{\sqrt2} - \dfrac{1}{\sqrt2}\right) = \dfrac{\mu_0\mu I}{2\pi R}$

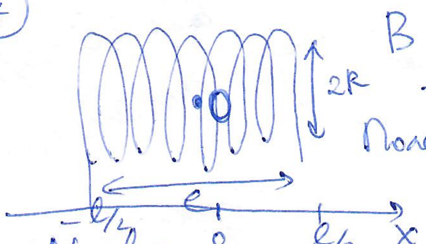
(6)



$$dB = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{R^2} = \frac{\mu_0\mu I\, d\alpha}{4\pi R^2}$$

$$B = \int_0^{\pi/2}\frac{\mu_0\mu I\, d\alpha}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0\mu I}{4\pi R^2}\,\pi/2 = \frac{\mu_0\mu I}{8R^2}$$

(7)



$B = \int_{-l/2}^{l/2} dB_n$, где dB_n — индукция поля создаваемая одним кольцом

Поле на расстоянии x равно $dB = \dfrac{\mu_0\mu R^2 dx}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

$N = ln$

$$\Rightarrow B = \int_{-l/2}^{l/2}\frac{\mu_0\mu R^2 n\, dx}{2(R^2+x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0\mu R^2 n}{2}\int_{-l/2}^{l/2}\frac{dx}{(R^2+x^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{\mu\mu_0 R^2 n}{2}\frac{1}{R^2}\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\Bigg|_{-l/2}^{l/2} = \frac{\mu_0\mu R^2 n}{2R^2}\left(\frac{l/2}{\sqrt{R^2-l^2/4}} + \frac{l/2}{\sqrt{R^2-l^2/4}}\right) = \frac{\mu_0\mu n}{2}\cdot\frac{2\cdot l/2}{\sqrt{R^2-l^2/4}} = \frac{\mu_0\mu n l}{2\sqrt{R^2-l^2/4}}$$