

Э/м колебания, переменный ток

1. Напишите уравнение колебаний напряжения в осветительной сети (Россия).
2. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I = 0,4 \sin(400\pi t)$ (А). Определите емкость конденсатора в контуре, если индуктивность катушки равна 125 мГн. Напишите закон по которому меняется заряд на обкладках конденсатора.
3. Чему равна амплитуда силы тока в цепи переменного тока частотой 50 Гц, содержащей последовательно соединенные активное сопротивление 1 кОм и конденсатор емкости $C = 1$ мкФ, если действующее значение напряжения сети, к которой подключен участок цепи, равно 220 В?
4. Неоновая лампа включена в сеть переменного тока с действующим напряжением 71 В и частотой 50 Гц. Найти промежуток времени Δt , в течение которого длится вспышка лампы, и частоту вспышек лампы n . Напряжение зажигания лампы 86,7 В считать равным напряжению гашения V .
5. Мгновенное значение переменного тока в проводнике определяется по закону $i = 0,564 \sin 12,56t$. Какое количество теплоты выделится в проводнике с активным сопротивлением 15 Ом за время, равное 10 периодам?
6. Ток в цепи конденсатора изменяется со временем по закону $I = 0,1 \sin 100t$ (А). Определить зависимость $U(t)$, активную и реактивную мощность, если максимальная энергия эл. поля в нем 0,1 Дж.
7. Напряжение и сила тока изменяются в цепи по закону $U = 60 \sin(314t + 0,25)$ и $i = 15 \sin 314t$. Определите сдвиг фаз между силой тока и напряжением; полное сопротивление катушки, коэффициент мощности, активное и индуктивное сопротивление катушки; полную, реактивную и активную мощность.
8. В сеть переменного тока частотой 50 Гц и напряжением 220 В последовательно включены резистор сопротивлением 12 Ом, катушка индуктивностью 64 мГн и конденсатор емкостью 88,5 мкФ. Определите силу тока в цепи, напряжение на емкостном и индуктивном сопротивлении, коэффициент мощности. При какой частоте переменного тока сила тока в цепи будет максимальна? Постройте векторную диаграмму.
9. Цепь переменного тока, состоящая из последовательно соединенных катушки и конденсатора, подключена к источнику переменной ЭДС, причем индуктивность катушки подобрана так, что ток в цепи максимален. Найти добротность системы, если известно, что при увеличении индуктивности в n раз ток в цепи уменьшается в η раз.
10. В контуре с емкостью C и индуктивностью L происходят свободные затухающие колебания, при которых ток меняется во времени по закону $I = I_m e^{-\beta t} \sin \omega t$. Найти напряжение на конденсаторе в зависимости от времени i , в частности, в момент $t = 0$.

Домашнее задание 12

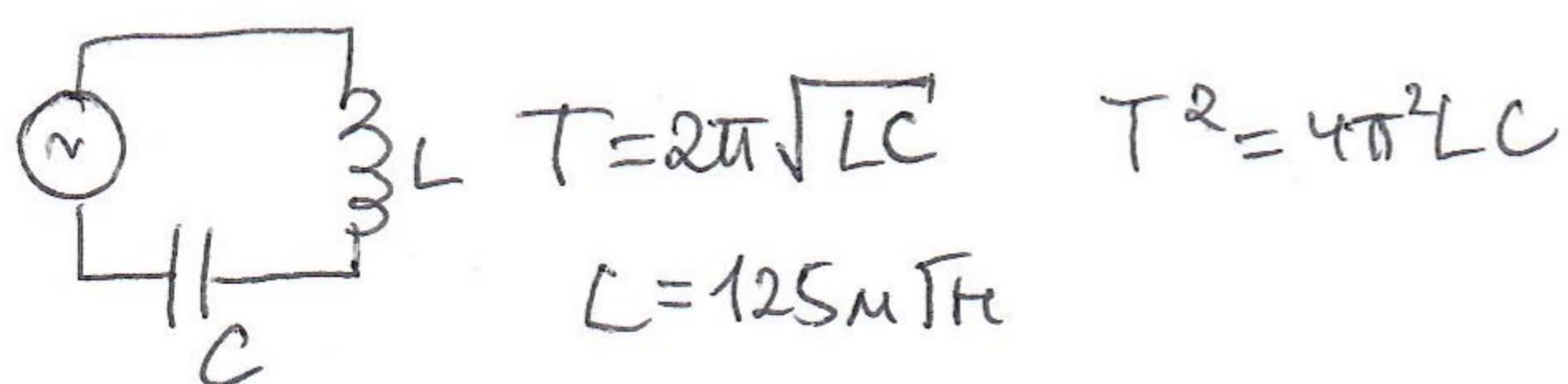
①

$$U = U_m \cos \omega t \quad U_m = 220 \cdot \sqrt{2} \text{ В} = 311 \text{ В} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot 50 \text{ Гц} = 314$$

$$U = 311 \cos(314t)$$

②

$$I = 0,4 \sin(400\pi t) \Rightarrow I_m = \frac{0,4}{\sqrt{2}} \quad \omega = \frac{400\pi}{2\pi} = 200$$



$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad T^2 = 4\pi^2 LC \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot 100 \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{\omega^2 L}}$$

$$I = \frac{dq}{dt} = 0,4 \sin(400\pi t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q = \int dq = \int 0,4 \sin(400\pi t) dt = -\frac{0,4 \cos(400\pi t)}{400\pi}$$

④

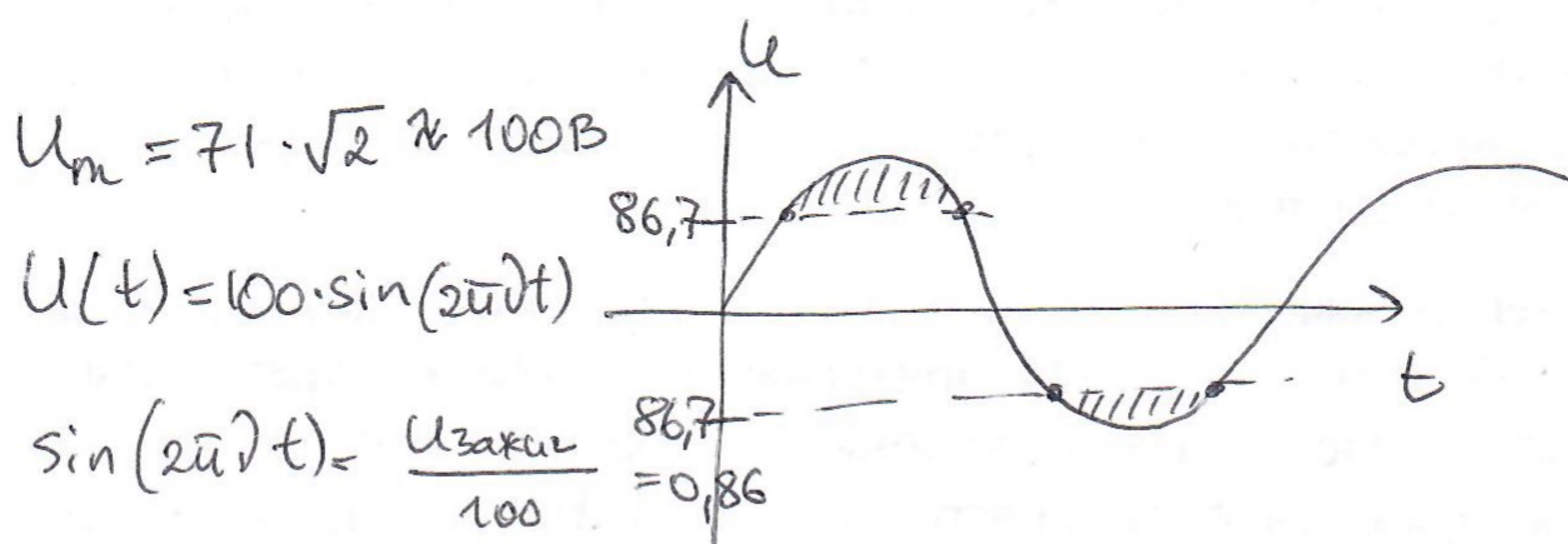
$$U = 71 \text{ В}$$

$$\nu = 50 \text{ Гц}$$

$$U_{\text{max}} = U_3 = 86,7 \text{ В}$$

$$u - ?$$

$$\Delta t = ?$$

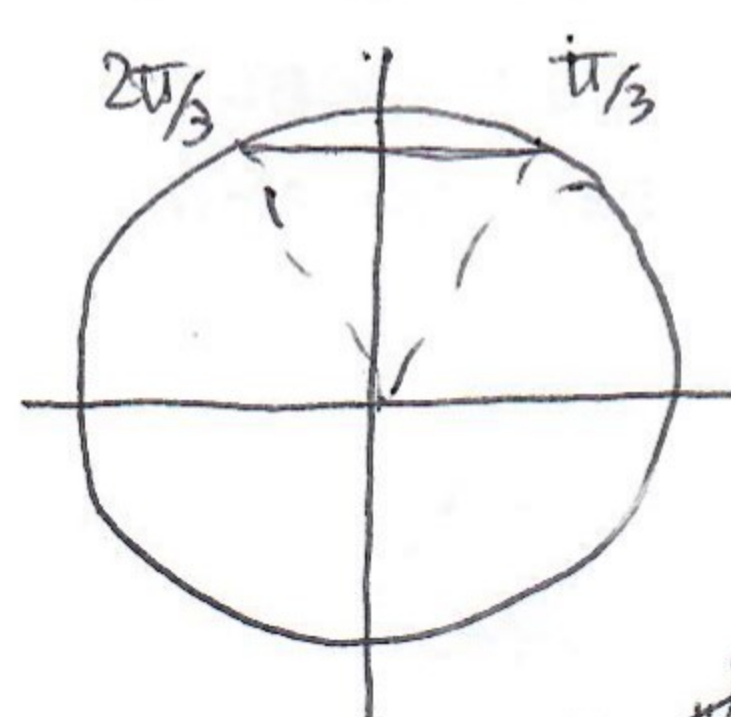


$$\Rightarrow 2\pi \nu t_3 = \frac{\pi}{3} = 60^\circ \Rightarrow t_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2\nu} = \frac{1}{300} \Rightarrow$$

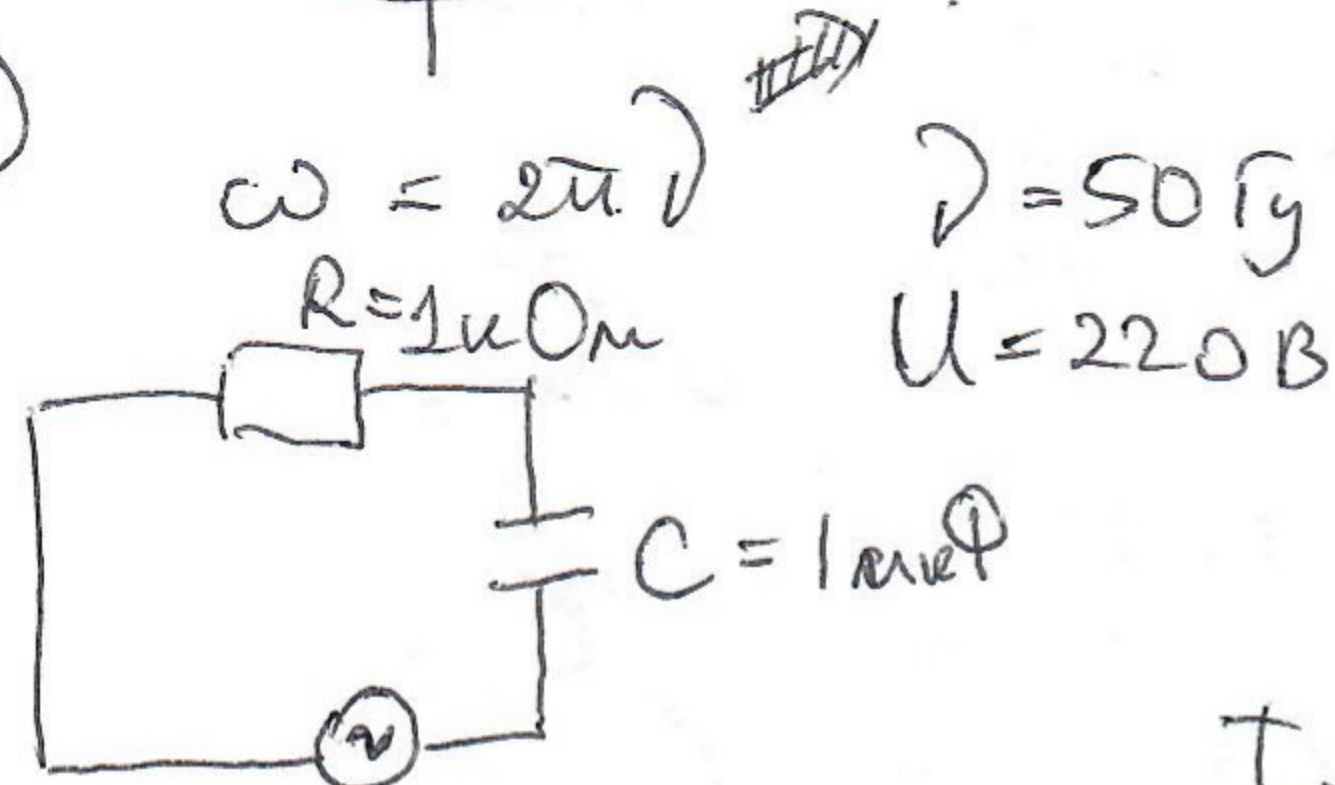
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{1}{300}$$

$$n = 2\nu \Delta t = \frac{1}{\Delta t} = 300 \quad n = 2\nu \Delta t = \frac{1}{\Delta t} = 300$$

$n = 2\nu \Delta t = \frac{1}{\Delta t} = 300$ — м.к. она за 1 период захватывается по 2 раза



③



$$U_m = 220 \text{ В} \sqrt{2} \quad I = I_m \cos(\omega t)$$

$$U(t) = U_m \cos(\omega t) = U_m \cos(2\pi \nu t) = \frac{U}{\sqrt{2}} \cos(2\pi \nu t)$$

$$T.к. \text{ max синфазен } U(t) \quad \varphi = 0$$

$$I(t) = \frac{U_m}{Z} = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{\frac{1}{\omega^2 C^2} + R^2}} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220 \text{ В}}{\sqrt{\frac{1}{10^4 \text{ Гц}^2 \cdot 10^{-12} \text{ Ф}^2} + 10^6 \text{ Ом}}} = 0,093 \text{ А}$$

$$\omega = 2 \cdot 50 \cdot \frac{1}{2} = 100\pi \text{ Гц}$$

⑤

$$i = 0,564 \sin(12,56t)$$

$$T = 10 \text{ Гс} \quad R = 150 \text{ Ом}$$

$$I_m = 0,564 \text{ А} \Rightarrow I(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,564 \text{ А}$$

$$\omega = 12,56 \text{ Гц} \quad U(t) = I(t)R = \frac{R}{\sqrt{2}}$$

$$P_{\text{ср}} = I(t)U(t) = I(t)^2 R \quad Q = Pt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = I(t)^2 R \cdot \frac{2\pi \cdot 10}{\omega} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,564 \text{ А}\right)^2 \cdot 150 \text{ Ом} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot 10}{12,56 \text{ Гц}} = 1,9 \text{ Дж}$$

6 $I = 0,1 \text{ A}$
 $I = 0,1 \sin(100t)$

$U(t)$, $P_{\text{акт}}$, $P_{\text{полн}}$ - ?
 $P_{\text{реакт}}$

$U(t) = U_m \sin(100t + \frac{\pi}{2})$

Заряд конденсатора от времени $q(t)$

$q(t) = \int I(t) dt$, при этом $q(t) \sim U(t)$

в одной фазе т.е. $q(t) = U(t) \cdot C$

\Rightarrow мы можем посчитать энергию конденсатора: $W = \frac{q_{\text{макс}}^2}{2C}$

где $q_{\text{макс}} = \int_0^T q(t) dt = \int_0^T I(t) dt = \int_0^T 0,1 \sin(100t) dt = -0,001 \cos(t \cdot 100) \Rightarrow q_{\text{макс}} = 0,001 \text{ Кл}$

Максимальная мощность равна энергии конденсатора

$\Rightarrow U_m = \frac{2W}{q_{\text{макс}}} = \frac{2 \cdot 0,1 \text{ A} \cdot \text{с}}{0,001 \text{ Кл}} = 200 \text{ В} \Rightarrow U(t) = 200 \sin(100t + \frac{\pi}{2})$

При этом т.е. разность фаз у нас $\frac{\pi}{2} \Rightarrow$ активная мощность будет равна нулю.

$\Rightarrow P_{\text{полн}} = P_{\text{реакт}} = I U_m \sin \varphi = I_m U_m \frac{1}{2} \sin \varphi = 10 \text{ Ватт}$ А полная мощность будет равна реактивной

7 $U = 60 \sin(314t + 0,25)$
 $I = 15 \sin(314t)$

φ , γ , R , $R_{\text{акт}}$, $R_{\text{реакт}}$
 $P_{\text{полн}}$, $P_{\text{акт}}$, $P_{\text{реакт}}$

$\varphi = 0,25 \Rightarrow \gamma = \cos(0,25) = 0,968$ - коэффициент мощности

Полное сопротивление $= Z$ - импеданс

$I_m = \frac{U_m}{Z} \Rightarrow Z = \frac{U_m}{I_m} = 4 \Omega$ $I_m = 15 \text{ A}$
 $U_m = 60 \text{ В}$
 $\omega = 314 \text{ с}^{-1}$

$\Rightarrow R = \sqrt{P_{\text{акт}}^2 + P_{\text{реакт}}^2}$; $\cos \varphi = \frac{P_{\text{акт}}}{R} = \frac{P_{\text{акт}}}{Z} \Rightarrow R_{\text{акт}} = \cos \varphi \cdot Z = 0,968 \cdot 4 \Omega = 3,87 \Omega$

$\Rightarrow R_{\text{реакт}} = \sqrt{R^2 - R_{\text{акт}}^2} = \sqrt{(4 \Omega)^2 - (3,87 \Omega)^2} = 1 \Omega$

$P_{\text{полн}} = \frac{I_m U_m}{\sqrt{2} \sqrt{2}} = 450 \text{ Вт} \Rightarrow P_{\text{акт}} = \cos \varphi P_{\text{полн}} = 436 \text{ Вт}$
 $P_{\text{реакт}} = \sin \varphi P_{\text{полн}} = 111 \text{ Ватт}$

8 $\nu = 50 \text{ Гц} \Rightarrow \omega = 2\pi \nu$
 $U = 220 \text{ В}$

$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega C + \frac{1}{\omega L})^2}} = 18,32 \text{ A}$

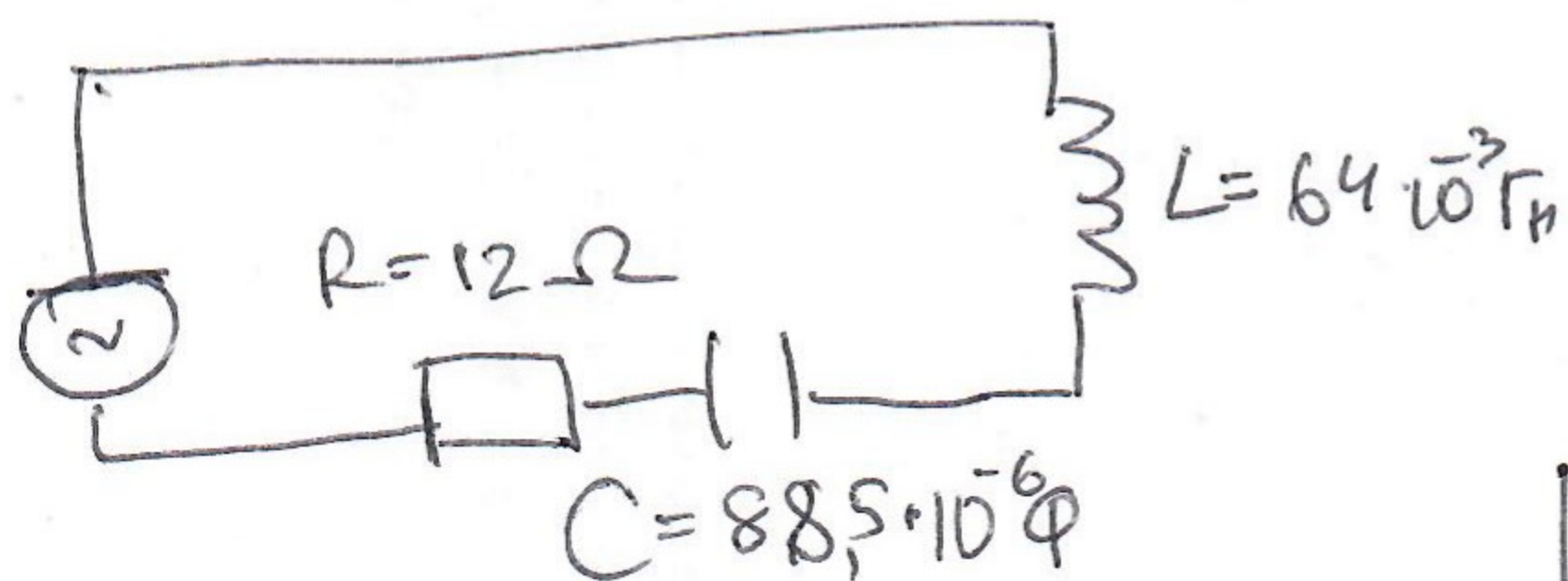
$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega C + \frac{1}{\omega L})^2}} = 0,999$

$\Rightarrow U_C = \frac{I}{\omega C} = \frac{18,32 \text{ A}}{50 \cdot 2\pi \cdot 88,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф}} = 658,9 \text{ В}$

$U_L = I \cdot L \cdot \omega = 18,32 \text{ A} \cdot 50 \cdot 2\pi \cdot 64 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} = 368,3 \text{ В}$

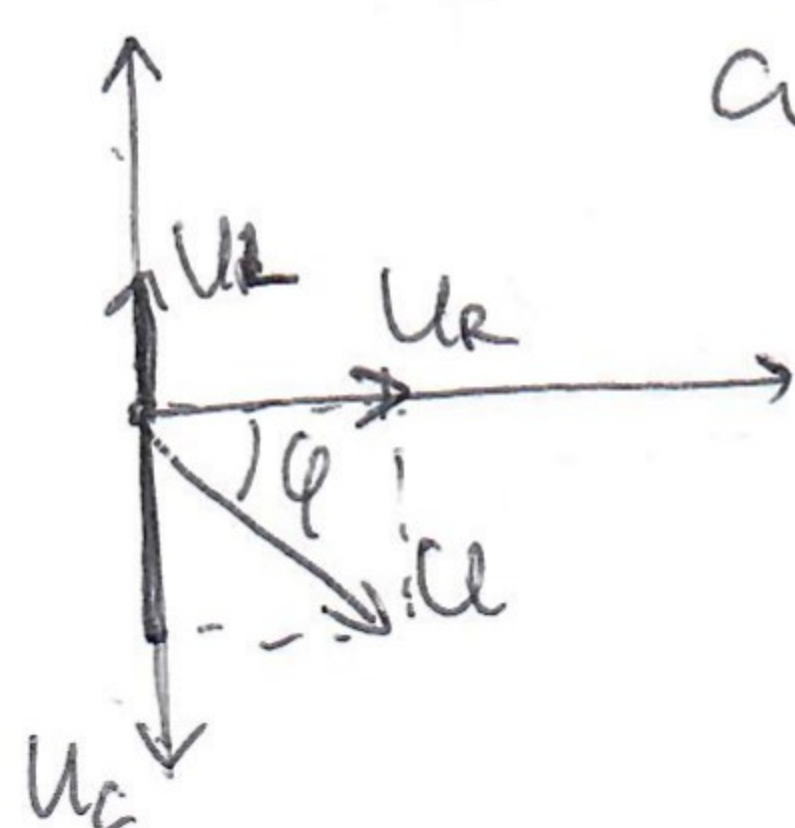
$\omega_{\text{рез}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{88,5 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} \cdot 64 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}}} = 420 \text{ с}^{-1}$

$\nu_{\text{рез}} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{420 \text{ с}^{-1}}{2 \cdot \pi} = 66,87 \text{ Гц}$

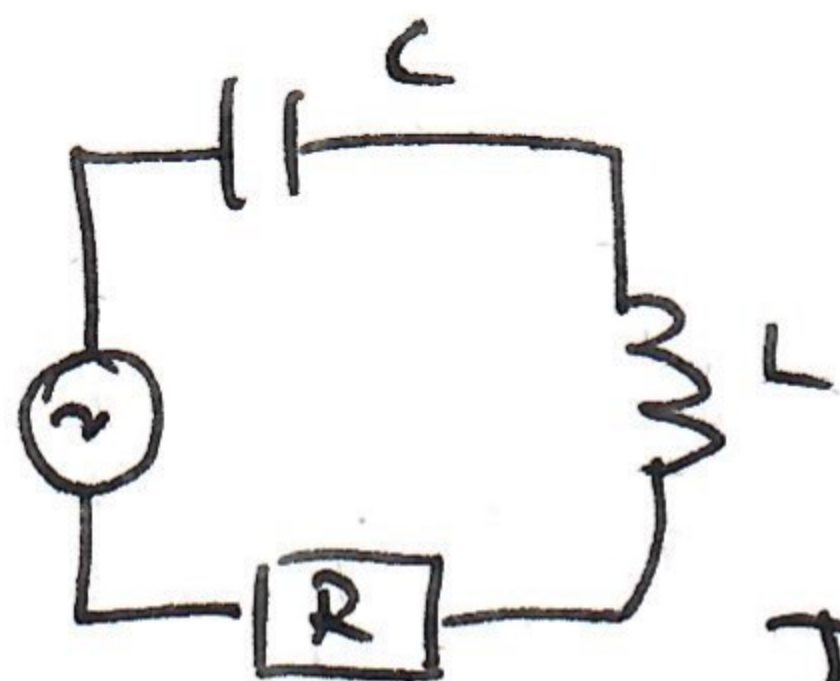


I - ? U_C , U_L , γ - ?

$P_{\text{макс}} \rightarrow I_{\text{макс}}$



9



$$\omega_{рез} = \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

↑
частота
резонанса

$$Q = 2\pi \frac{\text{полная энергия контура}}{\text{энергия } \downarrow \text{ за } T} = 2\pi \frac{L I_0^2}{R I_0^2 T} = \frac{L \omega}{R} = \frac{L}{R \sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}} R$$

$$I_{max} = \frac{U}{R}, \text{ т.е. при резонансе реактивное сопротивление } R = 0$$

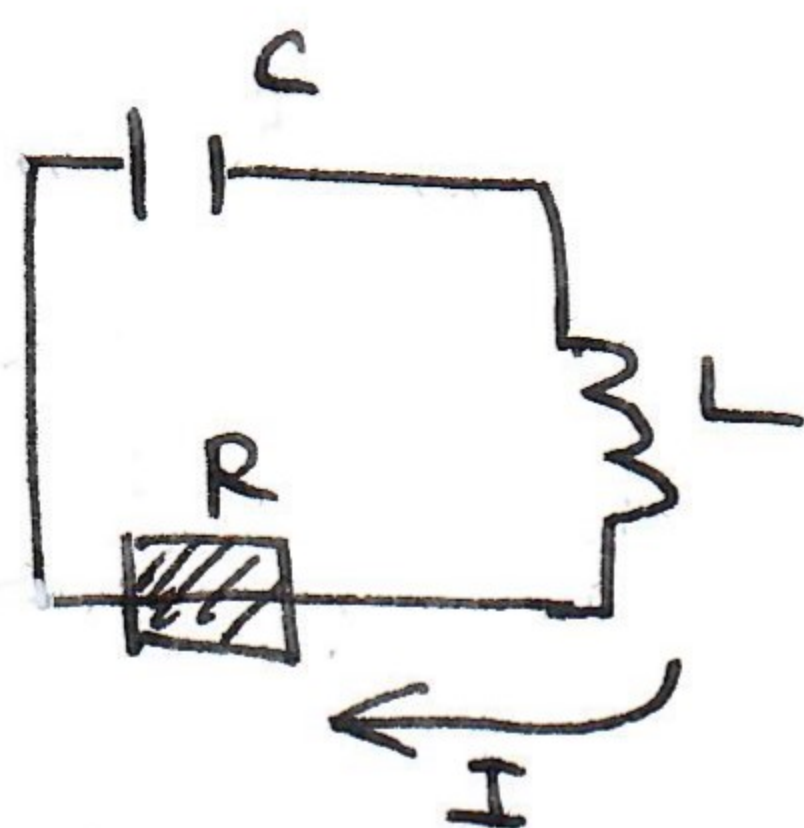
$$\Rightarrow I_{ноб} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L n - \frac{1}{\omega C})^2}} \Rightarrow \frac{I_{max}}{I_{ноб}} = \gamma = \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L n - \frac{1}{\omega C})^2}}{R} =$$

$$= \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L n}{R} - \frac{1}{\omega C R} \right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{\frac{L}{C}} n}{R} - \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} \right)^2} = \sqrt{1 + \left(\frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R} (n-1) \right)^2} =$$

$$= \sqrt{1 + Q^2 (n-1)^2} \Rightarrow \gamma^2 - 1 = Q^2 (n-1)^2 \Rightarrow$$

$$Q = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{(n-1)^2}} = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{n-1}$$

10



$$I = I_m e^{-\beta t} \sin \omega t$$

$$\beta = \frac{R}{2L}$$

$$\text{т.к. } \mathcal{E}_L = IR + U_C$$

Энергия перетекает с катушки на конденсатор и возвращается на резисторе.

ток индуктивности на катушке

$$U_C = -IR - \mathcal{E}_L, \text{ запишем в дифференциальной форме}$$

$$U_C = -IR - L \frac{dI}{dt}$$

$$\frac{dI}{dt} = \dot{I} = (I_m e^{-\beta t} \sin \omega t)' = -I_m \beta e^{-\beta t} \sin \omega t - \omega I_m e^{-\beta t} \cos \omega t = -\omega \beta I_m e^{-\beta t} \cos \omega t$$

$$U_C(t) = -I_m e^{-\beta t} \sin \omega t R + I_m \beta \omega e^{-\beta t} \cos \omega t L = I_m e^{-\beta t} (L \beta \omega \cos \omega t - R \sin \omega t) =$$

$$= I_m e^{-\beta t} (L \beta \omega \cos \omega t - \beta^2 L \sin \omega t) = L I_m e^{-\beta t} (\omega \cos \omega t - \beta \sin \omega t)$$

$$R = \beta^2 L$$

$$\Rightarrow U_C(0) = -L I_m \omega$$