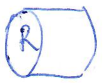
(1)



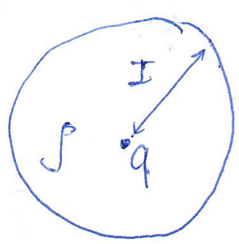
$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow \Delta q = I\Delta t$ по закону Ома $I = \frac{U}{R}$

$U = U_0 + at^2$

$$\Delta q = I\Delta t = \int_0^t I\,dt = \int_0^t \frac{U}{R}dt = \int_0^t \frac{U_0 + at^2}{R}dt = \int_0^t \frac{U_0}{R} + \frac{at^2}{R}dt =$$

$$= \frac{a}{R}\frac{t^3}{3}\Big|_0^t = \frac{a}{3R}t^3$$

(2)



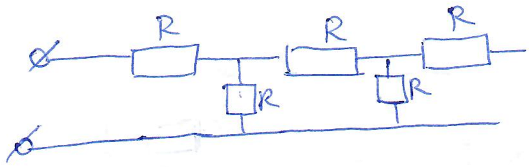
$\vec{j} = \sigma E$ $\quad \sigma = \frac{1}{\rho}$ $\quad \Rightarrow \vec{j} = \frac{I}{4\pi r^2} = \frac{1}{\rho} k \frac{q}{r^2}$

$\vec{j} = \frac{I}{S} = \frac{I}{4\pi r^2}$ $\quad E = k\frac{q}{r^2}$

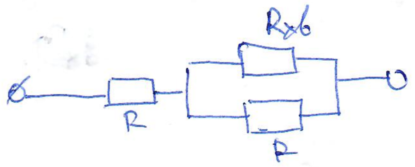
$$\Rightarrow I = \frac{4\pi \cancel{r^2} k q}{\rho \cancel{r^2}} = \frac{4\pi k q}{\rho} =$$

$$= \frac{4\pi q}{\rho\, 4\pi\varepsilon_0} = \frac{q}{\rho\varepsilon_0}$$

(3)



Как и в задаче про конденсаторы можно посчитать сопротивление "первого" куска цепи и "хвоста".



$$R_{хв} = R + \frac{R_{хв}\cdot R}{R_{хв}+R} \Rightarrow R_{хв}(R_{хв}+R) = R R_{хв} + R^2 + R R_{хв}$$

$$R_{хв}^2 + R_{хв}R = 2R_{хв} + R^2$$

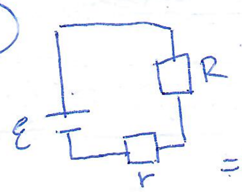
$$R_{хв}^2 \cancel{+} R_{хв} + R^2 = 0$$

$$R_{хв} = \frac{-R \pm \sqrt{5}}{2}$$

нам нужен положительный корень

$$R_{хв} = \frac{R\sqrt{5} - R}{2} \leftarrow \text{ответ}$$

(4)



$P = IR$ $\quad I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow P = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}R \Rightarrow$

$$\Rightarrow P'(r) = \left(\frac{\varepsilon^2}{(R+r)^2}R\right)' = \varepsilon^2(R+r)^2 - \varepsilon^2 R(2R+2r) = 0$$

$$\Rightarrow R + r = 2R \Rightarrow R = r$$

при $r = R$ мощность на нагрузке будет max.

(5)

$\rho = \alpha/r^2 \Rightarrow \sigma = \frac{r^2}{\alpha} = \frac{1}{\rho}$

б) $E\sigma = \vec{j}$ разобьём провод на колечки с одинаковой проводимостью.

$dr \cdot 2\pi r = dS$ ток через всю площадь равен сумме токов через все колечки в отдельности

$$I = \int_0^R j(r)dS = \int_0^R E\sigma\,dS = \int_0^R E\frac{r^2}{\alpha}dS = \frac{E}{\alpha}\int_0^R r^2\, 2\pi r\,dr =$$

$$\frac{2\pi E}{\alpha}\int_0^R r^3 dr = \frac{S^2}{2\pi\alpha}E \Rightarrow E = \frac{2\pi\alpha I}{S^2} \Rightarrow \text{а) } \frac{R}{\ell} - ? \quad \frac{R}{\ell} = \frac{U}{I\ell} = \frac{E}{I} = \frac{2\pi\alpha}{S^2}$$

6

$R = 100\,Ом \quad t_{max} = 10с \qquad I = I_0 + \alpha t\ ?$

$I_0 = 1A$

$I_{max} = I_0 + \alpha t = 8A \Rightarrow \alpha = \frac{I_{max} - I_0}{t_{max}}$

$Q = P \cdot \Delta t \qquad P = I^2 R$

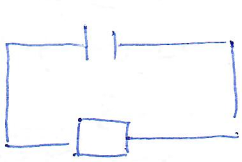
$$\Rightarrow Q = R\int_0^{\Delta t} I(t)\,dt = R\int_0^{\Delta t}\left(I_0 + \frac{I_{max}-I_0}{\Delta t}t\right)dt = RI_0\Delta t + R\frac{I_{max}-I_0}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta t^2}{2} =$$

$$= R\left(I_0\Delta t + (I_{max}-I_0)\frac{\Delta t}{2}\right) = R\left(\frac{I_0\Delta t}{2} + I_{max}\frac{\Delta t}{2}\right) = \frac{R\Delta t}{2}(I_0 + I_{max}) =$$

$$= \frac{100\,Ом}{2}\,10с\,(9A) = 24\,кДж$$

7

Ток через ветвь течёт только если конденсатор разряжается или заряжается.



R

$\downarrow I$ В данном случае разряжается. $I = -\frac{dq}{dt} \quad U = IR \quad C = \frac{q}{U}$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} = -\frac{dq}{dt}R \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{R}$$

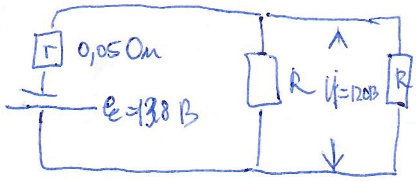
C, U_0, R

$I(t)$ – ?

$$\int_{q_0}^{q_t}\frac{dq}{q} = -\int_0^t\frac{dt}{RC} \Rightarrow \ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = \frac{t}{RC} \quad \frac{q}{q_0} = e^{-t/RC} \Rightarrow q = q_0 e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow I(t) = -q(t)' = \frac{q_0 e^{-t/RC}}{RC} = \frac{CU_0 e^{-t/RC}}{RC} = \frac{U_0 e^{-t/RC}}{R}$$

8



Ток через внутреннее сопротивление I (т.е. нигде в схеме) $I = \frac{\mathcal{E} - U}{r + r_{пр}}$, Ток через блок из ламп равен I и

$r_{пр} = 0,25\,Ом$ общее сопротивление всех ламп $R_{общ} = \frac{U}{I}$

А количество ламп $n = \frac{R_{лампы}}{R_{общ}} = \frac{IR}{U} = \frac{(\mathcal{E}-U)R}{U(r+r_{пр})} = \frac{(138В - 120В)300\,Ом}{120В(0,05+0,25\,Ом)} = 150$

Мощность всех ламп $P = U^2/R = I^2 \cdot R_{общ} = I^2\frac{U}{I} = \frac{(\mathcal{E}-U)R\cancel{U}}{\cancel{U}(R+r_{пр})} = \frac{(138В - 120В)\,300\,Ом}{0,05 + 0,025\,Ом} =$

$= 7,2\,кВт$

9

а) $I = \frac{dq}{dt} \Rightarrow$ ток убывает $\Rightarrow I(t) = I_0 - \frac{I_0}{\Delta t}t$

$$\Rightarrow q = \int_0^{\Delta t} I\,dt = \int_0^{\Delta t} I_0\,dt - \int_0^{\Delta t}\frac{I_0 t}{\Delta t}dt =$$

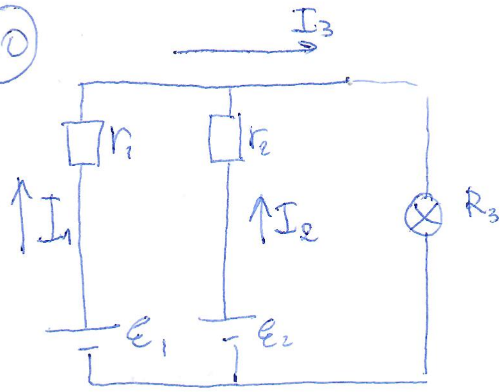
$$= I_0\Delta t - \frac{I_0}{\Delta t}\frac{\Delta t^2}{2} = \frac{I_0\Delta t}{2} = q \Rightarrow I_0 = \frac{2q}{\Delta t} \Rightarrow I(t) = \frac{2q}{\Delta t}\left(1 - \frac{t}{\Delta t}\right)$$

$$Q = P\cdot t,\ P = I^2R \Rightarrow Q = R\int_0^{\Delta t} I(t)\,dt = R\int_0^{\Delta t}\frac{4q^2}{\Delta t^2}\left(1-\frac{t}{\Delta t}\right)^2 dt$$

$$= \frac{4Rq^2}{\Delta t^2}\int_0^{\Delta t}\frac{\Delta t^2 - 2t\Delta t + t^2}{\Delta t^2}dt = \frac{4Rq^2}{\Delta t}\left(\frac{\Delta t^2}{\Delta t^2}\Delta t - \frac{2t^2\Delta t}{2\Delta t^2} + \frac{t^3}{3\Delta t^2}\right) =$$

$$= \frac{4Rq^2}{\Delta t^2}\left(\Delta t - \Delta t + \frac{1}{3}\Delta t\right) = \frac{4Rq^2}{\Delta t^2}\cdot\frac{1}{3}\Delta t = \frac{4}{3}\frac{Rq^2}{\Delta t}$$

10



$R_1 = 1\Omega$
$R_2 = 2\Omega$
$R_3 = 5\Omega$
$\varepsilon_1 = 5B$
$\varepsilon_2 = 10B$

$\left.\begin{array}{l} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{array}\right\} ?$

(1) $I_1 + I_2 = I_3$
(2) $I_3 = I_1 + I_2$
(3) $\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2$
(4) $\varepsilon_2 = I_2 r_2 + R_3 I_3$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2 \\ \varepsilon_2 = I_2 r_2 + R_3 I_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = I_1 r_1 - I_2 r_2 \\ \varepsilon_2 = I_2 r_2 + R_3(I_1 + I_2) = R_3 I_1 + (R_3 + r_2) I_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon_2 - (R_3 + r_2) I_2}{R_3}$$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ \varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_2 - (R_3 + r_2) I_2}{R_3} r_1 - I_2 r_2 \\ I_1 = \frac{\varepsilon_2 (R_3 + r_2) I_2}{R_3} \end{cases} \Rightarrow \varepsilon_1 R_3 - \varepsilon_2 R_3 = \varepsilon_2 r_1 - (R_3 + r_2) I_2 r_1 - I_2 r_2 R_3$$

$$- \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 (R_3 + r_1)}{r_2 R_3 + (R_3 + r_2) r_1} = I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon_2 (R_3 + r_1) - \varepsilon_1}{r_2 R_3 + (R_3 + r_2) r_1}$$

$$I_1 = \frac{\varepsilon_2 - (R_3 - r_2) I_2}{R_3} = \frac{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_2 (R_3 + r_1) - \varepsilon_1}{r_2 R_3 + (R_3 + r_2) r_1} (R_3 - r_2)}{R_3}$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_2 (R_3 + r_1) - \varepsilon_1}{r_2 R_3 + (R_3 + r_2) r_1} (R_3 - r_2)}{R_3} + \frac{\varepsilon_2 (R_3 + r) - \varepsilon_1}{R_3 r_2 + (R_3 + r_2 r_1}$$