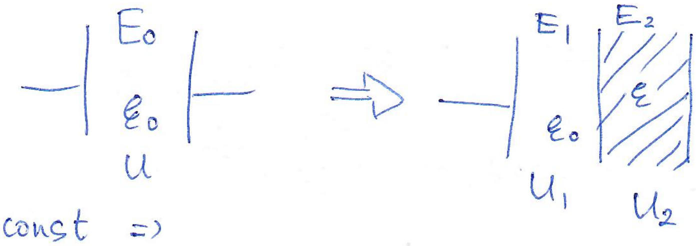
1



а) $U = const \Rightarrow U = U_1 + U_2$

$U = E_0 d \quad U_1 = \frac{d}{2}E_1 \quad U_2 = \frac{d}{2}E_2$

$E_0 d = \frac{d}{2}E_1 + \frac{d}{2}E_2$

При этом $\varepsilon \overset{def}{=} \frac{E_{нов.}}{E_{старое}}$

$E_{нов} = E_2$ (с диэлектриком)

$E_{старое} = E_1$

$\Rightarrow E_1 = E_2\varepsilon \Rightarrow 2E_0 = (\varepsilon + 1)E_2$

$\Rightarrow E_2 = \frac{2E_0}{(\varepsilon+1)} \quad D_2 = \frac{2E_0}{(\varepsilon+1)}\varepsilon\varepsilon_0$

$E_1 = \frac{2E_0\varepsilon}{(\varepsilon+1)} \quad D_1 = \frac{2E_0}{(\varepsilon+1)}\varepsilon\varepsilon_0$

б) $q = const \Rightarrow$

В диэлектрике $E_{нов.}$, без него $E_{стар.}$

$\Rightarrow \varepsilon = \frac{E_{нов}}{E_{старое}}$ (этого диэлектрика) $\Rightarrow$ в конденсаторе без диэлектрика остается E_0, т.к. заряд остался тот же. В конденсаторе с диэлектриком поле будет в ε раз меньше. $\Rightarrow$

$E_1 = E_0 \quad D_1 = E_0\varepsilon_0$

$E_2 = \frac{E_0}{\varepsilon} \quad D_2 = \frac{E_0}{\varepsilon_0}\varepsilon\varepsilon_0 = E_0\varepsilon_0$

в) Конденсатор можно представить как 2 соединённых последовательно; значит их ёмкость будет такой: $\frac{1}{C_{нов}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

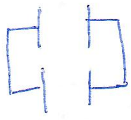
$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d/2} \quad C_2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d/2} \Rightarrow C_{нов} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} = \frac{\frac{\varepsilon_0 S}{d/2}\cdot\frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d/2}}{\frac{\varepsilon_0 S(\varepsilon+1)}{d/2}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d/2(\varepsilon+1)}$

А была ёмкость $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

Получается что ёмкость поменялась $\frac{C_{нов}}{C_0} = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon+1}$ раз

2. $C_1 = 1мкФ \quad U_1 = 300В$

$C_2 = 2мкФ \quad U_2 = 0В$



$\Delta W = W_2 - W_1$

$W_1 = \frac{C_1U_1^2}{2}$ – энергия первого

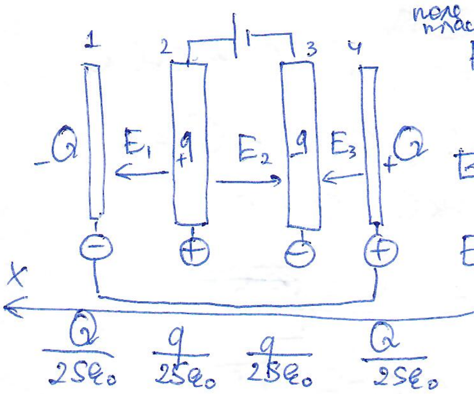
$W_2 = \frac{(C_1+C_2)U_2^2}{2}$ – энергия двух (или "нового")

$U_2 = \frac{q}{C_1+C_2} = \frac{C_1U}{C_1+C_2} \Rightarrow$ (q – он сохраняется)

$\Delta W = \frac{\cancel{(C_1+C_2)}C_1^2U_1^2}{2(C_1+C_2)^{\cancel{2}}} - \frac{C_1U_1^2}{2} = \frac{C_1U_1^2}{2}\left(\frac{C_1}{C_1+C_2} - 1\right) =$

$= \frac{1мкФ\cdot 90000В^2}{2}\left(\frac{1мкФ}{3мкФ} - 1\right) = -0{,}03 Дж$

3. Подсчитаем поле, создаваемое каждой пластиной



поле пластины №: 1, 2, 3, 4

$E_1 = \frac{Q}{2S\varepsilon_0} + \frac{q}{2\varepsilon_0 S} - \frac{q}{2S\varepsilon_0} - \frac{Q}{2S\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$

$E_2 = \frac{Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{q}{2S\varepsilon_0} - \frac{q}{2S\varepsilon_0} + \frac{Q}{2S\varepsilon_0} = \frac{Q-q}{\varepsilon S} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_0}$

$E_3 = +\frac{Q}{2S\varepsilon_0} - \frac{q}{2S\varepsilon_0} + \frac{q}{2S\varepsilon_0} + \frac{Q}{2S\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = E_1 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0}$

$\Delta\varphi_{23} = \Delta\varphi \quad \Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi_{34}$ тогда $\Delta\varphi = E_2 d$, а $\Delta\varphi_{12} = E_1 d$

при этом $\Delta\varphi_{14} = 0 \Rightarrow \Delta\varphi_{12} - \Delta\varphi + \Delta\varphi_{12} = 0 \Rightarrow 2\Delta\varphi_{12} = \Delta\varphi$

3.

$2\Delta\varphi_{12} = 2dE_1 = \Delta\varphi_{23} = dE_2 \Rightarrow 2E_1 = E_2 \Rightarrow \underbrace{\frac{2\sigma_1}{\varepsilon_0}}_{2E_1} = \underbrace{-\frac{\sigma_1+\sigma_2}{\varepsilon_0}}_{E_2}$

$\Rightarrow 2\sigma_1 = \sigma_2 \Rightarrow \sigma_1 = E_1\varepsilon_0 = \Delta\varphi_{12}\varepsilon_0\frac{1}{d} = \Delta\varphi\varepsilon_0\frac{1}{2d}$

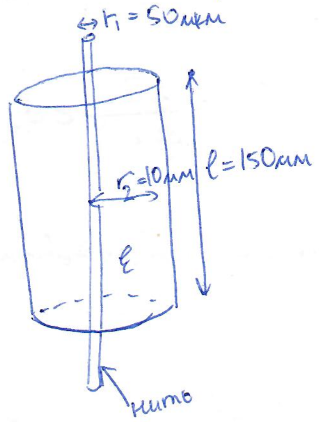
$\sigma_2 = E_2\varepsilon_0 = \Delta\varphi\varepsilon_0\frac{1}{d}$

⇒ поверхностные плотности для обкладок:

(1)	(2)	(3)	(4)
$-\Delta\varphi\varepsilon_0\frac{1}{2d}$	$\Delta\varphi\varepsilon_0\frac{1}{d}$	$-\Delta\varphi\varepsilon_0\frac{1}{d}$	$\Delta\varphi\varepsilon_0\frac{1}{2d}$

4.

Такой прибор можно представить в виде цилиндрического конденсатора:

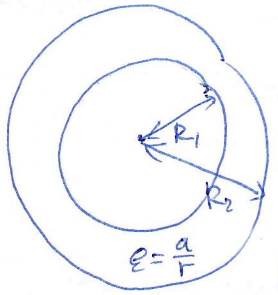


Значит его ёмкость равна:

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon\frac{l}{\ln(R_2/R_1)} = 2\pi\, 8{,}85\cdot10^{-12}\,\frac{Ф}{м}\,\frac{0{,}015\,м}{\ln\left(\frac{0{,}005}{10}\right)} =$$

$$= 1{,}57\cdot10^{-12}\,Ф$$

5.



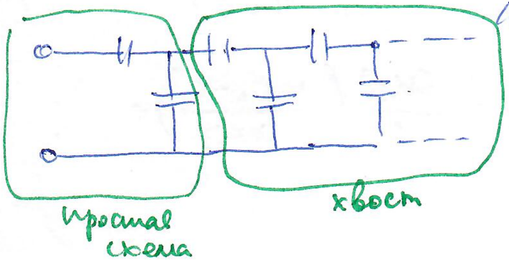
По теореме Гаусса. Посчитаем напряжение между обкладками, если $E(r) = \frac{q}{\varepsilon_0\frac{a}{r}}$. В данном случае $q = const$

$$U = \int_{R_1}^{R_2}E(r)\,dr = \int_{R_1}^{R_2}\frac{q}{\varepsilon_0\frac{a}{r}}\,dr = \frac{q}{\varepsilon a}\int_{R_1}^{R_2} r\,dr =$$

$$= \frac{q}{\varepsilon a}\frac{r^2}{2}\Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{\varepsilon a}\left(\frac{R_2^2-R_1^2}{2}\right)$$

$$C = \frac{q}{U} = \frac{1}{\varepsilon a\left(\frac{R_2^2-R_1^2}{2}\right)} = \frac{2}{\varepsilon a(R_2^2-R_1^2)}$$

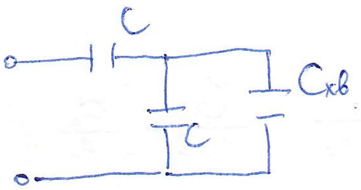
6.



Мы всегда можем разбить цепочку на "простую схему" и "хвост". (см. рис.) и представить остаток хвоста ёмкость $C_{хв}$. Тогда ёмкость схемы целиком:

$$C_{цеп} = \frac{(C+C_{хв})C}{(C+C_{хв})+C} = \frac{C^2+C_{хв}C}{2C+C_{хв}}$$

и так разбивать добавлее новый и новый кусок "хвоста" можно бесконечно. прибавлее новую ёмкость "хвост"



Ёмкость хвоста и всей цепи равны, т.к. хвост ∞

$$C_{хв} = \frac{C^2+C_{хв}C}{2C+C_{хв}} \Rightarrow 2CC_{хв} + C_{хв}^2 = C^2 + C_{хв}C$$

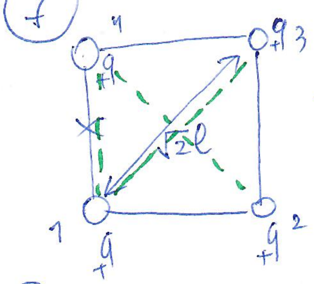
$$C_{хв}^2 + C_{хв}(2C-C) - C^2 = 0$$

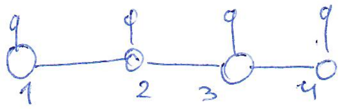
$$C_{хв}^2 + C_{хв}C - C^2 = 0$$

$$\Rightarrow C_{хв} = \frac{-C\pm\sqrt{5}C}{2}$$

нам подходит $C_{хв} = \frac{-C+\sqrt{5}}{2}$.

7





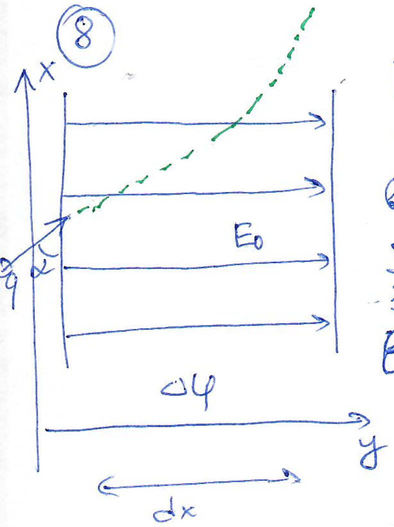
Эти заряды можно воспринимать как конденсаторы.
При разрезании нити изменились $\underline{3}$ из них, остальные остались такими же.

Работа, которую совершило поле равна энергии, которую эти конденсаторы потеряли.

$$W_{24} = qU = q\frac{kq}{\sqrt{2}l} \qquad W_{24}' = kq^2/2l$$
$$W_{13} = q\frac{kq}{\sqrt{2}l} \qquad W_{12}' = kq^2/2l$$
$$W_{14} = kq^2/l \qquad W_{14}' = kq^2/3l$$

$$A = \Delta W_{24} + \Delta W_{13} + \Delta W_{14} = \frac{kq^2}{l}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right) + \frac{kq^2}{l}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}\right) + \frac{kq^2}{l}\left(1 - \frac{1}{3}\right) =$$
$$= \frac{kq^2}{l}\left(\frac{3\sqrt{2}-1}{3}\right)$$

8



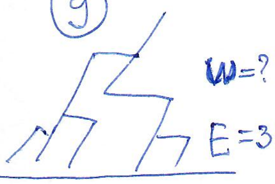
Две эти сетки – конденсатор. Значит, чтобы заряд пролетел нужно, чтобы его скорость на второй обкладке была ≥ 0.
Задача похожа на подение тела в поле тяжести Земли, но вместо g у нас $\frac{qE}{m}$, т.к. $F = ma = qE$
$E_k = \frac{m\upsilon^2}{2}$ – кинетическая энергия частицы

x: $\upsilon \cdot \cos\alpha\, t = x$
y: $-\frac{qEt^2}{2m} + \sin\alpha\, t\upsilon = y$ $\Rightarrow$ y должен быть равен d, при максимуме траектории частицы:

$$y(x) = \operatorname{tg}\alpha - \frac{qEt^2}{2m\cos^2\alpha\,\upsilon} \Rightarrow \max(y) = \frac{\upsilon^2\sin^2\alpha\, m}{2Eq} = d = \frac{\upsilon^2 m}{2}\,\frac{\sin^2\alpha}{Eq}$$

$$\Rightarrow E_k = \frac{\upsilon^2 m}{2} = \frac{dEq}{\sin^2\alpha} = \frac{\Delta\varphi q}{\sin\alpha}$$

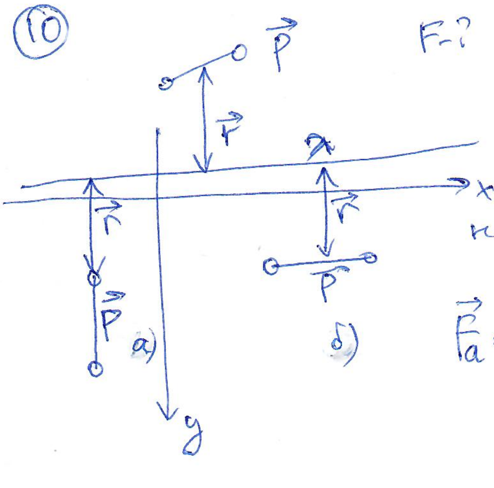
9



$w = ?$
$E = 3$ МВ/м

$$\omega = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \frac{8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{Ф}{м}\cdot 1\cdot 9\cdot 10^{12}\,\frac{В^2}{м^2}}{2} = 39{,}8\ \frac{\ }{м^2}$$

10



F – ?

а) Поле создаваемое нитью $\parallel$ диполю.
и равно $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$
сила действующая на диполь $\vec{F} = \vec{p}\,\frac{\partial E}{\partial l}$

$$\vec{F}_a = \vec{p}\cdot\frac{\partial E}{\partial l} = \vec{p}\,\frac{\lambda}{2\pi r^2\varepsilon_0}$$

б) Поле создаваемое нитью $\perp$ диполю,
и равно $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$
Сила действующ. на диполь

$$\vec{F}_б = \vec{p}\,\frac{\partial E}{\partial l} = \vec{p}\cdot 0 = 0$$

т.к. оси $\perp$
и производная по ~~x~~ равна 0