

Группа P3112

К работе допущен

Студент Сенина Мария и Никонова Наталья

Работа выполнена

Преподаватель Сорокина Е.К.

Отчёт принят

Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе № 3-13

Измерение магнитного поля Земли

1. Цель работы

Найти значение горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Измерить значение силы тока в катушках для каждого угла отклонения стрелки компаса.
2. Рассчитать среднее значение силы тока для каждого угла.
3. Рассчитать индукцию магнитного поля катушек Гельмгольца для каждого угла.
4. Рассчитать параметр γ для каждого угла.
5. Построить график зависимости индукции магнитного поля катушек от γ .
6. Найти угловой коэффициент этой зависимости по МНК, который является горизонтальной составляющей величины индукции магнитного поля Земли.
7. Сравнить полученное значение с табличным.

3. Объект исследования.

Магнитное поле Земли и катушек Гельмгольца.

4. Метод экспериментального исследования.

Для того, чтобы определить магнитное поле Земли, нужно чтобы оно с чем-то провзаимодействовало, тогда мы сможем поверить его. Т.к. нам нужно не только направление, но и модуль индукции мы будем действовать на компас двумя полями, так что модуль можно будет рассчитать, как разность суммы и известного вектора индукции установки.

Для этого соберём схему, как на рисунке 1. Т.е. подключим к одинаковым источникам две катушки, чтобы ток в них тек параллельно, расстояние между ними равнялось радиусу – т.е. усилим поле между ними в два раза и упростим себе расчёты.

В данном эксперименте нас интересует только горизонтальная составляющая поля, поэтому метод годится, если и поле установки тоже будет горизонтальным.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Используемые формулы:

1. Средняя сила тока в катушке: $\langle I \rangle = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{3}$

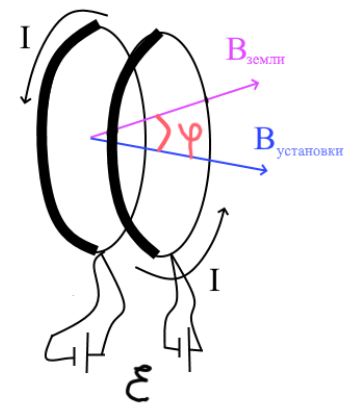


Рисунок 1 Схема установки

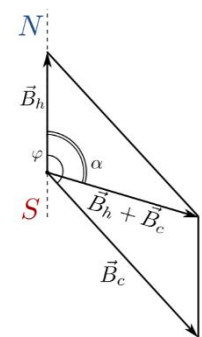


Рисунок 2 Схема сложения

Где B_h - горизонтальная составляющая поля земли, B_c - поле установки

2. Магнитная индукция катушек Гельмгольца: $B_c = \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} * \frac{In}{R}$
3. Параметр γ : $\gamma_i = \frac{\sin(\alpha_i)}{\sin(\varphi - \alpha_i)}$

МНК:

1. Коэффициент линейной зависимости $A\gamma = B_c$: $A = \frac{\sum_{i=1}^N B_{ci} \gamma_i}{\sum_{i=1}^N \gamma_i^2}$
2. Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (B_{ci} - A \gamma_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N \gamma_i^2}}$
3. Абсолютная погрешность через коэффициент Стьюдента, где N – число измерений, α – доверительная вероятность: $\Delta x = x_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle x \rangle}$
4. Относительная погрешность через абсолютную: $\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} * 100\%$

Исходные данные:

1. Радиус катушек: $R = 0,15$ м
2. Число витков в каждой из катушек: $n = 100$
3. Магнитная постоянная: $\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{H}{A^2}$
4. Коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha=0,95$ и числа измерений $N=14$, $x_{\alpha, N} = 1,76$

6. Схема установки

См рисунок 1

7. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1.	Амперметр	0-100 мкА	
2.	Компас	0°-360°	

8. Результаты прямых измерений и их обработки.

Результаты измерений см в приложении.

9. Расчёт результатов косвенных измерений.

1. Рассчитаем для каждого значения угла величину средней силы тока в катушках по формуле: $\langle I \rangle = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{3}$

Пример расчёта:

$$\langle I \rangle = \frac{7 \text{ A} + 8 \text{ A} + 8 \text{ A}}{3} = 7,7 \text{ A}$$

2. Для каждого значения угла рассчитаем величину магнитного поля катушек Гельмгольца

$$B_c \text{ по формуле: } B_c = \mu_0 \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} * \frac{In}{R}.$$

Пример расчёта:

$$B_c = 4 * \pi * 10^{-7} * \frac{H}{A^2} * \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} * \frac{7,67 * 10^{-3} \text{ A} * 100}{0,15 \text{ м}} = 0,0046 \text{ мТл} = 4,6 \text{ мкТл}$$

3. Для каждого значения угла рассчитаем величину параметра γ по формуле: $\gamma_i = \frac{\sin(\alpha_i)}{\sin(\varphi - \alpha_i)}$

Пример расчёта:

$$\gamma_1 = \frac{\sin(10^\circ)}{\sin(160^\circ - 10^\circ)} = 0,35$$

4. Сведём рассчитанные данные в таблицу (см. Приложение)
5. Построим график зависимости $B_c = B_c(\gamma_i)$
6. Найдём угловой коэффициент этой зависимости по МНК, который будет равен величине горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли B_h : $B_c = A * \gamma$. Заполним вспомогательную таблицу:

Вспомогательная таблица для МНК

$B_c * \gamma$, мкТл	$d^2 = (B_c - A * \gamma)^2$, мкТл ²	γ^2
1,60	7,23	0,12
4,25	10,03	0,28
6,91	9,61	0,43
9,20	10,10	0,55
11,73	7,35	0,66
14,06	6,05	0,77
15,77	8,55	0,88
17,18	14,36	1,00
19,78	13,96	1,13
23,18	12,04	1,29
27,94	8,70	1,50
34,73	6,16	1,82
50,21	0,40	2,35
105,90	286,64	3,53

Примеры расчётов:

$$\gamma_1^2 = 0,35^2 = 0,12$$

$$\gamma_1 * B_{c1} = 0,35 * 4,6 \text{ мкТл} = 1,60 \text{ мкТл}$$

(Пример расчёта параметра d в пункте 10)

$$B_h = A = \frac{\sum_{i=1}^N B_{ci} \gamma_i}{\sum_{i=1}^N \gamma_i^2} = \frac{1,60 \text{ мкТл} + 4,25 \text{ мкТл} + \dots + 105,90 \text{ мкТл}}{0,12 + 0,28 + \dots + 3,53} = 20,97 \text{ мкТл}$$

10. Расчёт погрешностей

1. Рассчитаем параметр d и заполним второй столбец вспомогательной таблицы.

Пример расчёта:

$$d_1^2 = (4,6 \text{ мкТл} - 20,97 \text{ мкТл} * 0,35)^2 = 7,23 \text{ мкТл}^2$$

2. Рассчитаем СКО углового коэффициента (индуктивности магнитного поля Земли) по

$$\text{формуле: } \sigma_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (B_{ci} - A \gamma_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N \gamma_i^2}}$$

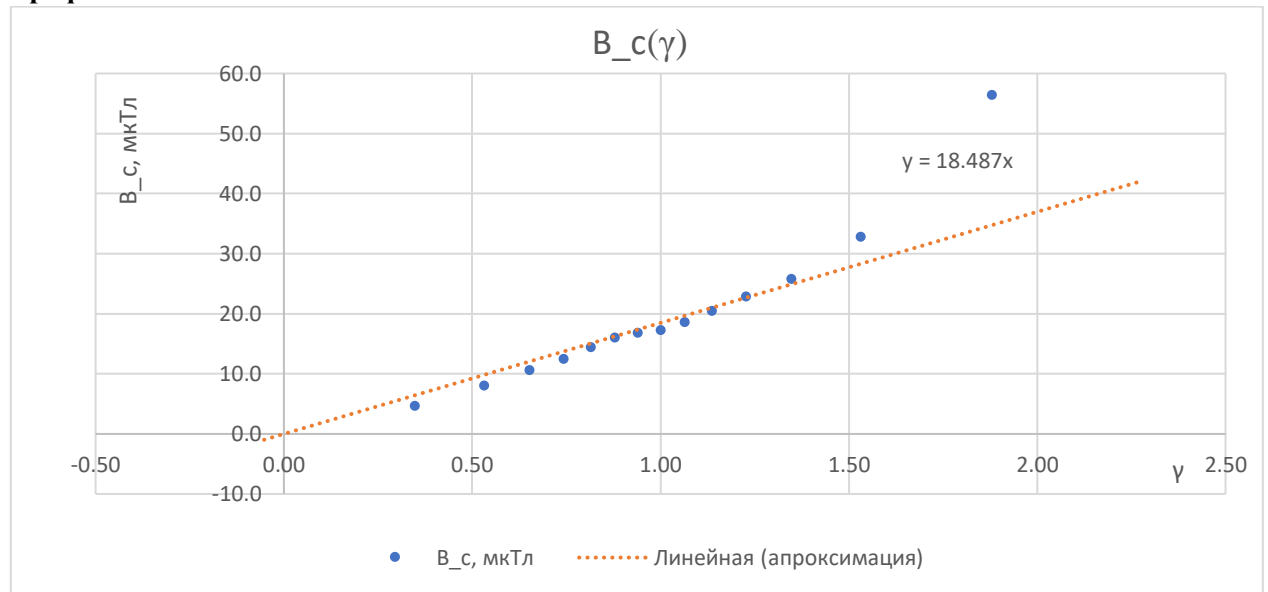
$$\text{Расчёт: } \sigma_A = \sqrt{\frac{(7,23 + 10,03 + \dots + 286,64) \text{ мкТл}^2}{(14-1)(0,12 + 0,28 + \dots + 3,53)}} = 1,37 \text{ мкТл}$$

3. Найдём абсолютную погрешность горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли по формуле: $\Delta B_h = x_{\alpha, N} * \sigma_{B_h}$

$$\text{Расчёт: } \Delta B_h = 1,76 * 1,37 \text{ мкТл} = 2,42 \text{ мкТл}$$

4. Найдём относительную погрешность: $\varepsilon_{B_h} = \frac{\Delta B_h}{B_h} * 100\% = \frac{2,42 \text{ мкТл}}{20,97 \text{ мкТл}} * 100\% = 11,54\%$

11. Графики



12. Окончательные результаты.

Горизонтальной составляющей индукции магнитного поля Земли в лаборатории: $B_h = (20,97 \pm 2,42)\text{мкТл}$,

Относительная погрешность: $\varepsilon_{B_h} = 11,54\%$, для доверительной вероятности $\alpha = 0,95$.

Табличное значение магнитного поля Земли в Санкт-Петербурге в 2008 году: $B_h = 14,92\text{ мкТл}$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В этой лабораторной работе мы измерили горизонтальную составляющую магнитного поля Земли. Если верить данным <http://db.izmiran.nw.ru/timeseries/pavlovsk-mm.html> и считать, что поле земли не меняется за 10 лет больше чем на 1 мкТл, то наш результат хорошо совпадает с табличным значением за 2008ой год.

И тот факт, что стрелка компаса вращается вокруг оси с трением, т.е. при маленькой силе со стороны магнитного поля может не доходить до нужного значения. С этим мы столкнулись в процессе снятия измерений – часть из них пришлось перемерить, потому что значения слишком сильно расходились. (Яркий пример выбивающаяся точка с $\alpha = 140^\circ$. Она сильно портила аппроксимацию, поэтому исходя из того, что зависимость должна быть линейной мы в подсчётах B_h её не использовали.)

Ну и конечно, высчитывая погрешность мы не учитываем возможность возникновения систематической ошибки из-за присутствия в лаборатории объектов, создающих дополнительные магнитные поля.