8

m

$U(x) = U_0(1 - \cos \alpha x)$

$U_0,\ a = Const$

$T - ?$

$U = U_0 - U_0 \cos ax$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$

Колебания $\Rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0$

$\vec{F} = m\vec{a} \quad a = \ddot{x}$

$\vec{F} = -\text{grad}\, U \quad F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$

$F_x = -U_0 a \sin \alpha x \quad \sin\alpha \approx \alpha$

$F_x = -U_0 a^2 x$

$m\ddot{x} = -U_0 a^2 x$

$\ddot{x} = -\frac{U_0}{m} a^2 x \Rightarrow \omega^2 = \frac{U_0}{m} a^2$

$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{U_0}{m}}\, a \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{U_0}{m}}\, a}$

1

$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0)$

$A = 2\text{см} \quad x(0) = -\sqrt{3}\text{см}$

$v = x'(0) < 0$

$\varphi_0 - ?$

$t = 0$

$-\sqrt{3} = 2\cos(0 + \varphi_0)$

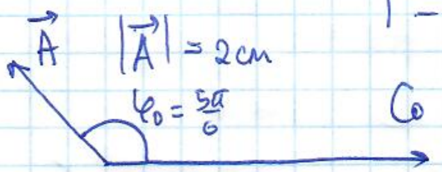
$-\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos(\varphi_0)$

$\varphi_0 = \pi \pm \frac{\pi}{6}$

$\Rightarrow v = \dot{x}(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0) < 0$

$-2\cdot\omega \sin(0 + \varphi_0)$

$\begin{cases} -2\omega\sin(\pi - \frac{\pi}{6}) < 0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi - \frac{\pi}{6} \\ -2\omega\sin(\pi + \frac{\pi}{6}) > 0 \end{cases}$



Со временем t $\vec{A}$ будет вращаться

2

$x_1 = A_1\cos(\omega t + \pi/6)$

$x_2 = A_2\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$

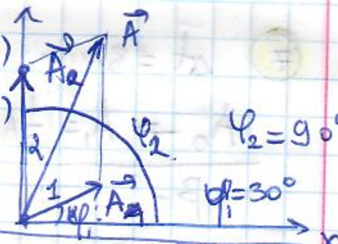
$\omega = \pi\ c^{-1}$ $A_1 = 1$ см $A_2 = 2$ см

Найти:

A, φ_0 } для рез. колеб.
$x(t)$

$x_1 = 1\cos(\omega t + \frac{\pi}{6})$

$x_2 = 2\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$



$t=0$

$\varphi_2 = 90°$

$\varphi_1 = 30°$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_2 - \varphi_1)} =$$

$$= \sqrt{1 + 4 + 2\cdot 2\cdot 1\cdot\cos(90° - 30°)} =$$

$$= \sqrt{5 + 4\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$$

$$tg\,\varphi = \frac{A_{2xy} + A_{1y}}{A_{2x} + A_{2y}} = \frac{A_2\cos(0°) + A_1\cos(60°)}{A_2\cos(90°) + A_1\cos(30°)}$$

$$= \frac{2 + \frac{1}{2}}{0 + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \Rightarrow \varphi = arctg\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)$$

Результ. $\Rightarrow x(t) = \sqrt{7}\cos\left(\omega t + arctg\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)\right)$

6 $A_1 \to \frac{1}{2}A_1$ за $t_1 = 5$ мин

За какое t с $t=0$

$A_1 \to \frac{1}{8}A_1$

$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

$x = Ae^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$

$A_1(t) = Ae^{-\beta t}$

$\Rightarrow A_0(t) = Ae^{0} = A$

$A_2(t_1) = \frac{1}{2}A = Ae^{-\beta t_1}$

$\Rightarrow e^{-\beta t_1} = \frac{1}{2}$

$\ln e^{-\beta t_1} = \ln\frac{1}{2}$

$-\beta t_1 = \ln\frac{1}{2}$

$\Leftarrow \beta = -\frac{\ln 1/2}{t_1} = -0{,}138$ мин$^{-1}$

$A_3 = \frac{1}{8}A_0 = \frac{1}{8}A = Ae^{-\beta t_2}$

$\frac{1}{8} = e^{-\beta t_2}$

$-\beta t_2 = \ln\frac{1}{8}$

$t_2 = \frac{\ln 1/8}{-\beta} = 15$ мин

(7)

$\Delta t = 8$ мин

$A_0 \Rightarrow A_1 = \frac{1}{3}A_0$

$\beta - ?$

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x(t) = Ae^{-\beta t}\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$A(t) = Ae^{-\beta t}$$

$$A_0 = A$$

$$A_1 = \frac{1}{3}A_0 = e^{-\beta t}A$$

$$\frac{1}{3} = e^{-\beta t} \Rightarrow \ln\frac{1}{3} = -\beta t$$

$$-0{,}13\ \text{мин}^{-1} = \beta = -\frac{\ln\frac{1}{3}}{\Delta t}$$

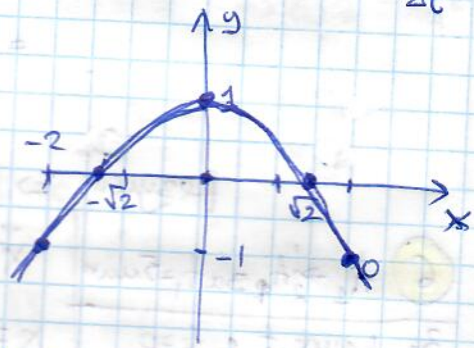
(3)

$x(t) = A_1\cos\omega t$

$y(t) = -A_2\cos 2\omega t$

$A_1 = 2\text{см}$ $A_2 = 1\text{см}$

Найти траекторию и построить её



$x(t) = A_1\cos\omega t = 0 \Rightarrow \omega t = \pm\frac{\pi}{2} \Rightarrow 2\omega t = \pm\pi$

$\Rightarrow x(t) = 0 \quad y(t) = -1\text{см}\cdot\cos(\pi) = 1\text{см}$

$(0, 1)$

$y(t) = -A_2\cos\omega t = 0 \Rightarrow 2\omega t = \pm\frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega t = \pm\frac{\pi}{4}$

$x(t) = 2\text{см}\cdot\cos\left(\pm\frac{\pi}{4}\right) = 2\text{см}\,\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\,\text{см}$ $(\sqrt{2}; 0)$

$x(t) = A_1\cos\omega t = 1A_1 \Rightarrow \omega t = 0 \Rightarrow 2\omega t = 0$

$\Rightarrow x(t) = 2\text{см} \quad y(t) = -A_2\cdot 1 = -1\text{см}$ $(2; -1)$

$x(t) = A_1\cos\omega t = -A_1 \Rightarrow \omega t = \pi \Rightarrow 2\omega t = 2\pi$

$x(t) = -A_1 = -2\text{см} \quad y(t) = -A_2\cos(2\pi) = -1\cdot 1 = -1\text{см}$

$(-2; -1)$

4

$T_1 = T_2$

$A_1 = A_2$

$A = A_3 = A_1 = A_2$

$\Delta\varphi$ — ?

$T_1 = T_2 \Rightarrow \omega_1 = \omega_2$

$\Rightarrow x_1(t) = A\cos(\omega t + \varphi_1)$

$x_2(t) = A\cos(\omega t + \varphi_2)$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A^2 - 2AA\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = \frac{A\sin\varphi_{01} + A\sin\varphi_{02}}{A\cos\varphi_{01} + A\cos\varphi_{02}} = A\,\frac{\sin\varphi_{01} + \sin\varphi_{02}}{\cos\varphi_{01} + \cos\varphi_{02}}$$

$$A = \sqrt{2A^2 - 2A^2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})}$$

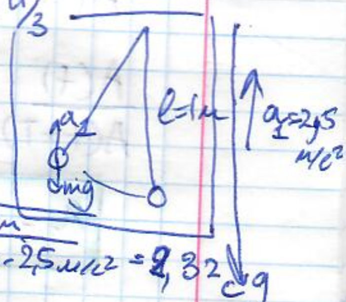
$$1 = 2 - 2\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$$

$$\frac{1}{2} = \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \Rightarrow \Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{3}$$

5

ускорение машина по 2ому
з-ну Ньютона: $am = -a_1 m + gm$

$\Rightarrow a = g - a_1 \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}} = 3{,}14\cdot 2\sqrt{\frac{1\text{м}}{9{,}8 - 2{,}5\ \text{м/с}^2}} = 2{,}32$ с



9

$l = 20$см

T - ?

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}}$

$ma = -F_a + mg =$

$= -\rho_ж Vg + 3\rho_ж Vg = 2\rho_ж Vg =$

$= \frac{2}{3}\rho_ш Vg = \frac{2}{3}mg \Rightarrow a = \frac{2}{3}g$

$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{0{,}2\text{м}}{9{,}8\frac{2}{3}\ \text{м/с}^2}} = 1{,}09$ с

① $T = 1c$

$\lambda = 0{,}3$

$\varphi_0 = 0$ рад

$t = 2T$

$x = 5$ см $= 0{,}05$ м

$x(t)$ - ?

$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$, $\varphi_0 = 0$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ рад/с

$\lambda = T\beta \Rightarrow \beta = \frac{\lambda}{T} = 0{,}3 c^{-1}$

$0{,}05 = A_0 e^{-0{,}3 \cdot 2T} \underbrace{\cos(2\pi \cdot 2T)}_{1}$

$A_0 = \frac{0{,}05}{e^{-0{,}6}} = 0{,}091$ м

$\Rightarrow x(t) = 0{,}091 e^{-0{,}3t} \cos(2\pi t)$

③ $\lambda = 0{,}01$

N - ?

до уменьшения A в 3 раза

$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} A_0 = \frac{1}{3} A_0 e^{-\beta t_0}$

$\ln \frac{1}{3} = \ln e^{-\beta t_0}$

$\ln \frac{1}{3} = -\beta t_0 \Rightarrow t_0 = -\frac{\ln \frac{1}{3}}{\beta}$

$N = \frac{t_0}{T}$; $\lambda = \beta T \Rightarrow T = \frac{\lambda}{\beta}$

$N = -\frac{\ln 1/3}{\cancel{\beta}} \cdot \frac{\cancel{\beta}}{\lambda} = -\frac{\ln 1/3}{\lambda} = 109{,}8$ раз

6

$\lambda_0 = 1{,}5$ $\qquad \lambda_0 = \beta_0 T_0$

$\lambda - ?$ $\qquad x(t) = A_0 e^{-\beta T} \cos(\omega t + \varphi_0)$

сопротивление среды $n \uparrow 2$ раза

во сколько раз $\uparrow$ чтобы колебаний не было.

$\beta \sim r$

if $r \uparrow 2p \Rightarrow \beta \uparrow 2p$

$\beta = n\beta_0$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\qquad \lambda = \beta T = n\beta_0 T$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

$\lambda_0 = \beta_0 \cdot T_0 = \beta_0 \frac{2\pi}{\omega} = \beta_0 \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta_0^2}}$

$\lambda_0^2 = \beta_0^2 \frac{4\pi^2}{\omega_0^2 - \beta_0^2}$

$\lambda_0^2(\omega_0^2 - \beta_0^2) = \beta_0^2 4\pi^2$

$\lambda_0^2 \omega_0^2 - \lambda_0^2 \beta_0^2 = \beta_0^2 4\pi^2$

$\beta_0^2 = \frac{\lambda_0^2 \omega_0^2}{4\pi^2 + \lambda_0^2}$ $\qquad \beta_0 = \frac{\lambda_0 \omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda_0^2}}$

$\beta = \beta_0 n = \frac{n\lambda_0 \omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda_0^2}}$

$\lambda = \beta \cdot T = \frac{n\lambda_0\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda_0^2}} \cdot \frac{2\pi}{\omega} = \frac{n\lambda\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda_0^2}} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} =$

$= \lambda = \frac{n\lambda_0\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda_0^2}} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \frac{n^2\lambda_0^2\omega_0^2}{4\pi^2 + \lambda_0^2}}} = \frac{n\lambda_0\omega_0}{\sqrt{4\pi^2 + \lambda_0}} \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1 - \frac{n^2\lambda_0}{4\pi^2 + \lambda_0^2}}} =$

$$= \frac{n\lambda_0 2\pi}{\sqrt{4\pi^2+\lambda_0^2}\sqrt{\frac{4\pi^2+\lambda_0^2-n^2\lambda_0^2}{4\pi^2+\lambda_0^2}}} = \frac{2n\lambda_0\pi}{\sqrt{4\pi^2+\lambda_0^2-n^2\lambda_0^2}} \approx 3{,}3$$

Колебаний не будет если $\omega_0 \leq \beta_k \Rightarrow T \to \infty$, $\lambda \to \infty$

Или:

$\beta_{kp} = n^* \beta_0 = \omega_0$ $\Rightarrow 4\pi^2 + \lambda_0(1-n^{*2}) = 0$

$\Rightarrow n^{*2} = \frac{4\pi^2}{\lambda_0} + 1$

$n^* = \frac{\omega_0}{\beta_0} = \frac{\cancel{\omega_0}\sqrt{4\pi^2+\lambda_0^2}}{\lambda_0 \cancel{\omega_0}}$

$n^* = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\lambda_0} + 1}$

4

$T_0 = 1c$
$\lambda = 0{,}628$
$T - ?$

$\lambda = \beta T$

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2}$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$T = \frac{\lambda}{\beta} = \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}} \Rightarrow T^2 = \frac{\lambda^2}{\frac{(2\pi)^2}{T_0^2} - \frac{(2\pi)^2}{T^2}}$$

$$T^2 = \frac{\lambda^2 T_0^2 T^2}{(2\pi)^2(T^2 - T_0^2)} \Rightarrow (2\pi)^2(T^2 - T_0^2) = \lambda^2 T_0^2$$

$$T^2 = \frac{\lambda^2 T_0^2 + T_0^2(2\pi)^2}{(2\pi)^2} \Rightarrow T = T_0\sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4\pi^2}} = 1{,}0049 \text{ c}$$

5

$A_0 \to A_t = \frac{1}{2}A_0$
$t = 5$ мин
$\ell = 1$ м
$\lambda - ?$

$\lambda = \beta T$ $\frac{1}{2}A_0 = A_0 e^{-\beta t}$

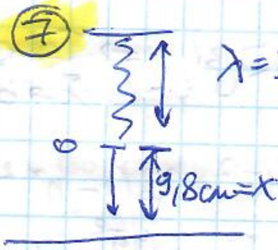
$\ln\frac{1}{2} = -\beta t$ $\beta = \frac{\ln\frac{1}{2}}{5\text{мин}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} =$

$= \sqrt{\frac{g}{\ell} - \beta^2} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow$

$$\lambda = \beta \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{l}-\beta^2}} = \frac{\ln\frac{1}{2}}{300c} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{10\,м/c}{1\,м} - \frac{\ln 1/2}{300c}}} = 0{,}004$$

(7)



$\lambda = 3{,}1$

$T - ?$

$\lambda = \beta T \quad \beta = \lambda / T$

$x = A_{max} = 9{,}8\,см \Rightarrow x(t) = A_{max}\cos(\omega t)\, e^{-\beta t}$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{x}} \Rightarrow \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

$\Rightarrow T = 2\pi / \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{x} - \frac{\lambda^2}{T^2}}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{\frac{gT^2 - \lambda^2 x}{xT^2}} \Rightarrow$$

$$gT^2 - \lambda^2 x = 4\pi^2 x \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 x + \lambda^2 x}{g}} = \sqrt{\frac{x}{g}(4\pi^2 - \lambda^2)}$$

$$= \sqrt{\frac{9{,}8}{9{,}8}(3{,}14^2 \cdot 4 - 3{,}1^2)} = 0{,}7\,c$$

(8)

$T = 0{,}2c$

$\frac{A_0}{A_6} = 13$

$\omega_p - ?$

$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

$x(t) = A_0 e^{-\beta t}\cos(\omega t)$

$A_0 \frac{1}{13} = A_0 e^{-\beta 6T}$

$\ln 1/13 = \beta 6T \Rightarrow \beta = \frac{\ln 1/13}{6T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 \Rightarrow \omega_0^2 = \omega^2 + \beta^2 =$

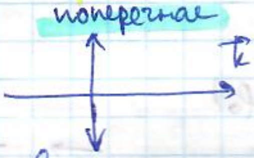
$$= \frac{2\pi^2}{T^2} + \frac{\ln 1/13^2}{36T^2} \quad \omega_{рез} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} + \frac{\ln 1/13^2}{36T^2} - 2\frac{\ln 1/13^2}{36T^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi^2}{T^2} - \frac{(\ln\frac{1}{13})^2}{36T^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3{,}14^2}{0{,}04c^2} - \frac{(\ln\frac{1}{13})^2}{36 \cdot 0{,}04c^2}} = 31{,}34\,c^{-1} =$$

$= 4{,}98\,Гц$

Волны

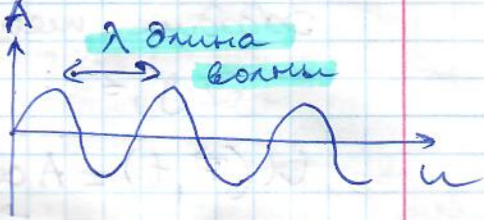
поперечная



вода
упруга
свет

продольная

звуки
пружина
давление

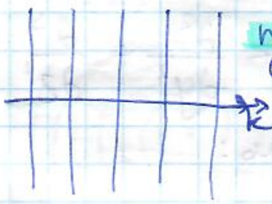


$$\vartheta = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu$$

Скорость фронта — фазовая скорость

$\vartheta =$

сферические волны



плоские волны

как получить? Длинный колебательный объект (палкой мутим по воде)

Поставить штрихую диафрагму для сфер. ист.

9

$N = 50$

$A_0 \to \frac{1}{2} A_0$

$Q - ?$

$$Q = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\pi}{\lambda}$$

$$x(t) = A_0 e^{-\lambda} \cos(\omega t)$$

$$\frac{1}{2} A_0 = A_0 e^{-\beta 50 T} = A_0 e^{50\lambda}$$

$$\ln \frac{1}{2} = 50\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{\ln \frac{1}{2}}{50}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{50\pi}{\ln \frac{1}{2}} = 226{,}61$$

$$u(x,t) = A\cos(\omega t + kx + \varphi_0)$$

$$k = \frac{2\pi}{\vartheta T} = \boxed{\frac{\omega}{\vartheta} = k}$$

(2) $\xi = 60\cos(1800t - 5{,}3x)$ ξ – микрометр $t = c$
$x = м$

$\frac{A}{\lambda}$ – ? $\vartheta_{част. max}$ – ?

$$\xi(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$$

$$\Rightarrow \frac{A}{\lambda} = \frac{60\cdot10^{-6}\cdot 5{,}3}{2\pi} = 5\cdot10^{-5}$$

$A = 60\cdot10^{-6}$ м

$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{5{,}3}$

$$\vartheta_{част.} = \xi'(t) = \frac{\partial\xi}{\partial t} = -60\cdot10^{-6}\cdot1800\sin(1800t - 5{,}3x)$$

$$\Rightarrow \vartheta_{ч. max} = 60\cdot10^{-6}\cdot1800 \text{ м/с}$$

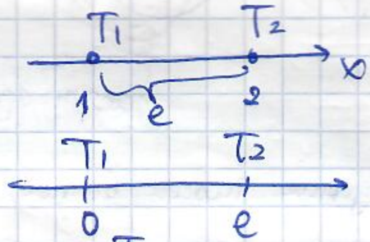
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\vartheta T} = \frac{\omega}{\vartheta} \Rightarrow \vartheta = \frac{\omega}{k}$$

$$\Rightarrow \frac{\vartheta_{ч. max}}{\vartheta} = \frac{\vartheta_{ч. max}}{\frac{\omega}{k}} = \frac{\vartheta_{ч. max}\,k}{\omega}$$

(5) t – ?

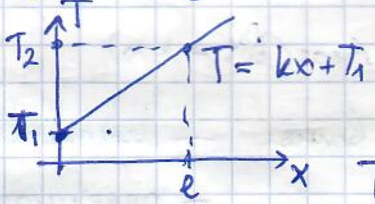
l
T_1
T_2
$\vartheta = \alpha\sqrt{T}$
$\alpha = const$

Температура T меняется линейно



$\vartheta = \alpha\sqrt{T} = \frac{dx}{dt}$

$dt = \frac{dx}{\alpha\sqrt{T}}$



$b = T_1$

$k = \frac{T_2 - T_1}{l}$

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{l}x + T_1$$

Мы не умеем брать интегралы вида:
значит надо думать:

$$dt = \frac{dx}{\alpha\sqrt{\frac{T_2 - T_1}{l}x + T_1}}$$

$$T - T_1 = \frac{T_2 - T_1}{l} x \Rightarrow \Delta T = \frac{T_2 - T_1}{l} \Delta x$$

$$\Rightarrow dT = \frac{T_2 - T_1}{l} dx \Rightarrow dx = \frac{dT \cdot l}{T_2 - T_1}$$

$$\Rightarrow \quad dt = \frac{dT\, l}{(T_2 - T_1)\,\alpha \sqrt{T}}$$

$$t = \int_0^t dt = \frac{l}{(T_2 - T_1)\alpha} \int_{T_1}^{T_2} T^{-1/2}\, dT = \frac{l}{T_2 - T_1}\, 2T^{1/2} \Big|_{T_1}^{T_2} = \frac{2l}{(T_2 - T_1)\alpha}\left(\sqrt{T_2} - \sqrt{T_1}\right) =$$

$$= t = \frac{2l}{(\sqrt{T_2} + \sqrt{T_1})\alpha}$$

$$dt = \int \frac{dx}{\alpha \sqrt{\frac{T_2 - T_1}{l} x + T_1}} \qquad \alpha dt = \frac{dx}{\sqrt{\underbrace{\frac{T_2 - T_1}{l}}_{k} x + T_1}} = \frac{dx}{(kx + T_1)^{1/2}} =$$

$$= -\frac{1}{k} \frac{d(\overbrace{kx + T_1}^{z})}{(kx + T_1)^{1/2}} = -\frac{1}{k} \frac{dz}{z^{1/2}}$$

4. $\xi(t, x) = A\cos(\omega t - kx)$

$$k\omega = \frac{\vartheta_{част}}{-A\sin(\omega t - kx)}$$

$$\vartheta_{част} = \frac{\xi(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t - kx) = 30\ м/с \qquad k = \frac{(относ.\ дефор.)}{-A\sin(\omega t - kx)}$$

$$Относ.\ деф. - \frac{\xi(x)}{dx} = -Ak\sin(\omega t - kx) = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$$

$$k = \frac{\omega}{\vartheta} \Rightarrow \vartheta = \frac{\omega}{k} = \frac{\vartheta_{част}}{относ.\ дефор.} = \frac{30\ м/с}{1{,}5 \cdot 10^{-2}} = 2000\ м/с$$

① $\xi(x,t) = A\cos(1560t - 5{,}2x)$

? ν, υ, λ. $\omega = 1560\ c^{-1}$ $5{,}2\ м^{-1} = k$

$$\upsilon = \frac{\omega}{k} = \frac{1560\ c^{-1}}{5{,}2\ м^{-1}} = 300\ м/с$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\cdot 3{,}14}{5{,}2\ м^{-1}} = 1{,}2\ м$$

$$\upsilon = \nu\lambda \Rightarrow \nu = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{300\ м/с}{1{,}2\ м} = 2{,}5\ c^{-1}$$

②

$T = 1{,}2\ с$

$A = 2\ см$

$\upsilon = 15\ м/с$

$x = 45\ м$ $t = 4\ с$

$\xi(x,t)$ - ?

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\upsilon = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{\upsilon} = \frac{2\pi}{\upsilon T}$$

$$\xi(x,t) = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{T\upsilon}x\right) =$$

$$= 2см\cdot\cos\left(\frac{3{,}14\cdot 2}{1{,}2с}\cdot 4с - \frac{3{,}14\cdot 2\cdot 45м}{1{,}2\cdot 15м/с}\right) =$$

$$= 2см\cdot\cos\left(\frac{\pi}{0{,}6с}(4-3)\right) = 1\ см$$

⑥

$\nu = 1{,}45\ кГц$

$r_1 = 5м$ $A_1 = 50\ мкм$

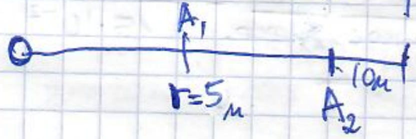
$r_2 = 10м$ $A_2 = \frac{1}{3}A_1$

γ - ? ; $A(m.A)$ - ?

$$\xi(r,t) = \frac{A}{r}\cos(\omega t - kr)\,e^{-\beta r}$$

$$\omega = k\upsilon = \nu\lambda\cdot\frac{2\pi}{\lambda} = \nu 2\pi$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$



$$A_1 = A/r \cdot e^{-\beta r} \quad \frac{1}{3}A_1 = \frac{A}{2r}e^{-2\beta r}$$

$$\frac{A}{r}e^{-\beta r} = 3\frac{A}{2r}e^{-\beta 2r}$$

$$\frac{3}{2} = e^{-\beta r}$$

$$\ln\left(\frac{3}{2}\right) = -\beta r \quad \beta = \frac{-\ln\left(\frac{3}{2}\right)}{r} = 0{,}08\ c^{-1}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{e^{-\beta r}}{e^{-\beta 2r}} = \frac{A_{...}}{e^{-\beta r}}$$

Значит $\vartheta = \dot{\xi}(x,t) = -A\omega\sin(\omega t - kx)e^{-\beta x}$

$\vartheta_{max} = A\omega e^{-\beta x}$

в (•) A

$\vartheta_{max}: A_1\omega = \nu 2\pi \cdot A_1 \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\cdot 50\cdot 10^{-6}\,м \cdot 3{,}14\cdot 1{,}45\cdot 10^{3} =$

$= 0{,}1518\,м/с = 0{,}15\,м/с$

7 $T = 0{,}04\,с$
$l_1 = 10\,м$ $l_2 = 16\,м$
$\vartheta = 300\,м/с$

$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta l}{\lambda}$ $\omega = k\vartheta = \nu\lambda = 2\pi\nu = 2\pi/T$

$\lambda = \vartheta T$

$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta l}{\vartheta T} = \frac{6\,м\cdot 2\pi}{300\,м/с\cdot 0{,}04\,с} = \pi$

8 $c = 340\,м/с$ (скорость звука)
$u = 120\,км/ч$
$\tau_0 = 5\,с$

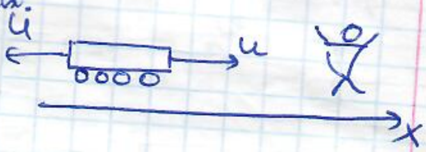
$t_{зв}$ - ? а) $\vartheta_u > 0$
б) $\vartheta_u < 0$

а) Если поезд приближ.

$\omega = 2\pi\frac{c}{\lambda} =$

$= \omega_0\frac{1}{\left(1-\frac{u}{c}\right)} =$

$= \omega_0\frac{c}{c-u}$; $\nu = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow \nu = \nu_0\frac{c}{c-u}$



Время звука передаётся к человеку тем же числом колебаний, просто частота колебаний увеличится

Значит $\tau = \frac{\nu_0\tau_0}{\nu} = \frac{\nu_0\tau_0}{\nu_0\frac{c}{c-u}} = \frac{(c-u_0)\tau_0}{c} = \frac{\left(340\,м/с - 120\,км/ч\cdot 10^3\cdot\frac{1}{3600}\right)\cdot 5\,с}{340\,м/с} =$

$= 4{,}51\,с$

б) Поезд отдаляется

то $\nu = \nu_0\frac{c}{c+u} \Rightarrow \tau = \frac{\nu_0\tau_0}{\nu_0\frac{c}{c+u}} = \frac{\tau_0(c+u)}{c} = \frac{5\,с\left(340\,м/с - 120\cdot 10^3\cdot\frac{1}{3600}\,м/с\right)}{340\,м/с} =$

$= 5{,}49\,с$

Значит $\upsilon = \dot{\xi}(x,t) = -A\omega\sin(\omega t - kx)e^{-\beta x}$

$\upsilon_{max} = A\omega e^{-\beta x}$

В (·)A υ_{max}: $A_1\omega = \nu 2\pi \cdot A_1 \frac{1}{3} = \frac{2}{3}\cdot 50\cdot 10^{-6} м \cdot 3{,}14\cdot 1{,}45\cdot 10^{3} =$

$= 0{,}1518$ м/с $= 0{,}15$ м/с

7 $T = 0{,}04$с; $l_1 = 10м$ $l_2 = 16м$; $\upsilon = 300$ м/с

$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta l}{\lambda}$ $\omega = k\upsilon = \nu\lambda = 2\pi\nu = 2\pi/T$

$\lambda = \upsilon T$

$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta l}{\upsilon T} = \frac{6м\cdot 2\pi}{300м/с\cdot 0{,}04с} = \pi$ (скорость звука)

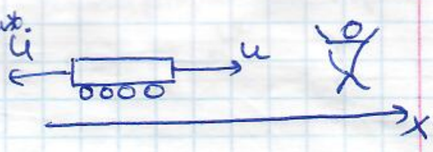
8 $C = 340$ м/с; $U = 120$ км/ч; $\nu_0 = 5с$

$f(l)$ - ? а) $\upsilon_u > 0$

а) Если поезд приближ.

$\omega = 2\pi\frac{c}{\lambda} =$

$= \omega_0\frac{1}{(1-\frac{u}{c})} =$

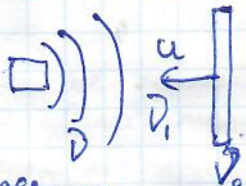


9 $c = 330$м/с; $u = 33$см/с $= 0{,}33$м/с

$\frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_0}100\%$ - ?

В С.О. стенки частота ν источника равна $\nu_0 = \nu\frac{c}{c+u}$

Когда звук отражается его источник как бы движется, т.е. $\nu_1 = \nu_0\frac{c}{c-u} = \nu\cdot\frac{c+u}{c-u}$

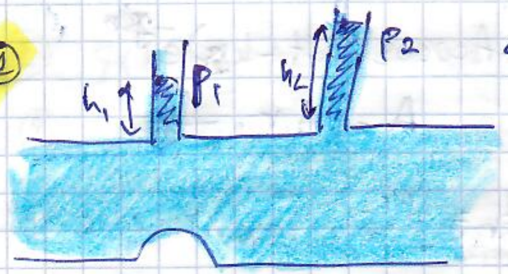


$\nu = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{c(c-u)}{\nu(c+u)} =$

$\Rightarrow \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda_0}(100\%) = \frac{\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu}\frac{(c-u)}{(c+u)}}{c/\nu} = \frac{\frac{c}{\nu}\left(1 - \frac{c-u}{c+u}\right)}{c/\nu} =$

$= \frac{\frac{c}{\nu}\left(\frac{c+u-c+u}{c+u}\right)}{c/\nu} = \frac{\frac{c}{\nu}\frac{2u}{c+u}}{c/\nu} = \frac{2u}{c+u} = \frac{2\cdot 0{,}33м/с}{330{,}33м/с} = 0{,}0019\cdot 100\% \approx 0{,}2\%$

①



$\Delta p - ?$

$Q = const$

$S \cdot \vartheta = const$

$\frac{\rho \vartheta_2^2}{2} + p = const$

$\Rightarrow$ после узкой трубы в широкой давление выше

$\Rightarrow \Delta p = \rho g h_2 - \rho g h_1 = \rho g (\Delta h)$

Или через уравнение Бернулли:

$\frac{\rho \vartheta_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho \vartheta_2^2}{2} + p_2$ $\qquad S_1 \vartheta_1 = S_2 \vartheta_2 \quad \vartheta_2 = \frac{S_1 \vartheta_1}{S_2}$

$\Delta p = p_2 - p_1 = \rho \frac{\vartheta_1^2}{2} - \frac{\rho \vartheta_2^2}{2} = \frac{\rho}{2}(\vartheta_1^2 - \vartheta_2^2) =$

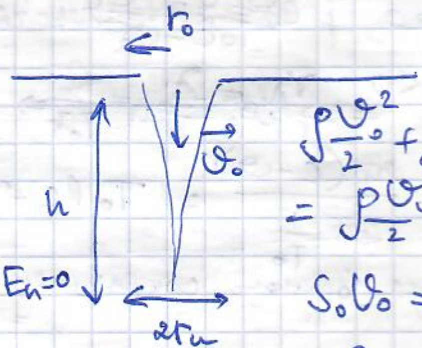
$= \frac{\rho}{2}\left(\vartheta_1^2 - \frac{S_1^2 \vartheta_1^2}{S_1^2}\right) = \Delta h \rho g$

② Идеальная жидкость

$\eta = 0$

$\rho = const$

$r_u - ?$



$\frac{\rho \vartheta_0^2}{2} + \rho g h + \cancel{p_{атм}} =$

$= \frac{\rho \vartheta_u^2}{2} + 0 + \cancel{p_{атм}}$

$S_0 \vartheta_0 = S_u \vartheta_u$

$S_u = \frac{S_0 \vartheta_0}{\vartheta_u}$

$S = \pi r^2$ $\qquad \pi r_0^2 \cdot \vartheta_0 = \pi r_u^2 \vartheta$

$r_u = \sqrt{\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_u}}\, r_0$

$\vartheta_0^2 + 2gh = \vartheta^2 \Rightarrow \vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$

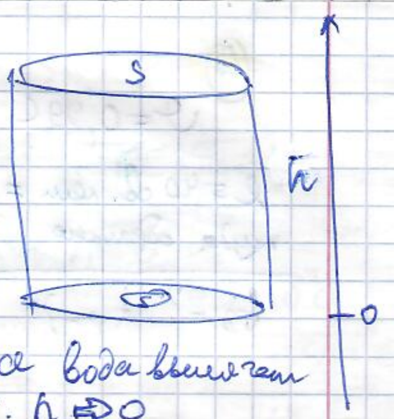
$r = \sqrt{\frac{\vartheta_0}{\sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}}}\, r_0 = \sqrt[4]{\frac{\vartheta_0^2}{\vartheta_0 + 2gh}}$

3 h, S, s

$t - ?$

Скорость потока от высоты $v = \sqrt{2gH}$

Значит $dV = s v dt$ — вытекает за dt



$$\Rightarrow V = \int_0^t s v dt = S h$$

вытечет весь объём = т.е. вся вода вытечет т.е. $h \Rightarrow 0$

$$\frac{dV}{dt} = S\frac{dh}{dt} \Rightarrow dV = S dh$$

$$dV = S dh = s v dt \Rightarrow dt = \frac{S dh}{s v} = \frac{S dh}{s\sqrt{2gH}}$$

$$\int_0^t dt = t = \int_H^0 \frac{S dh}{s\sqrt{2g}} \cdot h^{-1/2} = \frac{S}{s}\frac{1}{\sqrt{2g}} \cdot 2h^{1/2} =$$

$$= \frac{S}{s}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{g}}\sqrt{h} = \boxed{\frac{S}{s}\sqrt{\frac{2h}{g}} = t}$$

4 $\eta = 1{,}39\ Па{*}с$

$Re = 0{,}5$

$d_{max} - ?$

$Re = \frac{\rho v l}{\eta}$, $l = 2r$, — число Рейнольдса

$v = const \Rightarrow$ Работает з-н Стокса $\Rightarrow$

$\Rightarrow F = 6\pi\eta v r$ — трение жидкости

$\Rightarrow F_{тр} + F_a = mg \Leftarrow$ т.к. $v = const$

$$6\pi\eta v r + \rho_* g V = mg = V g \rho_ш = \frac{4}{3}\pi r^3 g \rho_ш$$

$$\Rightarrow v = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 g\rho_ш - \rho_* g \frac{4}{3}\pi r^3}{6\pi\eta r} =$$

$$= v = \frac{\frac{4}{3} g r^2(\rho_ш - \rho_*)}{6\eta}$$

$$\Rightarrow 0{,}5 = \frac{\frac{4}{3} g r^2(\rho_ш - \rho_*)}{6\eta} \cdot \frac{2\rho_ш r}{\eta}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{3\eta^2}{\frac{8}{3} g(\rho_ш - \rho_*)\cdot\rho_ш}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{9\eta^2}{8g(\rho_ш - \rho_*)\rho_ш}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{9}{8}\frac{(1{,}39)^2 Па^2 с^2}{9{,}8\ м/с^2(-1260\ кг/м^3 + 1340\ кг/м^3) * 1340\ кг/м^3}}$$

$= 0{,}0012\ м$

4

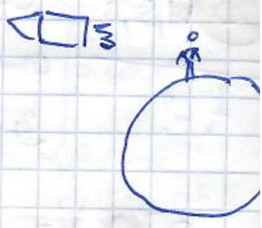
$\vartheta = 0{,}99c$

$l = 40$ св. лет = туда обратно

$t_з - ?\quad t_р - ?$

*

Для земли:



$t_з = \dfrac{2l}{\vartheta} = \dfrac{80\,лет}{0{,}99}$

$t'_з = \dfrac{t_0}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} \Rightarrow$

$t_0 = t_з \cdot \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} = 80\,лет\sqrt{1-\frac{0{,}...}{c}}$

$= 11\,лет$

1

$l_0 = 1{,}0м$

$\vartheta = 0{,}6c$

$l - ?$

$l = \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}\,l_0 = \sqrt{1-0{,}6^2}\;1м = 4/5 = 0{,}8$

2

$\vartheta_{p1} = 3000\,км/с$

$\vartheta_{p2} = 100000\,км/с$

$t = 3600с\quad \vartheta_{p3} = 250000\,км/с$

$t_1, t_2, t_3 - ?$

$t = \dfrac{t_0}{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}} \Rightarrow$

$\vartheta_{p1} = 0{,}01c$

$\vartheta_{p2} = \frac{1}{3}c$

$\vartheta_{p3} = \frac{25}{30}c$

$t_0 = t \cdot \sqrt{1-\vartheta^2/c^2}$

$t_{p10} = 3600с \cdot \sqrt{1-0{,}1^2} = 3582с$

$t_{p20} = 3600с \cdot \sqrt{1-\left(\frac{1}{3}\right)^2} = 3394с$

$t_{p30} = 3600с\sqrt{1-\left(\frac{25}{30}\right)^2} = 1990с$

3

$\vartheta_p = 0{,}99c$

$t_0 = 10\,лет$

$t - ?$

$t = t_0 \dfrac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta_p^2}{c^2}}} = 10\,лет \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-0{,}99^2}} =$

$= 70{,}8\,лет$

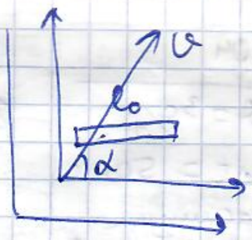
⑤ $\vartheta = 0{,}995c$
$l = 6{,}0 \cdot 10^3 м$

$t - ?$ $t_0 - ?$
$l_0 - ?$

$$l = l_0\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow l_0 = \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}^{-1} l = \sqrt{1-0{,}995^2}^{-1} \cdot 6{,}0\cdot 10^3 м = 60075 м$$
$$\Rightarrow t_0 = \frac{l_0}{\vartheta} = \frac{l\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}}{\vartheta} = 2\cdot 10^{-4} c$$
$$\Rightarrow t = t_0 \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}\, l}{\vartheta\sqrt{1-\vartheta^2/c^2}}$$
$= 0{,}002 c$

⑥ $l - ?$
α, ϑ
$l_0 - ?$

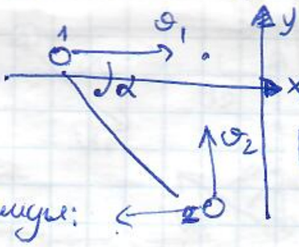
из-за движения в вертикальном направлении l не будет искажаться
$\Rightarrow \vartheta \cdot \cos\alpha = u$
$$\Rightarrow l = l_0\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$
$$\Rightarrow l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-\frac{\vartheta^2\cos^2\alpha}{c^2}}}$$



⑦ ϑ_1, ϑ_2

$\vartheta_{12\,лаб} - ?$
$\vartheta_{12ч} - ?$

$\vartheta_{сближ}$ в с.о. лаб $= \sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}$



$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}$$
$$\boxed{\alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)}$$

в сист. отп. 1 частицы:

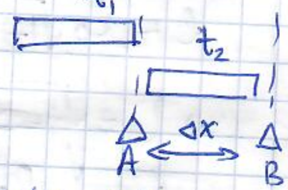
$$u_{отн1} = \frac{\vartheta_1\cos\alpha + \vartheta_2\sin\alpha}{1 + \frac{\vartheta_1\vartheta_2\sin 2\alpha}{2c^2}}, \text{ где } \alpha = \operatorname{arctg}\left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)$$

4.399

$\Delta x = (B - A)$

$l_0 - ?$

в момент времени t_1 стержень начинает проходить метку A, в момент t_2 − B, в t_3 − заканчивает B.



$$l_0 = V(t_3 - t_2) \qquad V = \Delta x \cdot \frac{1}{(t_2 - t_1)}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \Rightarrow l_0 = \frac{l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} =$$

$$= l_0 = \frac{\Delta x \frac{1}{(t_2 - t_1)}(t_3 - t_2)}{\sqrt{1 - \frac{\Delta x^2 (t_2 - t_1)^2}{c^2}}} = \frac{\Delta x (t_3 - t_2)\, c}{(t_2 - t_1)\sqrt{c^2 - \Delta x^2 (t_2 - t_1)^2}}$$

1,404

$v = 3c/4$

$\Delta t = 50$ нс

Две частицы с разницей в Δt врезаются в мишень скоростью − v посчитать Δl_0 между ними

$$\beta = \frac{3}{4} \qquad x_1 = x_2 = \frac{x_1' + vt_1'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{x_2' + vt_2'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$= x_1' - x_2' = l_0 = V(t_2' - t_1') \qquad l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}$$

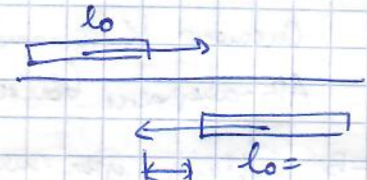
$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad V \Delta t (t_2' - t_1')$$

A,

B.

1.406.

ϑ одного стержня в ст. отс. другого — ?



$\Delta t = t_2 - t_1$

Δt в с.о. стержне 1

$\frac{l_0 - l}{\vartheta_{отн}} = \Delta t$ $\quad l = l_0\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}$

$l_0 - l_0\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} = \vartheta\Delta t$ $\quad \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} = 1 - \frac{\vartheta\Delta t}{l_0}$

$$\cancel{1} - \frac{\vartheta^2}{c^2} = \cancel{1} - \frac{2\cancel{\vartheta}\Delta t}{l_0} + \frac{\vartheta^2\Delta t^2}{l_0^2}$$

$$\frac{\vartheta}{c^2} + \frac{\vartheta\Delta t^2}{l_0^2} = \frac{2\Delta t}{l_0} \Rightarrow \vartheta = \frac{2\Delta t/l_0}{(1/c^2 + \Delta t^2/l_0^2)} =$$

$$= \frac{2\Delta t}{l_0}\frac{1}{\sqrt{\frac{l_0^2+\Delta t^2c^2}{c^2l_0^2}}} = \frac{2\Delta t}{l_0}\frac{c l_0}{\sqrt{l_0^2+\Delta t c^2}} = \frac{2\Delta t c}{\sqrt{l_0^2+\Delta t c^2}}$$

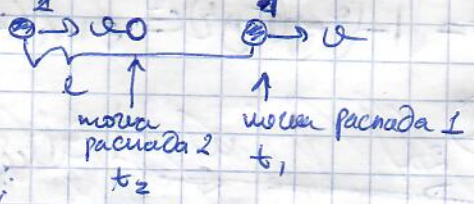
$\Delta t \approx \frac{l_0}{c}$

1.407

Две нестабильные частицы движутся в одном направ. по прямой в лабораторной системе отсчёта между ними $l = 120$ м $\vartheta = 0{,}990c$. Потом они распадаются одновременно в своей СО. Какая распадётся раньше в лаб. СО? Δt — между распадами?

$x_2 = (x_2' + v t_2')\gamma$

$x_1 = (x_1' + v t_1')\gamma$



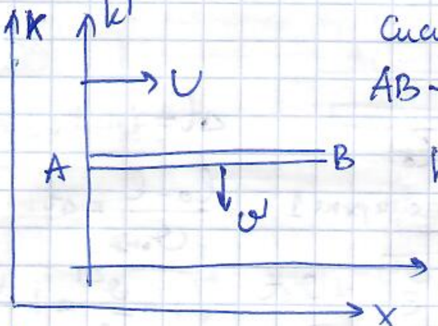
$x_2 - x_1 = l - v\Delta t$

' — сопутств. сист. отсчёта

$= \gamma\left(\frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$

$$\Delta t v = l\left(1 - \frac{1}{1-\beta^2}\right) \Rightarrow \Delta t = \frac{l}{v}\frac{(-\beta^2)}{1-\beta^2} = \frac{vl}{c^2-v^2}$$

1.420.



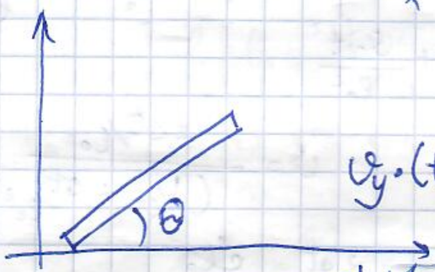
Система K движется с V вдоль x

AB - стержень движется с ϑ вдоль Y'

Найти угол между AB и X

$$t_A - t_B = \frac{t'_A - t'_B + \frac{V}{c^2}(x'_A - x'_B)}{\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

$$t_A - t_B = \frac{V}{c^2} l_0 \gamma$$



$$\vartheta_y \cdot (t_A - t_B) = \vartheta' \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}} \, \frac{V l_0}{c^2} \gamma$$

$$x_A - x_B = l_0 \frac{1}{\gamma}$$

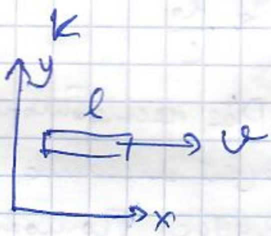
$$tg\,\theta = \frac{\vartheta' V}{c^2} \Big/ \sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}$$

1) $y = 0{,}5\%$

$\vartheta - ?$

$$l = l_0 \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}$$

$$1 - y = \frac{l - l_0}{l_0} =$$



$$= \frac{l_0\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} - l_0}{l_0} = \sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}} = 0{,}995$$

$$\vartheta = \sqrt{1-(1-y)^2} \cdot c = \sqrt{1-(1-0{,}005)^2} \cdot 10^8 \cdot 3_{м/с} = 2{,}99 \cdot 10^7_{м/с}$$

~~2) 2u u A l_{01} l_0 l_{01} B t - ?~~

~~Вычисление/система L~~

~~корабли движутся со скоростями u и 2u ∃ L - система Земли~~

~~с.о. корабля~~

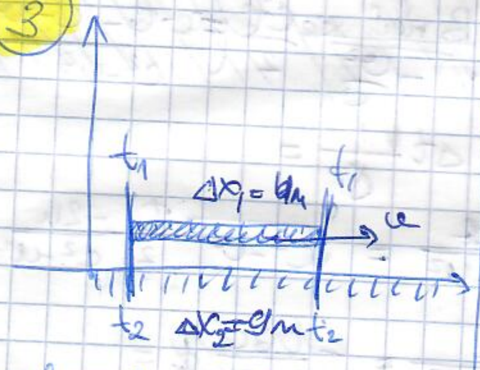
~~период время $t_0 = t\sqrt{1-\frac{\vartheta^2}{c^2}}$~~

(2)

$(x'_A - x'_B)$

Пусть С.О. L совпадает с Земной.
Тогда в Земной системе отсчёта корабли сближаются со скоростью $u + 2u = 3u$
$t - ?$ значит расстояние l_0 пройдут за время $t = l_0 / 3u$

(3)



$l_0 - ?$ $v - ?$

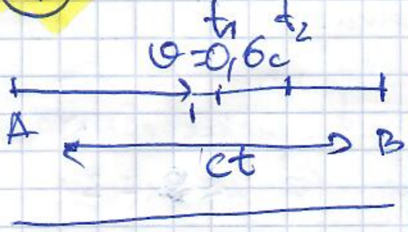
Моменты фиксации концов в С.О. линейки не совпадают.
Время в. С.О. линейки и стержня отличается на $\Delta t = t - t_0 = t_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - t_0 =$
$= t_0\left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1\right)$

Получается, что если "одновременно" происходит фиксация в СО линейки переднего и заднего конца то в. С.О. стержня $\Delta x_1 = l_0\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$
А в системе отсчёта стержня "заморозка" в С.О. линейки даёт $\Delta x_2 = \frac{l_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v = \sqrt{\left(1 - \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2}\right)}\,c =$$

$$= \sqrt{\left(1 - \frac{4}{9}\right)}\,c \approx 74{,}5c$$

(4)



$t_1,\ t_2,\ t = 2$ мес.

Для часов:

$ct_1 = \frac{ct}{2} + vt_1 \qquad t_1 = \frac{ct}{2}\cdot\frac{1}{c-v}$

$ct_2 = \frac{ct}{2} - vt_2 \qquad t_2 = \frac{ct}{2}\cdot\frac{1}{c+v}$

$\Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{ct}{2}\left(\frac{1}{c+v} - \frac{1}{c-v}\right)$

Это можно перевести в СО корабля: $\Delta t_0 = \Delta t\frac{1}{\gamma} =$

$= \sqrt{1 - v^2/c^2}\ \frac{ct}{2}\ \frac{-2v}{c^2-v^2} = \sqrt{c^2-v^2}\ \frac{t}{2}\ \frac{-2v}{c^2-v^2} =$

$= \frac{-t2v}{2\sqrt{c^2-v^2}} = -\frac{tv}{\sqrt{c^2-v^2}} =$

$= \frac{-0{,}6c\cdot 2\text{мес}}{\sqrt{1c^2 - (0{,}6)^2c^2}} = 1{,}5$ мес

8

Покажите 2 события:

$$\begin{cases} x_1 = 0\,м & x_2 = 5\,м \\ t_1 = 0\,с & t_2 = 4/3 \cdot 10^{-8}\,с \end{cases}$$

$y, z = const$

Найти S — четырёхвектор

Теория:

1) $dx > c\,dt$

тогда $\exists$ $t_1' = t_2'$

сист. отс.

пространственноподобные интервалы

2) $dx < c\,dt$

тогда $\exists$ С.О $x_1 = x_1'$

времениподобный интервал.

$\Rightarrow$ у нас

пространственноподобный.

$\Rightarrow t_1' = t_2'$ $\quad S = \sqrt{(c\,dt)^2 - dx^2} = \sqrt{16 - 25} = 3\,м$

1

$\vartheta_1 = 0{,}6c$

$\vartheta_2 = 0{,}8c$

$\Delta m - ?$

$$E_{полн} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}}$$

$$A = \Delta E = mc^2\left(\left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}8^2}}\right) - \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}6^2}}\right)\right) =$$

$$= 0{,}42\,mc$$

2.

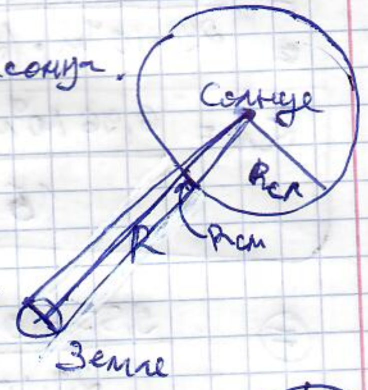
$$\Delta E = 2{,}5 \cdot 10^3\,МВт \cdot 3600\,с$$

$$\Delta mc^2 = E \Rightarrow \Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{2{,}5 \cdot 10^9 \cdot 3600\,Дж}{9 \cdot (10^8)^2\,м^2/с^2}$$

$$= \frac{10^{12}}{10^{16}}\,кг = 10^{-4}\,кг$$

(3) Не очень поняла условие задачи, но размышления на эту тему таковы:

Излучение солнца $= \Delta E_м \cdot S_{шара\ солнца}$.



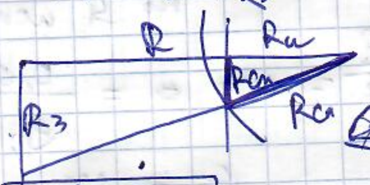
Из этого на Землю падает

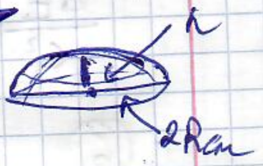
$\pi r_з^2 \cdot \Delta E_м = 1{,}37 \cdot 10^3$ Дж/с

Площадь солнца излучение с которой идёт на Землю

$l=\sqrt{R^2+r_з^2}$ $\quad \frac{R_{см}}{R_з} = \frac{R_{сл}}{R}$

$$R_{см} = \frac{R_{сл} \cdot R_з}{R}$$





$$R_ц = \sqrt{R_{сл}^2 - R_{см}^2}$$

$$h = R_{сл} - R_ц = R_{сл} - \sqrt{R_{сл}^2 - R_{см}^2}$$

$S_{зем} = 2\pi R_{см} \cdot h$ — площадь солнца освещающая землю. $\Rightarrow \frac{S_{сл}}{S_{зем}} = \frac{\Delta E_{полн}}{\Delta E_м}$

$\Rightarrow \Delta E_{полн} = \frac{S_{сл} \cdot \Delta E_м}{S_{зем}} \Rightarrow \Delta m = \frac{\Delta E_{полн}}{c^2}$

$$\Delta E_{полн} = \frac{4\pi R_{сл} \cdot \Delta E_м}{2\pi R_{см} \cdot (R_{сл} - \sqrt{R_{сл}^2 - R_{см}^2})} =$$

$=$

7

$$\Delta E_{солн} = \frac{\cancel{2\cdot 3{,}14}\cdot 1{,}37\cdot 10^3\ Дж/с \cdot 6{,}96\cdot 10^9 м}{\cancel{2\cdot 3{,}14}\cdot\left(\frac{6{,}96\cdot 10^9 м\cdot 6{,}4\cdot 10^6 м}{1{,}5\cdot 10^{11} м}\right)\cdot R_{см}-\sqrt{R_{см}^2-R_з^2}} =$$

$$= \frac{9{,}53\cdot 10^{12}\ м\cdot Дж/с}{29\cdot 10^4 м\cdot\left(29\cdot 10^4 м-\sqrt{(6{,}9\cdot 10^9 м)^2-(29\cdot 10^4 м)^2}\right)} \circeq$$

$$\boxed{R_{см} = \frac{6{,}96\cdot 10^9 м\cdot 6{,}4\cdot 10^6 м}{1{,}5\cdot 10^{11} м} = 29\cdot 10^4 м}$$

$$\circeq \frac{9{,}53\cdot 10^{12}\ м\ Дж/с}{29\cdot 10^4 м\ (29\cdot 10^4 м - 6{,}9\cdot 10^9 м)} =$$

$= 0{,}0047$ Дж/с — ответ странный

Но я потом ещё подумаю...

$$\frac{\Delta E}{c^2} = \Delta m = \frac{0{,}0047\ Дж/с}{9\cdot 10^{16}\ м^2/с^2}$$ скорее всего в подсчёте ...

$E_{полн}$ и $\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$

6.

$$E_{общ} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{2mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Mc^2 = энергия образовавшейся покоящейся частицы

$$\frac{2mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = Mc^2 \Rightarrow \beta^2 = 1-\left(\frac{2m}{M}\right)^2 \Rightarrow \frac{v}{c} = \sqrt{1-\left(\frac{2m}{M}\right)^2} \Rightarrow$$

$$v = c\sqrt{1-\left(\frac{2m}{M}\right)^2}$$

(7) $E_{полн} = 2\,E_0$

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2 \cdot m_0 c^2 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2$$

$1-\beta^2 = 0{,}25 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$\beta = 1 - 0{,}25$

$v = c \cdot (0{,}75) =$

$= 0{,}75 \cdot 3 \cdot 10^8$ м/с $=$

$= 2{,}25 \cdot 10^8$ м/с