

---

Группа *P3112*

Студент *Сенина Мария Михайловна*

Преподаватель *Сорокина Е К*

К работе допущен

Работа выполнена

## Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе №3

### Исследование равноускоренного вращательного движения (маятник Обербека)

#### 1 Цель работы

Изучение равноускоренного вращательного движения.

#### 2 Задачи, решаемые при выполнении работы

1. Проверка основного закона динамики вращения.
2. Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

#### 3 Объект исследования

Маятник Обербека.

#### 4 Метод экспериментального исследования

На маятнике обербека устанавливаем грузики удалённые от оси на 1-5 делений, и засекаем время, за которое грузик на штанге коснётся нулевой отметки, при том, что на грузике 1-4 шайбы. Таким образом мы сможем проследить, какую силу нужно приложить чтобы раскрутить маятник с разными моментами инерции.

Т.к. саму нить можно считать невисомой и нерастяжимой.  
Из второго закона Ньютона:  $ma = mg - T \Rightarrow$  момент силы трения относительно оси маятника равен  $M = Tl = \frac{md}{2}(g - a)$ , в то же время  $a = \frac{2h}{t^2} \Rightarrow \epsilon = \frac{2a}{d}$ , где  $d$  - диаметр ступицы.

Значит полный момент сил действующих на маятник равен  $M = I\epsilon - M_{тр}$ , где  $I = I_0 + 4m_{ym}R^2$  здесь  $I_0$  - сумма моментов инерции маятника без утяжелителей.

## 5 Рабочие формулы

1. Среднее значение -  $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
2. Ускорение -  $a = \frac{2h}{t^2}$
3. Погрешность измерения ускорения -  $\Delta a = (\frac{2\Delta h}{h} + \frac{2\Delta t}{t}) * a$
4. Угловое ускорение -  $\epsilon = \frac{2a}{d}$
5. Погрешность измерения углового ускорения -  $\Delta\epsilon = \epsilon(2\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta d}{d})$
6. Момент силы натяжения нити -  $M = Tl = \frac{md}{2}(g - a)$
7. Погрешность момента силы натяжения нити -  $\Delta M = \frac{1}{2}M(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta a}{a})$
8. Момент сил -  $M = I\epsilon - M_{тр}$
9. Момент инерции маятника -  $I = I_0 + 4m_{ym}R^2$ , здесь  $I_0$  - сумма моментов инерции маятника без утяжелителей.
10. Коэффициенты уравнения прямой через МНК  $Y = aX + b$   

$$a = \frac{n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, b = \bar{y} - b\bar{x}$$
11. СКО коэффициентов уравнения прямой -  $\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n d_i}{D(n-2)}}, \sigma_b = \sqrt{(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{D}) \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n-2}}$ ,  
где  $d_i = y_i - (b + ax_i)$ , а  $D = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
12. Расстояние между осью вращения и центром утяжелителя -  $R = l_1 + (n-1)l_0 + \frac{1}{2}b$ , где  $l_1$  - расстояние от оси вращения до первой риски;  $n$  - номер риски, на которой установлены утяжелители;  $l_0$  - расстояние между соседними рисками;  $b$  - размер утяжелителя вдоль спицы.
13. Погрешность измерений через коэффициент Стьюдента  $\Delta x = t_{a_{дог}, N} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x - \bar{x})^2}{N(N-1)}}$ ,  
где  $t_{a_{дог}, N}$  - коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности  $a_{дог}$  и количества измерений  $N$ .

## 6 Измерительные приборы

### Погрешности измерительных приборов

| № | Наименование | Используемый диапазон | Погрешность прибора |
|---|--------------|-----------------------|---------------------|
| 1 | Линейка      | 700 мм                | 1 мм                |
| 2 | Секундомер   | 2,44 - 10,03 с        | 0,01 с              |

## 7 Схема установки

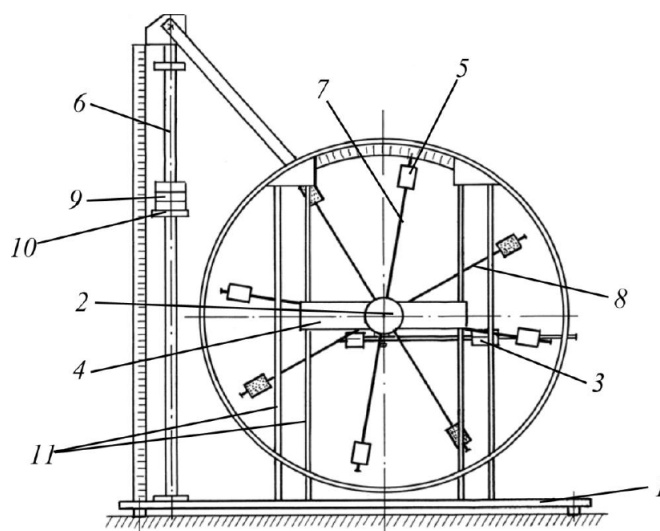


Рис. 1: Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 - основание; 2 - рукоятка сцепления крестовины; 3 - устройство принудительного трения; 4 - поперечина; 5 - груз крестовины; 6 - трубчатая направляющая; 7 - передняя крестовина; 8 - задняя крестовина; 9 - шайбы крестовины; 10 каретка; 11 - система передних стоек

### Параметры стенда

| №  | Наименование                      | Значение              | Погрешность           |
|----|-----------------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1  | Ускорение свободного падения $g$  | 9.82 м/с <sup>2</sup> | 0.00 м/с <sup>2</sup> |
| 2  | Высота падения каретки $h$        | 0.70 м                | 0.003 м               |
| 3  | Масса каретки                     | 0.047 кг              | 0.005 кг              |
| 4  | Масса шайбы                       | 0.220 кг              | 0.005 кг              |
| 5  | Масса грузов на крестовине        | 0.408 кг              | 0.005 кг              |
| 6  | Расстояние от первой риски до оси | 0.057 м               | 0.005 м               |
| 7  | Расстояние между рисками          | 0.025 м               | 0.002 м               |
| 8  | Диаметр ступицы                   | 0.046 м               | 0.005 м               |
| 9  | Диаметр груза на крестовине       | 0.040 м               | 0.005 м               |
| 10 | Высота груза на крестовине        | 0.040 м               | 0.005 м               |

## 8 Результаты прямых измерений

См. в приложении 1

## 9 Расчёт результатов косвенных измерений

В начале найдём среднее время падения каретки с высоты  $h = 0,7\text{м}$  для каждого положения грузиков на крестовине и каждого количества шайб на каретке. Далее по формуле 12 вычислим их погрешность. Зная среднее время по формулам 2-7 вычислим ускорение  $a$ , угловое ускорение  $\epsilon$ , момент силы натяжения нити  $M$  и их погрешности. Результаты приведены в таблице 1 (Приложение 2).

Таким образом у нас есть зависимость  $M$  от  $\epsilon$  для каждого положения грузиков на крестовине. Значит с помощью метода наименьших квадратов (формулы 10-11) мы можем найти коэффициенты линейного приближения этой зависимости. Т.к. из теории (формула 8) мы знаем, что зависимость должна быть линейной, а коэффициентами должны быть  $I$  и  $M_{tp}$  (см. графики 1,2 в приложении 3). Результаты приведены в таблице 2 (Приложение 2).

Потом, посчитав расстояние, на которое удалены грузики от центра маятника в каждом из экспериментов (по формуле 9) мы можем найти массу грузиков и момент инерции крестовины без них, как коэффициенты линейной зависимости момента инерции от квадрата расстояния до грузиков. (см. график 3 в приложении 3). Получается что по формулам 10-11  $I_0$  и  $m_{tp}$  мы можем найти:

$I_0 = 0,02\text{кгм}^2$ ;  $m_{tp} = \frac{1}{4}1.62\text{кг} = 0.40\text{кг}$ , что полностью совпадает с значением обозначенным на установке.

## 10 Графики

См. в приложении 3.

## 11 Окончательные результаты

Значения и погрешности ускорений, угловых ускорений и моментов силы натяжения нити вы можете найти в таблице 1 (приложение 2).

Значения момента инерции:

грузики у 1 риски:  $I = (21 \pm 1)10^3\text{кгм}^2$

грузики у 2 риски:  $I = (27 \pm 1)10^3\text{кгм}^2$

грузики у 3 риски:  $I = (38 \pm 1)10^3\text{кгм}^2$

грузики у 4 риски:  $I = (51 \pm 1)10^3\text{кгм}^2$

грузики у 5 риски:  $I = (64 \pm 1)10^3\text{кгм}^2$

грузики у 6 риски:  $I = (76 \pm 1)10^3\text{кгм}^2$

Значения для момента силы трения:  
 грузики у 1 риски:  $M_m p = (2 \pm 3)10^3 H_m$   
 грузики у 2 риски:  $M_m p = (5 \pm 4)10^3 H_m$   
 грузики у 3 риски:  $M_m p = (5 \pm 3)10^3 H_m$   
 грузики у 4 риски:  $M_m p = (7 \pm 2)10^3 H_m$   
 грузики у 5 риски:  $M_m p = (11 \pm 2)10^3 H_m$   
 грузики у 6 риски:  $M_m p = (15 \pm 3)10^3 H_m$

Значения момента инерции системы  $I_0 = 0,02 \text{ кг м}^2$

Значение массы грузика на крестовине  $m_z p = 0.40 \text{ кг}$

## 12 Выводы

В ходе лабораторной работы я проверила, что  $I\epsilon = M$  и, что момент инерции тела зависит от расстояний, на которое удалена его масса от оси вращения. Для меня были неожиданностью малые погрешности измерений и точные результаты, потому что в процессе снятия измерений я повредила установку.