

Группа P3112

К работе допущен

Студент Сенина Мария Михайловна

Работа выполнена

Преподаватель Сорокина Е.К.

Отчёт принят

Рабочий протокол и отчёт по лабораторной работе № 3-10

Изучение свободных затухающих колебаний

1. Цель работы

Изучение основных характеристик свободных затухающих колебаний.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Найти общее сопротивление и индуктивность катушки в RLC-контуре.
2. Найти добротность и логарифмический декремент колебаний для каждого эксперимента.
3. Оценить критическое сопротивление контура.

3. Объект исследования.

RLC – контур

4. Метод экспериментального исследования.

Соберём схему (см. рисунок 1), где сопротивление R_m – банк сопротивлений, в котором мы можем выставить произвольное сопротивление, в то время как значения C и L постоянны.

Если включить в такой установке переменный ток на генераторе тока в контуре появятся затухающие колебания, развёртку которых можно будет посмотреть на осциллографе (см на схеме канал I ОЦЛ2).

Глядя на развёртку, можно будет вычислить все интересующие нас параметры колебаний в контуре – период колебаний, добротность системы, логарифмический декремент затухания.

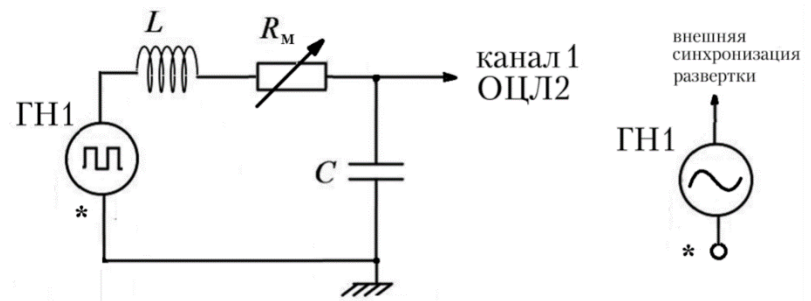


Рисунок 1: Принципиальная схема установки (RLC-контур)

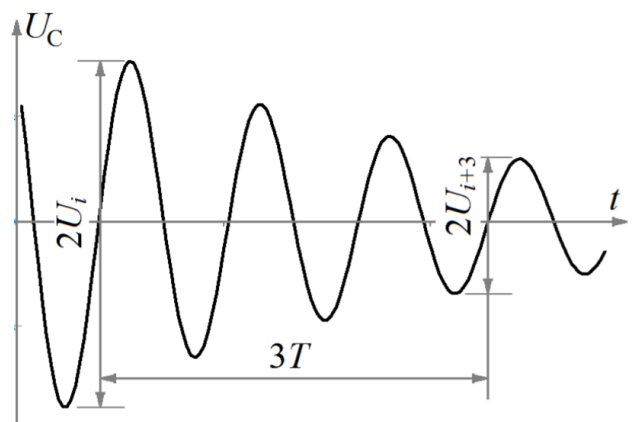


Рисунок 2: Параметры колебаний

5. Рабочие формулы и исходные данные.

Используемые формулы:

1. Логарифмический декремент колебаний $\lambda = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{U_i}{U_{i+n}} \right)$

2. Погрешность измерения логарифмического декремента колебаний $\Delta\lambda =$

$$\lambda \sqrt{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial U_i} \Delta U_i\right)^2 + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial U_{i+n}} \Delta U_{i+n}\right)^2} = \lambda \sqrt{\left(\frac{\Delta U_i}{U_i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U_{i+n}}{U_{i+n}}\right)^2} = \lambda \sqrt{(\delta U_i)^2 + (\delta U_{i+n})^2}$$

3. Коэффициенты линейной зависимости $AR_m + B = \lambda$:

$$A = \frac{\left(\sum_{i=1}^N R_i \lambda_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N R_i \sum_{i=1}^N \lambda_i\right)}{\sum_{i=1}^N R_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N R_i\right)^2}$$

$$B = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i - A \sum_{i=1}^N R_i \right)$$

4. Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_A = \sqrt{\frac{1}{D(N-2)} \sum_{i=1}^N d_i^2}$, $\sigma_B =$

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)} \left(\frac{1}{n} + \frac{\langle R \rangle^2}{D} \right)}, \text{ где } d_i = \lambda_i - (B + A R_i), \text{ а } D = \sum_{i=1}^N \lambda_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \lambda_i \right)^2$$

5. Собственное сопротивление контура $R_0 = \frac{B}{A}$

6. Погрешность собственного сопротивления контура $\Delta R_0 = R_0 \sqrt{\delta A^2 + \delta B^2}$

7. Полное сопротивление контура $R = R_m + R_0$

8. Погрешность полного сопротивления в контуре $\Delta R = \Delta R_m + \Delta R_0$

9. Индуктивность катушки в RLC-контуре $L = \frac{\pi^2 R^2 C}{\lambda^2}$

10. Погрешность индуктивности в RLC-контуре $\Delta L = L \sqrt{4\delta R^2 + \delta C^2 + 4\delta \lambda^2}$

11. Период колебаний в RLC контуре $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$

12. Добротность колебаний через логарифмический декремент $Q = \frac{2\pi}{1 - e^{-2\lambda}}$

13. Добротность колебаний через параметры RLC-контура $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$

14. Критическое сопротивление контура $R_{\text{крит}} = R_{m_{\text{крит}}} + R_0$

15. Погрешность критического сопротивления контура $\Delta R_{\text{крит}} = \Delta R_{m_{\text{крит}}} + \Delta R_0$

16. Критическое сопротивление контура, через его параметры $R_{\text{крит}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$

17. Критическое сопротивление контура, через его параметры $\Delta R_{\text{крит}} = R_{\text{крит}} \sqrt{\frac{\Delta L^2}{LC} + \left(\frac{\sqrt{L}}{C^2} \Delta C\right)^2}$

18. Среднее арифметическое всех результатов измерений: $\langle x \rangle_N = \frac{1}{N} (x_1 + x_2 + \dots + x_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$

19. Среднеквадратичное отклонение от среднего значения: $\sigma_{\langle x \rangle} = \sqrt{\frac{1}{(N-1)N} \sum_{i=1}^N (x_i - \langle x \rangle_N)^2}$

20. Абсолютная погрешность через коэффициент Стьюдента, где N – число измерений, α – доверительная вероятность: $\Delta x = x_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle x \rangle}$

6. Схема установки

Принципиальная электрическая схема установки представлена на рисунке 1.

Приборы:

1. Блок генератора напряжений ГН1.
2. Осциллограф ОЦЛ2.
3. Стенд с объектом исследования СЗ-ЭМ01.
4. Проводники Ш4/Ш2 (4 шт.), Ш2/Ш2 (3 шт.), 2Ш4/BNC (2 шт.).

7. Результаты прямых измерений и их обработки.

Результаты измерений см в приложении.

8. Расчёт результатов косвенных измерений.

Часть 1

По формуле (1) $\lambda = \frac{1}{n} \ln \left(\frac{U_i}{U_{i+n}} \right)$ рассчитаем значение логарифмического декремента для каждого значения сопротивления банка сопротивлений, а по формуле (2) $\Delta\lambda = \lambda \sqrt{(\delta U_i)^2 + (\delta U_{i+n})^2}$ оценим его погрешность. (см таблицу 1)

Далее построим график зависимости логарифмического декремента от сопротивления R_m . И вычислим значение собственного сопротивления колебательного контура, как абсциссу пересечения графика с осью абсцисс, т.к. зависимость $\lambda(R)$ – линейная. Т.к. в этой точке логарифмический декремент был бы равен нулю, т.е. колебания не были бы затухающими.

По методу наименьших квадратов (формулы 2, 3, 18) можно посчитать коэффициенты зависимости $\lambda = AR + B$ и их погрешности.

$A = 0.0038 \text{ Ом}^{-1}$ $B = 0.33$, при этом погрешности получаются меньше 0.1% поэтому указывать их здесь я не буду.

Зная коэффициенты наклона прямой A и B , можно рассчитать собственное сопротивление контура по формулам 5-6 $R_0 = \frac{B}{A}$, $\Delta R_0 = R_0 \sqrt{\delta A^2 + \delta B^2}$, а значит $R_0 = 86 \text{ Ом}$, причём погрешность снова меньше 0.1% поэтому указывать их здесь я не буду.

Соответственно полное сопротивление в контуре для каждого случая считается по формуле 7-8 $R = R_m + R_0$, а $\Delta R = \Delta R_m + \Delta R_0$. (см таблицу 1).

А зная полное сопротивление мы можем вычислить индуктивность катушки в контуре

(формулы 9-10) $L = \frac{\pi^2 R^2 C}{\lambda^2}$, $\Delta L = L \sqrt{4\delta R^2 + \delta C^2 + 4\delta \lambda^2}$ (см результаты в таблице 1)

$L_{\text{ср}}$, можно вычислить, как среднее арифметическое всех экспериментов:

$$L_{\text{ср}} = (504 \pm 3) \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

Добротность нужно было вычислить по формуле $Q = \frac{2\pi}{1-e^{-2\lambda}}$ (см результаты в таблице 1)

При этом для серии экспериментов с $R_m < 100$, добротность также нужно было вычислить

по формуле $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$. Результаты представлены на графике 3.

По формуле $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$ нужно я вычисляла период колебаний для экспериментов с $R_m > 100$

Периоды получились следующие:

R_m , ом	$T_{\text{эксп}}$, с	$T_{\text{теор}}$, с
0	0,37	0,11
200	0,19	0,12
400	0,10	0,12

Критическое сопротивление можно было найти, увеличивая R_m в контуре до тех пор, пока колебания не прекратятся. Экспериментальные значения R_m , при котором у меня на установке

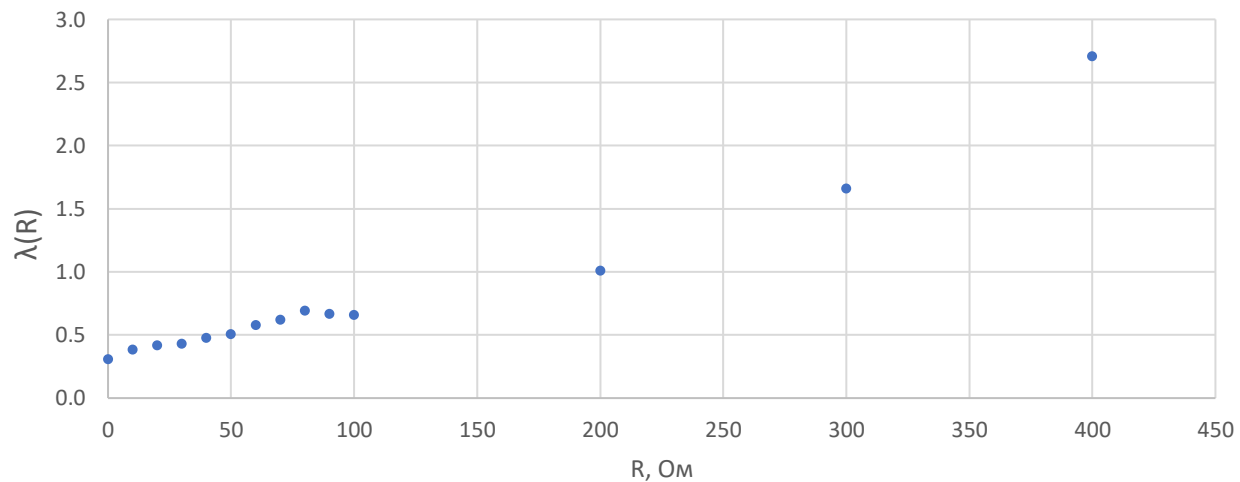
это получилось равно 1100 Ом, т.е. полное сопротивление в контуре было равно $R = R_m + R_0 = 1186 \pm 400$ Ом, а теоретически это значение должно было быть равно $R_{\text{крит}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 1653 \pm 1367$ Ом. (Погрешности посчитаны по формулам 15,17)

Часть 2

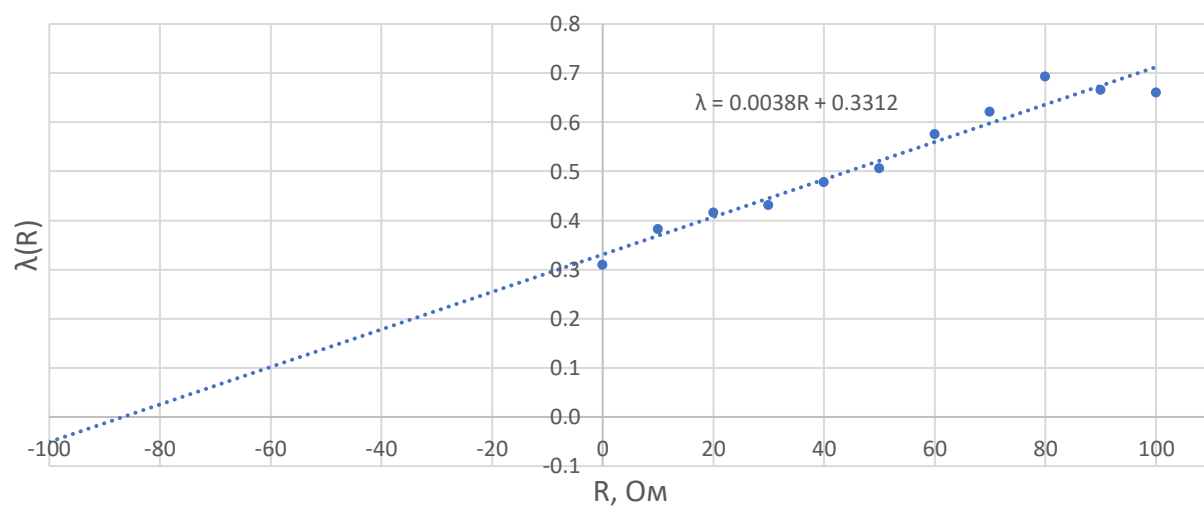
По формуле $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}$ нужно было вычислить периоды колебаний при разных C и построить графики зависимости $T_{\text{теор}}(C)$ и $T_{\text{эксп}}(C)$ (См графики в приложении, а значения периодов в таблице 2).

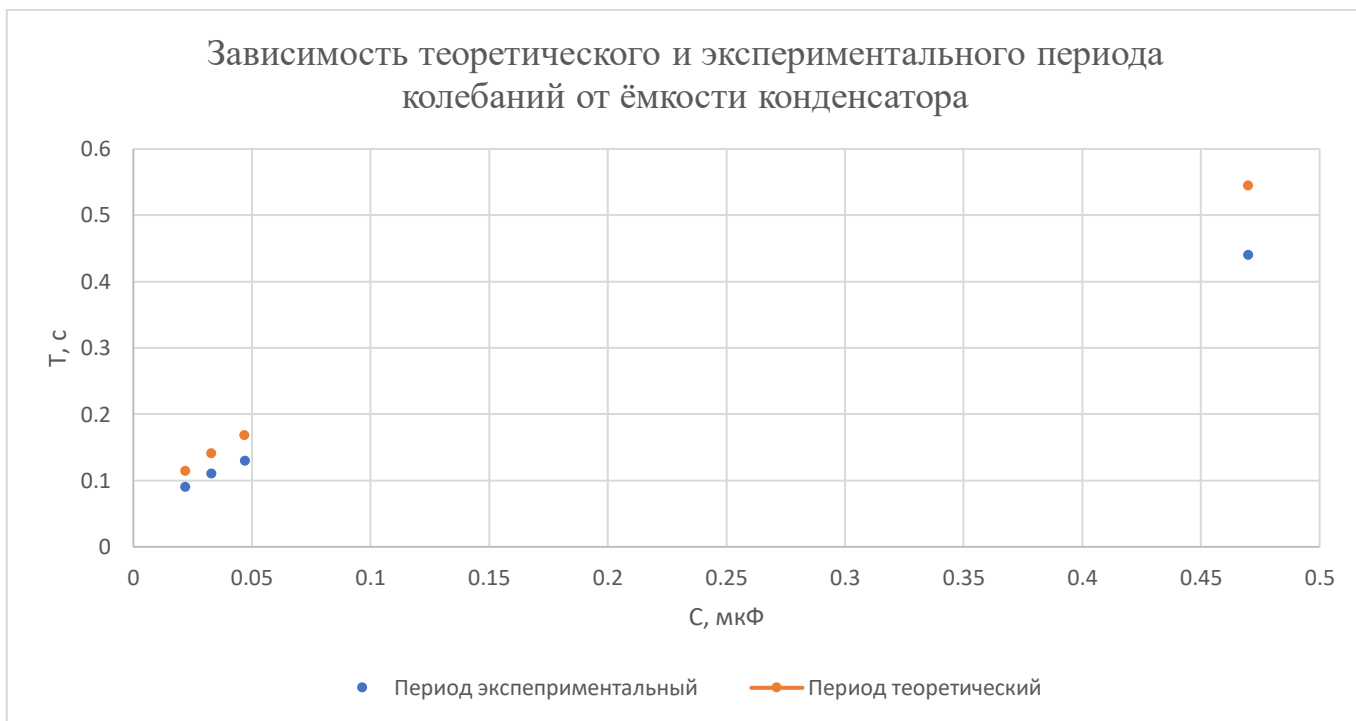
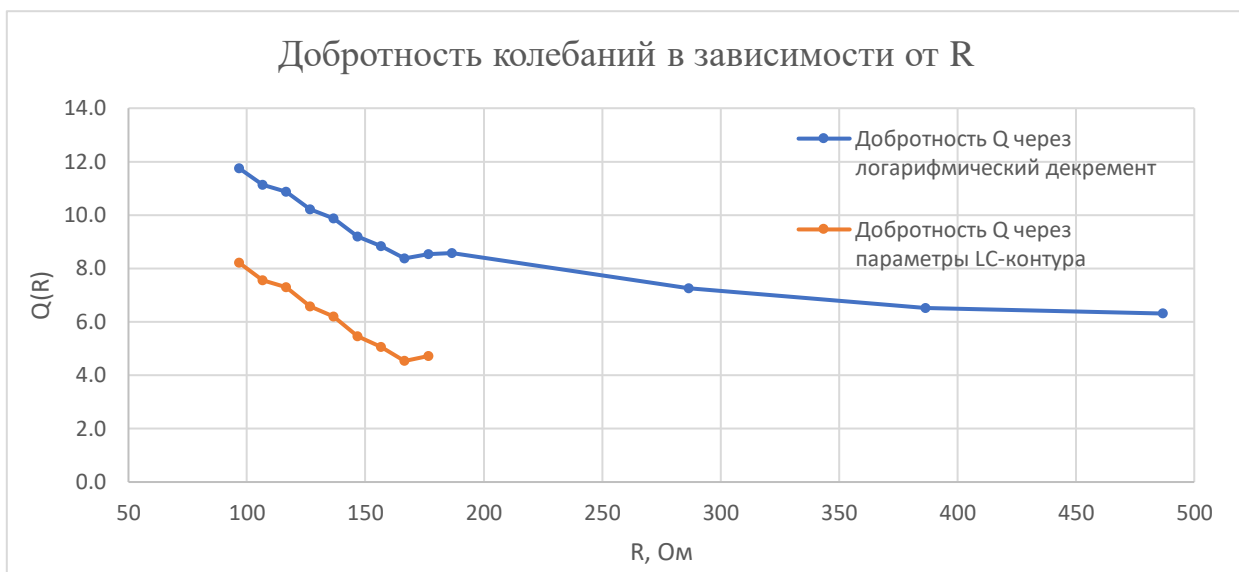
9. Графики

Зависимость логарифмического декремента от сопротивления



Зависимость логарифмического декремента от сопротивления





10. Окончательные результаты.

Индуктивность катушки в RLC контуре $L_{\text{ср}} = (504 \pm 3) 10^{-3}$ Гн.

Собственное сопротивление в RLC контуре $R_0 = 86$ Ом. (погрешность меньше 1 %)

Логарифмический декремент и добротность для каждого эксперимента смотри в таблице 1.

Критическое сопротивление контура $R_{\text{крит.прак}} = 1186 \pm 400$ Ом. $R_{\text{крит.теор}} = 1653 \pm 1367$ Ом.

11. Выводы и анализ результатов работы.

В этом лабораторной работе изучала свойства колебательного RLC контура.

Графики 1-2 подтверждают то, что зависимость логарифмического декремента от сопротивления R_m в контуре линейна.

А график 3 показывает, что добротность контура от R при вычислении её по формуле $Q = \frac{1}{R} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ получается не точной, потому что эту формулу мы получали, раскладывая в ряд $Q = \frac{2\pi}{1-e^{-2\beta T}}$ и брали только первый член разложения. В результате погрешность разложения получилась очень большая.

Что касается периодов колебаний при одинаковых и разных ёмкостях конденсаторов:

При одинаковых ёмкости период практически не меняется (см таблица 3).

При разных ёмкостях – с увеличением ёмкости конденсатора период колебаний возрастает (см график).