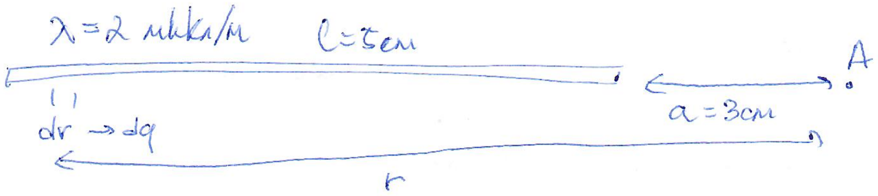
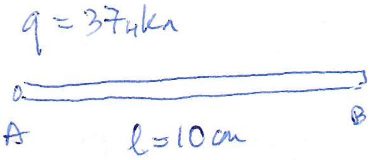
1



$$dE_r = k\,dq\frac{1}{r^2}, \quad \lambda = \frac{dq}{dr} \Rightarrow dq = \lambda dr = k\lambda dr \frac{1}{r^2} \Rightarrow$$

$$E(A) = \int_a^{a+l} k\lambda \frac{dr}{r^2} = -\frac{k\lambda}{a+l} + \frac{k\lambda}{a} = k\lambda l\frac{1}{a(a+l)}$$

2



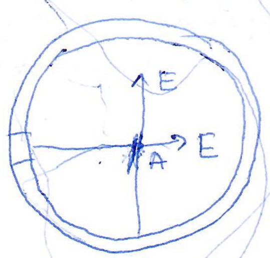
$$\lambda = \alpha r^2 = \frac{dq}{dr} \Rightarrow dq = \alpha r^2 dr$$

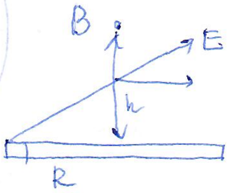
$$dE = k\,dq\frac{1}{r^2} = k\alpha r^2 dr\frac{1}{r^2} = k\alpha dr$$

$$\Rightarrow E = \int_0^l k\alpha dr = k\alpha l \quad Q = \int_0^Q dq = \int_0^l \alpha r^2 dr = \alpha\frac{l^2}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{3Q}{l^3}$$

$$\Rightarrow E = \frac{3Qkl}{l^3} = \frac{3Qk}{l^2}$$

3





а) т.к. в центре силы скомпенсируются

$$\vec{E}(A) = 0\ \frac{Н}{Кл}$$

б) $$dE = k\frac{dq}{(R^2+h^2)} \quad \lambda = \frac{Q}{2\pi R} = \frac{dq}{dl} \Rightarrow dq = \frac{Q\,dl}{2\pi R}$$

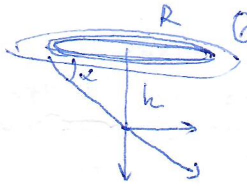
$$dE = k\frac{Q\,dl}{2\pi R\,(R^2+h^2)}$$

Но нас интересует только вертикальные составляющие

$$dE\cdot\sin\alpha, \quad \sin\alpha = \frac{h}{\sqrt{R^2+h^2}}$$

$$E_\perp = \int_0^{2\pi R} \frac{kQ\,dl\,h}{2\pi R\,(R^2+h^2)^{3/2}} = \frac{kQ\,2\pi R h}{2\pi R\,(R^2+h^2)^{3/2}} = \frac{kQh}{(R^2+h^2)^{3/2}}$$

4



$$Q \quad \sigma = \frac{dq}{dS} \quad dS = dr\cdot 2\pi r \Rightarrow \sigma = \frac{Q\,dS}{\pi R^2} = dq = \frac{Q\,dr\,2\pi r}{\pi R^2}$$

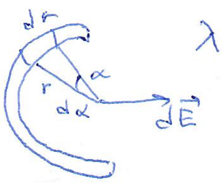
Нам интересна только $\perp$ проекция, так что домножим на $\sin\alpha$

$$\sin\alpha = \frac{h}{(R^2+h^2)} \quad dE = k\,dq\frac{1}{r^2} = \frac{2kQ\,dr\,r}{R^2 r}$$

$$E_\perp = \int_0^R dE_\perp = \frac{2hkQ}{R^2}\int_0^R \frac{r\,dr}{(r^2+h^2)^{3/2}} = \frac{2hkQ}{R^2}\cdot\frac{1}{2}\int_0^R \frac{d(r^2+h^2)}{(r^2+h^2)^{3/2}} = \frac{2hkQ}{R^2}\cdot\frac{1}{2}(-2)(r^2+h^2)^{-1/2}\Big|_0^R =$$

$$= -\frac{2hkQ}{R^2}\left(\frac{1}{\sqrt{R^2+h^2}} - \frac{1}{h}\right)$$

5

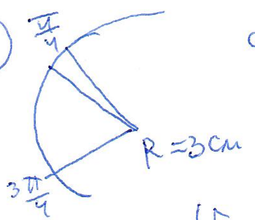


$$\lambda = \frac{dq}{dr} \quad dr = r\sin(d\alpha), \quad \sin(d\alpha) \approx d\alpha \text{ при } d\alpha \ll 1$$

$$dr = r$$

$$dE_{\parallel} = dE\sin\alpha = k\frac{dq}{r^2}\sin\alpha \Rightarrow E_{\parallel}\int_0^\pi dE\sin\alpha = \int_0^\pi \frac{kq\sin\alpha\,d\alpha}{\pi r^2} = \frac{kq}{\pi r^2}(\underset{1}{-\cos\pi} + \underset{1}{\cos 0})$$

$$= E_{\parallel} = \frac{2kq}{\pi r^2}$$

⑥ 

$dq = \lambda dr = \lambda r d\alpha = \frac{q r d\alpha}{\pi r}$

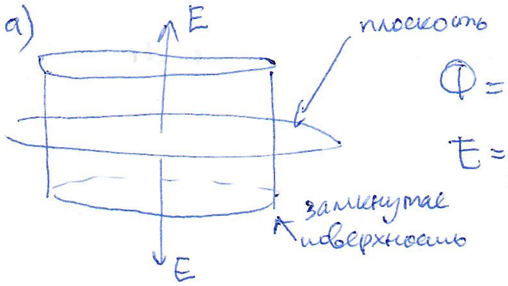
$\lambda = 2$ мкКл/м $\quad \lambda = \frac{dq}{dr} \Rightarrow dq = \lambda dr$

$dr = \sin\alpha \cdot r \quad \sin\alpha \approx d\alpha$, т.к. $d\alpha \ll 1 \Rightarrow dr = r d\alpha$

$$dE_{\parallel} = dE \sin\alpha = k\frac{dq}{r^2}\sin\alpha = \frac{k\lambda dr \sin\alpha}{r^2}$$

$$E_{\parallel} = \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{k\lambda r d\alpha \sin\alpha}{r^2} = \frac{k\lambda}{r}\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \sin\alpha\, d\alpha = \frac{-k\lambda}{r}\cos\alpha \Big|_{\pi/4}^{3\pi/4} = -\frac{k\lambda}{r}\left(\cos(3\pi/4) + \cos(\pi/4)\right) =$$

$$= -\frac{k\lambda}{r}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{k\lambda\sqrt{2}}{r}$$

⑦ а) 

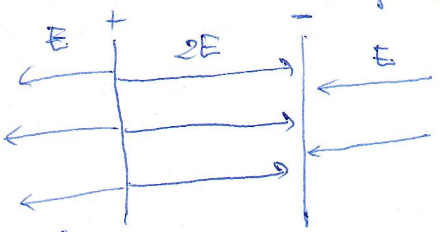
По теореме Гаусса:

$\Phi = 2ES = 4\pi k q$

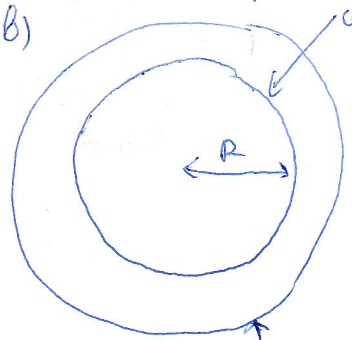
$E = \frac{4\pi k q}{2\pi r^2} = \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi r^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

Из семетрии напряженность электрического поле плоскости (бесконечной) должна быть ⊥ей $\Rightarrow$ поток можно считать только через основание цилиндра, т.к. через боковую поверхность поток будет нулевой

б) Мы уже знаем напряжённости одной плоскости, значит теперь мы можем их просто сложить



$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

в) 

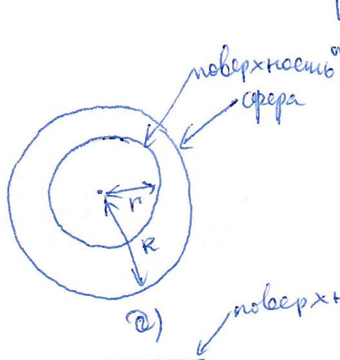
По теореме Гаусса:

$\Phi = ES = 4\pi k q$

$E = \frac{4\pi k q}{4\pi R^2} = \frac{kq}{R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

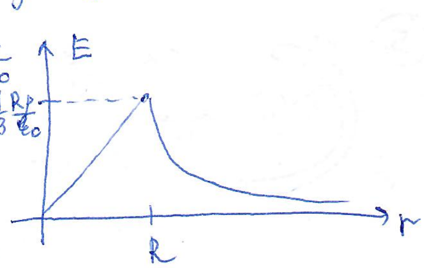
Из семетрии напряженность электрического поле сферы должна быть ⊥ поверхности сферы (т.е. радиусу)

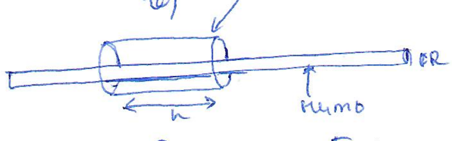
г) Для шара та же ситуацие, если мы находимся снаружи, но если r поверхности < R шара нужно учитывать не весь заряд: $q = S \cdot \rho = \frac{3}{4}\pi r^3$



По теореме Гаусса:

$\Phi = ES = 4\pi k q \Rightarrow E = \frac{4\pi k q}{4\pi r^2} = \frac{1}{3}\frac{\rho r}{\varepsilon_0}$



д) 

Нить это считай маленький и длинный целиндр... опять же из-за симетрии $\vec{E}$ ⊥ поверхности нити.

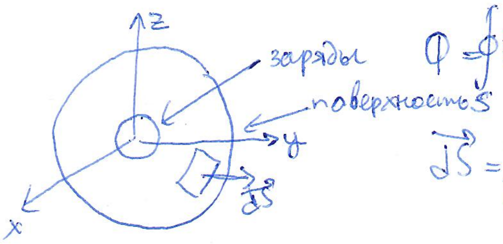
$q = h\pi R^2$

По теореме Гаусса:

$\Phi = ES = 4\pi k q \Rightarrow E = \frac{4\pi k q}{h \cdot 2\pi R} = \frac{\lambda}{2\pi r}$

8

$\vec{E} = a r \vec{r}$ По теореме Гаусса:



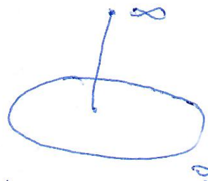
$$\Phi = \oint \vec{E} d\vec{S} = \oint_S a r \vec{r} \frac{\vec{r}}{|r|} dS = \oint a r^2 dr = \frac{a r^3}{3} = \frac{\rho r}{\varepsilon_0}$$

$$d\vec{S} = \frac{\vec{r}}{|r|} dS$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{\varepsilon_0 a r^2}{3}$$

9

$$E(r) = \frac{kQr}{(R^2+r^2)^{3/2}} \quad dF = E(r); dq = \lambda dr$$



$$F = \int_0^\infty E(r) \lambda dr = \int_0^\infty \frac{kQr}{(R^2+r^2)^{3/2}} dr = kQ \int_0^\infty \frac{r}{(R^2+R^2)^{3/2}} dr = \frac{1}{2} kQ \int_0^\infty \frac{d(R^2+r^2)}{(R^2+r^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{1}{2} kQ \left(-\left(0 - \frac{1}{\sqrt{R^2}}\right)\right) = \frac{1}{2} k\lambda Q \frac{1}{R}$$