

Лабораторная работа №3. Численное интегрирование

Цель работы: найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

Обязательное задание (до 80 баллов)

Исходные данные:

1. Пользователь выбирает функцию, интеграл которой требуется вычислить (3-5 функций), из тех, которые предлагает программа.
2. Пределы интегрирования задаются пользователем.
3. Точность вычисления задается пользователем.
4. Начальное значение числа разбиения интервала интегрирования: $n=4$.
5. Ввод исходных данных осуществляется с клавиатуры.

Программная реализация задачи:

1. Реализовать в программе методы по выбору пользователя, исходя из варианта:
 - Метод прямоугольников (3 модификации: левые, правые, средние)
 - Метод трапеций
 - Метод Симпсона
2. Методы должны быть оформлены в виде отдельной(ого) функции/класса.
3. Вычисление значений функции оформить в виде отдельной(ого) функции/класса.
4. Для оценки погрешности и завершения вычислительного процесса использовать правило Рунге.
5. Предусмотреть вывод результатов: значение интеграла, число разбиения интервала интегрирования для достижения требуемой точности.

Вычислительная реализация задачи:

1. Вычислить интеграл, приведенный в таблице 1 (столбец 3), точно.
2. Вычислить интеграл по формуле Ньютона – Котеса при $n=6$.
3. Вычислить интеграл по формулам средних прямоугольников, трапеций и Симпсона при $n=6$.
4. Сравнить результаты с точным значением интеграла.
5. Определить относительную погрешность вычислений.
6. В отчете **отразить последовательные вычисления**.

Необязательное задание (до 20 баллов)

1. Установить сходимость рассматриваемых несобственных интегралов 2 рода (2-3 функции). Если интеграл - расходящийся, вывести сообщение: «Интеграл не существует».
2. Если интеграл сходящийся, реализовать в программе вычисление несобственных интегралов 2 рода (заданными численными методами).
3. Рассмотреть случаи, когда подынтегральная функция терпит бесконечный разрыв: 1) в точке a , 2) в точке b , 3) на отрезке интегрирования

Оформить отчет, который должен содержать:

1. Титульный лист.
2. Цель лабораторной работы.
3. Порядок выполнения работы.

4. Рабочие формулы методов.
5. Листинг программы.
6. Результаты выполнения программы.
7. Вычисление заданного интеграла.
8. Выводы

Таблица 1

Вариант	Реализация методов в программе	Интеграл для вычислений в отчете
1	Прямоугольников (все) Трапеций	$\int_0^2 (-x^3 - x^2 - 2x + 1) dx$
2	Симпсона Трапеций	$\int_{-3}^{-1} (-3x^3 - 5x^2 + 4x - 2) dx$
3	Симпсона Прямоугольников (все)	$\int_0^2 (-x^3 - x^2 + x + 3) dx$
4	Прямоугольников (все) Трапеций	$\int_{-3}^{-1} (-2x^3 - 4x^2 + 8x - 4) dx$
5	Трапеций Прямоугольников (все)	$\int_2^4 (-2x^3 - 3x^2 + x + 5) dx$
6	Симпсона Трапеций	$\int_1^2 (3x^3 + 5x^2 + 3x - 6) dx$
7	Прямоугольников (все) Трапеций	$\int_0^2 (4x^3 - 5x^2 + 6x - 7) dx$
8	Трапеций Симпсона	$\int_2^3 (3x^3 - 2x^2 - 7x - 8) dx$
9	Симпсона Прямоугольников (все)	$\int_1^2 (2x^3 - 3x^2 + 5x - 9) dx$
10	Прямоугольников (все) Трапеций	$\int_2^4 (x^3 - 3x^2 + 7x - 10) dx$
11	Трапеций Симпсона	$\int_1^3 (2x^3 - 9x^2 - 7x + 11) dx$
12	Прямоугольников (все) Симпсона	$\int_1^2 (x^3 + 2x^2 - 3x - 12) dx$
13	Прямоугольников (все) Трапеций	$\int_1^3 (-2x^3 - 5x^2 + 7x - 13) dx$
14	Прямоугольников (все) Симпсона	$\int_2^4 (2x^3 - 2x^2 + 7x - 14) dx$
15	Симпсона Трапеций	$\int_1^2 (5x^3 - 2x^2 + 3x - 15) dx$
16	Прямоугольников (все) Симпсона	$\int_2^4 (3x^3 - 4x^2 + 5x - 16) dx$