学院________ 专业________ 班 级________ 学号________ 姓名________

密 封 线 内 不 要 答 题

# 四川轻化工大学试卷(2019 至 2020 学年第二学期)

课程名称: 《高等数学 A2》(A 卷)

命题教师: 杨 勇

适用班级: 理工科本科(不包括职教)

考试(考查): 考试 2020 年 月 日 共 6 页

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 九 | 总分 | 评阅(统分)教师 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 得分 | | | | | | | | | | | |

**注意事项:**

1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。

2、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。

3、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。

4、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

## 试　题

| 得分 | 评阅教师 |
|---|---|
| | |

一、单选题（请将正确的答案填在对应括号内，每题 4 分，共 20 分）

1. 函数 $z=\frac{1}{\sqrt{3x}}\ln(y+x-1)$ 的定义域是（　　）

A. $y+x\neq 1, x>0$　　B. $y+x>1, x>0$

C. $y+x>1, x\geq 0$　　D. $y+x>1$ 且 $y+x\neq 2, x>0$

2. 直线 $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z+1}{-1}$ 与平面 $x+y+z=2$ 的位置关系是（　　）

A. 平行;　B. 垂直;　C. 直线在平面内;　D. 相交不垂直

3. 已知 $xydx+\frac{1}{2}ax^2dy$ 是某二元函数的全微分，则 $a=$（　　）

A. $-1$　B. 0　C. 1　D. 2

4. 改变 $\int_0^1 dx\int_0^x f(x,y)dy$ 的积分次序为（　　）.

A. $\int_0^1 dy\int_0^1 f(x,y)dx$;　　　　B. $\int_0^1 dy\int_0^x f(x,y)dx$;

C. $\int_0^1 dy\int_0^y f(x,y)dx$　　　　D. $\int_0^1 dy\int_y^1 f(x,y)dx$

5. 下面的说法正确的是（　　　）

A.多元函数在某点的各个偏导数都存在，则在该点一定可微分

B.多元函数在某点的各个偏导数都存在，则在该点一定连续

C. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}u_n=0$ ，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛

D. 若 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 收敛，则数列 $\{u_n\}$ 有界

| 得分 | 评阅教师 |
|---|---|
| | |

二、填空题（请将正确的结果填在横线上. 每题 4 分，共 24 分）

1. 函数 $z=e^{x+y}$ 在点 $(0,1)$ 处的全微分 $dz=$ ____________________

2. 极限 $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to1}}\dfrac{\ln(1+xy)}{\sqrt{1+xy}-1}=$ ________

3. 设 $\Omega=\{(x,y,z)|x^2+y^2+z^2\le1\}$，则 $\iiint\limits_{\Omega}(\dfrac{z\ln(x^2+y^2+z^2+1)}{x^2+y^2+z^2+3}+3)dxdydz=$ ______

4. 设 L 为圆周 $x^2+y^2=1$，则 $\oint_L(x^2+y^2)ds=$ ______________

5. 设 $xoy$ 面上一平面薄片占有区域为 $D$， 该薄片的面密度为连续函数 $\rho(x,y),(x,y)\in D$，则该薄片的质量为 ______________

6. 若 $\Sigma$ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧，则 $\oiint\limits_{\Sigma}xdydz+ydzdx+zdxdy=$ ____________

学院______ 专业______ 级______ 班______ 学号______ 姓名______

密 封 线

密 封 线 内 不 要 答 题

| 得分 | 评阅教师 |
|---|---|
| | |

三、求抛物面 $z=x^2+y^2-1$ 在点 $(1,1,1)$ 处的切平面及法线方程（本题 8 分）

| 得分 | 评阅教师 |
|---|---|
| | |

四、设 $z=f(2x-\mathrm{y},y\sin x)$，其中函数 $f$ 具有连续偏导数，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ 与 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$（本题 8 分）

| 得分 | 评阅教师 |
| --- | --- |
| | |

五、计算二重积分$\iint\limits_D \frac{\sin x}{x}dxdy$；其中$D$由$y=x, y=\frac{x}{2}, x=2$围成的区域（要求画出积分区域）（本题 8 分）

| 得分 | 评阅教师 |
| --- | --- |
| | |

六、函数$z=f(x,y)$的全微分为$dz=2xdx+2ydy$，且$f(1,1)=2$，求函数$f(x,y)$的极值（本题 8 分）

学院＿＿＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿＿＿ 级＿＿＿＿ 班＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

| 得分 | 评阅教师 |
| --- | --- |
| | |

七、证明级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\sin n}{3^n}$绝对收敛（本题 8 分）

| 得分 | 评阅教师 |
| --- | --- |
| | |

八、设$\Omega$由$z=2(x^2+y^2)$与平面$z=4$所围成的区域，求$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz$的值（本题 8 分）

| 得分 | 评阅教师 |
| --- | --- |
| | |

九、计算 $I=\int_L (1+xe^{2y})dx+(x^2e^{2y}+x)dy$，其中 $L$ 是在圆周 $y=\sqrt{4x-x^2}$ 上由点 $(4,0)$ 到点 $(0,0)$ 的一段弧（本题 8 分）

# 19-20 学年第二学期《高等数学 A2》（A 卷）

# 参考答案及评分标准

一、　选择题（每题 4 分，共 20 分）

1．B.　　2．A.　　3．C.　　4．D.　　5．D

二、填空（每题 4 分，共 28 分）

1．$e(dx+dy)$　　2．2．　　3．$4\pi$

4．$2\pi$　　5．$\iint\limits_D \rho\, d\sigma$　　6．$4\pi$

三、解：法向量 $\vec{n}=\{2x,2y,-1\}$，$\vec{n}\Big|_{(1,1,1)}=\{2,2,-1\}$　　3 分

切平面方程：$2x+2y-z-3=0$

法线方程：$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{2}=1-z$　　8 分

四、解：$\dfrac{\partial z}{\partial x}=2f_1'+y\cos x f_2'$　　4 分

$\dfrac{\partial z}{\partial y}=-f_1'+\sin x f_2'$　　8 分

五、解：正确画出图形　　2 分

$\iint\limits_D \dfrac{\sin x}{x}dxdy=\int_0^2\dfrac{\sin x}{x}dx\int_{\frac{x}{2}}^{x}dy$　　6 分

$=\dfrac{1}{2}(1-\cos 2)$　　8 分

六、解：$dz=2xdx+2ydy$，$z=x^2+y^2+c$　由 $f(1,1)=2$ 得 $c=0$　（4 分）

$z_x=2x=0,\ \ z_y=2y=0$ 得驻点 $(0,0)$，在 $(0,0)$ 处 $AC-B^2=4>0$ 且 $A>0$

所以函数在 $(0,0)$ 处有极小值　$z(0,0)=0$　　（8 分）

说明：得到函数后直接说函数在 $(0,0)$ 处有极小值，也给分，评分分数调整为：得出函数给 6 分

七、证明： 因为$\left|\frac{\mathrm{nsinn}}{3^{\mathrm{n}}}\right| \leq \frac{n}{3^n}$ 2 分

又 $\lim\limits_{\mathrm{n}\to\infty}\frac{n+1}{3^{n+1}}\bullet\frac{3^n}{n}=\frac{1}{3}<1$，由比值判别法，$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n}$收敛 5 分

由比较判别法，原级数绝对收敛。 8 分

八、解：用柱面坐标计算，$\iiint\limits_{\Omega}(x^2+y^2)dxdydz=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^{\sqrt{2}}rdr\int_{2r^2}^{4}r^2dz$ 5 分

$=2\pi\int_0^{\sqrt{2}}r^3(4-2r^2)dr=\frac{8\pi}{3}$ 8 分

九、解令$L_1: y=0, x\in[0,4]$，方向由点$(0,0)$到$(4,0)$

由$P=1+xe^{2y}$，$Q=x^2e^{2y}+x$ $\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}=1$ ，4 分

$I=\int_{L+L_1}(1+xe^{2y})dx+(x^2e^{2y}+x)dy-\int_{L_1}(1+xe^{2y})dx+(x^2e^{2y}+x)dy$ 6 分

$=\iint\limits_{D}dxdy-\int_0^4(1+x)dx=2\pi-12$ 8 分