四川理工学院试卷（2018 至 2019 学年第 1 学期）

课程名称： 线性代数（ A 卷）

命题教师： 谢巍

适用班级： **本科 32 学时(第一轮)**

考试 201 8 年 12 月 日 共 6 页

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	评阅（统分）教师
得分										

注意事项：

1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。

2、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。

3、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。

4、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

学院＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 级＿＿＿＿ 班＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

密 封 线

试　　题

得分	评阅教师

一、. 填空题（每题 3 分，共 24 分）

1．矩阵 $A=(2,4,3)^T, B=(0,2,1)^T$, 则 $A+2B=$ ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿；

2. 已知 $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=1$，则 $\begin{vmatrix} 2x & 2y & 2z \\ 4/3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=$ ＿＿＿＿＿＿；

3．设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1}=$ ＿＿＿＿＿＿＿；

4. 设 A，B 为三阶方阵，$|A|=2$，$B=-2E$, 则 $|A^{-1}B|=$ ＿＿＿＿；

5. 设 α_1，α_2 是齐次线性方程组 $Ax=0$ 的两个解则 $A(3\alpha_1+7\alpha_2)=$ ＿＿＿＿＿＿；

6. 非零矩阵 $\begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & \cdots & a_1b_n \\ a_2b_1 & a_2b_2 & \cdots & a_2b_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_nb_1 & a_nb_2 & \cdots & a_nb_n \end{pmatrix}$ 的秩为＿＿＿＿；

7．已知 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} \lambda & & \\ & 2 & \\ & & 2 \end{pmatrix}$，且 A 与 B 相似，则 $\lambda=$______________；

8. 二次型 $f\left(x_1,x_2,x_3,x_4\right)=2x_1x_2-ax_3x_4$ 的秩为 2，则 $a=$______ ；

得分	评阅教师

二、选择题（每题 4 分，共 20 分）

1． A,B 为 n 阶方阵，则下列等式不正确的是(　　　).

（A）$\left|A^2\right|=\left|A\right|^2$　　（B）$\left|AB\right|=\left|BA\right|$　　（C）$\left(A-B\right)A=A^2-BA$　　（D）$\left(AB\right)^T=A^TB^T$

2. $A=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$,则 $AB=$（　　）.

（A）$\mathbf{0}$　　（B）　$B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}$　　（C）$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　　（D）$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

3．设矩阵 A 为三阶矩阵，$P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则用 P 左乘 A ,相当于将矩阵 A (　　).

（A）第一行的 2 倍加到第 2 行　　　（B）第 1 列的 2 倍加到第 2 列

（C）第 3 行的 2 倍加到第 2 行　　　（D）第 2 列的 2 倍加到第 1 列

4. 设向量组 α_1，$\alpha_2,\cdots$，α_s 的秩为 3，则（　　）.

（A）α_1，$\alpha_2,\cdots$，α_s 中任意 3 个向量线性无关;

（B）α_1，$\alpha_2,\cdots$，α_s 中无零向量；

（C）α_1，$\alpha_2,\cdots$，α_s 中任意 4 个向量都线性相关；

（D）α_1，$\alpha_2,\cdots$，α_s 中任意 2 个向量线性无关

5．若非齐次线性方程组 $Ax=b$ 中方程个数少于未知数个数，那么（ ）

（A）$Ax=b$ 必有无穷多个解　(B) $Ax=0$ 必有非零解

(C) $Ax=0$ 仅有零解　　　　(D) $Ax=b$ 一定无解

学院______专业______级______班______学号______姓名______

密　　封　　线

密　封　线　内　不　要　答　题

得分	评阅教师

三.（6 分）计算行列式$D=\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a & d & c & b \\ c & d & a & b \\ c & b & a & d \end{vmatrix}$的值.

得分	评阅教师

四（6 分）设$\alpha_1=(1,2,3)^T$，$\alpha_2=(3,-1,2)^T$，$\alpha_3=(2,3,\lambda)^T$，

问当λ为何值时，α_1，α_2，α_3线性相关？

得分	评阅教师

五、(8 分) 矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, 求矩阵 X 满足矩阵方程 $X+A=XA$.

得分	评阅教师

六、(10 分) 设向量组 $\alpha_1=(1,2,3,4)^T$，$\alpha_2=(2,3,4,5)^T$，$\alpha_3=(3,4,5,6)^T$, $\alpha_4=(4,5,6,7)^T$ 该求向量组的一个极大线性无关组，并将其余向量表为该极大无关组的线性组合.

得分	评阅教师

七、(14 分)设实对称阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$, 求正交矩阵 P , 使 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

得分	评阅教师

八、（12 分）线性方程组 $Ax=b$,其增广矩阵为 $\overline{A}$,

$$\overline{A}=\left(A \vdots b\right) \xrightarrow{\text{一系列行初等变换}} \cdots \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & a+2 & 1 \\ 0 & 0 & -(a+3)(a-2) & 2-a \end{pmatrix}$$

问 a 取何值时，线性方程组 $Ax=b$

（1） 无解;（2）有唯一解;（3）有无穷多解，并求出其通解.

四川理工学院试卷（2018 至 2019 学年第 1 学期）
参考答案及评分标准

课程名称： 线性代数（ A 卷） 命题教师： 谢巍

适用班级： 本科 32 学时 第一轮　　　　　　2018 年 12 月 日

一、填空题（每题 3 分，共 24 分）

1. $(2,8,5)^T$ ；2. $\dfrac{2}{3}$ ；3. $\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ ； 4. -4 ； 5. 0 ； 6. 1 ； 7. 6；8. 0 ；

二、选择题（每题 4 分，共 20 分）DDCCB

三.(6 分)解：$D=\begin{vmatrix} a & b & c & d \\ a & d & c & b \\ c & d & a & b \\ c & b & a & d \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} a+c & b+d & c & d \\ a+c & b+d & c & b \\ a+c & b+d & a & b \\ a+c & b+d & a & d \end{vmatrix}=0$　　4 分, 2 分

四（6 分）解：设 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+k_3\alpha_3=0$

即 $\begin{cases} k_1+3k_2+2k_3=0 \\ 2k_1-k_2+3k_3=0 \\ 3k_1+2k_2+\lambda k_3=0 \end{cases}$ 有非零解，　　3 分

则 $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & \lambda \end{vmatrix}=-7\lambda+35=0$　　2 分

故当 $\lambda=5$ 时，α_1，α_2，α_3 线性相关　　1 分

五、(8 分) 解：由 $X+A=XA$，得 $X(A-E)=A, X=(A-E)^{-1}A$　　3 分

又 $(A-E)^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　　3 分

故 $X=(A-E)^{-1}A=\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ -1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 0 \\ -1/3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$　　2 分

六、(10 分)

解：$(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & -4 & -6 \\ 0 & -3 & -6 & -9 \end{pmatrix}\sim\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　　4 分

一个极大线性无关组为α_1，α_2 3 分

α_3=-α_1+2α_2，α_4=-2α_1+3α_2 3 分

七、（14 分）解：$\left|\lambda \boldsymbol{E}\text{-}\boldsymbol{A}\right| = \begin{vmatrix} \lambda & 0 & -1 \\ 0 & \lambda & 0 \\ -1 & 0 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda(\lambda-1)(\lambda+1)$

得特征根λ_1=0，λ_2=1，λ_3=-1 3 分

对于λ_1=0，由$(0E-A)x=0$得基础解系$\alpha_1=(0,1,0)^T$， 2 分

对于λ_2=1，由$(E-A)x=0$得基础解系$\alpha_2=(1,0,1)^T$ 2 分

对于λ_3=-1，由$(-E-A)x=0$得基础解系$\alpha_3=(-1,0,1)^T$ 2 分

将α_1，α_2，α_3单位化得$\beta_1=(0,1,0)^T$，$\beta_2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^T$，$\beta_3=\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^T$ 3 分

令$P=\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$，则$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 2 分

八、（12 分）

解：（1）当a=-3时，$R(A)=2<R(\overline{A})=3$,方程组无解； 3 分

（2）当$a\neq -3$且$a\neq 2$，$R(A)=R(\overline{A})=3$，方程组由唯一解； 3 分

（3）当a=2，$R(A)=R(\overline{A})=2<3$，方程组有无穷多解； 3 分

此时，$\overline{A}=(A\vdots b)\xrightarrow{\text{一系列行初等变换}}\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\to\begin{pmatrix} 1 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

得原方程组同解方程组$\begin{cases} x_1=5x_3 \\ x_2=1-4x_3 \end{cases}$，令$x_3$=0，得特解$\eta_0=(0,1,0)^T$，

导出组的一般解为：$\begin{cases} x_1=5x_3 \\ x_2=-4x_3 \end{cases}$，$x_3$是自由未知量，$x_3$取 1，得导出组的基础解系为：

$\xi=(5,-4,1)^T$，所以，原方程组的全部的解为$x=k\xi+\eta_0, k\in\mathbb{R}$. .3 分