学院＿＿＿＿ 专业＿＿＿＿ 级＿＿＿＿ 班＿＿＿＿ 学号＿＿＿＿ 姓名＿＿＿＿

密 封 线 内 不 要 答 题

四川轻化工大学试卷（2018 至 2019 学年第一学期）

课程名称： 高等数学 A1(A 卷)

命题教师： 杨 勇

适用班级： 18 级理工科本科

考试(考查)： 考试 2019 年 月 日 共 6 页

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分	评阅(统分)教师
得分											

注意事项：

1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。

2、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。

3、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。

4、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

试 题

得分	评阅教师

一、单选题（请将正确的答案填在对应括号内，每题 3 分，共 18 分）

1. 设 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}$，则 $x=0$ 是函数 $f(x)$ 的（ ）

(A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 无穷间断点 (D) 连续点

2. 当 $x\to 0$ 时，函数 $y=(1-\cos x)\ln(1+x)$ 关于 x 的阶数为 （ ）.

(A) 1 (B) 3； (C) $\frac{1}{2}$； (D) 2

3. 已知 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+ax+b}{x-1}=3$，则 a,b 的值为（ ）

（A）. $a=1,\quad b=-2$； （B）. $a=-1,\quad b=-2$

（C）. $a=-1,\quad b=2$； （D）. $a=1,\quad b=2$

4. 设$a>0$, 则$\int_{-a}^{a}(\frac{\sin x}{1+x^2}+\sqrt{a^2-x^2})dx=$（　　　）

(A)　a^2　　　(B)　$\frac{\pi}{2}a^2$　　　(C)　πa^2　　　(D)　$\frac{1}{4}\pi a^2$

5. 微分方程$y''-3y'+2y=2e^{2x}$的一个特解可设为（其中a,b为常数）（　　　）.

（A）$y^*=axe^{2x}$　　　（B）$y^*=ae^{2x}$

（C）$y^*=(ax+b)e^{2x}$　　　（D）$y^*=ax^2e^{2x}$

6. 若在$[0,1]$上有$f(0)=g(0)=0$，$f(1)=g(1)=a>0$，且$f''(x)>0$，$g''(x)<0$, 则$I_1=\int_0^1 f(x)dx$，$I_2=\int_0^1 g(x)dx$，$I_3=\int_0^1 axdx$的大小关系是（　　　）

A. $I_1\ge I_2\ge I_3$；　　　B. $I_3\ge I_2\ge I_1$

C. $I_2\ge I_3\ge I_1$；　　　D. $I_2\ge I_1\ge I_3$

得分	评阅教师

二、填空题（请将正确的结果填在横线上. 每题 3 分，共 24 分）

1．设$y=f(x)$满足$y=1+xe^y$，则$dy=$ ____________

2. $y=\frac{(x+3)^2}{x-1}$的铅直渐近线方程为 ________________________

3. $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{\sin x}}=$__________

4. 函数$y=\sqrt{x}$在$x=1$处的带拉格朗日型余项的二阶泰勒公式为 ________________________________

5. $\int_0^{+\infty}e^{-ax}dx=$ ________（其中$a>0$）

6. 一个横放的半径为R的圆柱形桶，里面盛有半桶液体（设液体的密度为 1），桶的一个圆板端面所受的压力为 ________________

7. 已知$x_n=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}+\cdots+\frac{1}{4n^2-1}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}x_n=$______

8. 微分方程$y''+4y'+4y=0$的通解为 ________________

学院________专业________级________班________学号________姓名________

密　封　线

密　封　线　内　不　要　答　题

得分	评阅教师

三、计算 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arctan x}{x-\sin x}$（本题 8 分）

得分	评阅教师

四、设 $f(x)=x^3+ax^2+bx$ 在 $x=1$ 处有极值 -2，试确定系数 a,b，并求出 $f(x)$ 的所有极值点及拐点（本题 10 分）

得分	评阅教师

五、设 $f(x)$ 为连续函数且 $f(x)=x+2\int_0^1 f(x)dx$，求函数 $f(x)$.（本题 6 分）

得分	评阅教师

六、设函数 $y=f(x)$ 由方程 $\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$ 确定，求 $\frac{dy}{dx}$ 与 $\frac{d^2y}{dx^2}$（本题 8 分）

学院______ 专业______ 级______ 班______ 学号______ 姓名______

密 封 线

密封线内不要答题

得分	评阅教师

七、设 $f(x)=\int_1^{x^2}\frac{\sin t}{t}dt$，求 $\int_0^1 xf(x)dx$（本题 8 分）

得分	评阅教师

八、设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在开区间 $(0,1)$ 内可导，并满足 $xf'(x)=f(x)+3x^2$，当 $x\in(0,1)$ 时 $f(x)>0$，曲线 $y=f(x)$ 与 $x=1, y=0$ 所围成图形 S 的面积为 2，求函数 $y=f(x)$（本题 10 分）

得分	评阅教师

九、设 $a_1 - \frac{a_2}{3} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{a_n}{2n-1} = 0$，证明在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 内方程

$a_1 \cos x + a_2 \cos 3x + \cdots + a_n \cos(2n-1)x = 0$ 至少有一个实根（本题 8 分）

18 级理工科本科高等数学 A1（A 卷）

2018 至 2019 学年第一学期期末参考答案

一、 单选题（请将正确的答案填在对应括号内，每题 3 分，共 18 分）

1.A　　2.B　　3.A　　4.B　　5.A　　6.C

二、填空题（请将正确的结果填在横线上.每题 3 分，共 24 分）

1. $\dfrac{e^y}{1-xe^y}dx$　　2. $x=1$　　3. e^2

4. $\sqrt{x}=1+\dfrac{1}{2}(x-1)-\dfrac{1}{8}(x-1)^2+\dfrac{\xi^{-\frac{5}{2}}}{16}(x-1)^3$　（ξ介于1与x之间）

5. $\dfrac{1}{a}$　　6. $\dfrac{2}{3}gR^3$　　7. $\dfrac{1}{2}$　　8. $y=(c_1x+c_2)e^{-2x}$

三、解：　$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\arctan x}{x-\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\dfrac{1}{1+x^2}}{1-\cos x}$　　4 分

$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\dfrac{x^2}{1+x^2}}{\dfrac{x^2}{2}}=2$　　8 分

四、解：　$f'(x)=3x^2+2ax+b$

所以 $1+a+b=-2,\quad 3+2a+b=0$　　得 $a=0,\quad b=-3$　　（ 3 分）

$f(x)=x^3-3x$，　$f'(x)=3x^2-3$，　$f''(x)=6x$，

$f'(x)=0,\ x=\pm 1$ 且 $f''(\pm 1)\neq 0$，

所以 $f(x)$ 的所有极值点为 $x=\pm 1$　（7 分）

$f''(x)=0,\quad x=0$，在 $x=0$ 左右两侧 $f''(x)$ 异号，

所以 拐点为 $(0,0)$　　（10 分）

五、解：设 $\int_0^1 f(x)dx=a$　　则 $a=\int_0^1 xdx+2a\int_0^1 dx=\dfrac{1}{2}+2a$　（4 分）

$a=-\dfrac{1}{2}$　　$\therefore\ f(x)=x-1$　　（ 6 分）

六、解：$\frac{dy}{dx}=\frac{t}{2}$　　4 分　　$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{1+t^2}{4t}$　　8 分

七、解：$f'(x)=\frac{2\sin x^2}{x}$，　$f(1)=0$　　2 分

$\int_0^1 xf(x)dx=\frac{1}{2}\int_0^1 f(x)dx^2=\frac{1}{2}x^2f(x)\Big|_0^1-\frac{1}{2}\int_0^1 x^2f'(x)dx$　　6 分

$=-\frac{1}{2}\int_0^1 2x\sin x^2dx=\frac{1}{2}(\cos x-1)$　　8 分

八、解：$xf'(x)=f(x)$　　所以 $f(x)=cx$

令 $f(x)=u(x)x$ 得 $u'(x)=3$　$u(x)=3x+c_1$　　$f(x)=3x^2+c_1x$　（5 分）

$s=\int_0^1(3x^2+c_1x)dx=2$　　$c_1=2$　　$\therefore f(x)=3x^2+2x$　　（10 分）

九、证明：令 $f(x)=a_1\sin x+\frac{1}{3}a_2\sin 3x+\cdots+\frac{1}{2n-1}\sin(2n-1)x,\quad x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$　3 分

因为 $f(0)=0$，$f(\frac{\pi}{2})=a_1-\frac{a_2}{3}+\cdots+(-1)^{n-1}\frac{a_n}{2n-1}=0$　　5 分

由罗尔定理，至少有 $\xi\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 使 $f'(\xi)=0$，所以在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 内

$a_1\cos x+a_2\cos 3x+\cdots+a_n\cos(2n-1)x=0$ 至少有一个实根　　8 分

注：评分标准，中间段得分由每页阅卷老师统一；解题思路正确，酌情给分。。