四川轻化工大学试卷（2021 至 2022 学年第 2 学期）

课程名称：线性代数（A 卷）

命题教师：谢巍

适用班级：本科 32 学时

考试　　　　2022 年　月　日　　　　共 6 页

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	评阅（统分）教师
得分										

注意事项：

1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。

2、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。

3、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。

4、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

试　　题

得分	评阅教师

一、选择题（每题 3 分，共 24 分）

1. 设 A 和 B 均为 n 阶矩阵，且 $(A-B)^2=A^2-2AB+B^2$，则必有（　　）

A. $A=E$　　B. $B=E$　　C. $A=B$　　D. $AB=BA$

2. 设矩阵 A 为方阵，若有矩阵关系式 $AB=AC$ 成立，则必有（　　）

A. $A=O$　　B. $B\neq C$ 时 $A=O$

C. $A\neq O$ 时 $B=C$　　D. $|A|\neq 0$ 时，$B=C$

3. 设 A 为 $s\times n$ 的矩阵，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 有非零解的充分必要条件是（　　）

A. A 的行向量组线性无关　　B. A 的列向量组线性无关

C. A 的行向量组线性相关　　D. A 的列向量组线性相关

4. 若矩阵 A 的秩为 r，则 A 中（　　）

A. 所有 r-1 阶子式都不为 0　　B. 所有 r-1 阶子式都为 0

C. 至少有一个 r 阶子式不为 0　　D. 所有 r 阶子式都不为 0

5. 若 x_1 是方程 $Ax=b$ 的解，x_2 是方程 $Ax=0$ 的解，则（　　）是方程 $Ax=b$ 的解（$c\in R$）

A. x_1+cx_2　　B. cx_1+cx_2

C. x_1-cx_2　　D. cx_1+x_2

6. 如果矩阵矩阵 A 与 B 相似，则下列说法错误的是（　　）

A. $|A|=|B|$　　　　B. 有相同的特征多项式

C. 有相同的秩　　　　D. 有相同的特征向量

7. 设矩阵 A 为 n 阶方阵，则 $|A|=0$ 的充分必要条件为（　　）

A. A 中必有一行（或一列）元素全为 0　　B. A 中必有两行元素成比例

C. A 中必有一行为其余各行的线性组合　　D. A 中任意一行为其余各行的线性组合

8. 设 A 为三阶矩阵，$\Lambda=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，则 A 的特征值为 1，-1，0 的充分必要条件为（　　）

A. 存在可逆矩阵 P,Q，使得 $A=P\Lambda Q$　　B. 存在可逆矩阵 P，使得 $A=P\Lambda P^{-1}$

C. 存在正交矩阵 Q，使得 $A=Q\Lambda Q^{-1}$　　D. 存在可逆矩阵 P，使得 $A=P\Lambda P^{T}$.

得分	评阅教师

二、填空题（每题 3 分，共 24 分）

1. 行列式 $\begin{vmatrix}a_1&0&0&b_1\\0&a_2&b_2&0\\0&a_3&b_3&0\\a_4&0&0&b_4\end{vmatrix}=$__________；

2. 若矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$__________；

3. 设 4 阶方阵 A，$|A|=2$，则 $|-2A^{-1}|=$________；

4. 设向量组 $\alpha_1=(1,2,-1,0)^T,\alpha_2=(1,1,0,2)^T,\alpha_3=(2,1,1,a)^T$ 线性相关，则 $a=$________；

5. 设 $\alpha=(1,2,3)^T,\beta=\left(1,\frac{1}{2},0\right)^T,A=\alpha\beta^T$，则 $A^3=$__________；

6. 设 A 为 4×5 矩阵，$R(A)=4$，又设 p_1，p_2 为非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的两个不同解向量，则 $Ax=0$ 的通解 $x=$__________；

7. 设三阶矩阵 A 的特征值为 1,2,2，E 为三阶单位矩阵，$|4A^{-1}-E|=$________；

8. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+5x_3^2+4x_1x_2+6x_2x_3$ 所对应的实对称阵__________.

得分	评阅教师

三、（6分）求行列式 $D=\begin{vmatrix}0&0&0&0&2&3\\0&0&0&0&5&6\\1&0&0&8&0&0\\2&3&0&0&0&0\\0&4&5&0&0&0\\0&0&6&7&0&0\end{vmatrix}$

得分	评阅教师

四、（8分）设 $f(x)=1+x+x^2+\cdots x^9$，$A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$，求

$f(A),[f(A)]^{-1}$.

得分	评阅教师

五、（10 分）设向量组

$\alpha_1=(1,1,1)^T,\alpha_2=(-1,0,1)^T,\alpha_3=(0,1,2)^T,\alpha_4=(1,2,3)^T$.

(1) 求向量组的秩；(2) 求此向量组的一个极大线性无关组，并把其余向量分别用该极大线性无关组线性表示.

得分	评阅教师

六、(10 分)求齐次线性方程组$\begin{cases}2x_1-3x_2+x_3+5x_4=0\\-3x_1+x_2+2x_3-4x_4=0\\-x_1-2x_2+3x_3+x_4=0\end{cases}$的一个基础解系及其通解.

得分	评阅教师

七、(12 分) 已知 $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & 1\\ 0 & 4 & 0\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}$，求一个正交矩阵 P，使 $P^{-1}AP$ 为对角阵 Λ.

得分	评阅教师

八、(6 分) 设 $\alpha_1=(\lambda,1,1)^T,\alpha_2=(1,\lambda,1)^T,\alpha_3=(1,1,\lambda)^T,\alpha_4=(1,\lambda,\lambda^2)^T$，若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 与 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$ 等价，求 λ 的取值范围.