学院______ 专业______ 班级______ 学号______ 姓名______

密 封 线

密封线内不要答题

四川轻化工大学试卷（2019 至 2020 学年第 2 学期）

课程名称：　线性代数（A 卷）

命题教师：　谢巍

适用班级：　本科 32 学时

考试　　　　　　　　　　　　　　2020 年　　月　日　　　　共　6 页

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分	评阅（统分）教师
得分										

注意事项：

1、 满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。
2、 考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。
3、 考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。
4、 如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

试　　题

得分	评阅教师

一、. 填空题（每题 3 分，共 24 分）

1．四阶行列式 $\boldsymbol{D}$ 中第 3 列元素依次为 -1，2，0，1，它们的余子式的值依次为 5，3，-7，4，则 $\boldsymbol{D}$ = ________.

2. 若方阵 $\boldsymbol{A}$ 满足 $\boldsymbol{A}^2=\boldsymbol{A}$，且 $\boldsymbol{A}\neq\boldsymbol{E}$，则$|\boldsymbol{A}|$=________.

3. 若 $\boldsymbol{A}$ 为 3 阶方阵，且 $|\boldsymbol{A}|=\frac{1}{2}$ ，则$|2\boldsymbol{A}|$= _______.

4. 设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ 2 & -1 & -2 & 6\\ 3 & 1 & t & 4\end{pmatrix}$ 的秩为 2，则 t = _______.

5. 设向量$\boldsymbol{\alpha}$ =(6，8，0)，$\boldsymbol{\beta}$ =(4，–3，5)，则$[\boldsymbol{\alpha},\boldsymbol{\beta}]$=_______.

6. 设 n 元齐次线性方程组 $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{o}$, $r(\boldsymbol{A})=r<n$,则基础解系含有解向量的个数为 _______个.

7. 设 $\boldsymbol{A}$ 为三阶方阵，其特征值为 1，-1，2，则 $\boldsymbol{A}^2$ 的特征值为____________ .

8. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+3x_2^2-x_3^2-4x_1x_2+2x_2x_3$ 的矩阵 $\boldsymbol{A}$=________.

得分	评阅教师

二、选择题（每题 3 分，共 24 分）

1. 行列式$\begin{vmatrix} k & 1 & 1 \\ 1 & k & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0$,则 k = (　　).

A. 1　　　B. 4　　　C. −1 或 4　　　D. −1

2. 设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C}$ 为同阶方阵,若由 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{AC}$ 必能推出 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C}$,则 $\boldsymbol{A}$ 应满足(　　).

A. $\boldsymbol{A}\neq\boldsymbol{O}$　　　B. $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$　　　C.$|\boldsymbol{A}|=0$　　　D. $|\boldsymbol{A}|\neq 0$

3. 设 A，B 均为 n 阶方阵，则　　　　　　　　(　　).

A. $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{AB}|=0$，则$|\boldsymbol{A}|=0$ 或$|\boldsymbol{E}+\boldsymbol{B}|=0$　　B. $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})^2=\boldsymbol{A}^2+2\boldsymbol{AB}+\boldsymbol{B}^2$

C. 当 $\boldsymbol{AB}=\boldsymbol{O}$ 时，有 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{O}$ 或 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{O}$　　D. $(\boldsymbol{AB})^{-1}=\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}^{-1}$

4. 二阶矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，$|\boldsymbol{A}|=1$，则 $\boldsymbol{A}^{-1}$= (　　).

A. $\begin{pmatrix} d & b \\ c & a \end{pmatrix}$　　B.$\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$　　C.$\begin{pmatrix} a & -b \\ -c & d \end{pmatrix}$　　D.$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$

5. 设两个向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$与$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t$，则下列说法正确的是(　　).

A.若两向量组等价，则 $s = t$.

B.若两向量组等价，则 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s)=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t)$

C. 若 $s = t$，则两向量组等价.

D.若 $\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s)=\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\cdots,\boldsymbol{\beta}_t)$，则两向量组等价.

6. 向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$线性相关的充分必要条件是　　　　(　　).

A. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$中至少有一个零向量

B. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$中至少有两个向量对应分量成比例

C. $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$中至少有一个向量可由其余向量线性表示

D. $\boldsymbol{\alpha}_s$可由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_{s\text{-}1}$线性表示

7. 设向量组$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\ldots,\boldsymbol{\alpha}_m$有两个极大无关组$\boldsymbol{\alpha}_{i1},\boldsymbol{\alpha}_{i2},\ldots,\boldsymbol{\alpha}_{ir}$与$\boldsymbol{\alpha}_{j1},\boldsymbol{\alpha}_{j2},\ldots,\boldsymbol{\alpha}_{js}$，则下列成立的是(　　).

A. r 与 s 未必相等　　　B. $r + s = m$　　　C. $r = s$　　　D. $r + s > m$

8. 对方程组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ 与其导出组 $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$，下列命题正确的是(　　).

A. $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$ 有解时，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ 必有解.

B. $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$ 有无穷多解时，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ 有无穷多解.

C. $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ 无解时，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$ 也无解.

D. $\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ 有惟一解时，$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{o}$ 只有零解.

学院______专业______级______班______学号______姓名______

密　　封　　线

密封线内不要答题

得分	评阅教师

三.（8 分）求行列式$\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{vmatrix}$的值.

得分	评阅教师

四、（8 分）解矩阵方程：$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

得分	评阅教师

五、（8 分）求向量组α_1=(1, 1, 2, 3)，α_2=(－1,－1, 1, 1)，α_3=(1, 3, 3, 5)，α_4=(4,－2, 5, 6)的秩和一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示.

学院______ 专业______ 级______ 班______ 学号______ 姓名______

密 封 线

密 封 线 内 不 要 答 题

得分	评阅教师

六、(10 分) a 取何值时，方程组 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = a \end{cases}$ 有解？并求其通解.

得分	评阅教师

七、(10 分) 已知 $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

（1）求矩阵 A 的特征值和特征向量;

（2）问 A 能否相似对角化？若能，求可逆矩阵 P 及对角矩阵 Λ，使 $P^{-1}AP=\Lambda$.

得分	评阅教师

八、(8 分) 设向量组$\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_s$线性无关，

证明：向量组$\alpha_1,\alpha_1+\alpha_2,\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3,\dots,\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_s$也线性无关.