

# 四川理工学院试卷（2016 至 2017 学年第二学期）

课程名称： 概率论与数理统计（A 卷）

命题教师： 赵蒙川

复习资料免费领取qq群： 297042775

适用班级： 本科 48 学时

考试

A 卷

考试时间 120 分钟

共 6 页

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 总分 | 评阅(统分)教师 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|----------|
| 得分 |   |   |   |   |   |   |   |    |          |

注意事项：

- 1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。
- 2、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。
- 3、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。
- 4、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

## 试 题

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

一、单选题（请将正确的答案填在对应括号内，每题 4 分，共 24 分）

1. 设事件  $A$  与  $B$  互不相容，且  $P(A) \neq 0$ ， $P(B) \neq 0$ ，则下面结论正确的是\_\_\_\_\_。

- (A)  $\bar{A}$  与  $\bar{B}$  互不相容； (B)  $P(B|A) > 0$ ；  
 (C)  $P(AB) = P(A)P(B)$ ； (D)  $P(A\bar{B}) = P(A)$ 。

2. 已知随机变量  $X$  服从区间  $[5, 10]$  上的均匀分布，则\_\_\_\_\_。

- (A)  $P(X^2 < 9) = 0.3$ ； (B)  $P(X^2 < 9) = 0.15$ ；  
 (C)  $P(X^2 \leq 9) = 0$ ； (D) “ $X = 7$ ” 是不可能事件；

3. 已知二维随机向量  $(X, Y)$  具有分布函数  $F(X, Y)$ ，则\_\_\_\_\_。

- (A)  $P(X < x) = F(x, 0)$ ； (B)  $F(+\infty, y) = 1$ ；  
 (C)  $F(-\infty, y) = 0$ ； (D)  $F(-\infty, +\infty) = 1$ ；

4. 已知随机变量  $X, Y$  相互独立且都服从正态分布  $N(2, 4)$ ，则\_\_\_\_\_。

- (A)  $X+Y \sim N(4, 8)$ ； (B)  $X+Y \sim N(4, 4)$ ；  
 (C)  $X-Y \sim N(0, 4)$ ； (D)  $X-Y$  不服从正态分布；

5. 已知随机变量  $X$  的期望  $E(X)=10$ ，方差  $D(X)=4$ ，则\_\_\_\_\_.

- (A)  $P(|X-10|<6) \geq 8/9$ ; (B)  $P(|X-10|<6) \leq 8/9$ ;  
(C)  $P(|X-10| \geq 6) \geq 8/9$ ; (D)  $P(|X-10| \geq 6) \leq 8/9$ ;

6. 设  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  是来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本，则  $\mu_1 = X_1$ ，  
 $\mu_2 = (X_1 + X_2 + \dots + X_{10})/10$ ， $\mu_3 = X_1/2 + X_2/3 + X_3/6$ ，  
 $\mu_4 = X_1/2 + X_2/3 + X_3/4$  中有\_\_\_\_\_个是  $\mu$  的无偏估计量；  
(A) 4; (B) 2; (C) 1; (D) 3

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

二、填空题（请将正确的结果填在横线上，每空 3 分，共 18 分）

1、  $P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A \cup B)=0.4$ , 则  $P(A\bar{B}) =$ \_\_\_\_\_.

2、 已知随机变量  $X$  服从泊松分布  $P(\lambda)$ ，则  $D(X)/E(X) =$ \_\_\_\_\_.

3、 设  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} A(2 - e^{-3x}), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$  则常数  $A =$ \_\_\_\_\_.

4、 随机变量  $X$  和  $Y$  的方差分别为  $D(X)=9$  和  $D(Y)=4$ ，相关系数  $\rho_{XY} = 0.5$ ，  
则  $D(X - Y) =$ \_\_\_\_\_.

5、 若  $X \sim N(0,1), Y \sim N(0,1)$  且  $X$  与  $Y$  相互独立，则

$$\frac{X}{\sqrt{(X^2 + Y^2)/2}} \sim \underline{\hspace{2cm}}.$$

6、 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的简单随机样本， $\sigma^2$  未知， $\bar{X}$  是样本

均值， $S^2$  是修正样本方差，则  $\mu$  的置信度为  $\alpha$  的置信区间为

\_\_\_\_\_.

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

三、（本小题 12 分）某电子设备制造厂所用的元件是由三家元件制造厂提供的。根据以往的记录有以下的数

| 元件厂 | 次品率  | 市场份额 |
|-----|------|------|
| 1   | 0.02 | 0.15 |
| 2   | 0.01 | 0.80 |
| 3   | 0.03 | 0.05 |

设这三家工厂的产品在仓库中是均匀混合的，且无区别的标志。

- (1)在仓库中随机地取一只元件，求它是次品的概率；
- (2)在仓库中随机地取一只元件，若已知取到的是次品，试分析此次品出自何厂的概率最大。

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

四、(本小题 12 分) 随机变量  $X$  的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} ax+1, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

求 (1) 常数  $a$ ; (2)  $X$  的分布函数  $F(x)$ ; (3)  $P(1 < X < 3)$

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

五、(本小题 12 分) 设二维随机变量具有联合概率密度  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$  求:

(1) 边缘概率密度  $f_X(x)$ 、 $f_Y(y)$ ; (2) 条件概率密度  $f_{X|Y}(x|y)$ ; (3)  $X$ 、 $Y$  是否相互独立?

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

六、(10 分) 二维随机变量  $(X, Y)$  的具有联合概率密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & |y| < x, 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases} \quad \text{求 } E(X), E(Y), \text{Cov}(X, Y).$$

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

七、（本小题 12 分）设随机变量  $X$  具有概率密度函数  $f(x;\theta) = \begin{cases} \frac{\theta}{x^{\theta+1}}, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$

其中,  $\theta > 1$  为未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为来自总体的样本。求  $\theta$  的矩估计量和极大似然估计量。

## 四川理工学院试卷（2017 至 2018 学年第一学期）

课程名称：概率论与数理统计（A 卷）

命题教师：赵蒙川

适用班级：本科 32 学时

考试：闭卷，120 分钟

考试时间：2018 年 月 日

共 6 页

| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 总分 | 评阅(统分)<br>教 师 |
|-----|---|---|---|---|---|---|---|----|---------------|
| 得 分 |   |   |   |   |   |   |   |    |               |

注意事项：

- 5、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。
- 6、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。
- 7、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。
- 8、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

## 试 题

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

一、单选题（请将正确的答案填在对应括号内，每题 4 分，共 24 分）

1、设事件  $A$ 、 $B$  互不相容， $P(A) = p$ ， $P(B) = q$ ，则  $P(A - B) =$ \_\_\_\_\_。

(A)  $(1 - p)q$ ； (B)  $pq$ ； (C)  $p - q$ ； (D)  $p$ ；

2、已知二维随机向量  $(X, Y)$  具有分布函数  $F(X, Y)$ ，则\_\_\_\_\_。

(A)  $P(X < x) = F(x, 0)$ ； (B)  $F(+\infty, y) = 1$ ；  
(C)  $F(-\infty, y) = 0$ ； (D)  $F(-\infty, +\infty) = 1$ ；

3、随机变量  $X, Y$  相互独立，其分布律分别为

| X | 0   | 1   | 2   | 3   |
|---|-----|-----|-----|-----|
| P | 1/2 | 1/4 | 1/8 | 1/8 |

| Y | -1  | 0   | 1   |
|---|-----|-----|-----|
| P | 1/3 | 1/3 | 1/3 |

则  $P(X+Y=1)=$ \_\_\_\_\_。

- (A) 7/24;                      (B) 6/24;                      (C) 1/12;                      (D) 1/2;

4、设随机变量  $X, Y$  相互独立, 且  $X \sim N(-1, 4), Y \sim N(1, 9)$ , 则  $2X - Y$  服从\_\_\_\_\_。

- (A)  $N(-3, 17)$ ;      (B)  $N(-3, -1)$ ;      (C)  $N(-3, 25)$ ;      (D)  $N(-1, 1)$ ;

5、下列不是评价估计量三个常用标准的是\_\_\_\_\_。

- (A) 无偏性;                      (B) 有效性;  
(C) 相合性;                      (D) 正态性;

6、设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\mu$  是未知的, 而  $\sigma^2$  已知,  $X_1, X_2, X_3$  是从总体中抽取的随机样本, 则下列表达式中不是统计量的是\_\_\_\_\_。

- (A)  $X_1 + X_2 + X_3$ ;                      (B)  $X_1 + E(X_2)$ ;  
(C)  $\sum_{i=1}^3 \frac{X_i^2}{\sigma^2}$ ;                      (D)  $\min(X_1, X_2, X_3)$ ;

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

二、填空题（请将正确的结果填在横线上，每空 3 分，共 18 分）

1、若  $P(A) = 1/4, P(B|A) = 1/3, P(A|B) = 1/2$ , 则  $P(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_。

2、设随机变量  $X, Y$  相互独立, 他们分别在区间  $[-1, 3], [3, 5]$  上服从均匀分布则

$$E(XY) = \text{_____}。$$

3、设随机变量  $X$  的期望与方差分别为  $E(X) = 0, D(X) = 1$ , 则用切比雪夫不等式估计下面概率值  $P\{|X| < 2\} \geq$ \_\_\_\_\_。

4、设  $X$  的分布函数为  $F(x) = \begin{cases} A(5 - e^{-4x}), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$  则常数  $A =$ \_\_\_\_\_。

5、若  $X \sim N(0, 1), Y \sim \chi^2(n)$  且  $X$  与  $Y$  相互独立, 则  $\frac{X}{\sqrt{Y/n}} \sim$ \_\_\_\_\_。



6、某种试验，甲成功的概率为 0.5，乙成功的概率为 0.7，若让他们各自做一次，则这两次试验至少有一次成功的概率为\_\_\_\_\_。

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

三、（本题 12 分）子曰：“有朋自远方来，不亦说乎！”，男朋友坐火车、坐船、坐汽车和坐飞机的概率分别为 0.3，0.2，0.1，0.4。若坐火车来，他迟到的概率是 0.25，若坐船来，他迟到的概率是 0.3，若坐汽车来，他迟到的概率是 0.1，若坐飞机来，他不会迟到。

- 求他迟到的概率；
- 如果他迟到了，那么他坐什么交通工具来的概率最大？

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

四、(本小题 12 分) 设随机变量  $X$  具有概率密度  $f(x) = \begin{cases} kx, & 0 \leq x < 3, \\ 2 - \frac{x}{2}, & 3 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$

(1) 确定常数  $k$ ; (2) 求  $X$  的数学期望  $E(X)$ ; (3) 求  $P\left(1 < X \leq \frac{7}{2}\right)$ 。

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

五、（本小题 10 分） 若  $X, Y$  相互独立， $X$  服从  $[0, 1]$  上的均匀分布， $Y$  的概率密度为  $f_Y(y) = \begin{cases} 2y, & 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$  求  $Z = X + Y$  的概率密度。

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

六、（本小题 12 分）设随机变量  $X$  具有分布律

|       |            |                     |                |
|-------|------------|---------------------|----------------|
| $X$   | 1          | 2                   | 3              |
| $p_k$ | $\theta^2$ | $2\theta(1-\theta)$ | $(1-\theta)^2$ |

其中  $\theta$  ( $0 < \theta < 1$ ) 为未知参数。已知取得了样本值  $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 2$ ，求  $\theta$  的矩估计量和极大似然估计量。

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

七、（本小题 12 分）二维随机变量  $(X, Y)$  的具有联合概率密度函数

$$f(x, y) = \begin{cases} 2, & 0 < y < x, 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

（1）求  $E(X)$ 、 $D(X)$ ；（2）求  $Cov(X, Y)$ ；（3）判断  $X$ 、 $Y$  的独立性。

# 四川理工学院试卷（2018 至 2019 学年第 1 学期）

课程名称： 概率论与数理统计（概率与统计）（ A 卷）

命题教师： 谢巍

适用班级：本科 32 学时

考试

2018 年 11 月 日 共 6 页

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 七 | 八 | 总分 | 评阅（统分）教师 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----------|
| 得分 |   |   |   |   |   |   |   |   |    |          |

注意事项：

- 9、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。
- 10、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。
- 11、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。
- 12、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

## 试 题

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

一、填空题（本题 20 分，每小题 4 分）

1. 设事件  $A, B$  相互独立,  $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$ , 则  $P(A \cup \bar{B}) =$  \_\_\_\_\_;

2. 设随机变量  $X$  的分布律为

| X | 0          | 1        |
|---|------------|----------|
| p | $9c^2 - c$ | $3 - 8c$ |

则  $c =$  \_\_\_\_\_;

3. 设随机变量  $X$  的概率密度为,  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{8}}$ , 则  $P(X > 5) =$  \_\_\_\_\_.

4. 一射手向指定目标射击 4 枪, 各枪射中与否相互独立, 且每枪射中的概率为 0.2, 则 4 枪中恰好射中 1 枪的概率为\_\_\_\_\_.

5. 设总体  $X \sim N(0, 1)$ ,  $X_1, X_2, X_3, X_4$  是来自总体  $X$  的一个简单随机样本, 则  $\left( \frac{X_1 - X_2}{X_3 + X_4} \right)^2$  服从分布.

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

二、选择题（本题 20 分，每小题 4 分）

1. 扔两颗骰子, 点数之和为 3 的概率为 ( ).

(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{18}$  (D)  $\frac{1}{36}$

2. 设  $A, B$  是两个互斥事件,  $P(A) > 0, P(B) > 0$ , 则 ( ) 一定成立.

(A)  $P(A) = 1 - P(B)$  (B)  $P(A|B) = 0$  (C)  $P(A|\bar{B}) = 1$  (D)  $P(\overline{AB}) = 0$

3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  在区域  $D$  上服从均匀分布, 其中  $D$  是由  $x$  轴、 $y$  轴及直线  $x + \frac{y}{2} = 1$  所围成的三角形区域, 则关于  $X$  的边缘分布密度为 ( ) .

(A)  $f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$  (B)  $f_X(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(C)  $f_X(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{2}, & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$  (D)  $f_X(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

4. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立, 且  $D(X) = 4, D(Y) = 2$ , 则  $D(3X - 2Y)$  为 ( ) .

(A) 8 (B) 35 (C) 28 (D) 44

5. 设随机变量  $X$  与  $Y$  相互独立且同分布:

$P(X = -1) = P(Y = -1) = \frac{1}{2}, P(X = 1) = P(Y = 1) = \frac{1}{2}$ , 则下列各式中成立的是 ( )

(A)  $P(X = Y) = \frac{1}{2}$  (B)  $P(X = Y) = \frac{1}{3}$

(C)  $P(X + Y = 0) = \frac{1}{4}$  (D)  $P(X - Y = 0) = \frac{1}{4}$

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

三、(本题 10 分) 车间里有甲、乙、丙 3 台机床生产同一种产品, 已知它们的次品率依次为 0.2, 0.3, 0.1, 而产品数量比为甲: 乙: 丙=2: 3:

5. 现从产品中任取 1 个发现它是次品, 求次品来自机床乙的概率.



|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

六、（ 本 题 10 分 ） 设 随 机 变 量  $X$  的 概 率 密 度 为

$$f_X(x)=\begin{cases}\frac{2}{\pi(1+x^2)},x>0\\0,x\leq0\end{cases}, \text{ 求 } Y=\ln X \text{ 的概率密度}$$



|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

七、(本题 12 分) 设总体  $X$  的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda x^{-\lambda}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

其中  $\lambda > 0$  是未知参数,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的简单随机样本, 用最大似然估计法求  $\lambda$  的估计量.

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

八、(本题 8 分) 设总体  $X \sim N(\mu, 2.5^2)$ , 从中取出容量为 9 的样本, 测得样本均值为  $\bar{x} = 11$ , 求总体均值  $\mu$  的 95% 的置信区间.

注:  $\Phi(1.96) = 0.975$

## 四川理工学院试卷 B 卷（2017 至 2018 学年第 1 学期）

课程名称：概率论与数理统计

命题教师：李柳芬

适用班级：40 学时所有班级

考试（考查）： 考试 2017 年 11 月 日 共 6 页

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 | 评阅（统分）教师 |
|----|---|---|---|---|---|---|----|----------|
| 得分 |   |   |   |   |   |   |    |          |

### 注意事项：

- 1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。
- 2、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。
- 3、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。
- 4、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

## 试 题

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

### 一、选择题(每小题 4 分，共 28 分)

1. 设  $A, B, C$  是某一随机试验的 3 个事件，则“ $A, B, C$  中至少有一个事件发生”可表示为 ( )
 

A.  $\bar{A}BC$       B.  $ABC$       C.  $A \cup B \cup C$       D.  $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$
2. 设  $A, B$  为随机事件，且  $P(A) = 1/4, P(B|A) = 1/3$ ，则  $P(\bar{A} \cup \bar{B}) =$  ( )
 

A.  $7/12$       B.  $1/12$       C.  $11/12$       D.  $5/12$
3. 两个电子元件正常工作的概率分别为 0.8 和 0.6，它们组成并联电路，且相互独立，则电路发生故障的概率为 ( )
 

A. 0.92      B. 0.08      C. 0.48      D. 0.5
4. 设随机变量  $X$  的分布律为  $P(X = k) = \frac{ak}{15} (k = 1, 2, 3, 4, 5)$ ，则  $a =$  ( )
 

A. 1      B. 2      C. -1      D. -2

5. 设随机变量  $X$  服从区间  $[2,4]$  上的均匀分布, 则  $P(1 < X < 3) = ( \quad )$

- A.  $\frac{1}{3}$       B. 1      C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{1}{2}$

6. 设  $X_1, \dots, X_6$  是来自总体  $X$  的样本, 且  $X \sim N(\mu, 9)$ , 其中  $\mu$  未知, 则下列不是统计量的是 ( )

- A.  $\bar{X}$       B.  $S^2$       C.  $X_1 - D(X_1)$       D.  $\frac{X_i - E(X_i)}{\sqrt{D(X_i)}}, (i=1, \dots, 6)$

7. 设  $X_1, \dots, X_n$  是来自总体  $X$  的样本, 且  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma > 0$  未知, 则  $\mu$  的置信水平为  $1-\alpha$  的置信区间为 ( )

- A.  $\left[ \bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n}} \right]$   
 B.  $\left[ \bar{X} - t_{\alpha}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{\alpha}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n}} \right]$   
 C.  $\left[ \bar{X} - t_{1-\alpha}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{1-\alpha}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n}} \right]$   
 D.  $\left[ \bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n-1}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{S^*}{\sqrt{n-1}} \right]$

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 一个盒子中装有 8 只晶体管, 其中 2 只不合格, 现作有放回抽样, 连续取两次, 每次取 1 只, 则第 2 次取出的是不合格品的概率为\_\_\_\_\_.

2. 设随机事件  $A$  与  $B$  相互独立,  $P(\bar{A}\bar{B}) = \frac{1}{4}, P(A|B) = \frac{1}{2}$ , 则  $P(B) =$ \_\_\_\_\_.

3. 设二维随机变量  $(X, Y) \sim N(1, 1, 1, 1, 0)$ , 则  $E(X - Y) =$ \_\_\_\_\_,  $D(X - Y) =$ \_\_\_\_\_.

4. 设  $Cov(X, Y) = 2, D(X) = 4$ , 令  $Z = 2X + Y$ , 则  $Cov(X, Z) =$ \_\_\_\_\_.

5. 设  $X_1, \dots, X_n$  是来自标准正态总体  $X$  的样本, 已知  $a(X_1 + X_2)^2 \sim \chi^2(1)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

三、(本题共 10 分)设随机变量  $X$  的分布律为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.2 & a & b \end{pmatrix}$ ，已知  $E(X)=1$

- (1) 求常数  $a$  和  $b$  的值；(5 分)
- (2) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ . (5 分)

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

四、(本题共 10 分) 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda$  的指数分布, 且  $P(X > 0.5) = e^{-1}$ .

- (1) 求出参数  $\lambda$ ; (4 分)                      (2) 求  $Y = e^X$  的概率密度函数. (6 分)

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

五、(本题共 20 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为

| $X \backslash Y$ | 1             | 2             | 3             |
|------------------|---------------|---------------|---------------|
| 0                | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ |
| 1                | $\frac{1}{8}$ | 0             | 0             |
| 2                | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | 0             |

- (1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘分布律; (4 分)      (2) 求  $Z = XY$  的分布律; (6 分)
- (3) 求  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho_{X,Y}$ . (10 分)

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

六、(本题 12 分) 设  $X_1, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的一个样本, 且  $X$  的概率分布为

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases},$$

其中  $\theta$  是未知参数, 求参数  $\theta$  的矩估计量和极大似然估计量.



仅作期末复习参考资料，请勿将资料带进考场，小包子希望各位同学诚信应考！

课程名称：概率与统计 40 学时

命题教师：李柳芬      适用班级：所有 40 学时本科学生

考试 2017 年 11 月 日

一、选择题（本题 28 分，每小题 4 分）

1.C    2.C    3.B    4.A    5.D    6.D    7.A

二、填空题 (本题 28 分, 每小题 4 分,)

1. 0.25      2. 0.5      3. 0, 2      4. 10      5. 0.5

三、(本题共 10 分) 设随机变量  $X$  的分布律为  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.2 & a & b \end{pmatrix}$ , 已知  $E(X)=1$

(1) 求常数  $a$  和  $b$  的值; (5 分)      (2) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ . (5 分)

解：(1) 由归一性得  $a + b + 0.2 = 1$  -----2 分

又  $E(X) = a + 2b = 1$  -----2 分

解得  $a = 0.6, b = 0.2$  -----1 分

(2) 由 (1) 得  $X$  的分布律为  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0.2 & 0.6 & 0.2 \end{pmatrix}$

当  $x < 0$  时,  $F(x) = P(X \leq x) = 0$  -----1 分

当  $0 < x \leq 1$  时,  $F(x) = P(X \leq x) = 0.2$  -----1 分

当  $1 < x \leq 2$  时,  $F(x) = P(X \leq x) = 0.2 + 0.6 = 0.8$  -----1 分

当  $x \geq 2$  时,  $F(x) = P(X \leq x) = 1$  -----1 分

所以 
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.2, & 0 \leq x < 1 \\ 0.8, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases} \quad \text{-----1 分}$$

四、(本题共 10 分) 设随机变量  $X$  服从参数为  $\lambda$  的指数分布, 且  $P(X > 0.5) = e^{-1}$ .

(1) 求出参数  $\lambda$ ; (4 分)      (2) 求  $Y=e^X$  的概率密度函数. (6 分)

解 (1)  $X$  的概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{-----1 分}$$

则

$$P(X > 0.5) = \int_{0.5}^{+\infty} f(x) dx = \int_{0.5}^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x} \Big|_{0.5}^{+\infty} = e^{-\lambda/2} \quad \text{-----2 分}$$

所以由  $e^{-\lambda/2} = e^{-1}$  解得

$$\lambda = 2 \quad \text{-----1 分}$$

从而

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

(2) (解法一) 因为  $y = e^x$  单调递增, 故存在反函数  $x = \ln y (y > 0)$  -----1 分

所以  $Y = e^X$  的概率密度函数为

$$f(y) = \begin{cases} f_X(\ln y) \left| (\ln y)' \right| = 2e^{-2\ln y} \cdot \frac{1}{y}, & \ln y > 0 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad \text{-----4 分}$$

也即

$$f(y) = \begin{cases} 2y^{-3}, & y > 1 \\ 0, & y \leq 1 \end{cases} \quad \text{-----1 分}$$

五、(本题共 20 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合分布律为

| $X \backslash Y$ | 1   | 2   | 3   |
|------------------|-----|-----|-----|
| 0                | 1/4 | 1/4 | 1/8 |
| 1                | 1/8 | 0   | 0   |
| 2                | 1/8 | 1/8 | 0   |

(1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘分布律; (4 分) (2) 求  $Z = XY$  的分布律; (6 分)

(3) 求  $X$  与  $Y$  的相关系数  $\rho_{X,Y}$ . (10 分)

解: (1)  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘分布律为

| $X$ | 0             | 1             | 2             |
|-----|---------------|---------------|---------------|
| 概率  | $\frac{5}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{4}$ |

-----2 分

$(X, Y)$  关于  $Y$  的边缘分布律为

| $Y$ | 1             | 2             | 3             |
|-----|---------------|---------------|---------------|
| 概率  | $\frac{1}{2}$ | $\frac{3}{8}$ | $\frac{1}{8}$ |

-----2 分

(2) 由  $(X, Y)$  的联合分布律可得

| $(X, Y)$ | (0,1)         | (0,2)         | (0,3)         | (1,1)         | (1,2) | (1,3) | (2,1)         | (2,2)         | (2,3) |
|----------|---------------|---------------|---------------|---------------|-------|-------|---------------|---------------|-------|
| $p_{ij}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | 0     | 0     | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | 0     |
| $Z = XY$ | 0             | 0             | 0             | 1             | 2     | 3     | 2             | 4             | 6     |

-----4 分

所以  $Z = XY$  的分布律为

| $Z$ | 0             | 1             | 2             | 3 | 4             | 6 |
|-----|---------------|---------------|---------------|---|---------------|---|
| 概率  | $\frac{5}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{1}{8}$ | 0 | $\frac{1}{8}$ | 0 |

-----2 分

$$(3) \quad E(X) = 0 \times \frac{5}{8} + 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{8} \text{ -----1 分}$$

$$E(Y) = 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{13}{8} \text{ -----1 分}$$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{5}{8} + 1^2 \times \frac{1}{8} + 2^2 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{8} \text{ -----1 分}$$

$$E(Y^2) = 1^2 \times \frac{1}{2} + 2^2 \times \frac{3}{8} + 3^2 \times \frac{1}{8} = \frac{25}{8} \text{ -----1 分}$$

$$E(XY) = E(Z) = 0 \times \frac{5}{8} + 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{1}{8} + 3 \times 0 + 4 \times \frac{1}{8} + 6 \times 0 = \frac{7}{8} \text{ -----1 分}$$

$$D(X) = E(X^2) - E^2(X) = \frac{9}{8} - \frac{25}{64} = \frac{47}{64} \text{ -----1 分}$$

$$D(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = \frac{25}{8} - \frac{169}{64} = \frac{31}{64} \text{ -----1 分}$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = \frac{7}{8} - \frac{5}{8} \times \frac{13}{8} = -\frac{9}{64} \text{ -----1 分}$$

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}} = -\frac{9}{64} \times \frac{8}{\sqrt{47}} \times \frac{8}{\sqrt{31}} = -\frac{9}{\sqrt{47} \times \sqrt{31}} \text{ -----2 分}$$

六、(本题 12 分) 设  $X_1, \dots, X_n$  是取自总体  $X$  的一个样本, 且  $X$  的概率分布为

$$f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{others} \end{cases},$$

其中  $\theta$  是未知参数, 求参数  $\theta$  的矩估计量和极大似然估计量.

解：(1)  $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_0^1 (\theta+1)x^{\theta+1}dx = \frac{\theta+1}{\theta+2}$  -----2 分

令  $E(X) = \bar{X}$ ，解得

$$\theta = \frac{2\bar{X}-1}{1-\bar{X}}$$

所以  $\theta$  的矩估计量为  $\hat{\theta} = \frac{2\bar{X}-1}{1-\bar{X}}$  -----2 分

(2) 似然函数  $L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta) = (\theta+1)^n (x_1 \cdots x_n)^\theta$  -----2 分

取自然对数  $\ln L(\theta) = n \ln(\theta+1) + \theta \ln(x_1 \cdots x_n)$  -----2 分

对  $\theta$  求导数  $\frac{d \ln L(\theta)}{d\theta} = \frac{n}{\theta+1} + \ln(x_1 \cdots x_n)$  -----2 分

令  $\frac{n}{\theta+1} + \ln(x_1 \cdots x_n) = 0$ ，解得

$$\theta = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i} - 1$$

所以  $\theta$  的极大似然估计量为  $\hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln X_i} - 1$  -----2 分



5. 设随机变量  $X \sim P(1)$ , 则  $P(X \geq 2) = ( \quad )$

- A.  $e^{-1}$       B.  $1 - e^{-1}$       C.  $1 - 2e^{-1}$       D.  $2e^{-1}$

6. 设  $X_1, \dots, X_n$  是来自正态总体  $X$  的样本, 且  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 则下列关于  $\mu$  的无偏估计中最有效的是( )

- A.  $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{3}{10}X_2 + \frac{1}{2}X_3$       B.  $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{2}X_3$   
C.  $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{5}{12}X_3$       D.  $\hat{\mu}_4 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2 + \frac{1}{6}X_3$

7. 某车间生产滚珠, 由经验可知, 滚珠直径  $X \sim N(\mu, 0.2^2)$ , 现从一批产品中随机抽取 36 个, 测得直径的平均值为  $\bar{x}$ , 则  $\mu$  的双侧  $\alpha$  置信区间为 ( )

- A.  $\left[ \bar{x} - \frac{1}{30}t_{\alpha}(35), \bar{x} + \frac{1}{30}t_{\alpha}(35) \right]$       B.  $\left[ \bar{x} - \frac{1}{30}\mu_{\alpha}, \bar{x} + \frac{1}{30}\mu_{\alpha} \right]$   
C.  $\left[ \bar{x} - \frac{1}{30}t_{1-\frac{\alpha}{2}}(35), \bar{x} + \frac{1}{30}t_{1-\frac{\alpha}{2}}(35) \right]$       D.  $\left[ \bar{x} - \frac{1}{30}\mu_{1-\frac{\alpha}{2}}, \bar{x} + \frac{1}{30}\mu_{1-\frac{\alpha}{2}} \right]$

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

## 二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 一个盒子中装有 6 只晶体管, 其中 2 只不合格, 现作不放回抽样, 连续取两次, 每次取 1 只, 则 2 次取出的都是合格品的概率为\_\_\_\_\_.

2. 设随机事件  $A$  与  $B$  相互独立,  $P(A)=0.4, P(B)=0.5$ , 则  $P(A-B)=$ \_\_\_\_\_.

3. 设随机变量  $X \sim B(n, p)$ , 且  $E(X)=4, D(X)=2$ , 则参数  $n=$ \_\_\_\_\_,  $p=$ \_\_\_\_\_.

4. 设  $D(X)=25, D(Y)=36, \rho_{X,Y}=0.5$ , 则  $D(X+Y)=$ \_\_\_\_\_,  $D(X-Y)=$ \_\_\_\_\_.

5. 设  $X_1, \dots, X_n$  是来自正态总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$  的样本, 则  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n X_i^2 \sim$ \_\_\_\_\_.

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

三、(本题共 10 分)设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x)=\begin{cases} ax, & 0 < x < 1 \\ 0, & others \end{cases}$ ,

(1) 求常数  $a$  ；(4 分)                      (2) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ . (6 分)

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

四、(本题共 10 分) 设离散型随机变量  $X$  的分布律为  $P(X = k) = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, \dots$ ,

试 (1) 求  $P(X > 10)$ ; (4 分)      (2) 求  $Y = \sin\left(\frac{\pi}{2}X\right)$  的分布律. (6 分)



|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

五、(本题共 20 分) 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  服从区域  $D$  上的均匀分布, 其中  $D$  是由  $x$  轴,  $y$  轴和直线  $x + y = 1$  所围成的平面区域.

(1) 写出联合概率密度  $f(x, y)$ , 并求边缘概率密度  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ ; (6 分)

(2) 求  $P(X < Y)$ ; (4 分)

(3) 求  $Cov(X, Y)$ . (10 分)

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

六、(本题 12 分) 设总体  $X$  的概率分布为  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & (1-\theta)^2 \end{pmatrix}$ , 其中  $\theta \in (0,1)$  是未知参数, 利用总体  $X$  的样本观察值  $x_1=1, x_2=2, x_3=3, x_4=2$ , 求参数  $\theta$  的矩估计值和极大似然估计值.

# 四川理工学院试卷 A 卷答案 (2017 至 2018 学年第 1 学期)

课程名称: 概率与统计 40 学时

命题教师: 李柳芬 适用班级: 所有 40 学时本科学生

考试 2017 年 11 月 日

一、选择题 (本题 28 分, 每小题 4 分)

1.A 2.B 3.A 4.A 5.C 6.C 7.D

二、填空题 (本题 28 分, 每小题 4 分,)

1. 0.4 2. 0.2 3. 8, 0.5 4. 91, 31 5.  $\chi^2(n)$

三、(本题共 10 分) 设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} ax, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$ ,

(1) 求常数  $a$ ; (4 分) (2) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ . (6 分)

解: (1) 由概率密度函数的归一性得

$$1 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \int_0^1 ax dx \quad \text{-----2 分}$$

$$= \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2 \quad \text{-----2 分}$$

(2) 当  $x < 0$  时,  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = 0 \quad \text{-----2 分}$

当  $0 < x \leq 1$  时,  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^x 2t dt = x^2 \quad \text{-----2 分}$

当  $x \geq 1$  时,  $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^1 2t dt + \int_1^x 0 dt = 1 \quad \text{-----2 分}$

所以 
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$$

四、(本题共 10 分) 设离散型随机变量  $X$  的分布律为  $P(X = k) = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, \dots$ ,

试 (1) 求  $P(X > 10)$ ; (4 分) (2) 求  $Y = \sin\left(\frac{\pi}{2}X\right)$  的分布律. (6 分)

解 (1) 由  $X$  的分布律  $P(X = k) = \frac{1}{2^k}, k = 1, 2, \dots$  得,

方法 1 
$$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - \sum_{k=1}^{10} \frac{1}{2^k} \quad \text{-----3 分}$$

$$= 1 - \frac{\frac{1}{2} \times [1 - (\frac{1}{2})^{10}]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2^{10}} \quad \text{-----1 分}$$

方法 2  $P(X > 10) = \sum_{k=11}^{\infty} \frac{1}{2^k} \quad \text{-----3 分}$

$$= \frac{\frac{1}{2^{11}}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2^{10}} \quad \text{-----1 分}$$

(2) 由  $X \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & k & \dots \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2^2} & \frac{1}{2^3} & \frac{1}{2^4} & \dots & \frac{1}{2^k} & \dots \end{pmatrix}$  得

$$Y = \sin\left(\frac{\pi}{2}X\right) \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & \dots \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2^2} & \frac{1}{2^3} & \frac{1}{2^4} & \frac{1}{2^5} & \frac{1}{2^6} & \frac{1}{2^7} & \dots \end{pmatrix}$$

即  $Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^{11}} + \dots & \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^6} + \dots & \frac{1}{2} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^9} + \dots \end{pmatrix} \quad \text{-----3 分}$

也即  $Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{\frac{1}{2^3}}{1 - \frac{1}{2^4}} & \frac{\frac{1}{2^2}}{1 - \frac{1}{2^2}} & \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2^4}} \end{pmatrix}$

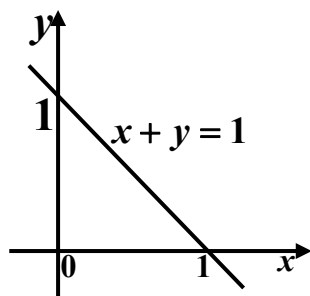
所以  $Y \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{2}{15} & \frac{1}{3} & \frac{8}{15} \end{pmatrix} \quad \text{-----3 分}$

五、(本题共 20 分) 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  服从区域  $D$  上的均匀分布, 其中  $D$  是由  $x$  轴,  $y$  轴和直线  $x + y = 1$  所围成的平面区域.

(1) 写出联合概率密度  $f(x, y)$ , 并求边缘概率密度  $f_X(x)$  和  $f_Y(y)$ ; (6 分)

(2) 求  $P(X < Y)$ ; (4 分) (3) 求  $Cov(X, Y)$ . (10 分)

解: (1) 如图区域  $D$  的面积为  $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$



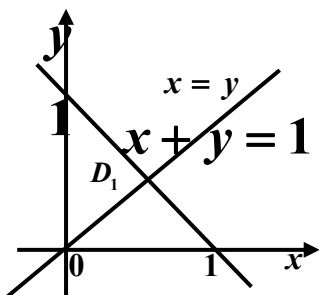
$(X, Y)$  的联合概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 2, & (x, y) \in D \\ 0, & \text{others} \end{cases}$  -----2 分

所以  $(X, Y)$  关于  $X$  的边缘概率密度为

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy = \begin{cases} \int_0^{1-x} 2 dy = 2(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad \text{-----2 分}$$

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx = \begin{cases} \int_0^{1-y} 2 dx = 2(1-y), & 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases} \quad \text{-----2 分}$$

(2) 如图



方法 1

$$P(X < Y) = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy = 2 \iint_{D_1} dx dy = 2 \int_0^{1/2} dx \int_x^{1-x} dy \quad \text{-----3 分}$$

$$= 2 \int_0^{1/2} (1-2x) dx = 2 \left[ x - x^2 \right]_0^{1/2} = \frac{1}{2} \quad \text{-----1 分}$$

方法 2

$$P(X < Y) = \iint_{D_1} f(x, y) dx dy = 2 \iint_{D_1} dx dy \quad \text{-----3 分}$$

$$= 2S_{D_1} = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{-----1 分}$$

$$(3) \quad E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx = 2 \int_0^1 x(1-x) dx = \left[ x^2 - \frac{2}{3} x^3 \right]_0^1 = \frac{1}{3} \quad \text{-----2 分}$$

$$E(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} y f_Y(y) dy = 2 \int_0^1 y(1-y) dy = \left[ y^2 - \frac{2}{3} y^3 \right]_0^1 = \frac{1}{3} \quad \text{-----2 分}$$

$$E(XY) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy f(x, y) dx dy = 2 \iint_D xy dx dy = 2 \int_0^1 x dx \int_0^{1-x} y dy \quad \text{-----3 分}$$

$$= \int_0^1 x(1-x)^2 dx = \int_0^1 (x - 2x^2 + x^3) dx = \left[ \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4 \right]_0^1 = \frac{1}{12} \quad \text{-----1 分}$$

所以  $\text{Cov}(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y) = \frac{1}{12} - \frac{1}{9} = -\frac{1}{36} \quad \text{-----2 分}$

六、(12 分) 设总体  $X$  的概率分布为  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ \theta^2 & 2\theta(1-\theta) & (1-\theta)^2 \end{pmatrix}$ , 其中  $\theta \in (0, 1)$  是未知参数, 利用总体  $X$  的样本观察值  $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3, x_4 = 2$ , 求参数  $\theta$  的矩估计值和极大似然估计值.

解: (1)  $E(X) = \theta^2 + 4\theta(1-\theta) + 3(1-\theta)^2 = 3 - 2\theta \quad \text{-----2 分}$

令  $E(X) = 3 - 2\theta = \bar{X}$ , 解得  $\theta = \frac{3 - \bar{X}}{2} \quad \text{-----1 分}$

由样本观察值计算得样本均值为  $\bar{x} = \frac{1+2+3+2}{4} = 2 \quad \text{-----1 分}$

所以  $\theta$  的矩估计值为  $\hat{\theta} = \frac{3 - \bar{x}}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{-----1 分}$

(2) 方法 1  
似然函数

$$\begin{aligned} L(\theta) &= P(X_1 = 1)P(X_2 = 2)P(X_3 = 3)P(X_4 = 2) \\ &= \theta^2 \cdot 2\theta(1-\theta) \cdot (1-\theta)^2 \cdot 2\theta(1-\theta) = 4\theta^4(1-\theta)^4 \quad \text{-----3 分} \end{aligned}$$

取自然对数

$$\ln L(\theta) = \ln 4 + 4 \ln \theta + 4 \ln(1-\theta) \quad \text{-----1 分}$$

对  $\theta$  求导数

$$\frac{d \ln L(\theta)}{d\theta} = \frac{4}{\theta} - \frac{4}{1-\theta} = \frac{4(1-2\theta)}{\theta(1-\theta)} \quad \text{-----2 分}$$

令  $\frac{d \ln L(\theta)}{d\theta} = \frac{4(1-2\theta)}{\theta(1-\theta)} = 0$  解得  $\theta = \frac{1}{2} \quad \text{-----1 分}$

所以  $\theta$  的极大似然估计值为  $\hat{\theta} = \frac{1}{2}$

(2) 方法 2  
似然函数

$$\begin{aligned} L(\theta) &= P(X_1=1)P(X_2=2)P(X_3=3)P(X_4=2) \\ &= \theta^2 \cdot 2\theta(1-\theta) \cdot (1-\theta)^2 \cdot 2\theta(1-\theta) = 4\theta^4(1-\theta)^4 \quad \text{-----3 分} \end{aligned}$$

直接用  $L(\theta)$  对  $\theta$  求导数

$$\frac{dL(\theta)}{d\theta} = 4[4\theta^3(1-\theta)^4 - 4\theta^4(1-\theta)^3] = 16\theta^3(1-\theta)^3(1-2\theta) \quad \text{-----2 分}$$

令  $\frac{dL(\theta)}{d\theta} = 16\theta^3(1-\theta)^3(1-2\theta) = 0$  解得

$$\theta = \frac{1}{2} \text{ 或 } \theta = 1 \text{ (舍去) 或 } \theta = 0 \text{ (舍去)} \quad \text{-----2 分}$$

所以  $\theta$  的极大似然估计值为  $\hat{\theta} = \frac{1}{2}$

## 四川理工学院试卷（2017 至 2018 学年第 2 学期）

课程名称：概率论与数理统计（A 卷）

命题教师：李柳芬

适用班级：

考试（考查）： 考试

2018 年 6 月 日 共 6 页

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 总分 | 评阅（统分）<br>教师 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|----|--------------|
| 得分 |   |   |   |   |   |   |   |    |              |

### 注意事项：

- 1、满分 100 分。要求卷面整洁、字迹工整、无错别字。
- 2、考生必须将姓名、班级、学号完整、准确、清楚地填写在试卷规定的地方，否则视为废卷。
- 3、考生必须在签到单上签到，若出现遗漏，后果自负。
- 4、如有答题纸，答案请全部写在答题纸上，否则不给分；考完请将试卷和答题卷分别一同交回，否则不给分。

## 试 题

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

1.（本题共 15 分）已知  $P(A) = 0.3, P(B) = 0.4$ ,

（1）当  $A$  与  $B$  互斥时，求  $P(\overline{A}\overline{B})$ ；（5 分）

（2）当  $A$  与  $B$  独立时，求  $P(\overline{A}\overline{B})$ ；（5 分）

（3）当  $P(AB) = 0.2$  时，求  $P(\overline{A}\overline{B})$ .（5 分）



|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

2.(本题共 15 分) 设随机变量  $X$  的分布律为

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | -1  | 0   | 1   |
| $P$ | 0.1 | $a$ | 0.3 |

(1) 求  $a$  的值; (5 分)      (2) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ ; (5 分)

(3) 求  $P(X \leq 0)$ . (5 分)

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

3.（本题 10 分）已知随机变量  $X$  服从闭区间 $[0,1]$ 上的均匀分布，求  $Y = e^X$  的概率密度函数.

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

4. (本题共 21 分) 设二维连续型随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)}, & 0 \leq x, 0 \leq y \\ 0, & \text{others} \end{cases}.$$

(1) 求  $X$  的边缘密度函数  $f_X(x)$ ; (7 分)

(2) 求  $Y$  的边缘密度函数  $f_Y(y)$ ; (7 分)

(3) 求  $P(0 < X < 1, 0 < Y < 1)$ . (7 分)

|    |      |
|----|------|
| 得分 | 评阅教师 |
|    |      |

5. (本题共 24 分) 设二维随机变量 $(X,Y)$ 的联合分布律为

|     |     |      |     |     |
|-----|-----|------|-----|-----|
|     | $Y$ | $-1$ | $0$ | $1$ |
| $X$ | $0$ | 0.1  | 0.2 | 0.1 |
|     | $1$ | 0.2  | 0.3 | 0.1 |

- (1) 求关于  $X$  和  $Y$  的边缘分布律; (6 分)
- (2) 求 $E(X),E(Y),E(X^2),E(Y^2),D(X),D(Y),E(XY),Cov(X,Y),\rho_{X,Y}$ . (18 分)

| 得分 | 评阅教师 |
|----|------|
|    |      |

6. (本题 15 分) 设  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为取自总体  $X$  的一个样本, 且总体  $X$  服从二项分布  $B(n, p)$ , 试求参数  $p$  的矩估计和极大似然估计.