بهبود روش وارسی مدل با استفاده از تعبیر مجرد

پویا پرتو

دکتر مجید علی‌زاده و دکتر مجتبی محتهدی

دانشکده‌ی ریاضی، آمار و علومِ کامپیوتر
دانشگاهِ تهران

شهریور ۱۴۰۲

پیشگفتار

درستی‌یابی برنامه‌های کامپیوتری

- درستی‌یابی برنامه‌ها:

بررسی ویژگی S در مورد برنامه‌ی P.

تصمیم ناپذیری مسئله

قضیه رایس

برای هر ویژگی غیربدیهی S، الگوریتمی برای بررسی این ویژگی در مورد همه‌ی برنامه‌ها وجود ندارد.

روش‌های مختلف

- روش‌های پویا
- روش‌های ایستا

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

هدف

- بیان دوباره روش وارسی مدل در قالب نظریه تعبیر مجرد با استفاده از عبارات منظم به جای منطق‌های وجهی

- فایده: وارد کردن ابزارهای نظریه تعبیر مجرد به وارسی مدل و آشنا بودن برنامه نویسان با عبارات منظم

- روش وارسی مدل در سه صورت جدید بیان می‌شود.

هدف

- بیان دوباره روش وارسی مدل در قالب نظریه تعبیر مجرد با استفاده از عبارات منظم به جای منطق‌های وجهی
- فایده: وارد کردن ابزارهای نظریه تعبیر مجرد به وارسی مدل و آشنا بودن برنامه نویسان با عبارات منظم
- روش وارسی مدل در سه صورت جدید بیان می‌شود.

هدف

- بیان دوباره روش وارسی مدل در قالب نظریه تعبیر مجرد با استفاده از عبارات منظم به جای منطق‌های وجهی
- فایده: وارد کردن ابزارهای نظریه تعبیر مجرد به وارسی مدل و آشنا بودن برنامه نویسان با عبارات منظم
- روش وارسی مدل در سه صورت جدید بیان می‌شود.

مفاهیم اولیه

منطق زمانی خطی

نحو

$$\phi \in \Phi \Leftrightarrow \phi ::= \pi | \phi \vee \phi | \neg\phi | \bigcirc \phi | \phi \mathcal{U} \phi \qquad (\pi \in \Pi)$$

معناشناسی

$$M, i \models \pi \quad \textit{iff} \quad \pi \in M(i),$$

$$M, i \models \neg\phi \quad \textit{iff} \quad M, i \not\models \phi,$$

$$M, i \models \phi \vee \psi \quad \textit{iff} \quad M, i \models \phi \quad \textit{or} \quad M, i \models \psi,$$

$$M, i \models \bigcirc\phi \quad \textit{iff} \quad M, i+1 \models \phi,$$

$$M, i \models \phi \mathcal{U} \psi \quad \textit{iff} \quad \exists k \geq i \in \mathbb{N}_0 : \forall i \leq j < k : M, j \models \phi \quad \textit{and} \quad M, k \models \psi.$$

منطق زمانی خطی

نحو

$$\phi \in \Phi \Leftrightarrow \phi ::= \pi | \phi \vee \phi | \neg\phi | \bigcirc \phi | \phi \mathcal{U} \phi \qquad (\pi \in \Pi)$$

معناشناسی

$$M, i \models \pi \quad \textit{iff} \quad \pi \in M(i),$$

$$M, i \models \neg\phi \quad \textit{iff} \quad M, i \not\models \phi,$$

$$M, i \models \phi \vee \psi \quad \textit{iff} \quad M, i \models \phi \quad \textit{or} \quad M, i \models \psi,$$

$$M, i \models \bigcirc\phi \quad \textit{iff} \quad M, i+1 \models \phi,$$

$$M, i \models \phi \mathcal{U} \psi \quad \textit{iff} \quad \exists k \geq i \in \mathbb{N}_0 : \forall i \leq j < k : M, j \models \phi \quad \textit{and} \quad M, k \models \psi.$$

اتصال گالوا

اگر $\langle \mathbf{C}, \subseteq \rangle$ و $\langle \mathbf{A}, \leq \rangle$ دو ترتیب جزئی(دامنه) باشند، به دو تابع $\alpha : \mathbf{C} \to \mathbf{A}$ و $\gamma : \mathbf{A} \to \mathbf{C}$ یک اتصال گالوا می‌گوییم و با $\langle \mathbf{C}, \subseteq \rangle \leftrightarrows_{\gamma}^{\alpha} \langle \mathbf{A}, \leq \rangle$ آن را نمایش می‌دهیم، اگر و تنها اگر شرط زیر در مورد آن برقرار باشد:

$$\forall c \in \mathbf{C}(\forall a \in \mathbf{a}(c \subseteq \gamma(a) \leftrightarrow \alpha(a) \leq c))$$

نظریه تعبیر مجرد

تقریب درست

اگر α یک تقریب از $\mathbf{C}$ به $\mathbf{A}$ باشد و γ یک تابع از $\mathbf{C}$ به $\mathbf{A}$ باشد، می‌گوییم α یک تقریب درست است، اگر و تنها اگر:

$$\forall c \in \mathbf{C}(c \subseteq \gamma(\alpha(c)))$$

قضیه

اگر $\langle \mathbf{A}, \leq \rangle, \langle \mathbf{C}, \subseteq \rangle$ دو مشبکه‌ی کامل باشند، از یک تابع تقریب یا یک تابع عینی سازی می‌توان یک اتصال گالوا ساخت.

قضیه

از ترکیب دو اتصال گالوا می‌توان یک اتصال گالوای جدید ساخت.

نحو زبان مورد بررسی

$$x, y, ... \in \mathbb{X},$$

$$A \in \mathbb{A} ::= 1 \mid x \mid A_1 - A_2$$

$$B \in \mathbb{B} ::= A_1 < A_2 \mid B_1 \text{ nand } B_2$$

$$E \in \mathbb{E} ::= A \mid B$$

$$S \in \mathbb{S} ::= x \doteq A; \mid \; ; \mid \text{if } (B)\ S \mid \text{if } (B)\ S \text{ else } S \mid \text{while } (B)\ S \mid \text{break}; \mid \{SI\}$$

$$SI \in \mathbb{SI} ::= SI \;\; S \mid \; \ni$$

$$P \in \mathbb{P} \;\; ::= SI$$

محیط

به ازای مجموعه مقادیر $\mathbb{V}$ و مجموعه متغیرها $\mathbb{X}$ تابع $\rho : \mathbb{X} \to \mathbb{V}$ را یک محیط می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی محیط‌ها را با $\mathbb{E}\mathbb{V}$ نمایش می‌دهیم.

وضعیت

به ازای مجموعه مقادیر(وضعیت): به هر زوج مرتب متشکل از یک برچسب l و یک محیط ρ یک وضعیت $\langle l, \rho \rangle$ می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی وضعیت‌ها را با $\mathfrak{S}$ نشان می‌دهیم.

رد پیشوندی

به یک دنباله از وضعیت‌ها(با امکان تهی بودن) یک رد پیشوندی می‌گوییم.

معناشناسی برنامه‌ها

محیط

به ازای مجموعه مقادیر $\mathbb{V}$ و مجموعه متغیرها $\mathbb{X}$ تابع $\rho : \mathbb{X} \to \mathbb{V}$ را یک محیط می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی محیط‌ها را با $\mathbb{E}\mathbb{V}$ نمایش می‌دهیم.

وضعیت

به ازای مجموعه مقادیر(وضعیت): به هر زوج مرتب متشکل از یک برچسب l و یک محیط ρ یک وضعیت $\langle l, \rho \rangle$ می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی وضعیت‌ها را با $\mathfrak{S}$ نشان می‌دهیم.

رد پیشوندی

به یک دنباله از وضعیت‌ها(با امکان تهی بودن) یک رد پیشوندی می‌گوییم.

معناشناسی برنامه‌ها

محیط

به ازای مجموعه مقادیر $\mathbb{V}$ و مجموعه متغیرها $\mathbb{X}$ تابع $\rho : \mathbb{X} \to \mathbb{V}$ را یک محیط می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی محیط‌ها را با $\mathbb{EV}$ نمایش می‌دهیم.

وضعیت

به ازای مجموعه مقادیر(وضعیت): به هر زوج مرتب متشکل از یک برچسب l و یک محیط ρ یک وضعیت $\langle l, \rho \rangle$ می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی وضعیت‌ها را با $\mathfrak{S}$ نشان می‌دهیم.

رد پیشوندی

به یک دنباله از وضعیت‌ها(با امکان تهی بودن) یک رد پیشوندی می‌گوییم.

معنای برنامه‌ها - تابع $\mathcal{S}^*$ (دستور مقداردهی)

$$\blacktriangleleft \mathsf{S} = \mathsf{x} \doteq \mathsf{A};\ :$$

$$\mathcal{S}^*[\![\mathsf{S}]\!] = \{\langle at[\![\mathsf{S}]\!], \rho\rangle | \rho \in \mathbb{EV}\} \cup$$

$$\{\langle at[\![\mathsf{S}]\!], \rho\rangle \langle aft[\![\mathsf{S}]\!], \rho[\mathsf{x} \leftarrow \mathcal{A}[\![\mathsf{A}]\!]\rho]\rangle | \rho \in \mathbb{EV}\}$$

معنای برنامه‌ها - تابع $\mathcal{S}^*$ (دستور حلقه)

$$\blacktriangleleft \ \mathsf{S} = \text{while } (\mathsf{B}) \ \mathsf{S_b} :$$

$$\mathcal{S}^*[\![\mathsf{S}]\!] = \mathit{lfp}^{\subseteq} \mathcal{F}[\![\mathsf{S}]\!],$$

$$\mathcal{F}[\![\mathsf{S}]\!]X = \{\langle at[\![\mathsf{S}]\!], \rho\rangle | \rho \in \mathbb{EV}\} \cup$$

$$\{\pi_2\langle l, \rho\rangle\langle aft[\![\mathsf{S}]\!], \rho\rangle | \pi_2\langle l, \rho\rangle \in X \wedge \mathcal{B}[\![\mathsf{B}]\!]\rho = \mathit{False} \wedge l = at[\![\mathsf{S}]\!]\} \cup$$

$$\{\pi_2\langle l, \rho\rangle\langle at[\![\mathsf{S_b}]\!], \rho\rangle\pi_3 | \pi_2\langle l, \rho\rangle \in X \wedge \mathcal{B}[\![\mathsf{B}]\!]\rho = \mathit{True} \wedge$$

$$\langle at[\![\mathsf{S_b}]\!], \rho\rangle\pi_3 \in \mathcal{S}[\![\mathsf{S_b}]\!] \wedge l = at[\![\mathsf{S}]\!]\}$$

صوری‌سازی جدید برای روش وارسی مدل

نحو عبارات منظم

مجموعه‌ی $\mathbb{R}$ توسط گرامر زیر ساخته می‌شود.

$$
\begin{aligned}
R ::= \quad & \varepsilon \\
| \quad & L : B \\
| \quad & R_1 R_2 \quad (or\, R_1 \bullet R_2) \\
| \quad & R_1 \mid R_2 \quad (or\, R_1 + R_2) \\
| \quad & R_1^* \\
| \quad & R_1^+ \\
| \quad & (R_1)
\end{aligned}
$$

معناشناسی عبارات منظم

◄ $\mathcal{S}^r[\![\mathsf{L} : \mathsf{B}]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \langle l, \rho \rangle \rangle | l \in \mathsf{L} \wedge \mathcal{B}[\![\mathsf{B}]\!]\underline{\rho}, \rho\}$

صورت جدید مسئله‌ی وارسی مدل

وارسی مدل

اگر $\underline{\rho} \in \underline{\mathbb{EV}}, \mathsf{R} \in \mathbb{R}^{+}, \mathsf{P} \in \mathbb{P}$ **آنگاه:**

$$\mathsf{P}, \underline{\rho} \models \mathsf{R} \Leftrightarrow (\{\underline{\rho}\} \times \mathcal{S}^{*}[\![\mathsf{P}]\!]) \subseteq \mathsf{prefix}(\mathcal{S}^{r}[\![\mathsf{R} \bullet (? : T)^{*}]\!])$$

وارسی مدل منظم

وارسی مدل منظم

- ساختار عبارات منظم به صورت اضافه می‌شود.

صورت وارسی مدل منظم

وارسی‌گر رد پیشوندی- تابع $\mathcal{M}^t$

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \varepsilon\rangle\pi = \langle T, \varepsilon\rangle$$

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathsf{R}\rangle\epsilon = \langle T, \mathsf{R}\rangle$$

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathsf{R}\rangle\pi = (\!|\langle \underline{\rho}, \langle l_1, \rho_1\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![\mathsf{L} : \mathsf{B}]\!]\ ?\ \mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathsf{R}'\rangle\pi'\ :\ \langle F, \mathsf{R}\rangle|\!)$$

where $\pi = \langle l_1, \rho_1\rangle\pi'$ and $\langle \mathsf{L} : \mathsf{B}, \mathsf{R}'\rangle = \mathsf{fstnxt}(\mathsf{R})$

صورت وارسی مدل منظم

وارسی مدل منظم محدود به $\mathbb{R}^{\dagger}$- تابع $\mathcal{M}^{\dagger}$

$$\mathcal{M}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, \mathsf{R} \rangle \Pi = \{\langle \pi, \mathsf{R}' \rangle | \pi \in \Pi \wedge \mathcal{M}^{t}\langle \underline{\rho}, \mathsf{R} \rangle \pi = \langle T, \mathsf{R}' \rangle\}$$

وارسی مدل منظم- تابع $\mathcal{M}$

$$\mathcal{M}\langle\underline{\rho}, \mathsf{R}\rangle\Pi = \bigcup_{i=1}^{n}\{\langle\underline{\rho}, \pi\rangle | \exists \mathsf{R}' \in \mathbb{R} : \ \langle\pi, \mathsf{R}'\rangle \in \mathcal{M}^{\dagger}\langle\underline{\rho}, \mathsf{R_i}\rangle\Pi\}$$

$$\text{where } \mathsf{dnf}(\mathsf{R}) = \mathsf{R_1} + \mathsf{R_2} + ... + \mathsf{R_n}$$

وارسی مدل منظم

اگر ویژگی $R \in \mathbb{R}$ در محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ برای برنامه‌ی P برقرار باشد، می نویسیم

$$P, \underline{\rho} \models_r R$$

و برقرار بودن این رابطه با شرط زیر تعریف می‌شود:

$$P, \underline{\rho} \models_r R \iff \{\underline{\rho}\} \times \mathcal{S}^*[\![P]\!] \subseteq \mathcal{M}\langle \underline{\rho}, R\rangle \mathcal{S}^*[\![P]\!]$$

درستی و تمامیت وارسی مدل منظم

قضیه درستی و تمامیت

اگر P یک برنامه، R یک عبارت منظم و $\underline{\rho}$ یک محیط اولیه باشند، آنگاه داریم:

$$P, \underline{\rho} \models_r R \iff P, \underline{\rho} \models R$$

وارسی مدل ساختارمند

وارسی مدل ساختارمند

- ساختار برنامه‌ها به صورت اضافه می‌شود.

وارسی مدل ساختارمند- تابع $\hat{\mathcal{M}}$ (دستور مقداردهی)

برای $S = x \doteq A$; و $R \in \mathbb{R}^{\dagger} \cap \mathbb{R}^{+}$ داریم $\text{fstnxt}(R) = \langle L : B, R' \rangle$):

$$\blacktriangleleft \hat{\mathcal{M}}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, R \rangle [\![S]\!] =$$

$$\{\langle \langle at[\![S]\!], \rho \rangle, R' \rangle | \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup \{\langle \langle at[\![S]\!], \rho \rangle \langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho] \rangle, \varepsilon \rangle | R' \in \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup \{\langle \langle at[\![S]\!], \rho \rangle \langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow [\![A]\!]\rho] \rangle, R'' \rangle | R' \notin \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!] \wedge \langle L' : B', R'' \rangle = \text{fstnxt}(R') \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho] \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L' : B']\!]\}$$

وارسی مدل ساختارمند

اگر ویژگی $R \in \mathbb{R}$ در محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ برای برنامه‌ی P برقرار باشد، می نویسیم

$$P, \underline{\rho} \models_s R$$

و برقرار بودن این رابطه با شرط زیر تعریف می‌شود:

$$P, \underline{\rho} \models_s R \iff \{\underline{\rho}\} \times \mathcal{S}^*[\![P]\!] \subseteq \hat{\mathcal{M}}\langle \underline{\rho}, R\rangle \mathcal{S}^*[\![P]\!]$$

قضیه درستی و تمامیت

اگر P یک برنامه، R یک عبارت منظم و $\underline{\rho}$ یک محیط اولیه باشند، آنگاه داریم:

$$\mathsf{P}, \underline{\rho} \models_s \mathsf{R} \iff \mathsf{P}, \underline{\rho} \models_r \mathsf{R}$$

به این شکل که ثابت می‌شود:

$$\hat{\mathcal{M}}\langle \underline{\rho}, \mathsf{R} \rangle [\![\mathsf{P}]\!] = \mathcal{M}\langle \underline{\rho}, \mathsf{R} \rangle [\![\mathsf{P}]\!]$$

قضیه درستی و تمامیت

اگر P یک برنامه، R یک عبارت منظم و $\underline{\rho}$ یک محیط اولیه باشند، آنگاه داریم:

$$\mathsf{P}, \underline{\rho} \models_s \mathsf{R} \iff \mathsf{P}, \underline{\rho} \models_r \mathsf{R}$$

به این شکل که ثابت می‌شود:

$$\hat{\mathcal{M}}\langle \underline{\rho}, \mathsf{R} \rangle [\![\mathsf{P}]\!] = \mathcal{M}\langle \underline{\rho}, \mathsf{R} \rangle [\![\mathsf{P}]\!]$$

جمع بندی و ادامه‌ی راه

توقف پذیری

برنامه‌ی P را به همراه محیط اولیه $\underline{\rho}$ توقف پذیر می‌گوییم، اگر و تنها اگر وجود داشته باشد $\pi \in \mathcal{S}^*[\![\mathrm{P}]\!]$، که ($\rho$ محیط متناظر با محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ است):

$$\pi = \langle at[\![\mathrm{P}]\!], \rho \rangle \pi'$$

و اینکه $\langle aft[\![\mathrm{P}]\!], \rho' \rangle$ در π حضور داشته باشد. در این صورت می‌نویسیم $\mathrm{P}, \underline{\rho} \downarrow$.

در مورد توقف پذیری

قضیه

برای برنامه‌ی P و محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ داریم $\mathsf{P}, \underline{\rho} \downarrow$، اگر و تنها اگر ρ محیط متناظر با محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ باشد و

$$\forall \pi \in \mathfrak{S}^{+\infty} : \langle at[\![\mathsf{P}]\!], \rho \rangle \pi \in \mathcal{S}^*[\![\mathsf{P}]\!] \rightarrow \langle at[\![\mathsf{P}]\!], \rho \rangle \pi \in \mathfrak{S}^+$$

در مورد توقف پذیری

- داریم:

$$\mathsf{P}, \underline{\rho} \models \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow$$

$$(\{\underline{\rho}\} \times \mathcal{S}^*[\![\mathsf{P}]\!]) \subseteq \mathsf{prefix}(\mathcal{S}^r[\![\varepsilon \bullet (? : T)^*]\!]) = \mathsf{prefix}(\mathcal{S}^r[\![(? : T)^*]\!])$$

در مورد توقف پذیری

- پس اگر الگوریتمی برای تشخیص $P, \underline{\rho} \models \varepsilon$ داشته باشیم، مسئله‌ی توقف حل می‌شود.

- پس پیاده‌سازی این روش غیر ممکن است.

- دو صورت دیگر هم قابل پیاده‌سازی نیستند!

در مورد توقف پذیری

- پس اگر الگوریتمی برای تشخیص $\langle P, \underline{\rho} \rangle \models \varepsilon$ داشته باشیم، مسئله‌ی توقف حل می‌شود.

- پس پیاده‌سازی این روش غیر ممکن است.

- دو صورت دیگر هم قابل پیاده‌سازی نیستند!

در مورد توقف پذیری

- پس اگر الگوریتمی برای تشخیص $\mathrm{P}, \underline{\rho} \models \varepsilon$ داشته باشیم، مسئله‌ی توقف حل می‌شود.

- پس پیاده‌سازی این روش غیر ممکن است.

- دو صورت دیگر هم قابل پیاده‌سازی نیستند!

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر $*$ و $+$ از عبارات منظم

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر $*$ و $+$ از عبارات منظم

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر $*$ و $+$ از عبارات منظم

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر * و $^+$ از عبارات منظم

پایان