بهبود روش وارسی مدل با استفاده از تعبیر مجرد

پویا پرتو

دکتر مجید علی‌زاده و دکتر مجتبی محتهدی

دانشکده‌ی ریاضی، آمار و علومِ کامپیوتر
دانشگاهِ تهران

شهریور ۱۴۰۲

پیشگفتار

- اهمیت درستی‌یابی برنامه‌ها
- روش‌های پویا
- روش‌های ایستا

- اهمیت درستی‌یابی برنامه‌ها
- روش‌های پویا
- روش‌های ایستا

- اهمیت درستی‌یابی برنامه‌ها
- روش‌های پویا
- روش‌های ایستا

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- قضیه‌ی رایس: تصمیم ناپذیری مسئله در حالت کلی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- قضیه‌ی رایس: تصمیم ناپذیری مسئله در حالت کلی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- قضیه‌ی رایس: تصمیم ناپذیری مسئله در حالت کلی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- قضیه‌ی رایس: تصمیم ناپذیری مسئله در حالت کلی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

روش‌های ایستا

- روش‌های صوری: استفاده از نظریه‌های مختلف در منطق ریاضی
- قضیه‌ی رایس: تصمیم ناپذیری مسئله در حالت کلی
- روش وارسی مدل: استفاده از منطق‌های وجهی مختلف در کنار مدل کردن برنامه با کمک معناشناسی منطق
- روش‌های استنتاجی: استفاده از نظریه نوع یا منطق تفکیک (منطق هور) و اثبات‌یارها (مانند Coq, Isabelle و ...)
- استفاده از نظریه تعبیر مجرد: تخمین زدن **درست** معناشناسی برنامه‌های کامپیوتری

هدف

- بیان دوباره روش وارسی مدل با استفاده از عبارات منظم به جای منطق‌های وجهی
- فایده: آشنا بودن برنامه نویسان با عبارات منظم
- روش وارسی مدل در سه صورت جدید بیان می‌شود.

هدف

- بیان دوباره روش وارسی مدل با استفاده از عبارات منظم به جای منطق‌های وجهی
- فایده: آشنا بودن برنامه نویسان با عبارات منظم
- روش وارسی مدل در سه صورت جدید بیان می‌شود.

هدف

- بیان دوباره روش وارسی مدل با استفاده از عبارات منظم به جای منطق‌های وجهی
- فایده: آشنا بودن برنامه نویسان با عبارات منظم
- روش وارسی مدل در سه صورت جدید بیان می‌شود.

مفاهیم اولیه

منطق زمانی خطی

نحو

$$\phi \in \Phi \Leftrightarrow \phi ::= \pi | \phi \vee \phi | \neg \phi | \bigcirc \phi | \phi \mathcal{U} \phi \qquad (\pi \in \Pi)$$

معناشناسی

$$M, i \models \pi \quad iff \quad \pi \in M(i),$$

$$M, i \models \neg \phi \quad iff \quad M, i \not\models \phi,$$

$$M, i \models \phi \vee \psi \quad iff \quad M, i \models \phi \quad or \quad M, i \models \psi,$$

$$M, i \models \bigcirc \phi \quad iff \quad M, i + 1 \models \phi,$$

$$M, i \models \phi \mathcal{U} \psi \quad iff \quad \exists k \geq i \in \mathbb{N}_0 : \forall i \leq j < k : M, j \models \phi \quad and \quad M, k \models \psi.$$

نحو

$$\phi \in \Phi \Leftrightarrow \phi ::= \pi | \phi \vee \phi | \neg \phi | \bigcirc \phi | \phi \mathcal{U} \phi \qquad (\pi \in \Pi)$$

معناشناسی

$$M, i \models \pi \quad iff \quad \pi \in M(i),$$
$$M, i \models \neg \phi \quad iff \quad M, i \not\models \phi,$$
$$M, i \models \phi \vee \psi \quad iff \quad M, i \models \phi \quad or \quad M, i \models \psi,$$
$$M, i \models \bigcirc \phi \quad iff \quad M, i+1 \models \phi,$$
$$M, i \models \phi \mathcal{U} \psi \quad iff \quad \exists k \geq i \in \mathbb{N}_0 : \forall i \leq j < k : M, j \models \phi \quad and \quad M, k \models \psi.$$

$$
\begin{aligned}
&x, y, \ldots \in \mathbb{X}, \\
&A \in \mathbb{A} ::= 1 \mid x \mid A_1 - A_2 \\
&B \in \mathbb{B} ::= A_1 < A_2 \mid B_1 \text{ nand } B_2 \\
&E \in \mathbb{E} ::= A \mid B \\
&S \in \mathbb{S} ::= \\
&\qquad x \doteq A; \\
&\qquad \mid \;\; ; \\
&\qquad \mid \;\; \text{if } (B)\ S \mid \text{if } (B)\ S \text{ else } S \\
&\qquad \mid \;\; \text{while } (B)\ S \mid \text{break}; \\
&\qquad \mid \;\; \{Sl\} \\
&Sl \in \mathbb{Sl} ::= Sl\ \ S \mid \ \ \epsilon \\
&P \in \mathbb{P} \ ::= Sl
\end{aligned}
$$

$at[\![S]\!]$: برچسب شروع S.

$aft[\![S]\!]$: برچسب پایان S، اگر پایانی داشته باشد.

$esc[\![S]\!]$: یک مقدار بولی را بازمی‌گرداند که بسته به اینکه در S عبارت دستوری break; وجود دارد یا خیر، مقدار درست یا غلط را برمی‌گرداند.

$brk\text{-}to[\![S]\!]$: برچسبی است که اگر حین اجرای S عبارت دستوری break; اجرا شود، برنامه از آن برچسب ادامه پیدا می کند.

$brks\text{-}of[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از برچسب‌های عبارت‌های دستوری break; که داخل S هستند را برمی‌گرداند.

$in[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از تمام برچسب‌های درون S را برمی‌گرداند.

$labs[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از تمام برچسب‌هایی که با اجرای S قابل دسترسی هستند را برمی‌گرداند.

مجموعه‌ی همه‌ی برچسب‌ها را با $\mathbb{L}$ نشان می‌دهیم.

برچسب‌ها

$\text{at}[\![S]\!]$: برچسب شروع S.

$\text{aft}[\![S]\!]$: برچسب پایان S، اگر پایانی داشته باشد.

$\text{esc}[\![S]\!]$: یک مقدار بولی را بازمی‌گرداند که بسته به اینکه در S عبارت دستوری break; وجود دارد یا خیر، مقدار درست یا غلط را برمی‌گرداند.

$\text{brk-to}[\![S]\!]$: برچسبی است که اگر حین اجرای S عبارت دستوری break; اجرا شود، برنامه از آن برچسب ادامه پیدا می کند.

$\text{brks-of}[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از برچسب‌های عبارت‌های دستوری break; که داخل S هستند را برمی‌گرداند.

$\text{in}[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از تمام برچسب‌های درون S را برمی‌گرداند.

$\text{labs}[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از تمام برچسب‌هایی که با اجرای S قابل دسترسی هستند را برمی‌گرداند.

مجموعه‌ی همه‌ی برچسب‌ها را با $\mathbb{L}$ نشان می‌دهیم.

$\mathrm{at}[\![S]\!]$: برچسب شروع S.

$\mathrm{aft}[\![S]\!]$: برچسب پایان S، اگر پایانی داشته باشد.

$\mathrm{esc}[\![S]\!]$: یک مقدار بولی را بازمی‌گرداند که بسته به اینکه در S عبارت دستوری ;break وجود دارد یا خیر، مقدار درست یا غلط را برمی‌گرداند.

$\mathrm{brk\text{-}to}[\![S]\!]$: برچسبی است که اگر حین اجرای S عبارت دستوری ;break اجرا شود، برنامه از آن برچسب ادامه پیدا می کند.

$\mathrm{brks\text{-}of}[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از برچسب‌های عبارت‌های دستوری ;break که داخل S هستند را برمی‌گرداند.

$\mathrm{in}[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از تمام برچسب‌های درون S را برمی‌گرداند.

$\mathrm{labs}[\![S]\!]$: مجموعه‌ای از تمام برچسب‌هایی که با اجرای S قابل دسترسی هستند را برمی‌گرداند.

مجموعه‌ی همه‌ی برچسب‌ها را با $\mathbb{L}$ نشان می‌دهیم.

محیط

به ازای مجموعه مقادیر $\mathbb{V}$ و مجموعه متغیرها $\mathbb{X}$ تابع $\rho : \mathbb{X} \to \mathbb{V}$ را یک محیط می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی محیط‌ها را با $\mathbb{EV}$ نمایش می‌دهیم.

وضعیت

به ازای مجموعه مقادیر(وضعیت): به هر زوج مرتب متشکل از یک برچسب l و یک محیط ρ یک وضعیت $\langle l, \rho \rangle$ می‌گوییم. مجموعه‌ی همه‌ی وضعیت‌ها را با $\mathfrak{S}$ نشان می‌دهیم.

رد پیشوندی

به یک دنباله از وضعیت‌ها(با امکان تهی بودن) یک رد پیشوندی می‌گوییم.

عملگر چسباندن

برای $\pi_1, \pi_2 \in \mathfrak{S}^{+\infty}$ و $\sigma_1, \sigma_2 \in \mathfrak{S}$ داریم:

◀ $\pi_1 \in \mathfrak{S}^{\infty}$:

$$\pi_1 \bowtie \pi_2 = \pi_1$$

◀ $\pi_1 \in \mathfrak{S}^{+}$:

◀◀ $\sigma_1 = \sigma_2$:

$$\pi_1\sigma_1 \bowtie \sigma_2\pi_2 = \pi_1\sigma_1\pi_2$$

◀◀ $\sigma_1 \neq \sigma_2$:

در این حالت $\pi_1 \bowtie \pi_2$ تعریف نمی‌شود.

معنای عبارت‌های حسابی - تابع $\mathcal{A}$

تابع $\mathcal{A} : \mathbb{A} \rightarrow (\mathbb{EV} \rightarrow \mathbb{V})$ را به صورت بازگشتی روی ساختار $\mathrm{A} \in \mathbb{A}$ به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

- $\mathcal{A}[\![1]\!]\rho = 1$
- $\mathcal{A}[\![\mathrm{x}]\!]\rho = \rho(\mathrm{x})$
- $\mathcal{A}[\![\mathrm{A}_1 - \mathrm{A}_2]\!]\rho = \mathcal{A}[\![\mathrm{A}_1]\!]\rho - \mathcal{A}[\![\mathrm{A}_2]\!]\rho$

معنای عبارت‌های بولی - تابع $\mathcal{B}$

تابع $\mathcal{B} : \mathbb{B} \to (\mathbb{EV} \to \mathbb{BOOL})$ را به صورت بازگشتی روی ساختار $\mathrm{B} \in \mathbb{B}$ به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

- $\mathcal{B}[\![\mathrm{A}_1 < \mathrm{A}_2]\!]\rho = \mathit{True}$ اگر $\mathcal{A}[\![\mathrm{A}_1]\!]\rho$ کوچکتر از $\mathcal{A}[\![\mathrm{A}_2]\!]\rho$ باشد
- $\mathcal{B}[\![\mathrm{A}_1 < \mathrm{A}_2]\!]\rho = \mathit{False}$ اگر $\mathcal{A}[\![\mathrm{A}_1]\!]\rho$ بزرگتر از $\mathcal{A}[\![\mathrm{A}_2]\!]\rho$ باشد
- $\mathcal{B}[\![\mathrm{B}_1 \mathrm{nand} \mathrm{B}_2]\!]\rho = \neg(\mathcal{B}[\![\mathrm{B}_1]\!]\rho \wedge \mathcal{B}[\![\mathrm{B}_2]\!]\rho)$

معنای برنامه‌ها - تابع $\mathcal{S}^*$ (دستور مقداردهی)

◀ $\mathrm{S} = \mathrm{x} \doteq \mathrm{A};$:

$$\mathcal{S}^*[\![\mathrm{S}]\!] = \{\langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle | \rho \in \mathbb{EV}\} \cup$$

$$\{\langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle \langle aft[\![\mathrm{S}]\!], \rho[\mathrm{x} \leftarrow \mathcal{A}[\![\mathrm{A}]\!]\rho]\rangle | \rho \in \mathbb{EV}\}$$

معنای برنامه‌ها - تابع $\mathcal{S}^*$ (دستور شرط)

◄ $\mathrm{S} = \mathrm{if(B)S_t}$:

$$\mathcal{S}^*[\![\mathrm{S}]\!] = \{\langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle | \rho \in \mathbb{EV}\} \cup \{\langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle\langle aft[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle | \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\rho = \mathit{False}\}$$

$$\cup\{\langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle\langle at[\![\mathrm{S_t}]\!], \rho\rangle\pi | \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\rho = \mathit{True} \wedge \langle at[\![\mathrm{S_t}]\!], \rho\rangle\pi \in \mathcal{S}[\![\mathrm{S_t}]\!]\}$$

معنای برنامه‌ها - تابع $\mathcal{S}^*$ (دستور حلقه)

$$\mathcal{S}^*[\![\mathrm{S}]\!] = lfp^{\subseteq}\, \mathcal{F}[\![\mathrm{S}]\!],$$

$$\mathcal{F}[\![\mathrm{S}]\!]X = \{\langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle | \rho \in \mathbb{EV}\} \cup$$

$$\{\pi_2\langle l, \rho\rangle\langle aft[\![\mathrm{S}]\!], \rho\rangle | \pi_2\langle l, \rho\rangle \in X \wedge \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\rho = False \wedge l = at[\![\mathrm{S}]\!]\} \cup$$

$$\{\pi_2\langle l, \rho\rangle\langle at[\![\mathrm{S_b}]\!], \rho\rangle\pi_3 | \pi_2\langle l, \rho\rangle \in X \wedge \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\rho = True \wedge$$

$$\langle at[\![\mathrm{S_b}]\!], \rho\rangle\pi_3 \in \mathcal{S}[\![\mathrm{S_b}]\!] \wedge l = at[\![\mathrm{S}]\!]\}$$

صوری‌سازی جدید برای روش وارسی مدل

نحو عبارات منظم

مجموعه‌ی $\mathbb{R}$ توسط گرامر زیر ساخته می‌شود.

$$
\begin{aligned}
R ::= \quad & \varepsilon \\
\mid \quad & L : B \\
\mid \quad & R_1 R_2 \quad (\mathit{or}\ R_1 \bullet R_2) \\
\mid \quad & R_1 \mid R_2 \quad (\mathit{or}\ R_1 + R_2) \\
\mid \quad & R_1^* \\
\mid \quad & R_1^+ \\
\mid \quad & (R_1)
\end{aligned}
$$

معناشناسی عبارات منظم

- $\mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \epsilon\rangle | \underline{\rho} \in \underline{\mathbb{EV}}\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \langle l, \rho\rangle\rangle | l \in \mathrm{L} \wedge \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\underline{\rho}, \rho\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1]\!] \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_2]\!]$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1 \mid \mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![R_1]\!] \cup \mathcal{S}^r[\![R_2]\!]$

معناشناسی عبارات منظم

- $\mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \epsilon\rangle | \underline{\rho} \in \underline{\mathbb{EV}}\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \langle l, \rho\rangle\rangle | l \in \mathrm{L} \wedge \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\underline{\rho}, \rho\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1]\!] \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_2]\!]$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1 \mid \mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![R_1]\!] \cup \mathcal{S}^r[\![R_2]\!]$

معناشناسی عبارات منظم

- $\mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \epsilon\rangle | \underline{\rho} \in \underline{\mathbb{EV}}\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \langle l, \rho\rangle\rangle | l \in \mathrm{L} \wedge \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\underline{\rho}, \rho\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1]\!] \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_2]\!]$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1 \mid \mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![R_1]\!] \cup \mathcal{S}^r[\![R_2]\!]$

معناشناسی عبارات منظم

- $\mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \epsilon \rangle | \underline{\rho} \in \underline{\mathbb{EV}}\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] = \{\langle \underline{\rho}, \langle l, \rho \rangle \rangle | l \in \mathrm{L} \wedge \mathcal{B}[\![\mathrm{B}]\!]\underline{\rho}, \rho\}$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1]\!] \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_2]\!]$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1 \mid \mathrm{R}_2]\!] = \mathcal{S}^r[\![R_1]\!] \cup \mathcal{S}^r[\![R_2]\!]$

معناشناسی عبارات منظم (ادامه)

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^0 = \mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!]$,
- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^{n+1} = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^n \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]$.
- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^*]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!]$,
- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^+]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!]$.
- $\mathcal{S}^r[\![(\mathrm{R})]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]$.

معناشناسی عبارات منظم (ادامه)

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^0 = \mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!],$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^{n+1} = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^n \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!].$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^*]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!],$

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^+]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!].$

- $\mathcal{S}^r[\![(\mathrm{R})]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!].$

معناشناسی عبارات منظم (ادامه)

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^0 = \mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!],$$

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^{n+1} = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^n \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!].$$

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^*]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!],$$

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^+]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!].$$

$$\blacktriangleleft\ \mathcal{S}^r[\![(\mathrm{R})]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!].$$

معناشناسی عبارات منظم (ادامه)

- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^0 = \mathcal{S}^r[\![\varepsilon]\!],$
- $\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^{n+1} = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]^n \bowtie \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!].$
- $$\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^*]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!],$$
- $$\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^+]\!] = \bigcup_{n\in\mathbb{N}\setminus\{0\}} \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}^n]\!].$$
- $\mathcal{S}^r[\![(\mathrm{R})]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!].$

ارضا پذیری

می‌گوییم، در محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ رد پیشوندی π عبارت منظم R را ارضا می‌کند، اگر و تنها اگر $\langle \underline{\rho}, \pi \rangle \in \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}]\!]$.

عبارت منظم تهی - $\mathbb{R}_\varepsilon$

$\mathbb{R}_\varepsilon$ توسط گرامر زیر تولید می‌شود.

$$R \quad ::= \quad \varepsilon \mid R_1R_2 \mid R_1 + R_2 \mid R_1^* \mid R_1^+ \mid (R_1)$$

گونه‌های مختلف عبارات منظم

عبارات منظم ناتهی - $\mathbb{R}^+$

$\mathbb{R}^+$ توسط گرامر زیر تولید می‌شود. توسط گرامر زیر تولید می‌شود.

$$R \quad ::= \quad L : B \mid \varepsilon R_2 \mid R_1 \varepsilon \mid R_1 R_2 \mid R_1 + R_2 \mid R_1^+ | (R_1)$$

گونه‌های مختلف عبارات منظم

عبارات منظم بدون انتخاب - $\mathbb{R}^{\nmid}$

$\mathbb{R}^{\nmid}$ توسط گرامر زیر تولید می‌شود.

$$R \quad ::= \quad \varepsilon \mid L : B \mid R_1 R_2 \mid {R_1}^* \mid {R_1}^+ \mid (R_1)$$

بستار پیشوندی

اگر $\Pi \in P(\underline{\mathbb{EV}} \times \mathfrak{S}^+)$، آنگاه بستار پیشوندی Π را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mathrm{prefix}(\Pi) = \{\langle \underline{\rho}, \pi\rangle | \pi \in \mathfrak{S}^+ \wedge \exists\, \pi' \in \mathfrak{S}^* : \langle \underline{\rho}, \pi\pi'\rangle \in \Pi\}$$

وارسی مدل

اگر $\underline{\mathbb{EV}} \ni \underline{\rho} ,\mathbb{R}^{+} \ni \mathrm{R} ,\mathbb{P} \ni \mathrm{P}$ آنگاه:

$$\mathrm{P}, \underline{\rho} \models \mathrm{R} \Leftrightarrow (\{\underline{\rho}\} \times \mathcal{S}^{*}[\![\mathrm{P}]\!]) \subseteq \mathrm{prefix}(\mathcal{S}^{r}[\![\mathrm{R} \bullet (? : T)^{*}]\!])$$

توقف پذیری

برنامه‌ی P را به همراه محیط اولیه $\underline{\rho}$ توقف پذیر می‌گوییم، اگر و تنها اگر وجود داشته باشد $\pi \in \mathcal{S}^*[\![\mathrm{P}]\!]$، که ($\rho$ محیط متناظر با محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ است):

$$\pi = \langle at[\![\mathrm{P}]\!], \rho \rangle \pi'$$

و اینکه $\langle aft[\![\mathrm{P}]\!], \rho' \rangle$ در π حضور داشته باشد. در این صورت می‌نویسیم $\mathrm{P}, \underline{\rho} \downarrow$.

قضیه

برای برنامه‌ی P و محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ داریم $\mathrm{P}, \underline{\rho} \downarrow$، اگر و تنها اگر ρ محیط متناظر با محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ باشد و

$$\forall \pi \in \mathfrak{S}^+ : \langle at[\![\mathrm{P}]\!], \rho \rangle \pi \in \mathcal{S}^*[\![\mathrm{P}]\!] \rightarrow \langle at[\![\mathrm{P}]\!], \rho \rangle \pi \in \mathbb{R}^+.$$

- داریم:

$$\mathrm{P}, \underline{\rho} \models \varepsilon$$

$$\Leftrightarrow$$

$$(\{\underline{\rho}\} \times \mathcal{S}^*[\![\mathrm{P}]\!]) \subseteq \mathrm{prefix}(\mathcal{S}^r[\![\varepsilon \bullet (? : T)^*]\!]) = \mathrm{prefix}(\mathcal{S}^r[\![(? : T)^*]\!])$$

- پس اگر الگوریتمی برای تشخیص $\varepsilon \models \mathrm{P}, \underline{\rho}$ داشته باشیم، مسئله‌ی توقف حل می‌شود.

- پس پیاده‌سازی این روش غیر ممکن است.

- دو صورت دیگر هم قابل پیاده‌سازی نیستند!

- پس اگر الگوریتمی برای تشخیص $\mathrm{P}, \underline{\rho} \models \varepsilon$ داشته باشیم، مسئله‌ی توقف حل می‌شود.

- پس پیاده‌سازی این روش غیر ممکن است.

- دو صورت دیگر هم قابل پیاده‌سازی نیستند!

- پس اگر الگوریتمی برای تشخیص $\mathrm{P}, \underline{\rho} \models \varepsilon$ داشته باشیم، مسئله‌ی توقف حل می‌شود.

- پس پیاده‌سازی این روش غیر ممکن است.

- دو صورت دیگر هم قابل پیاده‌سازی نیستند!

وارسی مدل منظم

- ساختار عبارات منظم به صورت اضافه می‌شود.

هم‌ارزی عبارات منظم

دو عبارت منظم R_1 و R_2 را هم‌ارز می‌گوییم، اگر و تنها اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$\mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_1]\!] = \mathcal{S}^r[\![\mathrm{R}_2]\!]$$

و آن را با $\mathrm{R}_1 \Bumpeq \mathrm{R}_2$ نمایش می‌دهیم.

قضیه

هم‌ارزی $\Bumpeq$ تعریف شده روی مجموعه‌ی عبارت‌های منظم یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

تابع dnf

تابع dnf روی عبارات منظم به شکل زیر تعریف می‌شود:

- $\mathrm{dnf}(\varepsilon) = \varepsilon$
- $\mathrm{dnf}(L : B) = L : B$
- $\mathrm{dnf}(R_1 R_2) = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} R_1^i R_2^j$

$$\text{where } R_1^1 + R_1^2 + \ldots + R_1^{n_1} = \mathrm{dnf}(R_1) \text{ and } R_2^1 + R_2^2 + \ldots + R_2^{n_2} = \mathrm{dnf}(R_2)$$

برخی مفاهیم در مورد عبارات منظم

تابع dnf

تابع dnf روی عبارات منظم به شکل زیر تعریف می‌شود:

- $\mathrm{dnf}(\varepsilon) = \varepsilon$
- $\mathrm{dnf}(L : B) = L : B$
- $\mathrm{dnf}(R_1 R_2) = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} R_1^i R_2^j$

where $R_1^1 + R_1^2 + \ldots + R_1^{n_1} = \mathrm{dnf}(R_1)$ and $R_2^1 + R_2^2 + \ldots + R_2^{n_2} = \mathrm{dnf}(R_2)$

تابع dnf

تابع dnf روی عبارات منظم به شکل زیر تعریف می‌شود:

- $\mathrm{dnf}(\varepsilon) = \varepsilon$

- $\mathrm{dnf}(L : B) = L : B$

- $\mathrm{dnf}(R_1 R_2) = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} R_1^i R_2^j$

where $R_1^1 + R_1^2 + \dots + R_1^{n_1} = \mathrm{dnf}(R_1)$ and $R_2^1 + R_2^2 + \dots + R_2^{n_2} = \mathrm{dnf}(R_2)$

تابع dnf (ادامه)

- $\mathrm{dnf}(R_1 + R_2) = \mathrm{dnf}(R_1) + \mathrm{dnf}(R_2)$
- $\mathrm{dnf}(R^*) = ((R_1)^*(R_2)^*...(R_n)^*)^*$
- $\mathrm{dnf}(R^+) = \mathrm{dnf}(RR^*)$
- $\mathrm{dnf}((R)) = (\mathrm{dnf}(R))$

تابع dnf (ادامه)

- $\mathrm{dnf}(R_1 + R_2) = \mathrm{dnf}(R_1) + \mathrm{dnf}(R_2)$
- $\mathrm{dnf}(R^*) = ((R_1)^*(R_2)^*...(R_n)^*)^*$
- $\mathrm{dnf}(R^+) = \mathrm{dnf}(RR^*)$
- $\mathrm{dnf}((R)) = (\mathrm{dnf}(R))$

تابع dnf (ادامه)

- $\mathrm{dnf}(R_1 + R_2) = \mathrm{dnf}(R_1) + \mathrm{dnf}(R_2)$
- $\mathrm{dnf}(R^*) = ((R_1)^*(R_2)^*\ldots(R_n)^*)^*$
- $\mathrm{dnf}(R^+) = \mathrm{dnf}(RR^*)$
- $\mathrm{dnf}((R)) = (\mathrm{dnf}(R))$

تابع dnf (ادامه)

- $\mathrm{dnf}(R_1 + R_2) = \mathrm{dnf}(R_1) + \mathrm{dnf}(R_2)$
- $\mathrm{dnf}(R^*) = ((R_1)^*(R_2)^* \ldots (R_n)^*)^*$
- $\mathrm{dnf}(R^+) = \mathrm{dnf}(RR^*)$
- $\mathrm{dnf}((R)) = (\mathrm{dnf}(R))$

تابع dnf (ادامه)

◀ $\mathrm{dnf}(R^*) = ((R_1)^*(R_2)^*...(R_n)^*)^*$

where $\mathrm{dnf}(R) = R_1 + R_2 + ... + R_n$

قضیه

اگر $R \in \mathbb{R}$ آنگاه $\mathrm{dnf}(R)$ یک ترکیب نرمال فصلی است و داریم:

$$\mathrm{dnf}(R) \doteqdot R$$

برخی مفاهیم در مورد عبارات منظم

تابع dnf (ادامه)

$$\blacktriangleleft\ \mathrm{dnf}(R^*) = ((R_1)^*(R_2)^*...(R_n)^*)^*$$

$$\text{where } \mathrm{dnf}(R) = R_1 + R_2 + ... + R_n$$

قضیه

اگر $R \in \mathbb{R}$ آنگاه $\mathrm{dnf}(R)$ یک ترکیب نرمال فصلی است و داریم:

$$\mathrm{dnf}(R) \doteqdot R$$

تابع fstnxt

- $\mathrm{fstnxt}(L:B) = \langle L:B, \varepsilon \rangle$
- $\mathrm{fstnxt}(R_1R_2) = \mathrm{fstnxt}(R_2)$

  where $R_1 \in \mathbb{R}_\varepsilon$
- $\mathrm{fstnxt}(R_1R_2) = (\!| R_1^n \in \mathbb{R}_\varepsilon \ ? \ \langle R_1^f, R_2 \rangle : \langle R_1^f, R_1^n \bullet R_2 \rangle |\!)$

  where $R_1 \notin \mathbb{R}_\varepsilon$ and $\mathrm{fstnxt}(R_1) = \langle R_1^f, R_1^n \rangle$

تابع fstnxt

- $\mathrm{fstnxt}(L:B) = \langle L:B, \varepsilon \rangle$
- $\mathrm{fstnxt}(R_1R_2) = \mathrm{fstnxt}(R_2)$

  where $R_1 \in \mathbb{R}_\varepsilon$
- $\mathrm{fstnxt}(R_1R_2) = (\!|R_1^n \in \mathbb{R}_\varepsilon \; ? \; \langle R_1^f, R_2 \rangle : \langle R_1^f, R_1^n \bullet R_2 \rangle|\!)$

  where $R_1 \notin \mathbb{R}_\varepsilon$ and $\mathrm{fstnxt}(R_1) = \langle R_1^f, R_1^n \rangle$

تابع fstnxt

◀ $\mathrm{fstnxt}(\mathrm{L} : \mathrm{B}) = \langle \mathrm{L} : \mathrm{B}, \varepsilon \rangle$

◀ $\mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2) = \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}_2)$

where $\mathrm{R}_1 \in \mathbb{R}_\varepsilon$

◀ $\mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}_1\mathrm{R}_2) = (\!|\mathrm{R}_1^{\mathrm{n}} \in \mathbb{R}_\varepsilon \; ? \; \langle \mathrm{R}_1^{\mathrm{f}}, \mathrm{R}_2 \rangle : \langle \mathrm{R}_1^{\mathrm{f}}, \mathrm{R}_1^{\mathrm{n}} \bullet \mathrm{R}_2 \rangle |\!)$

where $\mathrm{R}_1 \notin \mathbb{R}_\varepsilon$ and $\mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}_1) = \langle \mathrm{R}_1^{\mathrm{f}}, \mathrm{R}_1^{\mathrm{n}} \rangle$

تابع fstnxt (ادامه)

- $\mathrm{fstnxt}(R^{+}) = \llparenthesis R^{n} \in \mathbb{R}_{\varepsilon}\ ?\ \langle R^{f}, R^{*}\rangle : \langle R^{f}, R^{n} \bullet R^{*}\rangle \rrparenthesis$

$$\text{where } \mathrm{fstnxt}(R) = \langle R^{f}, R^{n}\rangle$$

- $\mathrm{fstnxt}((R)) = \mathrm{fstnxt}(R)$

قضیه

برای هر عبارت منظم $R \in \mathbb{R}^{+} \cap \mathbb{R}^{\nmid}$، اگر $\mathrm{fstnxt}(R) = \langle L : B, R' \rangle$ آنگاه $R' \in \mathbb{R}^{\nmid}$ و $R \doteqdot L : B \bullet R'$

تابع fstnxt (ادامه)

$$\blacktriangleleft\ \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}^{+}) = \llparenthesis \mathrm{R}^{\mathrm{n}} \in \mathbb{R}_{\varepsilon}\ ?\ \langle \mathrm{R}^{\mathrm{f}}, \mathrm{R}^{*} \rangle : \langle \mathrm{R}^{\mathrm{f}}, \mathrm{R}^{\mathrm{n}} \bullet \mathrm{R}^{*} \rangle \rrparenthesis$$

$$\text{where } \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}) = \langle \mathrm{R}^{\mathrm{f}}, \mathrm{R}^{\mathrm{n}} \rangle$$

$$\blacktriangleleft\ \mathrm{fstnxt}((\mathrm{R})) = \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R})$$

قضیه

برای هر عبارت منظم $\mathrm{R} \in \mathbb{R}^{+} \cap \mathbb{R}^{\nmid}$، اگر $\mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}) = \langle \mathrm{L} : \mathrm{B}, \mathrm{R}' \rangle$ آنگاه $\mathrm{R}' \in \mathbb{R}^{\nmid}$ و $\mathrm{R} \doteqdot \mathrm{L} : \mathrm{B} \bullet \mathrm{R}'$

تابع fstnxt (ادامه)

- $\mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}^+) = (\!|\mathrm{R}^n \in \mathbb{R}_\varepsilon \ ?\ \langle \mathrm{R}^f, \mathrm{R}^* \rangle : \langle \mathrm{R}^f, \mathrm{R}^n \bullet \mathrm{R}^* \rangle|\!)$

$$\text{where } \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}) = \langle \mathrm{R}^f, \mathrm{R}^n \rangle$$

- $\mathrm{fstnxt}((\mathrm{R})) = \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R})$

قضیه

برای هر عبارت منظم $\mathrm{R} \in \mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^\dagger$، اگر $\mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}) = \langle \mathrm{L} : \mathrm{B}, \mathrm{R}' \rangle$ آنگاه $\mathrm{R}' \in \mathbb{R}^\dagger$ و $\mathrm{R} \doteqdot \mathrm{L} : \mathrm{B} \bullet \mathrm{R}'$

وارسی‌گر رد پیشوندی- تابع $\mathcal{M}^t$

- $\mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \varepsilon\rangle\pi = \langle T, \varepsilon\rangle$

- $\mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle\epsilon = \langle T, \mathrm{R}\rangle$

- $\mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle\pi = (\!|\langle \underline{\rho}, \langle l_1, \rho_1\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!]\ ?\ \mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}'\rangle\pi'\ :\ \langle F, \mathrm{R}\rangle|\!)$

  where $\pi = \langle l_1, \rho_1\rangle\pi'$ and $\langle \mathrm{L} : \mathrm{B}, \mathrm{R}'\rangle = \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R})$

وارسی‌گر رد پیشوندی- تابع $\mathcal{M}^t$

- $\mathcal{M}^t\langle\underline{\rho},\varepsilon\rangle\pi = \langle T,\varepsilon\rangle$

- $\mathcal{M}^t\langle\underline{\rho},\mathrm{R}\rangle\epsilon = \langle T,\mathrm{R}\rangle$

- $\mathcal{M}^t\langle\underline{\rho},\mathrm{R}\rangle\pi = (\!|\langle\underline{\rho},\langle l_1,\rho_1\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![\mathrm{L}:\mathrm{B}]\!]\ ?\ \mathcal{M}^t\langle\underline{\rho},\mathrm{R}'\rangle\pi'\ :\ \langle F,\mathrm{R}\rangle|\!)$

  where $\pi = \langle l_1,\rho_1\rangle\pi'$ and $\langle \mathrm{L}:\mathrm{B},\mathrm{R}'\rangle = \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R})$

وارسی‌گر رد پیشوندی- تابع $\mathcal{M}^t$

- $\mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \varepsilon\rangle\pi = \langle T, \varepsilon\rangle$

- $\mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle\epsilon = \langle T, \mathrm{R}\rangle$

- $\mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle\pi = (\!| \langle \underline{\rho}, \langle l_1, \rho_1\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] \ ?\ \mathcal{M}^t\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}'\rangle\pi' \ : \ \langle F, \mathrm{R}\rangle |\!)$

  where $\pi = \langle l_1, \rho_1\rangle\pi'$ and $\langle \mathrm{L} : \mathrm{B}, \mathrm{R}'\rangle = \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R})$

وارسی مدل منظم محدود به $\mathbb{R}^{\dagger}$- تابع $\mathcal{M}^{\dagger}$

$$\mathcal{M}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle \Pi = \{\langle \pi, \mathrm{R}'\rangle | \pi \in \Pi \wedge \mathcal{M}^{t}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle \pi = \langle T, \mathrm{R}'\rangle\}$$

وارسی مدل منظم- تابع $\mathcal{M}$

$$\mathcal{M}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle \Pi = \bigcup_{i=1}^{n} \{\langle \underline{\rho}, \pi\rangle | \exists \mathrm{R}' \in \mathbb{R}:\ \langle \pi, \mathrm{R}'\rangle \in \mathcal{M}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R_i}\rangle \Pi\}$$

$$\text{where } \mathrm{dnf}(\mathrm{R}) = \mathrm{R_1} + \mathrm{R_2} + \ldots + \mathrm{R_n}$$

وارسی مدل منظم

اگر ویژگی $\mathrm{R} \in \mathbb{R}$ در محیط اولیه‌ی $\underline{\rho}$ برای برنامه‌ی P برقرار باشد، می نویسیم

$$\mathrm{P}, \underline{\rho} \models_r \mathrm{R}$$

و برقرار بودن این رابطه با شرط زیر تعریف می‌شود:

$$\mathrm{P}, \underline{\rho} \models_r \mathrm{R} \iff \{\underline{\rho}\} \times \mathcal{S}^*[\![\mathrm{P}]\!] \subseteq \mathcal{M}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R} \rangle \mathcal{S}^*[\![\mathrm{P}]\!]$$

قضیه درستی و تمامیت

اگر P یک برنامه، R یک عبارت منظم و $\underline{\rho}$ یک محیط اولیه باشند، آنگاه داریم:

$$\mathrm{P}, \underline{\rho} \models_r \mathrm{R} \iff \mathrm{P}, \underline{\rho} \models \mathrm{R}$$

وارسی مدل ساختارمند

وارسی مدل ساختارمند

- ساختار برنامه‌ها به صورت اضافه می‌شود.

وارسی مدل ساختارمند- تابع $\hat{\mathcal{M}}$ (دستور مقداردهی)

برای $S = \ x \doteq A;$ و $R \in \mathbb{R}^\dagger \cap \mathbb{R}^+$ داریم $(\text{where } \mathrm{fstnxt}(R) = \langle L : B, R' \rangle)$:

$$\blacktriangleleft\ \hat{\mathcal{M}}^\dagger\langle \underline{\rho}, R\rangle[\![S]\!] =$$

$$\{\langle\langle \mathit{at}[\![S]\!],\rho\rangle, R'\rangle \mid \langle\underline{\rho}, \langle \mathit{at}[\![S]\!],\rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle \mathit{at}[\![S]\!],\rho\rangle\langle \mathit{aft}[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle, \varepsilon\rangle \mid R' \in \mathbb{R}_\varepsilon \wedge \langle\underline{\rho}, \langle \mathit{at}[\![S]\!],\rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle \mathit{at}[\![S]\!],\rho\rangle\langle \mathit{aft}[\![S]\!], \rho[x \leftarrow [\![A]\!]\rho]\rangle, R''\rangle \mid R' \notin \mathbb{R}_\varepsilon \wedge$$

$$\langle\underline{\rho}, \langle \mathit{at}[\![S]\!],\rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![L : B]\!] \wedge \langle L' : B', R''\rangle = \mathrm{fstnxt}(R') \wedge$$

$$\langle\underline{\rho}, \langle \mathit{aft}[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle\rangle \in \mathcal{S}^r[\![L' : B']\!]\}$$

صورت وارسی مدل ساختارمند

وارسی مدل ساختارمند- تابع $\hat{\mathcal{M}}$ (دستور مقداردهی)

برای $S = x \doteq A;$ و $R \in \mathbb{R}^{\dagger} \cap \mathbb{R}^{+}$ داریم $(\text{where } \mathrm{fstnxt}(R) = \langle L : B, R' \rangle)$:

$$\blacktriangleleft\ \hat{\mathcal{M}}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, R\rangle[\![S]\!] =$$

$$\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle, R'\rangle | \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle\langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle, \varepsilon\rangle | R' \in \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle\langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow [\![A]\!]\rho]\rangle, R''\rangle | R' \notin \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge$$
$$\langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!] \wedge \langle L' : B', R''\rangle = \mathrm{fstnxt}(R') \wedge$$
$$\langle \underline{\rho}, \langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L' : B']\!]\}$$

وارسی مدل ساختارمند- تابع $\hat{\mathcal{M}}$ (دستور مقداردهی)

برای $S = \; x \doteq A;$ و $R \in \mathbb{R}^{\dagger} \cap \mathbb{R}^{+}$ داریم $(\text{where } \mathrm{fstnxt}(R) = \langle L : B, R' \rangle)$:

$$\blacktriangleleft \; \hat{\mathcal{M}}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, R\rangle[\![S]\!] =$$

$$\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle, R'\rangle | \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle\langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle, \varepsilon\rangle | R' \in \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle\langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow [\![A]\!]\rho]\rangle, R''\rangle | R' \notin \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!] \wedge \langle L' : B', R''\rangle = \mathrm{fstnxt}(R') \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L' : B']\!]\}$$

وارسی مدل ساختارمند- تابع $\hat{\mathcal{M}}$ (دستور مقداردهی)

برای $\mathrm{x} \doteq \mathrm{A};$ = S و $\mathrm{R} \in \mathbb{R}^{\dagger} \cap \mathbb{R}^{+}$ داریم $(\text{where } \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}) = \langle \mathrm{L} : \mathrm{B}, \mathrm{R}' \rangle)$:

$$\blacktriangleleft\ \hat{\mathcal{M}}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R} \rangle [\![\mathrm{S}]\!] =$$

$$\{ \langle \langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho \rangle, \mathrm{R}' \rangle | \langle \underline{\rho}, \langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] \}$$

$$\cup \{ \langle \langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho \rangle \langle aft[\![\mathrm{S}]\!], \rho[\mathrm{x} \leftarrow \mathcal{A}[\![\mathrm{A}]\!]\rho] \rangle, \varepsilon \rangle | \mathrm{R}' \in \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge \langle \underline{\rho}, \langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] \}$$

$$\cup \{ \langle \langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho \rangle \langle aft[\![\mathrm{S}]\!], \rho[\mathrm{x} \leftarrow [\![\mathrm{A}]\!]\rho] \rangle, \mathrm{R}'' \rangle | \mathrm{R}' \notin \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle at[\![\mathrm{S}]\!], \rho \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![\mathrm{L} : \mathrm{B}]\!] \wedge \langle \mathrm{L}' : \mathrm{B}', \mathrm{R}'' \rangle = \mathrm{fstnxt}(\mathrm{R}') \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle aft[\![\mathrm{S}]\!], \rho[\mathrm{x} \leftarrow \mathcal{A}[\![\mathrm{A}]\!]\rho] \rangle \rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![\mathrm{L}' : \mathrm{B}']\!] \}$$

صورت وارسی مدل ساختارمند

وارسی مدل ساختارمند- تابع $\hat{\mathcal{M}}$ (دستور مقداردهی)

برای $S = \; x \doteq A;$ و $R \in \mathbb{R}^{\dagger} \cap \mathbb{R}^{+}$ داریم (where $\mathrm{fstnxt}(R) = \langle L : B, R' \rangle$):

$$\blacktriangleleft \; \hat{\mathcal{M}}^{\dagger}\langle \underline{\rho}, R\rangle[\![S]\!] =$$

$$\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle, R'\rangle | \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle\langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle, \varepsilon\rangle | R' \in \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge \langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!]\}$$

$$\cup\{\langle\langle at[\![S]\!], \rho\rangle\langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow [\![A]\!]\rho]\rangle, R''\rangle | R' \notin \mathbb{R}_{\varepsilon} \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle at[\![S]\!], \rho\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L : B]\!] \wedge \langle L' : B', R''\rangle = \mathrm{fstnxt}(R') \wedge$$

$$\langle \underline{\rho}, \langle aft[\![S]\!], \rho[x \leftarrow \mathcal{A}[\![A]\!]\rho]\rangle\rangle \in \mathcal{S}^{r}[\![L' : B']\!]\}$$

قضیه درستی و تمامیت

اگر P یک برنامه، R یک عبارت منظم و $\underline{\rho}$ یک محیط اولیه باشند، آنگاه داریم:

$$\mathrm{P}, \underline{\rho} \models_s \mathrm{R} \iff \mathrm{P}, \underline{\rho} \models_r \mathrm{R}$$

به این شکل که ثابت می‌شود(قوی‌تر از عبارت بالا):

$$\hat{\mathcal{M}}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle[\![\mathrm{P}]\!] = \mathcal{M}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle[\![\mathrm{P}]\!]$$

قضیه درستی و تمامیت

اگر P یک برنامه، R یک عبارت منظم و $\underline{\rho}$ یک محیط اولیه باشند، آنگاه داریم:

$$\mathrm{P}, \underline{\rho} \models_s \mathrm{R} \iff \mathrm{P}, \underline{\rho} \models_r \mathrm{R}$$

به این شکل که ثابت می‌شود(قوی‌تر از عبارت بالا):

$$\hat{\mathcal{M}}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle[\![\mathrm{P}]\!] = \mathcal{M}\langle \underline{\rho}, \mathrm{R}\rangle[\![\mathrm{P}]\!]$$

جمع بندی و ادامه‌ی راه

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر $*$ و $+$ از عبارات منظم

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر $*$ و $+$ از عبارات منظم

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر $*$ و $+$ از عبارات منظم

نتیجه گیری و ادامه‌ی راه

- وارسی مدل در صورت جدیدی بیان شد.
- قابل پیاده‌سازی نیست.
- متناهی در نظر گرفتن وضعیت‌ها
- حذف دو عملگر $*$ و $+$ از عبارات منظم

پایان