

第二讲 图像成像基础

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

几何元素

- ❖ 几何元素是描述三维形状的基本构件
- ❖ 几何元素
 - ◆ 二维点
 - ◆ 二维直线
 - ◆ 二维圆锥曲线
 - ◆ 三维点
 - ◆ 三维平面
 - ◆ 三维直线
 - ◆ 三维二次曲面

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

2

二维点

❖ 图像中的像素坐标

❖ 表示方法

◆ 一对数值:

$$\mathbf{x} = (x, y) \in \mathcal{R}^2 \text{ or } \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = (x, y)^T$$

◆ 齐次坐标: $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{w}) \in \mathcal{P}^2$

◆ 增广矢量: $\bar{\mathbf{x}} = (x, y, 1)$

❖ 齐次坐标与非齐次坐标的转换:

$$\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{w}) = \tilde{w}(x, y, 1) = \tilde{w}\bar{\mathbf{x}}$$

❖ 投影空间:

$$\mathcal{P}^2 = \mathcal{R}^3 - (0, 0, 0)$$

$$x = \frac{\tilde{x}}{\tilde{w}}, y = \frac{\tilde{y}}{\tilde{w}}$$

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

3

二维直线

❖ 直线矢量的齐次坐标表示: $\tilde{l} = (a, b, c)$

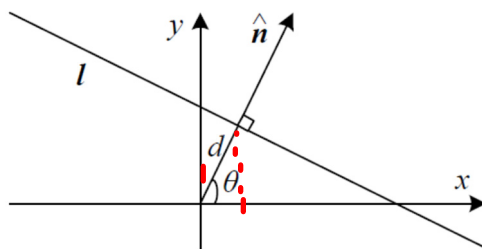
❖ 直线方程:

$$\bar{\mathbf{x}} \cdot \tilde{l} = ax + by + c = 0$$

◆ 标准化直线方程矢量 $l = (\hat{n}_x, \hat{n}_y, d) = (\hat{\mathbf{n}}, d)$ 且 $\|\hat{\mathbf{n}}\| = 1$

◆ 法矢量: $\hat{\mathbf{n}}$

◆ 直线到坐标原点的距离: d



南开大学网络空间安全学院 计算机学院

4

$$(a, b, c)$$



$$(n_x, n_y, d)$$

二维直线

- ◆ 旋转角度表示: $\hat{\mathbf{n}} = (\hat{n}_x, \hat{n}_y) = (\cos \theta, \sin \theta)$
- ◆ 极坐标: (θ, d)
- ❖ 两条直线的交点: $\tilde{\mathbf{x}} = \hat{l}_1 \times \hat{l}_2$
- ❖ 连接两点的直线: $\tilde{l} = \tilde{\mathbf{x}}_1 \times \tilde{\mathbf{x}}_2$

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1 \cdot \tilde{l} = 0 \\ \mathbf{x}_2 \cdot \tilde{l} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \tilde{\mathbf{x}} \cdot \hat{l}_1 = 0 \\ \tilde{\mathbf{x}} \cdot \hat{l}_2 = 0 \end{cases}$$

二维圆锥曲线

- ❖ 圆锥曲线: 三维圆锥体与平面的截面
- ❖ 二次方程: $\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{x}} = 0$

出处?

是礼 \leq 1

三维点

现实空间的坐标

表示方法

- ◆ 非齐次坐标: $\mathbf{x} = (x, y, z) \in \mathcal{R}^3$
- ◆ 增广矢量: $\bar{\mathbf{x}} = (x, y, z, 1)$
- ◆ 齐次坐标: $\tilde{\mathbf{x}} = (\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \tilde{w}) \in \mathcal{P}^3$ 且 $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{w}\bar{\mathbf{x}}$

三维平面

齐次坐标表示

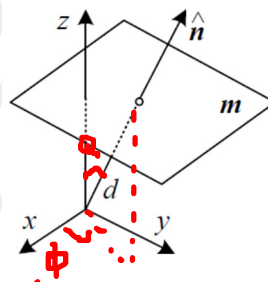
- ◆ 齐次坐标: $\tilde{\mathbf{m}} = (a, b, c, d)$
- ◆ 平面方程: $\bar{\mathbf{x}} \cdot \tilde{\mathbf{m}} = ax + by + cz + d = 0$

标准化平面方程

- ◆ 标准化齐次坐标: $\mathbf{m} = (\hat{n}_x, \hat{n}_y, \hat{n}_z, d) = (\hat{\mathbf{n}}, d)$ 且 $\|\hat{\mathbf{n}}\| = 1$
- ◆ 法矢量: $\hat{\mathbf{n}}$
- ◆ 平面到坐标原点的距离: d

球坐标表示

- ◆ 球坐标: (θ, ϕ, d)
- ◆ 法矢量: $\hat{\mathbf{n}} = (\cos \theta \cos \phi, \sin \theta \cos \phi, \sin \phi)$



平面法向量:
(A, B, C)

点z到平面:

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

好像能看



三维直线

- ❖ 端点表示（六个自由度）：经过两点(p,q)直线上另一个点r可以表示为：

$$\mathbf{r} = (1-\lambda)\mathbf{p} + \lambda\mathbf{q}$$

- ◆ 当 $0 \leq \lambda \leq 1$ 时，表示两点(p,q)间的线段。

- ❖ 齐次坐标表示： $\tilde{\mathbf{r}} = \mu\tilde{\mathbf{p}} + \lambda\tilde{\mathbf{q}}$

- ❖ Plucker坐标： 4×4 斜对称矩阵中的六个独立非零项

$$\mathbf{L} = \tilde{\mathbf{p}}\tilde{\mathbf{q}}^T - \tilde{\mathbf{q}}\tilde{\mathbf{p}}^T$$

- ◆ $\tilde{\mathbf{p}}$ 和 $\tilde{\mathbf{q}}$ 是直线上任意两个不同的点
- ◆ 该表示只有四个自由度，因为 \mathbf{L} 是齐次的， $\det(\mathbf{L}) = 0$ 。

三维二次曲面

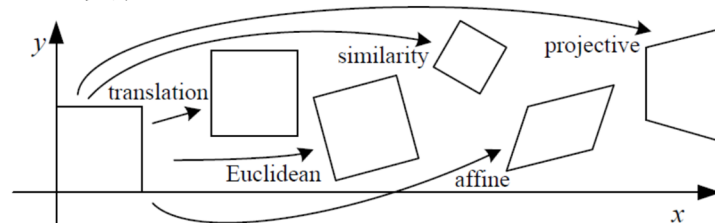
- ❖ 二次曲面方程： $\bar{\mathbf{x}}^T \mathbf{Q} \bar{\mathbf{x}} = 0$

- ◆ 常用于多视点几何结构
- ◆ 作为有用的建模基元（球，椭球，圆柱体）

点云

二维变换

❖ 一组基本变换



❖ 平移变换

◆ 变换公式

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{t} \text{ or } \mathbf{x}' = [\mathbf{I} \quad \mathbf{t}] \bar{\mathbf{x}}$$

其中 \mathbf{I} 是 2×2 的单位矩阵, 或

$$\bar{\mathbf{x}}' = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}$$

其中 $\mathbf{0}$ 是零矢量。

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

11

$$\begin{aligned} &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + t_x \\ y + t_y \\ 1 \end{bmatrix} \\ &\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + t_x \\ y + t_y \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

默认向量

二维变换

❖ 旋转 + 平移

◆ 描述二维刚体运动或二维欧几里得变换 (保持欧几里得距离)

◆ 变换公式

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t} \text{ or } \mathbf{x}' = [\mathbf{R} \quad \mathbf{t}] \bar{\mathbf{x}}$$

其中

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

是正交旋转矩阵, 存在 $\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{I}$ 和 $|\mathbf{R}| = 1$ 。

❖ 缩放旋转

◆ 也称相似变换, 保持直线间的夹角。

◆ 变换公式

$$\mathbf{x}' = s\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t} \text{ or } \mathbf{x}' = [s\mathbf{R} \quad \mathbf{t}] \bar{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} a & -b & t_x \\ b & a & t_y \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}$$

其中 s 是任意缩放因子。

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

12

二维变换

❖ 仿射变换

- ◆ 平行直线变换后仍然平行
- ◆ 变换公式: $\mathbf{x}' = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}$, 其中 \mathbf{A} 是任意 2×3 矩阵, 即

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}$$

❖ 投影变换

- ◆ 也称为齐次坐标上的透视变换或单应性(homography)操作
- ◆ 变换公式

$$\tilde{\mathbf{x}}' = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}} =$$

其中 $\tilde{\mathbf{H}}$ 是任意 3×3 矩阵。

- ◆ 齐次坐标通过规格化转换成非齐次坐标, 即

$$x' = \frac{h_{00}x + h_{01}y + h_{02}}{h_{20}x + h_{21}y + h_{22}} \quad \text{and} \quad y' = \frac{h_{10}x + h_{11}y + h_{12}}{h_{20}x + h_{21}y + h_{22}}$$

- ◆ 透视变换保持直线性

$$\begin{bmatrix} h_{00}x + h_{01}y + h_{02} \\ h_{10}x + h_{11}y + h_{12} \\ h_{20}x + h_{21}y + h_{22} \end{bmatrix}$$






非齐次

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

13

二维变换

❖ 二维坐标变换层次

Transformation	Matrix	# DoF	Preserves	Icon
translation	$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	2	orientation	
rigid (Euclidean)	$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	3	lengths	
similarity	$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	4	angles	
affine	$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	6	parallelism	
projective	$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$	8	straight lines	

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

14

二维变换

❖ 拉伸/挤压变换

- ◆ 改变图像的长宽比
- ◆ 变换公式

$$\begin{cases} x' = s_x x + t_x \\ y' = s_y y + t_y \end{cases}$$

❖ 二维表面流

- ◆ 八参数变换来表示二维表面经受的较小三维移动
- ◆ 变换公式

$$\begin{cases} x' = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_6 x^2 + a_7 xy \\ y' = a_3 + a_4 x + a_5 y + a_7 x^2 + a_6 xy \end{cases}$$

❖ 双线性插值

- ◆ 八参数变换用于插值由于方形四个角点运动所带来的变形

二维变换






- ◆ 变换公式

$$\begin{cases} x' = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_6 xy \\ y' = a_3 + a_4 x + a_5 y + a_7 xy \end{cases}$$

- ◆ 实际上，该变换可以插值任意四个非共线点的运动。

三维变换

三维坐标变换层次

Transformation	Matrix	# DoF	Preserves	Icon
translation	$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{3 \times 4}$	3	orientation	
rigid (Euclidean)	$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{3 \times 4}$	6	lengths	
similarity	$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{3 \times 4}$	7	angles	
affine	$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{3 \times 4}$	12	parallelism	
projective	$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$	15	straight lines	

三维变换

平移

变换公式

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{t} \quad \text{or} \quad \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}$$

其中 \mathbf{I} 是一个 3×3 的单位矩阵。

旋转 + 平移

描述三维刚体运动或者欧几里得变换

变换公式

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t} \quad \text{or} \quad \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}$$

其中 \mathbf{R} 是 3×3 的正交旋转矩阵, 满足 $\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{I}$ 且 $|\mathbf{R}| = 1$ 。

刚体运动公式

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}(\mathbf{x} - \mathbf{c}) = \mathbf{R}\mathbf{x} - \mathbf{R}\mathbf{c}$$

其中 \mathbf{c} 是旋转中心 (通常是镜头中心)。

没给出



应类似坐标平移
原来是 $R(\mathbf{x} - \mathbf{c})$

三维变换

❖ 缩放旋转

- ◆ 也称相似变换
- ◆ 变换公式

$$\mathbf{x}' = s\mathbf{R}\mathbf{x} + \mathbf{t} \quad \text{or} \quad \mathbf{x}' = \begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}$$

其中 s 是任意的缩放因子。

- ◆ 改变变换保持直线间和平面间的夹角

❖ 仿射变换

- ◆ 变换公式

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}$$

其中 \mathbf{A} 是任意 3×4 矩阵，即：

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}$$

- ◆ 变换下平行的直线和平面仍然保持平行。

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

19

三维变换

❖ 投影变换

- ◆ 也称为对齐次坐标的三维透视变换、单应性或共线操作。
- ◆ 变换公式

$$\tilde{\mathbf{x}}' = \tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{x}}$$

其中 $\tilde{\mathbf{H}}$ 是任意 4×4 的齐次矩阵。

类似2D投影

- ◆ 非齐次坐标需要标准化齐次坐标得到
- ◆ 改变变换保持直线的直线性

❖ 旋转

- ◆ 二维旋转和三维旋转之间最大的不同是存在几个三维旋转变换矩阵
- ◆ 轴/角：使用旋转轴 $\hat{\mathbf{n}}$ 和角度 θ 描述一个三维旋转，等价于使用三维矢量 $\boldsymbol{\omega} = \theta\hat{\mathbf{n}}$ 。

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

20

1. 几何理解: 向量叉乘相差一倍

$$V_{||} = \hat{n} \cdot (\hat{n} \cdot V) = \hat{n} \cdot (\hat{n}^T \cdot V) = (\hat{n} \hat{n}^T) \cdot V$$

向量 标量

$$V_{\perp} = V - V_{||} = (I - \hat{n} \hat{n}^T) V$$

$$V_{\times} = \hat{n} \times V = [\hat{n}]_{\times} V \quad \hat{n} = (\hat{n}_x, \hat{n}_y, \hat{n}_z)$$

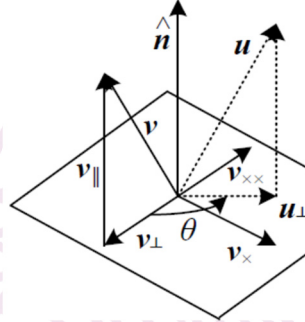
$$[\hat{n}]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{n}_z & \hat{n}_y \\ \hat{n}_z & 0 & -\hat{n}_x \\ -\hat{n}_y & \hat{n}_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_{\times \times} = \hat{n} \times V_{\times} = [\hat{n}]_{\times}^2 \cdot V = -V_{\perp}$$

$$\therefore V_{||} = V - V_{\perp} = V + V_{\times \times} = (I + [\hat{n}]_{\times}^2) \cdot V$$

三维变换

◆ 围绕着轴 \hat{n} 旋转 θ 角



◆ 变换公式

$$u = u_{\perp} + v_{||} = (I + \sin \theta [\hat{n}]_{\times} + (1 - \cos \theta) [\hat{n}]_{\times}^2) v$$

旋转矩阵为

$$R(\hat{n}, \theta) = I + \sin \theta \cdot [\hat{n}]_{\times} + (1 - \cos \theta) [\hat{n}]_{\times}^2$$

其中: $\hat{n} = (\hat{n}_x, \hat{n}_y, \hat{n}_z)^T$, 且

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

21

三维变换

$$[\hat{n}]_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{n}_z & \hat{n}_y \\ \hat{n}_z & 0 & -\hat{n}_x \\ -\hat{n}_y & \hat{n}_x & 0 \end{bmatrix}$$

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

22

三维到二维投影

❖ 正投影

- ◆ 简单丢掉三维坐标 \mathbf{p} 的 z 分量获得二维点 \mathbf{x}
- ◆ 变换公式

$$\mathbf{x} = [\mathbf{I}_{2 \times 2} | \mathbf{0}] \mathbf{p}$$

当使用齐次坐标时，为

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}$$

- ◆ 适合长焦距镜头和物体深度比到摄像头距离相对浅的情形。

❖ 缩放正投影

- ◆ 世界坐标需要缩小以适合图像传感器
- ◆ 变换公式: $\mathbf{x} = [s\mathbf{I}_{2 \times 2} | \mathbf{0}] \mathbf{p}$
- ◆ 适合重建远离摄像头物体的三维形状

三维到二维投影

❖ 类透视投影

- ◆ 比缩放正投影模型更加准确
- ◆ 变换公式

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}$$

❖ 透视投影

- ◆ 计算机图形学和计算机视觉中最常用的投影模型
- ◆ 非齐次坐标下变换公式

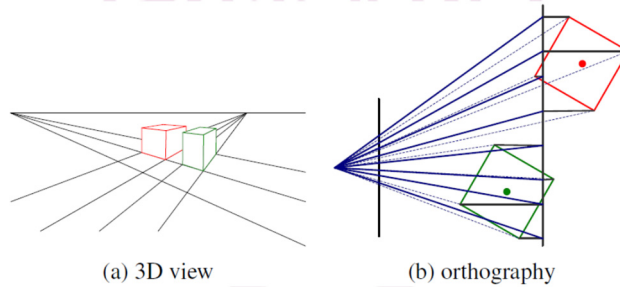
$$\bar{\mathbf{x}} = \mathcal{P}_z(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} x/z \\ y/z \\ 1 \end{bmatrix}$$

三维到二维投影

◆ 齐次坐标下变换公式

$$\tilde{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{p}}$$

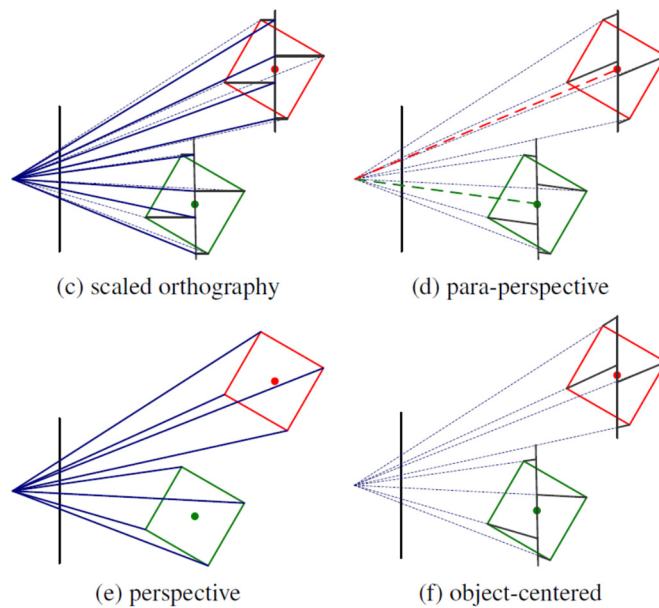
❖ 常用投影模型



南开大学网络空间安全学院 计算机学院

25

三维到二维投影



南开大学网络空间安全学院 计算机学院

26

透镜畸变

❖ 径向畸变模型

◆ 模型公式

$$\begin{cases} \hat{x}_c = x_c (1 + \kappa_1 r_c^2 + \kappa_2 r_c^4) \\ \hat{y}_c = y_c (1 + \kappa_1 r_c^2 + \kappa_2 r_c^4) \end{cases}$$

其中: (x_c, y_c) 是像素坐标, $r_c^2 = x_c^2 + y_c^2$, κ_1 和 κ_2 称为径向畸变参数。

◆ 经过径向畸变之后, 最终像素坐标为

$$\begin{cases} x_s = f\hat{x}_c + c_x \\ y_s = f\hat{y}_c + c_y \end{cases}$$

其中: f 是焦距, (c_x, c_y) 为光学中心坐标。

◆ 镜头的径向畸变参数可以通过相关技术来估计得到。

❖ 复杂畸变模型

◆ 切向畸变

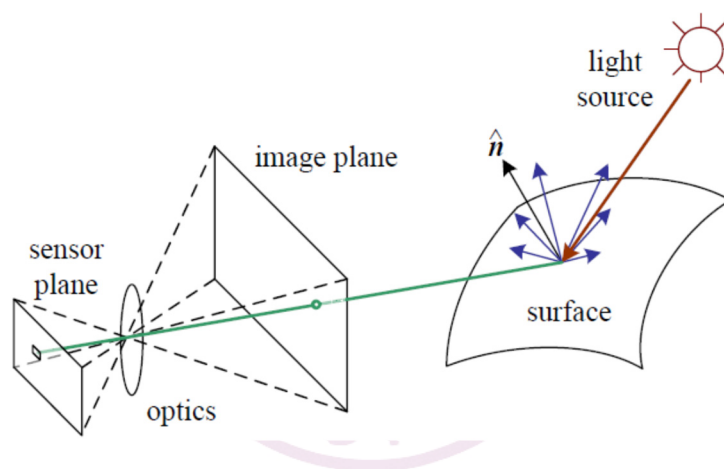
◆ 离心畸变

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

27

光学成像

❖ 简单模型



南开大学网络空间安全学院 计算机学院

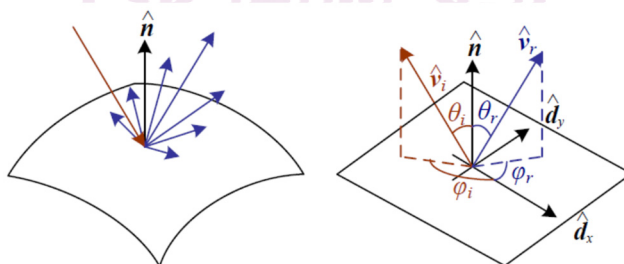
28

光学成像

❖ 照明

- ◆ 没有光，就没有图像。
- ◆ 光源一般可以分为点光源和面光源
- ◆ 点光源：空间单个位置，强度（随着光源与被照物体之间距离的平方下降），色谱（波长分布 $L(\lambda)$ ）
- ◆ 面光源：简化为矩形区域发出各向同性的光强

❖ 反射和阴影



南开大学网络空间安全学院 计算机学院

29

光学成像

❖ 双向反射分布函数(BRDF): $f_r(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r; \lambda)$

- ◆ 描述入射方向 $\hat{\mathbf{v}}_i$ 上每种波长的光在反射方向 $\hat{\mathbf{v}}_r$ 上被反射出的量
- ◆ 对各向同性材料，双向反射分布函数可以简化为

$$f_r(\theta_i, \theta_r, |\phi_r - \phi_i|; \lambda) \text{ or } f_r(\hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{v}}_r, \hat{\mathbf{n}}; \lambda)$$

- ◆ 反射方向发出光强

$$L_r(\hat{\mathbf{v}}_r; \lambda) = \int L_i(\hat{\mathbf{v}}_i; \lambda) f_r(\hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{v}}_r, \hat{\mathbf{n}}; \lambda) \cos^+ \theta_i d\hat{\mathbf{v}}_i$$

其中 $\cos^+ \theta_i = \max(0, \cos \theta_i)$ 称为投影缩减因子。

- ◆ 给定物体的BRDF可以通过物理建模来获得

❖ 漫反射

- ◆ 漫反射光在所有方向上是均匀的
- ◆ 漫反射光中通常也包含强烈的物体颜色（由于选择性吸收）
- ◆ 在所有方向均匀漫反射时，也就是说BRDF为常数

$$f_d(\hat{\mathbf{v}}_i, \hat{\mathbf{v}}_r, \hat{\mathbf{n}}; \lambda) = f_d(\lambda)$$

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

30

光学成像

◆ 漫反射方程

$$L_d(\hat{\mathbf{v}}_r; \lambda) = \sum_i L_i(\lambda) f_d(\lambda) \cos^+ \theta_i = \sum_i L_i(\lambda) f_d(\lambda) [\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}]^+$$

$$\text{其中 } [\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}]^+ = \max(0, \hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}})$$

❖ 镜面反射

◆ 镜面反射光强强烈依赖于反射方向

◆ 镜面反射方向 $\hat{\mathbf{s}}_i = \mathbf{v}_{\parallel} - \mathbf{v}_{\perp} = (2\hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T - \mathbf{I})\hat{\mathbf{v}}_i$

◆ 在给定某方向 $\hat{\mathbf{v}}_r$ 上的光反射强度与观测方向 $\hat{\mathbf{v}}_r$ 和镜面反射方向 $\hat{\mathbf{s}}_i$ 的夹角 $\theta_s = \cos^{-1}(\hat{\mathbf{v}}_r \cdot \hat{\mathbf{s}}_i)$ 有关

◆ Phong模型

$$f_s(\theta_s; \lambda) = k_s(\lambda) \cos^{k_e} \theta_s$$

越大的 k_e 表示镜面效果越强。

光学成像

❖ Phong模型

◆ Phong模型将漫反射、镜面反射和环境光联合起来。

◆ 环境光描述了照射物体的光源不但有点光源，还包括相互反射的漫反射光源和距离较远的光源（如蓝天）。

◆ 环境光的BRDF为 $f_a(\lambda) = k_a(\lambda)L_a(\lambda)$ ，其中 $L_a(\lambda)$ 为环境光强， $k_a(\lambda)$ 为环境光反射颜色分布。

◆ 模型公式

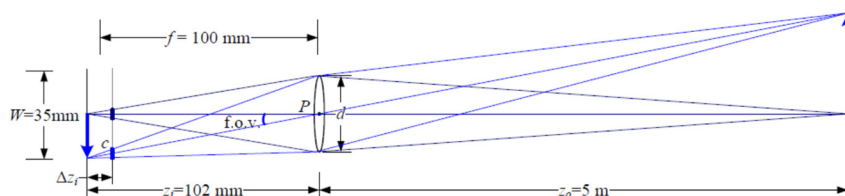
$$L_r(\hat{\mathbf{v}}_r; \lambda) = k_a(\lambda)L_a(\lambda) + k_d(\lambda) \sum_i L_i(\lambda) [\hat{\mathbf{v}}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}]^+ + k_s(\lambda) \sum_i L_i(\lambda) (\hat{\mathbf{v}}_r \cdot \hat{\mathbf{s}}_i)^{k_e}$$

◆ 一般情况下， $k_a(\lambda) = k_d(\lambda)$

❖ 全局光照模型（略）

光学

❖ 基本透镜模型



◆ 物距和像距之间的关系

$$\frac{1}{z_o} + \frac{1}{z_i} = \frac{1}{f}$$

- ◆ 当焦平面不在合适位置就产生**散焦**现象，由散光环来度量（上图中c），有相对与原始焦平面的距离 Δz_i 和透镜的孔径 d 决定。

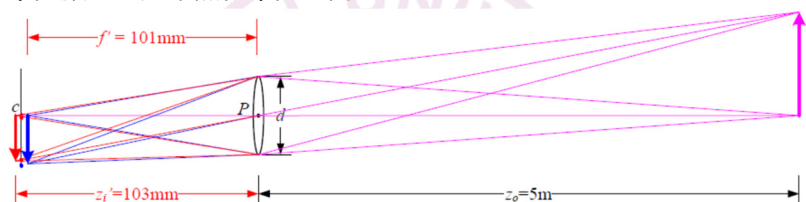
- ◆ 场景中可接受的深度变化称为**景深**，它是焦距和孔径的函数，有

$$N = \frac{f}{d}$$

光学

❖ 色差

- ◆ 由于玻璃的折射率随波长不同存在少许变化，简单的透镜会出现**色差**。
- ◆ 不同颜色的光聚焦在不同距离上



- ◆ 解决办法：复合透镜（不同玻璃材料制成）

❖ 光晕

- ◆ 越趋向图像边缘图像亮度越倾向变暗的现象。

数字摄像机

❖ 图像传感器

- ◆ 传感器类型：CCD和CMOS
- ◆ 快门速度（曝光时间）：控制到达传感器的光量，与景深和物体运动速度有关
- ◆ 采样块：在成像芯片上相邻传感器单元之间的物理空间。较小采样块的传感器具有较高的采样密度和分辨率。
- ◆ 填充系数：有效传感面积占总传感面积之比
- ◆ 芯片尺度：越大面积越好
- ◆ 模拟增益：自动增益控制逻辑调整传感器放大器以获得较好曝光量(ISO)
- ◆ 传感器噪声：整个传感过程会遇到许多噪声源，如固定图像噪声、暗电流噪声、散射噪声、放大器噪声和量化噪声等。
- ◆ ADC分辨率：模拟数字转换(ADC)分辨率是产生的比特数目
- ◆ 数字后处理：使用数字信号处理操作在压缩和存储像素之前对图像进行增强

南开大学网络空间安全学院 计算机学院

35

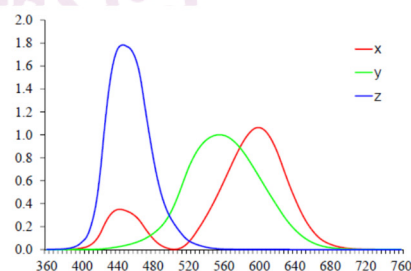
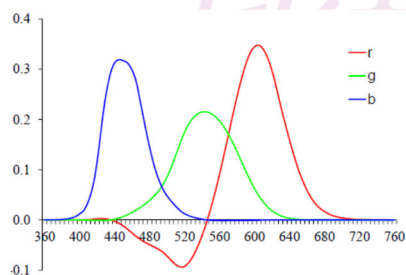
数字摄像机

❖ 采样

- ◆ 采样频率： $f_s \geq 2f_{\max}$

❖ 颜色

- ◆ 当入射光到达成像传感器，来自不同波长的光被积分到数字图像中的分立的红、绿和蓝颜色值。
- ◆ CIE RGB和XYZ



南开大学网络空间安全学院 计算机学院

36

数字摄像机

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \frac{1}{0.17697} \begin{bmatrix} 0.49 & 0.31 & 0.20 \\ 0.17697 & 0.81240 & 0.01063 \\ 0.00 & 0.01 & 0.99 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

- ◆ 颜色平衡：试图将给定图像的白点移近纯白点（相等的RGB值）
- ◆ Gamma：早期CRT中荧光粉对电视信号的响应与输入电压是非线性的，二者之间的关系由数值gamma来描述，公式为 $B = V^\gamma$, $\gamma \approx 2.2$ 。

其它颜色空间

◆ YCbCr

$$\begin{bmatrix} Y' \\ C_b' \\ C_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.168736 & -0.331264 & 0.5 \\ 0.5 & -0.418688 & -0.081312 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R' \\ G' \\ B' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix}$$

其中 (R', G', B') 是经过压缩Gamma的8比特颜色分量值

◆ HUV (略)

数字摄像机

◆ 压缩

- ◆ 摄像机处理流程中的最后一个阶段
- ◆ 常用的格式：JPEG和MPEG
- ◆ 常用基本技术：离散余弦变换(DCT)
- ◆ 压缩性能：Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR)

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{I_{\max}^2}{MSE} = 20 \log_{10} \frac{I_{\max}}{RMS}$$

其中： I_{\max} 是最大信号范围，如 8 比特时为255，且

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{x}} [I(\mathbf{x}) - \hat{I}(\mathbf{x})]^2$$

$$RMS = \sqrt{MSE}$$