

微分積分Ⅰ (b ～ h) : 演習問題 No. 2

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業までに必ず解いておくこと.

1 (1) $\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \frac{\pi}{2}$ ($-1 \leq x \leq 1$) を示せ.

(2) $y = \tanh x$ ($-\infty < x < \infty$) は単調増加関数であることを示し, その逆関数 $x = \tanh^{-1} y$ を求めよ.

2 次の極限値を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - 1 - 2x}{x^2}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+2x+3x^2)}{x}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+12x} - 1}{x}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\tan x - 1}{x - \pi/4}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cos(\pi/x)}{x - 2}$$

3 次の値を求めよ.

$$(1) \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(2) \sin^{-1} \left(\sin \frac{5\pi}{3} \right)$$

$$(3) \sec \left(\sin^{-1} \frac{1}{2} \right)$$

$$(4) \tan \left(\sin^{-1} \frac{2}{3} \right)$$

$$(5) \sin(\tan^{-1} 3 + \tan^{-1} 7)$$

4 次の方程式・不等式の解を求めよ.

$$(1) \cos^{-1} x = \tan^{-1} 3$$

$$(2) \tan^{-1} x = 2 \tan^{-1} \frac{3}{7}$$

$$(3) \cos^{-1}(1-x) \geq \frac{\pi}{3}$$