

微分積分Ⅰ (b ～ h) : 演習問題 No. 6

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業まで必ず解いておくこと.

1 次の定積分の値を求めよ.

$$(1) \int_1^{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} dx$$

$$(2) \int_0^1 x^3 e^{-x^2} dx$$

$$(3) \int_0^{\sqrt{3}} \frac{\tan^{-1} x}{x^2+1} dx$$

2 定積分を用いて次の極限值を求めよ.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+3k} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+3} + \frac{1}{n+6} + \cdots + \frac{1}{4n} \right)$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{3n^2+nk}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{3n^2+n}} + \frac{1}{\sqrt{3n^2+2n}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{4n^2}} \right)$$

3 次の不定積分を求めよ.

$$(1) \int \frac{x}{x^4+1} dx$$

$$(2) \int e^{\sqrt{x}} dx$$

$$(3) \int \frac{1}{\sqrt{6x-x^2}} dx$$

$$(4) \int (\sin^{-1} x)^2 dx$$

$$(5) \int \frac{1}{x^7+x} dx$$

4 (1) $[0, 1]$ で連続な関数 $f(x)$ に対して, 置換積分を用いて次の等式を示せ.

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \pi \int_0^{\pi/2} f(\sin x) dx$$

$$(2) \text{定積分 } \int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx \text{ の値を求めよ.}$$

5 置換積分を用いて, 次の定積分の値を求めよ.

$$\int_0^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{9-x}} dx$$