

微分積分Ⅰ (b ～ h) : 演習問題 No. 5

- 以下の問題のうち指定された問題のみを時間内に解答して提出せよ.
- 残りの問題は自主教材とする. 次回の授業までに必ず解いておくこと.

1 (1) 次の不定形の極限値を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$$

(2) 相異なる実数 a, b に対して, $f(x) = (x - a)^2(x - b)^2$ の極値を求めよ.

2 次の不定形の極限値を求めよ.

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x}{x - \sin x}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x + 1 - x}{\cos \pi x + 1}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1+x)^{\frac{1}{x}} - 2}{x-1}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan^{-1} x}{x^3}$$

$$(5) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x \quad (a > 0)$$

3 関数 $f(x) = a \sin x + \sin 2x$ は $x = \frac{\pi}{3}$ で極値をとるとする.

- (1) 定数 a の値を定めよ.
- (2) $f(\frac{\pi}{3})$ は極大値, 極小値のどちらか.

4 関数 $f(x) = a \sin 2x + b \cos 3x$ が $x = \frac{\pi}{4}$ を変曲点にもち, $f(\frac{\pi}{4}) = 5$ を満たすように定数 a, b の値を定めよ.

5 $AB = AC = a$ (> 0) である二等辺三角形 ABC の辺 BC の中点を D とする.

- (1) $x = BD$ とするとき, $\triangle ABC$ の内接円の面積 I を x を用いて表せ.
- (2) $AB = AC = a$ である二等辺三角形 ABC の内接円の面積が最大になるときの辺 BC の長さを求めよ.

6 次の等式が成り立つような定数 a, b の値を求めよ.

$$a \sin^{-1} x = \cos^{-1}(1 - 2x^2) + b \quad (0 \leq x \leq 1)$$