

ИНСТИТУТ
МАТЕМАТИКИ
МЕХАНИКИ
КОМПЬЮТЕРНЫХ
НАУК

имени И.И. Воровича —

Архитектура компьютера и операционные системы

Лекция 10. ISA: числовые типы данных

Андреева Евгения Михайловна

доцент кафедры информатики и вычислительного эксперимента



План лекции

- ISA: числовые типы данных
 - целые со знаком
 - вещественные
- Стандарт IEEE 754
- Домашнее задание



ISA включает:

- Модели памяти
- Режимы адресации
- Регистры
- Машинные команды (инструкции)
- Взаимодействие с внешними устройствами ввода/ вывода
- Различные типы внутренних данных (например, с плавающей запятой, целочисленные типы и т . д.)
- Обработчики прерываний и исключительных состояний



Что относится к поддержке числового типа данных?

- Двоичное представление (разрядность!!)
 - битовая маска – представление числа в двоичном виде
- Алгоритмы для арифметических операций
 - для каждой операции и любых допустимых битовых масок должен быть определён результат или явно указано его отсутствие. Вычисление результата должно быть конструктивным (алгоритмическим)



Поддержка числового типа данных

Основные задачи

- Эффективность представления и алгоритмов
 - отсутствие усложнения архитектуры процессора для выполнения арифметических операций с отрицательными числами
 - отсутствие усложнения арифметических действий
 - одинаковое количество положительных и отрицательных чисел
- Обработка ошибок



Базовые константы и операции

■ Константы

- 1
- -1
- ноль
- min
- max

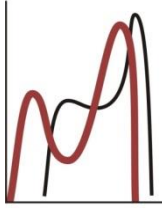
■ Операции

- противоположный элемент
- сложение: как беззнаковое
- вычитание: как сложение с противоположным элементом



Основные способы представления целых чисел

- Знаковый бит (signed magnitude)
- Дополнительный код (two's complement)
- n -разрядная система со смещением



Знаковый бит

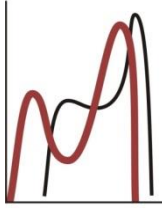
(signed magnitude, прямой код)

- $1_{10} = 00...01_2$
- $-1_{10} = 100...01_2$
- $0_{10} = 00...00_2$ и $100...0_2$
- m -разрядов, $|\max| = |\min| = 2^{m-1} - 1 = {}^*1...1_2$

$$2^m - 1 = \sum_{i=0}^{m-1} 2^i$$

- переход к противоположному = замена старшего бита

$$1_{10} = 00...01_2 \text{ противоположный } 10...01_2 = -1_{10}$$



Дополнительный код (two's complement)

- $1_{10} = 00...01_2$

- $-1_{10} = 111...11_2 = -2^{m-1} + \sum_{i=0}^{m-2} 2^i \leq 2^m - 1 = \sum_{i=0}^{m-1} 2^i$

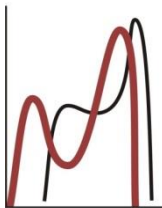
- $0_{10} = 00...00_2$

- m-разрядов, $\max = 2^{m-1} - 1$, $\min = -2^{m-1}$

- переход к противоположному :

→not →inc

$1_{10} = 00...01_2 \rightarrow \mathbf{not} \rightarrow 11...10_2 \rightarrow \mathbf{inc} \rightarrow 11...11_2 = -1_{10}$



n-разрядная система со смещением (код со сдвигом)

$2^n - 1$	111...111
.....
2	100...010
1	100...001
0	100...000
-1	011...111
-2	011...110
.....
$-(2^n - 1)$	000...001
-2^n	000...000



- Пусть $n=4$, смещение 7

$$\min = 0000_2 = -7_{10}$$

$$0001_2 = -6_{10}$$

...

$$0110_2 = -1_{10}$$

$$0111_2 = 0_{10}$$

$$1000_2 = 1_{10}$$

...

$$\max = 1111 = 8_{10}$$

- Смещение для n-разрядных систем обычно задается равным 2^{n-1} или $2^{n-1}-1$



Операции со знаковыми целыми

- Вычитание через сложение с противоположным
 - не работает в представлении "Знаковый бит (signed magnitude, прямой код)"
 - работает в представлении "Дополнительный код"
 $(3_{10} = 0011_2) + (-2_{10} = 1110_2) = 0001_2 = 1_{10}$
 - не работает в представлении "Код со сдвигом"
 $(4_{10} = 1011_2) + (-4_{10} = 0011_2) = 1110_2 = 7_{10}$



Операции сдвига в дополнительном коде

- Арифметический и логический сдвиг
 - SAL, SAR, SHL, SHR
- Знаковое расширение (sign extension)
 - деление CWD / IDIV
 - преобразование типов `short` → `int`



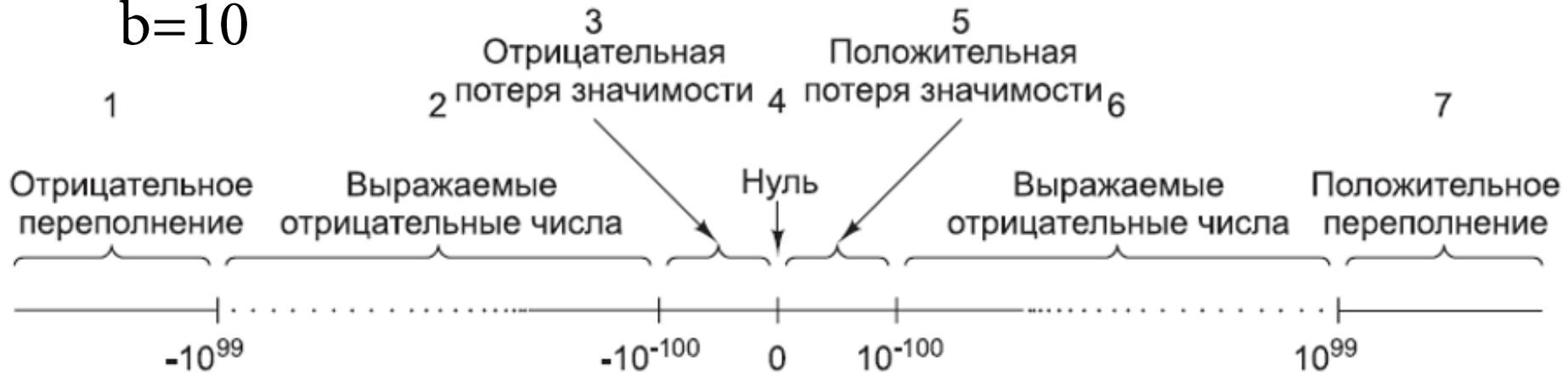
Представления вещественных чисел

- Числа в формате с фиксированной точкой:
 $\text{fix. } n, m \rightarrow \pm a_n a_{n-1} \dots a_1, b_1 \dots b_{m-1} b_m.$
- Числа в формате с плавающей точкой (знак, мантисса, порядок):
 $a = \pm f \cdot b^e, 0 \leq f < 1, b \in \{2, 10, \dots\}$
 - нормализованная мантисса
 $0,1 = 0,1 \cdot 10^0 = 0,01 \cdot 10^1 = \dots$



Пример

- мантисса – 3 разряда,
порядок (экспонента) – 2 разряда,
 $b=10$

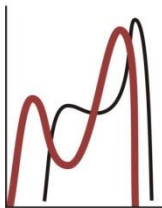


- $0,999 \cdot 10^{99} - 0,998 \cdot 10^{99} = 0,001 \cdot 10^{99} = 10^{96}$
- $0,100 \cdot 10^{-99} - 0,101 \cdot 10^{-99} = 0,001 \cdot 10^{-99} = 10^{-102}$

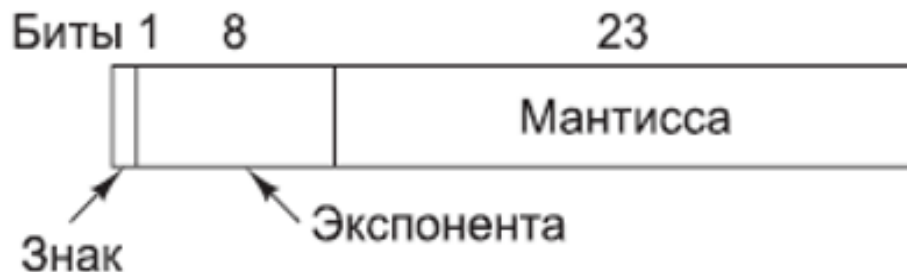


Стандарт IEEE 754

- Принят в 1985 г, разработчик William Kahan
- Стандарт определяет
 - арифметические форматы и способ их представления
 - правила выполнения арифметических операций
 - правила округления
 - поведение в исключительных ситуациях (деление на ноль, переполнения)
 - рекомендации...



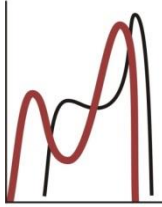
2 формата + повышенная точность (80 бит)



а Одинарная точность



б Двойная точность



Характеристики основных форм

В поле мантиссы хранится число f из интервала $[1,2)$ в двоичном виде $f=f_0 2^0 + f_1 2^{-1} + f_2 2^{-2} \dots$, при этом старший бит НОРМАЛИЗОВАННОЙ мантиссы (ненулевой) не хранится, а подразумевается

Количество битов в знаке		
Количество битов в экспоненте	8	11
Количество битов в мантиссе	23	52
Общее число битов	32	64
Смещение экспоненты	Смещение 127	Смещение 1023
Область значений экспоненты		
Самое маленькое нормализованное число		
Самое большое нормализованное число	Приблизительно 2^{128}	Приблизительно 2^{1024}
Диапазон десятичных дробей	Приблизительно от 10^{-38} до 10^{38}	Приблизительно от 10^{-308} до 10^{308}
Самое маленькое ненормализованное число	Приблизительно 10^{-45}	Приблизительно 10^{-324}

8 разрядов порядка переводим в десятичное число, вычитаем 127 и получаем "истинное" значение



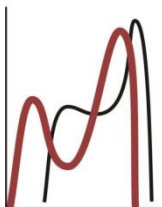
Пример перевода чисел в IEEE 754 (32 бита)

- $1.0 = +1.0 \cdot 2^0 = 0\ 01111111\ 0\dots 0 = 3F80\ 0000$
- $-1.0 = -1.0 \cdot 2^0 = 1\ 01111111\ 0\dots 0 = BF80\ 0000$
- $0.5 = +1.0 \cdot 2^{-1} = 0\ 01111110\ 0\dots 0 = 3F00\ 0000$
- $1.5 = +(1 + 1.0 \cdot 2^{-1}) \cdot 2^0 =$
 $= 0\ 01111111\ 1\dots 0 = 3FC0\ 0000$

бит знака

порядок, смещение 127, 8 бит

мантисса, 23 бита



Специальные типы чисел в IEEE 754

Нормализованное число	\pm	$0 < \text{Exp} < \text{Max}$	Любой набор битов
Ненормализованное число	\pm	0	Любой ненулевой набор битов
Нуль	\pm	0	0
Бесконечность	\pm	1 1 1...1	0
Не число	\pm	1 1 1...1	Любой ненулевой набор битов

↖ Знаковый бит



Домашнее задание

- Подготовка к тесту по лекции – [Таненбаум Э] – стр. 720-727 (Приложение А и Приложение Б)