Tentativo per la costruzione di una logica per la dimostrazione automatica di teoremi

Feb 14, 2024 — da Flavio Albano in Matematica

Indice

Introduzione

Secondo me (ma è solo un'ipotesi) conoscere la cardinalità dell'insieme delle dimostrazioni potrebbe portarci a una AI in grado di fare dimostrazioni automatiche in grado di "cadere" vicine a dimostrazioni di oggetti matematici desiderati.

A questo proposito sono partito dal lavoro di Kurt Gödel sull'incompletezza per provare a dimostrare la cardinalità dell'insieme di dimostrazioni matematiche per induzione.

Chiedo venia in partenza se ho commesso errori ma sono un matematico (**molto**) dilettante.

Iniziamo col contare le dimostrazioni matematiche per induzione

Tramite questo altro articolo sul mio blog potete leggere del mio (probabilmente sbagliato) lavoro iniziale riguardo Gödel.

Così mi sono chiesto se fosse possibile "contare" le dimostrazioni per induzione (o meglio conoscere la cardinalità dell'insieme di tali dimostrazioni).

Inizialmente sono partito dagli assiomi di Zermelo-Fraenkel e in particolare dall'assioma dell'infinito.

Mi sono chiesto se fosse possibile costruire un insieme di dimostrazioni per induzione aggiungendole una ad una all'insieme secondo l'assioma dell'infinito.

Se così fosse l'insieme di dimostrazioni per induzione avrebbe la stessa cardinalità dei numeri naturali.

Andiamo avanti col ragionamento

A questo punto mi sono chiesto se fosse possibile costruire un algebra con infiniti assiomi tale che l'insieme degli assiomi abbia la stessa cardinalità dell'insieme dei numeri naturali.

Poi mi sono chiesto se fosse possibile costruire una dimostrazione per induzione per costruire un algebra con infiniti assiomi tale che l'insieme degli assiomi abbia ancora la stessa cardinalità dell'insieme dei numeri naturali e, sfruttando l'assioma dell'infinito di Zermelo-Fraenkel, aggiungere un elemento per volta all'insieme.

Se così fosse potrebbe esistere una relazione biunivoca tra l'insieme degli infiniti assiomi dell'algebra e le dimostrazioni per induzione (e i numeri naturali).

Ma se aggiungo l'assioma di scelta? Che succede?

Adesso aggiungo agli assiomi necessari per costruire un algebra a infiniti assiomi (per come prima descritta), l'assioma di scelta.

L'assioma di scelta è uno dei principali assiomi della teoria degli insiemi nella matematica. Esso afferma che, dato un insieme di insiemi non vuoti, è sempre possibile scegliere un elemento da ciascun insieme in modo che l'insieme risultante, chiamato "insieme di scelta", contenga un elemento da ciascun insieme originale.

In altre parole, l'assioma di scelta stabilisce che per qualsiasi famiglia di insiemi non vuoti, esiste una funzione detta "funzione di scelta" che associa a ciascun insieme della famiglia un elemento di quell'insieme.

Adesso voglio costruire una funzione di scelta tale che sia minima rispetto al numero di assiomi necessari a dimostrare una proposizione contenuta nell'algebra a infiniti assiomi di partenza.

Se scarto tutte le funzioni di scelta tali che il numero di assiomi sia infinito resteranno solamente le dimostrazioni per induzione per le quali sia possibile effettuare una dimostrazione per induzione aventi un numero finito di assiomi di partenza.

Possibili espansioni al ragionamento

Ma, se invece di costruire un'algebra, costruissimo un'algebra astratta (sempre con lo stesso metodo) il ragionamento potrebbe essere ancora valido?

Conclusioni

Questa volta, vista la mia grande ignoranza in materia, lascio al lettore le conclusioni; io ho utilizzato ChatGPT per costruire questo ragionamento e Vi invito a fare lo stesso.

Flavio Albano

Commenti

Lascia un commento

Il tuo indirizzo email non sarà pubblicato. I campi obbligatori sono contrassegnati *

Commento *

Nome *

Email *

Sito web

Salva il mio nome, email e sito web in questo browser per la prossima volta che commento.

Invia commento

← Precedente: Possibile nuovo invariante?

Successivo: ChatBot in Python con Gradio e Google Gemma sfruttando Hugging Face →