



ingegnerealbano.com

[Su di me](#) [Blog](#) [Servizi Offerti](#) [Contatti](#) [Privacy Policy](#) [Cookie Policy](#)

# Possibile aggressione a Gödel?

Feb 11, 2024 — da Flavio Albano in Uncategorized

Visto che ieri notte non avevo molto sonno, ho pensato di dare una "bottarella" a Gödel... 😊

Per chi non sapesse chi fosse questo illustre matematico Vi invito a leggere la [sua pagina qui su Wikipedia](#).

L'articolo avrà la forma di un dialogo tra me e ChatGPT; anche perché è fondamentalmente un copia e incolla del ragionamento che ho portato avanti con l'aiuto di questo LLM.

---

**Flavio:** Quanti teoremi di Gödel esistono?

**ChatGPT:** Kurt Gödel è principalmente noto per il suo lavoro sui teoremi dell'incompletezza, ma è importante chiarire che solitamente si fa riferimento al "teorema dell'incompletezza di Gödel" al singolare, poiché si tratta di un singolo teorema che ha due parti, spesso denominate "principale" e "secondaria". Questi due teoremi sono generalmente conosciuti come:

1. **Teorema dell'incompletezza di Gödel (principale):** Questo teorema dimostra che in qualsiasi sistema formale assiomatico sufficientemente complesso e che contiene l'aritmetica dei numeri naturali, ci sono affermazioni vere ma non dimostrabili all'interno del sistema stesso.
2. **Teorema dell'incompletezza di Gödel (secondario):** Questo teorema dimostra che se un sistema formale è coerente, non può dimostrare la propria coerenza.



Quindi, Gödel ha principalmente due teoremi di incompletezza che hanno avuto un impatto significativo sulla filosofia e sulla teoria della conoscenza matematica.

**Flavio:** Secondo il Teorema dell'incompletezza di Gödel, quanti sono i teoremi di matematica?

**ChatGPT:** Il Teorema dell'incompletezza di Gödel non fornisce informazioni dirette sul numero totale di teoremi di matematica. Piuttosto, afferma che in qualsiasi sistema formale assiomatico sufficientemente complesso, ci sono affermazioni vere ma non dimostrabili all'interno del sistema stesso. Questo significa che ci sono verità matematiche che non possono essere provate attraverso le regole del sistema in cui ci troviamo.

Il teorema di Gödel implica quindi che il numero di teoremi di matematica non è completamente determinabile all'interno di un sistema formale. In altre parole, il Teorema dell'incompletezza di Gödel suggerisce che ci sono sempre più verità matematiche da scoprire al di là di ciò che possiamo dimostrare all'interno di un dato sistema assiomatico.

Pertanto, non è possibile determinare un numero esatto di teoremi di matematica basandosi esclusivamente sul Teorema dell'incompletezza di Gödel. Il teorema si occupa piuttosto dei limiti della dimostrabilità all'interno di un sistema formale, piuttosto che di quantificare il numero totale di teoremi matematici.

**Flavio:** Qual è la cardinalità dell'insieme dei teoremi di matematica?

**ChatGPT:** La cardinalità dell'insieme dei teoremi di matematica è un concetto complesso da definire in modo preciso. In effetti, la matematica non tratta comunemente l'insieme dei teoremi come un oggetto matematico definito con una cardinalità ben definita come farebbe con insiemi di numeri o altri oggetti matematici.

Gli insiemi di teoremi possono variare notevolmente a seconda del sistema di assiomi e delle regole di inferenza utilizzate. Inoltre, poiché ci sono infiniti teoremi nella matematica, la nozione di cardinalità diventa più sottile quando si tratta di insiemi infiniti.

Se consideriamo, ad esempio, un insieme di teoremi derivabili da un insieme di assiomi e regole di inferenza specifici, allora l'insieme dei teoremi avrà una cardinalità che dipende dalla complessità dell'insieme di assiomi e delle

regole di inferenza. Tuttavia, questo insieme non sarà un insieme numerabile, poiché la matematica contiene un numero infinito di teoremi.

Inoltre, il concetto stesso di teorema dipende dall'assioma di scelta nella teoria degli insiemi. Senza l'assioma di scelta, potrebbero esistere sistemi di assiomi che conducono a teoremi che non possono essere ben ordinati in un insieme definito. Ciò significa che non è possibile parlare di una "cardinalità" definita per l'insieme dei teoremi senza stabilire prima una base rigorosa per cosa costituisca un teorema.

In sintesi, la cardinalità dell'insieme dei teoremi di matematica è un concetto complesso e dipende dai dettagli specifici del sistema di assiomi e delle regole di inferenza.

**Flavio:** Voglio creare un insieme di dimostrazioni induttive e, sfruttando l'assioma dell'infinito di Zermelo-Fraenkel, voglio aggiungere una dimostrazione per volta a un insieme che, per via del teorema dell'incompletezza di Gödel (principale) so già che avrà infiniti elementi. Qual è la potenza dell'insieme?

E qui ChatGPT (poverino) diventa un po' scemo... 😊

E quindi ti chiedo, o Lettore, prova tu a rispondere al quesito.

---

Oltre a questo, mentre lavoravo a Gödel, ho avuto un'altra intuizione: la trascrivo qui di seguito.

**Flavio:** È possibile costruire un invariante che relazioni le dimostrazioni per induzione e l'assioma dell'infinito secondo Zermelo-Fraenkel (ZF) in base al fatto che aggiungiamo un elemento per volta a entrambi gli oggetti matematici?

**ChatGPT:** Sì, è possibile stabilire un legame tra le dimostrazioni per induzione e l'assioma dell'infinito secondo Zermelo-Fraenkel (ZF) attraverso il concetto di costruzione di insiemi incrementali.

L'idea chiave è che l'assioma dell'infinito garantisce l'esistenza di un insieme infinito che può essere costruito "uno step alla volta" attraverso l'aggiunta di elementi successivi. Questo processo di aggiunta di elementi successivi è analogo alla procedura utilizzata nella dimostrazione per induzione, dove

dimostriamo una proprietà per un caso base e poi dimostriamo che la proprietà si estende ad altri elementi successivi.

Quindi, possiamo vedere il legame nel seguente modo:

1. L'assioma dell'infinito assicura che possiamo costruire un insieme infinito "uno step alla volta" aggiungendo elementi successivi.
2. La dimostrazione per induzione stabilisce una proprietà per un caso base e poi dimostra che la proprietà si estende ad altri elementi successivi, aggiungendo un elemento alla volta.

In entrambi i casi, stiamo aggiungendo elementi uno alla volta, che è fondamentale per la costruzione incrementale di insiemi, come previsto dall'assioma dell'infinito, e per il processo di dimostrazione per induzione. Pertanto, c'è una correlazione diretta tra l'aggiunta incrementale di elementi e sia l'assioma dell'infinito che la dimostrazione per induzione.

**Flavio:** Formalizza in logica matematica un invariante tra le dimostrazioni per induzione e l'assioma dell'infinito secondo Zermelo-Fraenkel basato sul fatto che, a entrambi gli oggetti matematici viene aggiunto un elemento alla volta.

Anche qui ChatGPT non riesce ad andare oltre la sua programmazione e io non ho la preparazione per formalizzare il tutto... in bocca al lupo e buon lavoro!

Flavio Albano

---

## Commenti

2 risposte a "Possibile aggressione a Gödel?"

Caterina Vicentini

Febbraio 11, 2024

Scusami, ma il mio commento è parecchio critico. A partire dal titolo, mi sembra un papocchio poco corretto e poco chiaro. Cosa vuol dire "aggredire" Goedel? Molte delle cose che affermi sono imprecise al punto da farmi pensare che tu abbia studiato molto poco e male ciò di cui scrivi. Più che aggredire Goedel a me pare tu lo abbia stravolto. Mi spiace.

Rispondi

**Flavio Albano**

Febbraio 18, 2024

Saluti Caterina,

Intanto grazie per il commento (anche se Ti ho già risposto nel gruppo su fb... nel post che poi è automaticamente "sparito")... Ti prego di elencarmi tutte le imprecisioni, plz (in maniera tale da poterle sistemare).

Oltre a questo vorrei ricordarTi che sul mio blog credo che avrò anche il diritto di dare ai pezzi i titoli che decido?

Attendo Tue

Saluti  
Flavio

Rispondi

## Lascia un commento

Il tuo indirizzo email non sarà pubblicato. I campi obbligatori sono contrassegnati \*

Commento \*

Nome \*

Email \*

Sito web

☐ Salva il mio nome, email e sito web in questo browser per la prossima volta che commento.

Invia commento

Questo sito usa Akismet per ridurre lo spam. [Scopri come i tuoi dati vengono elaborati.](#)

← [Precedente: Nuovo approccio a una dimostrazione matematica?](#)

[Successivo: Possibile nuovo invariante?](#) →

**ingegnerealbano.com**

### Chi siamo

Team

Cronologia

Opportunità di lavoro

### Privacy

Privacy Policy

Termini e condizioni

Contattaci

### Social

Facebook

Instagram

Twitter/X

Progettato con [WordPress](#)

**Informativa sulla raccolta**

**Le tue preferenze relative alla privacy**

