科目 ________

長庚大學 [illegible] 答案用紙

____ 學年度 第 ____ 學期 ____ 考 ____________ 系 姓名 黃[illegible] 學號 B0729020

[1]

.1 $f_X(x) = C^{10}_{x}\left(\frac{10}{100}\right)^{x}\left(\frac{90}{100}\right)^{10-x}$ $(x = 0 \sim 10)$

.2 $E(X) = np = 10 \times \frac{1}{10} = 1$

.3 $std[X] = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{10 \times \frac{1}{10} \times \frac{9}{10}} = 0.9486$

.4 $f_Y(y) = \dfrac{C^{90}_{10-x}\, C^{10}_{x}}{C^{100}_{10}}$ $(x = 0 \sim 10)$

.5 $E[Y] + std[Y] = \frac{nK}{N} + \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{K}{N}\left(1-\frac{K}{N}\right)} = \frac{10 \times 10}{100} + \sqrt{\frac{100-10}{100-1} \times 10 \times \frac{10}{100} \times \left(1-\frac{10}{100}\right)}$

$= 1 + 0.9045 = 1.9045$

.6 $f_Z(z) = \binom{x-1}{k-1} p^k q^{x-k} = b^*(z; 5, 0.1) = C^{z-1}_{4} \times (0.1)^5 \times (0.9)^{z-5}$ $(5 \le z \le 100)$

[2]

.1 $f_W(w) = p(x; \lambda t) = \dfrac{e^{-\lambda t}(\lambda t)^x}{x!} = \dfrac{e^{-100} \times 100^{x}}{x!}$

$\lambda t = 1 \times 100 = 100$

.2 $E(W) + std(W) = \lambda t + \sqrt{\lambda t} = 100 + \sqrt{100} = 110$

.3 $P(\text{"}|W - E[W]| \le 2 \cdot std(W)\text{"}) = P(W \le 2 \cdot std(W) + E[W]) = P(W \le 130) = 0.9982$

$2 \cdot std(W) = 2 \times 10 = 20$ $20 + 110 = 130$

.4 $P(W > 120) = 1 - P(W \le 120) = 1 - \sum_{w=0}^{120} p(w; 100) = 1 - \sum_{w=0}^{120} \frac{e^{-100}\, 100^{w}}{w!} = 1 - 0.9773 = 0.0226$

.5 我認為該拒絕，因為從 .4 看幾乎為0，而且100天有超過120件，平均為每天1.2，最少情況下每天有可能2件

（請翻面繼續作答）

長庚大學 答案用紙

學年度 第 學期 考 系 姓名 學號 科目

[3]

$p(y \geq 10)$

.1 $= 1 - P(y \leq 9) = 1 - \sum_{x=0}^{5} \sum_{y=0}^{9} (y; N, 100, x)$ 。

$\leq 5\%$ defective：100个≤ 5个为缺的

N代表全部的批量

.2 接受，因為是机率問題，所以不会影響太多

[4] 令 $\lambda = np \rightarrow p = \frac{\lambda}{n}$

$B(x; n, p) = P(X=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

$\lim_{n\to\infty} P(X=k) = \lim_{n\to\infty} \frac{n!}{k!(n-k)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^k \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-k}$ 代λ

$= \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \lim_{n\to\infty} \underbrace{\frac{n!}{(n-k)!}\left(\frac{1}{n^k}\right)}\underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n}\underbrace{\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k}} = \left(\frac{\lambda^k}{k!}\right) \times 1 \cdot e^{-\lambda} \times 1 = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} = p(\lambda, k) = \underline{p(x, \mu)}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{n(n-1)(n-2)\cdots}{(n-k)(n-k-1)\cdots 1} \times \left(\frac{1}{n^k}\right) = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n}\right)\left(\frac{n-1}{n}\right)\cdots\frac{(n-k+1)}{n} = 1$

$e = \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ 令 $x = \frac{-n}{\lambda} \Rightarrow \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x(-\lambda)} = e^{-\lambda}$

$\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-k} = 1$

(請翻面繼續作答)