Position

每条信息x,y都可以转化成(x-1)/t+1=y,可以变形为 $\frac{x-1}{y-1} \le t < \frac{x-1}{y}$ 。

(注意特判y=1的情况)

将所有信息合并起来可以得到t的取值范围[l,r],如果 $\lfloor \frac{n-1}{l} \rfloor = \lfloor \frac{n-1}{r} \rfloor$,那么答案可以确定。

否则无法确定,如果l > r,则证明存在矛盾。

Game

我们可以看出,一个状态可以由n以及它的排列个数的奇偶性所确定。因为当排列个数为奇数时,如果我发现删掉任何一个字符都会导致失败,那么我会选择重新排列,但是对手也会选择重新排列,最终还是要我来删去一个字母,偶数时则可以由我决定让谁来删去一个字母。

尝试找规律:

首先n = 1时,先手必胜。

然后n=2时,如果排列个数为奇数个,那么先手必败,否则先手必胜。

然后n=3时, 先手必胜。

. . .

猜测规律为n为偶数,且排列数为奇数时先手必败,否则先手必胜。

考虑数学归纳法:

如果**n**为偶数,那么如果排列数为偶数,那么我可以决定让对方删掉一个字母,从而到达先手必胜的局面。如果排列数为奇数,那么不论如何,对手一定可以让我删掉一个字母到达他必胜的局面。

如果**n**为奇数,如果排列数为奇数,那么我一定能够去掉一个字母,使得新的字符串排列数还是奇数(后面详细证明);如果排列为偶数,那么我可以控制谁来删除字母,一定先手必胜。

证明:首先,一个长度为n的字符串,由k种字母组成,每个出现了 a_i 次,那么总的排列数等于 $\frac{n!}{a_1! \times \cdots \times a_k!}$ 。因为n是奇数,所以一定存在一个 a_i 为奇数。此时我们删除一个i字符,分子上2的数量不变,分母上2的数量也不变,所以新的排列数奇偶性不变。

Network

显然这是一个转移带环的dp, $dp[i] = \sum_{e[i]=i} dp[j] * w[j] + s[i]$ 。

直接的解决方法是高斯消元解方程。

但是注意到一个"联通块"由一个环和许多指向这个环的树组成,树的部分可以直接dp出来,最终就是要解环上的方程,每个方程都形如 $x_i = a * x_{i-1} + b$ 。我们只需要每次用 x_k 替换掉方程右边得 x_{k+1} ,走完一整个环以后就可以得到 $x_i = a * x_i + b$,从而解出 x_i ,代回去解出所有的dp值。