

# A study on Next-Generation Holographic Optical Metasurfaces

*Suyeon Choi*

## ***Abstract***

자연계에 존재하는 물질의 특성은 주기율표에 나와있는 원자 혹은 그 결합으로 이루어진 분자의 구조에 의해 결정된다. 따라서 자연계 물질이 가질 수 있는 특성들은 매우 제한적일 수 밖에 없다. 메타 표면이란, 빛의 성질을 임의적으로 조절하기 위해 임의로 제작된 평면 구조를 뜻한다. 이러한 구조는 기존의 자연계 물질들의 제한을 벗어나 기존에는 없었던 광학적 성질들을 다양하게 보여줬으며, 투명 망토, 차세대 광학 소자 등으로의 발전 가능성 또한 무궁무진할 것으로 기대되고 있다.

본 연구에서는 연구실의 신입생세미나에 참석하는 것을 시작으로 기초적인 광학과 전자기학에 대한 지식을 쌓고, 메타표면의 원리에 대해 공부하였다. 그리고 V자 모양의 nanorod를 이용한 메타표면, 쉽게 full phase control을 할 수 있는 PB Phase를 이용한 메타 표면과 원통 모양의 waveguide를 이용한 메타 표면에 대하여 공부하고, 이후에는 유한요소법 기반의 3차원 시뮬레이션 활용법을 습득하였다. 그리고 직접 시뮬레이션을 해보면서 선행 연구를 재현해보고 분석하였다. 분석한 내용을 토대로 기존에 있던 메타표면 문제점과 한계에 대하여 논의해 보았다.

# 목 차

## 1. Background

### 1.1 Optics

- 1) Basic optics (Ray optics)
- 2) Polarization optics
  - A. 편광
  - B. 타원 편광
  - C. 선편광과 원편광
  - D. Poincaré Sphere와 Stokes parameter
  - E. Jones vector와 Jones matrix

### 1.2 Meta surface

- 1) 메타 표면의 원리
- 2) Multi-Resonance Metasurfaces
- 3) Pancharatnam-Berry Phase Metasurfaces
- 4) 유전체를 이용한 메타표면 (2015)
- 5) 파장이하의 해상도를 갖는 가시광선영역의 메타렌즈 (2016)
- 6) 단일파장수차를 교정한 메타표면 doublet기반 축소 광학 카메라 (2016)

### 1.3 Simulation Method

- 1) COMSOL Multiphysics
- 2) Finite element method (FEM)

## 2. Simulation result

- 2.1 Simulation with Geometric phase metasurface
- 2.2 Simulation with titanium dioxide metasurfaces
- 2.3 Simulation with V-shaped nanorods metasurfaces

## 3. Discussion

## 4. Reference

# 1. Background

## 1.1 Optics

### 1) Basic optics (Ray optics)

빛의 이론 중 가장 간단한 것이 Ray optics이다. 각각의 Optics는 빛은 광선의 형태로 진행한다. 다른 매질에서 진행하는 광선들은 기하학적인 법칙을 따르기도 한다. 따라서 Ray optics는 기하 광학(geometrical optics)라고 불리기도 한다.

기하 광학의 많은 법칙들은 광선의 위치와 방향과 많은 관련이 있다. 즉, 각각의 지점에서의 그들의 방향 전환이나 굴절에 관한 법칙의 집합이라고 할 수 있다. 또한 광학 소자들은 대부분 광축에 몰려있다. 그러한 광선들은 근축 광선이라고 불리기도 한다. 이러한 가정들은 근축 광학의 기본이 된다. 이렇게 근축 광선으로 가정하면서 광학 시스템을  $2 \times 2$ -행렬 연산을 통해 더 효율적으로 기술할 수도 있다.

기하광학의 기본적인 가정들은 다음과 같다.

- 빛은 광선의 형태로 진행한다.
- 광학적 매질은 굴절률이라고 불리는  $n \geq 1$ 이라는 양으로 특징지어진다. 이 매질에서 진행하는 빛의 속도  $c_0$ 와 진공에서의 빛의 속도  $c$ 에 대해서 굴절률  $n = c_0/c$ 로 정의된다.
- 따라서, 거리  $d$ 만큼 진행하는데 걸리는 시간은  $d/c = nd/c_0$ 이다. 이는  $nd$ 에 비례하는데, 이는 광경로라고 불린다.
- 균일하지 않은 매질에서 굴절률  $n(\vec{r})$ 은 위치  $\vec{r} = (x, y, z)$ 의 함수이다. 두 지점 A와 B 사이의 경로가 주어졌을 때 광경로(Optical pathlength)는 다음과 같이 주어진다.

$$\text{Optical pathlength} = \int_A^B n(\vec{r}) ds$$

#### - 페르마의 원리

광선이 두 지점 A와 B 사이를 진행할 때의 광경로는 이웃한 경로의 광경로의 극값이다. 즉 수학적으로

$$\delta \int_A^B n(\vec{r}) ds = 0 \text{ 이다.}$$

이것은 짧게 다음과 같이 기술될 수 있다.

빛은 최소 시간(최소 광경로)을 들여 진행한다.

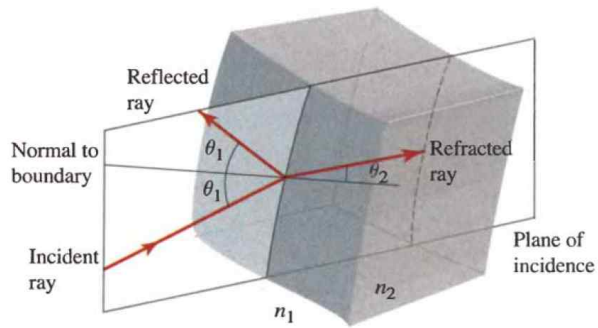


Fig 1. 경계면에서의 반사와 굴절

페르마의 원리에 따라 빛이 경계면에서 굴절하고 반사할 때는 그림과 같이 (1) 입사각과 반사각이 같고, (2) 굴절할 때는 Snell의 법칙을 따른다.

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \text{ (Snell의 법칙)}$$

#### - 기본적인 광학 소자들

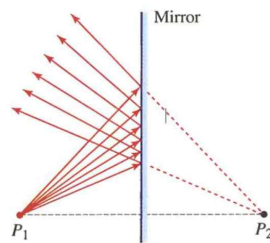


Fig 2. 평면 거울

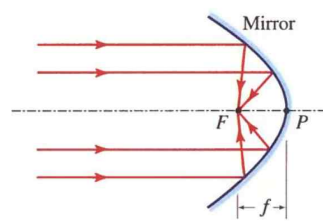


Fig 3. 포물선 거울

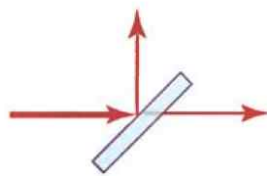


Fig 4. Beam splitter

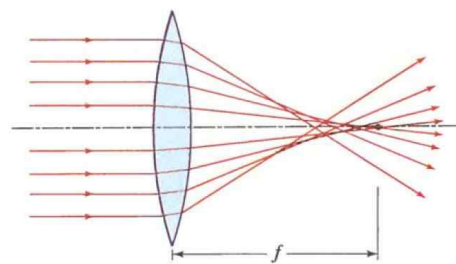


Fig 5. 볼록 렌즈

## 2) Polarization Optics

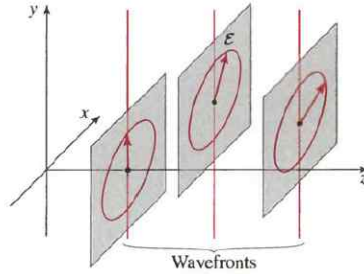


Fig 6. 평면파의 진행과 그 편광

어떤 지점  $\vec{r}$ 에서의 빛의 편광은 전기장  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ 의 시간에 따른 궤적으로 결정된다. 간단한 매질에서, 이 벡터는 파면에 나란하다. 단일파장의 빛에서는 일반적으로  $\vec{E}$ 를 이루는 두 basis의 진폭과 위상이 서로 다르므로, 그 궤적은 타원을 이루게 된다.

평면파에서는, 진행방향에 따라 파면이 평행하고, 편광이 어디에서나 동일하다. (Fig 6) 따라서 평면파는 하나의 타원으로 기술할 수 있고, 이럴 경우 **타원 편광** 되어있다고 말한다. 또한 편광타원의 orientation과 이심률  $\epsilon$ 은 평면파의 편광 상태를 결정한다. 또한 이러한 타원 궤적이 일직선이나 원이 되었을 때 그 파동은 각각 **선편광** 혹은 **원편광** 되었다고 말한다.

편광은 일반적으로 빛이 매질과 상호작용할 때 매우 중요한 역할을 한다. 그 예는 다음과 같다.

- 두 물질의 경계에서 반사되는 빛의 양은 입사광의 편광에 의존한다.
- 어떤 물질에서 흡수되는 빛의 양 또한 편광에 의존한다.
- 매질에서 산란되는 빛 또한 일반적으로 편광에 의존한다.
- 비등방성 물질에서의 굴절을 또한 편광에 의존한다. 다른 편광 상태를 갖고 진행하는 빛은 그 물질에서 다른 속도로 진행하고 다른 위상변화를 겪는다. 따라서 편광 타원이 변하게 된다. 이러한 성질은 많은 광학 소자에서 쓰인다.

### A. 편광

진동수  $\nu$ 의 빛이  $z$ 축 방향으로  $c$ 의 속도로 진행할 때, 빛의 전기장과 그 복소 진폭은  $xy$ 평면상에 놓이고 일반적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re} \left\{ \vec{A} \exp \left[ j\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right] \right\}, \quad \vec{A} = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}$$

이 파동의 편광을 기술하기 위해서 우리는 각 지점  $z$ 에서의  $\vec{E}$ 의 끝점을 시간의 함수로 추적하면 된다.

### B. 타원 편광

$\vec{E}$ 의 각 방향 성분을  $A_x$ 와  $A_y$ 의 진폭과 위상 ( $A_x = \alpha_x \exp(j\varphi_x), A_y = \alpha_y \exp(j\varphi_y)$ )으로 나타내면 다음과 같다.

$$E_x = \alpha_x \cos[\omega(t - \frac{z}{c}) + \varphi_x], \quad E_y = \alpha_y \cos[\omega(t - \frac{z}{c}) + \varphi_y] \quad (4)$$

여기서  $t - \frac{z}{c}$ 를 소거하면, 위상차  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ 에 대해 다음과 같다.

$$\frac{E_x^2}{\alpha_x^2} + \frac{E_y^2}{\alpha_y^2} - 2\cos\varphi \frac{E_x E_y}{\alpha_x \alpha_y} = \sin^2\varphi$$

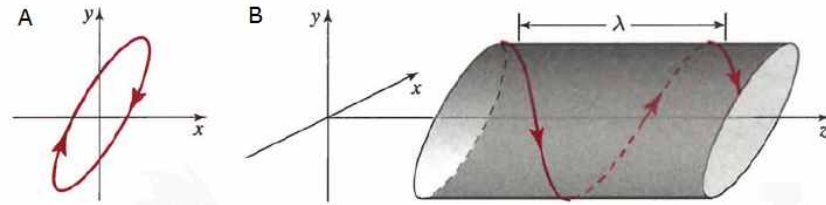
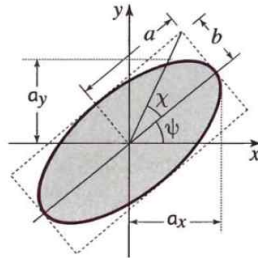


Fig 7. (A) 타원편광의 궤적 (B) +z로 진행하는 타원편광된 빛

위 식은 주어진  $z$ 에서  $E$ 벡터는 주기적으로 타원 궤적을 그리며 회전한다는 것을 나타낸다. 또한 고정된 시간  $t$ 에서 다음과 같은 전기장 벡터가 이루는 궤적은 Fig 7-B와 같이 나선이 된다.

편광 상태는 타원 궤적의 모양과 orientation으로 인해 결정된다. 그 모양과 원점은, Fig 8와 같이 두 변수  $\chi$ 와  $\psi$ 로 나타낼 수도 있다.  $\psi$ 는 타원의 주축의 방향을 나타내고,  $\chi$ 는 이심율을 결정하는 지표가 된다. 진폭의 비  $r = \alpha_y/\alpha_x$ 와 위상차이  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ 에 대해서  $\chi$ 와  $\psi$ 는 다음과 같은 관계식을 따른다.



$$\tan 2\psi = \frac{2r}{1-r^2} \cos\varphi,$$

$$\sin 2\chi = \frac{2r}{1+r^2} \sin\varphi$$

Fig 8. 타원의 표현

### C. 선편광

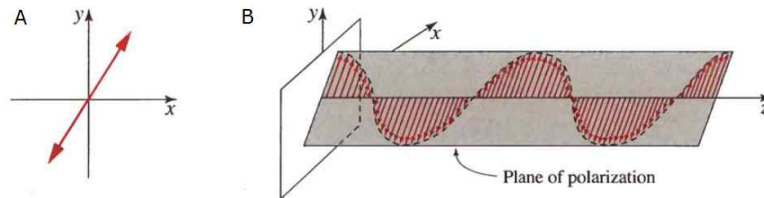


Fig 9. (A) 선편광의 궤적 (B) +z로 진행하는 선편광된 빛

만약 진폭의 한 성분이 없어진다면 (예를 들어,  $\alpha_x = 0$ ) 빛은 선편광 될 것이다. 또한 각 성분의 위상차  $\varphi = 0$  or  $\pi$ 일 경우에도 방정식 (4)로부터  $E_y = \pm(\alpha_y/\alpha_x)E_x$ 가 되면서 전기장의 궤적이 직선이 되어 선편광 됨을 알 수 있

다. 위와 같은 경우에 Fig 7-B의 타원 원통은 Fig 9-B와 같이 평면이 됨을 알 수 있다.

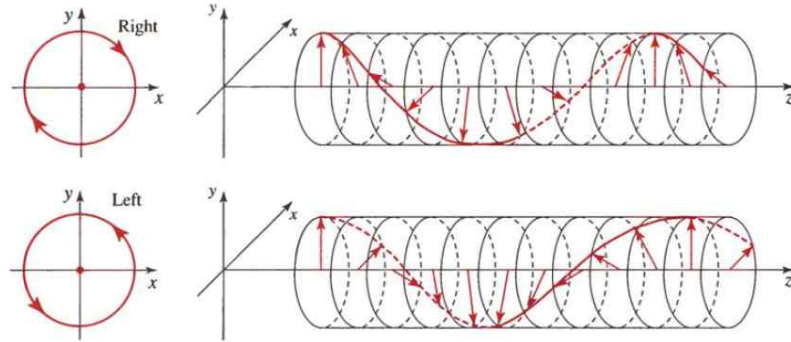


Fig 10. (A) 원편광의 궤적 (B) +z로 진행하는 원편광된 빛

만약  $\varphi = \pm \pi/2$ 이고,  $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_0$ 일 경우, 방정식 (4)로부터  $E_x^2 + E_y^2 = \alpha_0^2$ 가 되고 전기장의 궤적이 원을 이루는 것을 알 수 있다. 이 때  $\varphi = +\pi/2$ 인 경우와  $\varphi = -\pi/2$ 인 경우 전기장이 회전하는 방향이 반대임을 알 수 있다.  $\varphi = +\pi/2$ 인 경우에 시계방향으로 회전하는데, 이 경우 오른쪽으로 원편광 (right circularly polarized, RCP) 되었다고 하고, 그 반대의 경우 왼쪽으로 원편광 (left circularly polarized, LCP) 되었다고 한다. 각각의 경우는 Fig 10과 같다.

#### D. Poincaré Sphere와 Stokes parameter

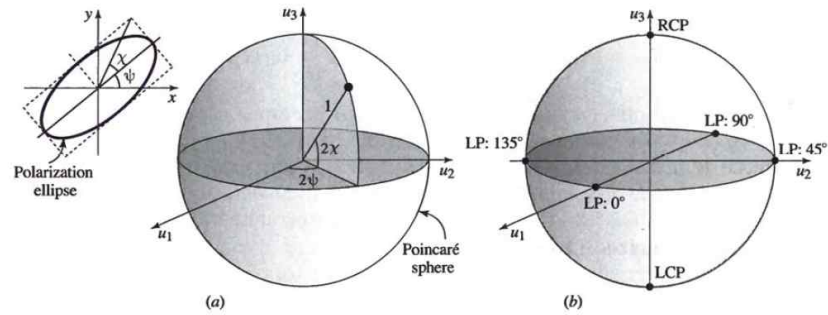


Fig 11. (a) Poincaré Sphere의 표현 (b) 구표면 위에 각 종류의 편광의 위치

빛의 편광 상태는 두 전기장 성분의 진폭 비  $r = \alpha_y/\alpha_x$ 와 위상차이  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ 로 기술될 수 있다. 또한, 1.4-B.에서 언급하였듯이 이러한 편광 상태를 다른 변수  $\chi$ 와  $\psi$ 로 표현할 수도 있다. **Poincaré Sphere**는 이러한 편광상태를 반지름 1인 구면 위에 표현하는 것이다. ( $r = 1, \theta = 90^\circ - 2\chi, \phi = 2\psi$ ) 구면위의 각 점은 빛의 편광 상태를 나타낸다. 예를 들어, 적도면( $\chi = 0^\circ$ )위의 점은 선편광 상태를 나타낸다. ( $\because \chi = 0 \leftrightarrow \varphi = 0$  이기 때문) 반대로 북극점과 남극점 ( $2\chi = \pm 90^\circ$ )은 각각 RCP와 LCP를 나타낸다. 이외에 다른 점들은 일반적인 타원 편광된 빛을 나타낸다.

위의 Poincaré Sphere가 편광 상태를 알려주긴 하지만, 파동의 세기 정보를 담고 있지는 않다. 이러한 정보까지 담고 있는 표현을 Stokes Vector.라고 한다. Stokes Vector는 Stokes parameter라고 불리는 4개의 실수의 집합이다.  $(S_0, S_1, S_2, S_3)$  이 때  $S_0 = \alpha_x^2 + \alpha_y^2$ 는 파동의 세기 정보를 담고 있고, 나머지  $S_1, S_2, S_3$ 는 직교좌표계 값으로 Poincaré Sphere상의 위치를 표현한다. 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S_0 &= \alpha_x^2 + \alpha_y^2 &= |A_x|^2 + |A_y|^2 \\ S_1 &= \alpha_x^2 - \alpha_y^2 &= |A_x|^2 - |A_y|^2 \\ S_2 &= 2\alpha_x\alpha_y\cos\varphi = 2\text{Re}\{A_x^*A_y\} \\ S_3 &= 2\alpha_x\alpha_y\sin\varphi = 2\text{Im}\{A_x^*A_y\} \end{aligned}$$

$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_0^2$ 이므로, Stokes vector의 세 성분만이 독립적이다. 이 Stokes vector로는 완전히 빛의 편광상태와 세기를 기술할 수 있다.

#### E. Jones vector와 Jones Matrix

이전에 언급하였던(1.2-B), 단일 파장의 복소 진폭  $A_x = \alpha_x \exp(j\varphi_x)$ 와  $A_y = \alpha_y \exp(j\varphi_y)$ 에 대하여 Jones vector를 다음과 같이 정의한다.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}$$

$\mathbf{J}$ 가 주어지면, 파동의 세기를 결정할 수 있고, 진폭비와 위상차이를 이용하여 편광 타원의 모양과 orientation을 결정할 수 있으므로, Poincaré Sphere상의 위치와 Stokes parameter도 결정 가능하다. 표 X는 세기가 1로 정규화 되어있고 x성분의 위상이 0인 파동들의 여러 편광상태를 Jones vector로 나타낸 것이다.

LP in x direction $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$		LP at angle $\theta$ $\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$	
RCP $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}$		LCP $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix}$	

Fig 12. 정규화된 여러 편광상태의 파동

Jones vector  $\mathbf{J}_1$ 과  $\mathbf{J}_2$ 로 나타낸 두 편광상태에 대하여 두 vector의 내적이 0인 경우 두 편광상태를 서로 orthogonal하다고 말한다. 내적은 다음과 같이 정의된다.

$\mathbf{J}_i$ 의 각 성분이  $A_{ix}, A_{iy}$ 일 때,

$$(\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2) = A_{1x}A_{2x}^* + A_{1y}A_{2y}^*$$

또한 임의의 Jones vector  $\mathbf{J}$ 는 항상 orthogonal한 두 Jones vector  $\mathbf{J}_1$ 과  $\mathbf{J}_2$ 의 선형결합으로 나타내어질 수 있다.



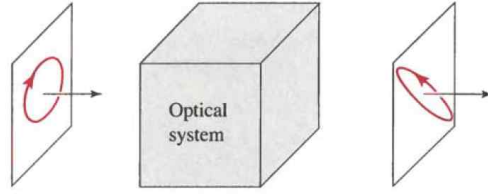


Fig 13. 평면파의 편광을 바꾸는 광학시스템

임의의 편광을 갖는 평면파가 광학 시스템을 통과하는 상황을 생각해보자. 이 때 광학 시스템이 평면파의 성질은 그대로 둔 채, 편광만 바꾼다면 Fig 13과 같이 나타낼 수 있다. 이 때 시스템이 선형이라면 입사하는 편광 vector  $J_1$ 과 투과된 vector  $J_2$ 에 대하여 두 벡터의 복소수 진폭 성분을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{2x} &= T_{11}A_{1x} + T_{12}A_{1y} \\ A_{2y} &= T_{21}A_{1x} + T_{22}A_{1y}, \end{aligned} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} A_{2x} \\ A_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1x} \\ A_{1y} \end{bmatrix}$$

이 때  $T_{11} \sim T_{22}$ 를 각 성분으로 갖는 행렬  $T$ 를 Jones matrix라고 한다. 어떤 광학 시스템의  $T$ 가 주어지게 되면 이 시스템의 편광상태와 파동의 세기에 미치는 영향을 결정할 수 있다. 파장판, 선형편광자 같은 광학시스템을  $T$ 로 간단히 나타낼 수 있다.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-j\Gamma} \end{bmatrix}, \quad T_R (= R(\theta)) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

예를 들어,  $T_1$ 으로 표현되는 광학시스템에  $(A_{1x}, A_{1y})$ 가 입사되는 상황을 생각해 보면 항상  $(A_{1x}, 0)$ 으로 x방향 편광된 빛이 출력될 것이다. 즉 x방향으로 편광된 빛이 출력되므로 x방향 편광자의 Jones matrix는  $T_1$ 이 된다. 또한, y성분을 위상  $\Gamma$ 만큼 지연시켜주는 파장판의 Jones matrix는  $T_2$ 와 같이 나타낼 수 있다. 파장판이 파동을 다른 편광상태로 바꾸는 반면, 편광 회전자는 항상 선편광을 유지시켜주지만 편광의 평면을 특정 각도  $\theta$ 만큼 바꿔주게 된다. 편광 회전자의 Jones matrix는  $T_R$ 과 같다.  $T_R$ 로 표현된 시스템은  $\begin{bmatrix} \cos\theta_1 \\ \sin\theta_1 \end{bmatrix}$ 로 선편광된 빛을  $\begin{bmatrix} \cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 \end{bmatrix}$ 로 바꿔주는 것을 간단한 계산을 통하여 구할 수 있다. 즉  $T_R$ 은 선편광된 빛의 편광평면을  $\theta$ 만큼 회전시켜준다.

만약 시스템 2개( $T_1, T_2$ )가 직렬로 연결되어 있다면, 첫 번째 시스템의 출력이 두 번째 시스템의 입력으로 들어가므로 두 직렬 시스템의 Jones matrix는  $T = T_2 T_1$ 이 된다. 이러한 성질을 이용하면 방향을 바꿔  $T'$ 에서 해석하기 편한 system이 있을 때  $T = R(-\theta)T'R(\theta)$ 로 좌표변환을 통해 해석할 수도 있다.

## F. S-parameter

S(scattering) parameter는 RF에서 가장 널리 사용되는 회로 결과값이다. S-parameter는 주파수분포상에서 입력전압(혹은 전기장)대 출력전압(혹은 전기장)의 비를 의미한다. 예를 들어 S21은 1번 port에서 입력한 전기장과 2번 port에서 출력된 전기장의 비율을 의미한다.

$$S_{ab} = \frac{E_a^-}{E_b^+} \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

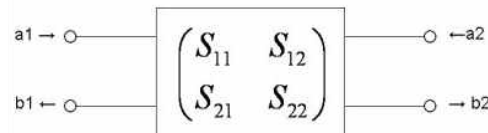


Fig 14. S-parameter, a:입력, b:출력

simulation에서 S-parameter를 이용하여 산란된 빛의 진폭 비율, 위상 차이를 구할 수 있다.

## 1.2 Metasurfaces

메타물질(Metamaterials, MMs)란 인공적인 3차원 합성 나노구조로써, 여러 자연계의 물질에서 얻을 수 없는 새롭고 다양한 광학적 성질들을 가지고 있다. 우리는 메타물질을 이용하여 전자기파를 새로운 방법으로 제어할 수 있다. 하지만, 이것의 복잡한 3차원 구조와 금속에서의 에너지 손실 때문에 아직 이러한 메타물질의 잠재적 성질들이 실제로 응용사례로 구현되기는 어렵다. 이러한 메타물질의 차원을 1차원 낮추어 표면에서 이러한 나노구조를 구현한 것을 **메타표면(Metasurfaces)** 이라고 한다.

### 1) 메타표면의 원리

렌즈나 프리즘 등이 빛의 진행 방향을 바꾸는 것 (파면의 모양을 바꾸는 것)은 빛이 진행하면서 광경로(Optical path)가 계속 증가하는데, 이러한 변화량을 점진적으로 변화시키기 때문이다. 하지만 이러한 광경로에 점진적인 변화가 아닌 급격한 변화가 생길 경우, 파면을 제어하는 새로운 방법을 얻을 수 있다.

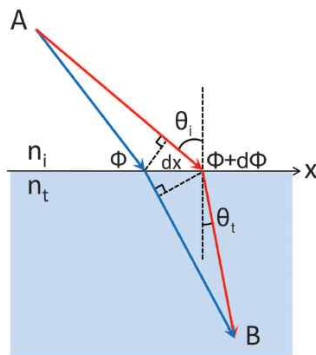


Fig 15. abrupt phase shift

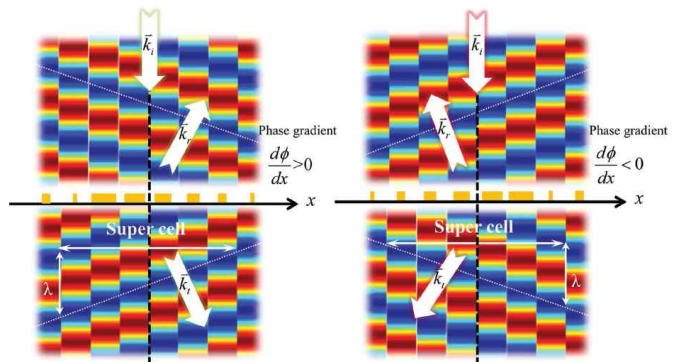


Fig 16. anomalous refraction / reflection

Fig 15. 와 같이 A지점에서 B지점까지 빛이 진행하는 과정을 생각해보자. 이때 굴절률  $n_i$ 의 매질과 굴절률  $n_t$ 를 지날 때 표면에서 급격한 위상변화  $\Phi(\vec{r}_s)$ 가 있다고 하면, A에서 B로 갈 때의 위상변화는  $\Phi(\vec{r}_s) + \int_A^B \vec{k} \cdot d\vec{r}$ 이 된다. 빛이 진행할 때 위상차이가 극값을 갖도록 진행한다. (광경로가 극값을 가짐) 즉, 빛이 파란색 빛으로 진행할 때 이웃한 경로(빨간색) 과의 위상변화의 차이는 0이 된다. 식으로 쓰면

$$[k_0 n_i \sin(\theta_i) dx + (\Phi + d\Phi)] - [k_0 n_t \sin(\theta_t) dx + \Phi] = 0$$

$$\sin(\theta_t) n_t - \sin(\theta_i) n_i = \frac{\lambda_0}{2\pi} \frac{d\Phi}{dx} \quad (\text{with } k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}) \quad (1)$$

이 되고, 방정식 (1) 는 경계면에서의 우리가 기존에 알고 있던 스넬의 법칙의 일반화 된 버전이 된다. 빛이 입사하여 반사할 때에도 같은 원리로 다음과 같은 일반화된 반사의 법칙을 유도할 수 있다.

$$\sin(\theta_r) n_r - \sin(\theta_i) n_i = \frac{\lambda_0}{2\pi n_i} \frac{d\Phi}{dx} \quad (2)$$

Fig 16과 같이 x축을 따라 있는 메타표면에 빛이 수직입사를 하면  $\frac{d\Phi}{dx}$  값을 조절함에 따라 빛의 반사 방향, 굴절 방향이 임의대로 바꿀 수 있다. 이렇게 각 표면에서의 급격한 위상 차이  $\Phi$ 를 메타표면상에서의 좌표  $\vec{r}$ 에 따라 변화시켜 주면 빛의 진행 방향을 임의대로 조절할 수 있다. 이 때 이러한 표면에서의 위상 차이를 만들어 주는 방법에 따라 메타표면을 다음과 같이 분류할 수 있다.

## 2) Multi-resonance Metasurfaces

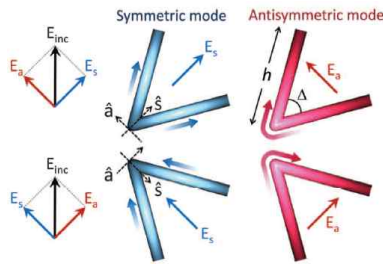


Fig 17. Multi-resonance modes.



Fig 18. unit cell schematic and 좌표축의 설정

Multi-resonance Metasurfaces는 첫 번째로 제시된 나노구조로써, Fig 17와 같이 같은 길이의 두 나노막대가 V자 모양을 이루어 표면위에 배열 되는 것이다. 이 때 이 나노막대의 길이와 중심 각도에 따라  $0 \sim 2\pi$ 까지 위상 차이를 만들어 낼 수 있다. 이러한 V자모양 안테나는 전류 분포에 따라 symmetric mode와 antisymmetric mode의 두 개의 진동 모드를 가지게 된다. 이 때 Fig 17처럼 대칭 이 때 그림과 같이 전기장이 V자 구조의 대칭 축 방향으로 입사될 때 대칭 모드로 진동을 하고, 수직할 때는 비대칭 모드로 진동하게 된다. 전기장이 대칭 축 방

향이나 그에 수직한 방향이 아닌 임의의 방향으로 입사할 때는 두 개의 공명이 동시에 진동하게 되고, 이러한 두 **eigenmodes**의 혼합은 경계를 지나면서 산란될 때 두 가지 편광모드를 만든다.

예를 들어 Fig 18과 같이 y축에  $\alpha$ 의 각도로 편광된 전기장이 입사하였을 때 ① 하나는 입사한 방향과 같은  $\alpha$ 방향의 편광을 갖고, ②다른 하나는 y축에서  $(2\beta-\alpha)$  방향으로 편광된 것이다. 이 때 이 구조를 처음으로 제안한 논문 **Light Propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction** (Yu et al. 2011) 에서는  $\beta=45^\circ$ ,  $\alpha=0$  or  $90^\circ$  로 두어 x축과 y축의 두 편광 상태의 빛을 입사/산란하여 막대의 구조를 변화함에 따라  $2\pi$ 의 full-phase control이 가능하게 하였다.

위와 같은 결과를 본 연구에서는 COMSOL프로그램을 이용하여 위와 같은 메타표면에 대하여 시뮬레이션하고, 분석하였다. (2.3)

### 3) Pancharatnam-Berry Phase Metasurfaces

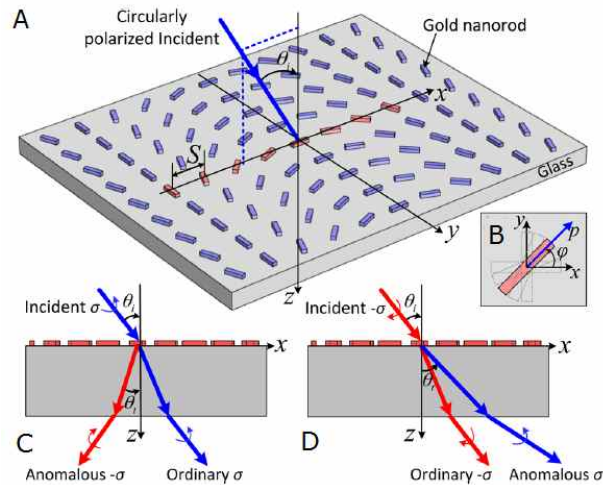


Fig 19. PB-Phase, 원편광된 빛의 anomalous refraction.

Multi-resonance Metasurfaces의 경우 V-shaped Antenna의 h나  $\Delta$ 값이 섬세하게 조절되어야 하는 단점이 있다. 또한 파장에 따라 공명 조건이 다르므로 예상한 파장이 아닌 임의의 파장에서는 예상하지 않은 위상변화를 일으키고, 그때의 진폭비 또한 일정하지 않다.

Pancharatnam-Berry Phase에서는 동일한 기하구조를 가진 nanorod를 반복적으로 orientation angle만 변화시키면서 원편광된 빛의 위상변화와 파면을 제어할 수 있다. 만약 원편광된 빛이 Fig 19-B와 같이 x축에서  $\varphi$ 만큼 회전한 nanorod에 입사하였을 때 산란된 전기장은 근사적으로 다음 식과 같다. ([3])

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{rad} \approx & \alpha_e k^2 e^{ikr} \left[ \frac{\cos \theta \cos \xi + 1}{4} \mathbf{E}_u^\sigma \right. \\ & \left. + \frac{(\cos \theta + 1)(\cos \xi + 1)}{8} \mathbf{E}_u^{-\sigma} e^{+i2\varphi} \right] \end{aligned}$$

이 때 r은 nanorod로부터의 거리, k는 파수,  $\alpha_e$ 는 rod의 쌍극자모멘트,  $\theta$ 와  $\xi$ 는 각 각 입사각과 관찰각이다. 또한  $\mathbf{E}_u^{\pm\sigma} = (\cos \xi \mathbf{e}_x \pm \sin \xi \mathbf{e}_y - \sin \theta \mathbf{e}_z)$ 이다. 위 방정식은 원편광

으로 입사한 파동은 입사광과 같은 편광을 갖는 파동과, 반대로  $\Delta\phi = 2\sigma\varphi$  원편광된 파동으로 산란된다는 것을 의미한다.  $\sigma = \pm 1$ 인데, 이는 각각 입사광이 RCP인 경우와 LCP인 경우에 해당한다. 이러한 위상 차이는 Pancharatnam-Berry (PB) phase의 맥락에서 이해 가능하다.

본 연구에서는 이러한 PB-Phase 중 원편광된 빛이 경계면에 수직 입사한 경우에 대하여 Simulation하였다. 비등방성 nanorod의 각 주축 방향 복소수 투과계수를  $t_0$ 와  $t_e$ 라고 하였을 때, 만약 nanorod가 Fig 19-B와 같이 x축으로부터  $\varphi$ 만큼 회전하였다면, 그 nanostructure의 투과계수는 rotation maxrix  $R(\varphi)$ 와 Jones Matrix로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{t}(\varphi) &= R(-\varphi) \begin{pmatrix} t_0 & 0 \\ 0 & t_e \end{pmatrix} R(\varphi) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_0 & 0 \\ 0 & t_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}\end{aligned}$$

이 때 LCP와 RCP  $\hat{E}_{L/R} = (\hat{e}_x \pm i\hat{e}_y)/\sqrt{2}$ 에 대하여 투과된 전기장은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$E_{L/R}^t = \hat{t}(\varphi) \cdot \hat{E}_{L/R} = \frac{t_0 + t_e}{2} \hat{E}_{L/R} + \frac{t_0 - t_e}{2} e^{+i2\varphi} \hat{E}_{R/L}$$

위 방정식은 원편광된 빛이 입사하였을 때 산란된 빛 중 반대방향 원편광 전기장은 nanorod가 회전한 각도  $\varphi$ 에 대하여 PB phase( $\pm 2\varphi$ )만큼 위상이 변화한다는 것을 의미한다. 따라서 nanorod를  $0 \sim \pi$ 의 각도로 회전 시키면서 full-phase control을 얻을 수 있다.

#### 4) 유전체를 이용한 메타표면 (2015)

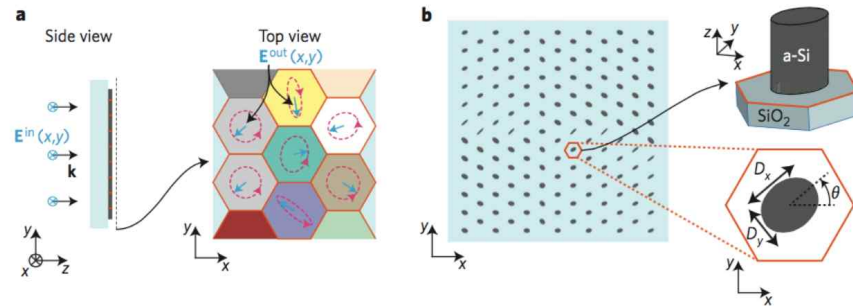


Fig 20. a. Schematic의 side view. b. 메타표면의 top view와 각 pixel의 구조.

입력광과 출력광 사이의 편광 관계를 나타내는 Jones matrix에 대하여, Jones matrix가 symmetric하고 unitary한 system을 구현한다면 임의의 입력광에 대하여 원하는 편광과 위상을 얻을 수 있다는 원리를 이용하면 타원모양의 유전체(a-Si) nanopost를 이용하여 full-phase control이 가능한 메타표면을 구현할 수 있다. (Arbabi, 2015) 이 때 타원의 장축과 단축의 길이  $D_x$ 와  $D_y$ 를 조절하면 복굴절로 인한 위상변화  $\phi_x, \phi_y$ 를 적절히 구할 수 있고(Fig 21), 여기에 nanopost의 orientation을 변화시키면 Jones matrix가 symmetric하고 unitary한 system을 구현할 수 있다.

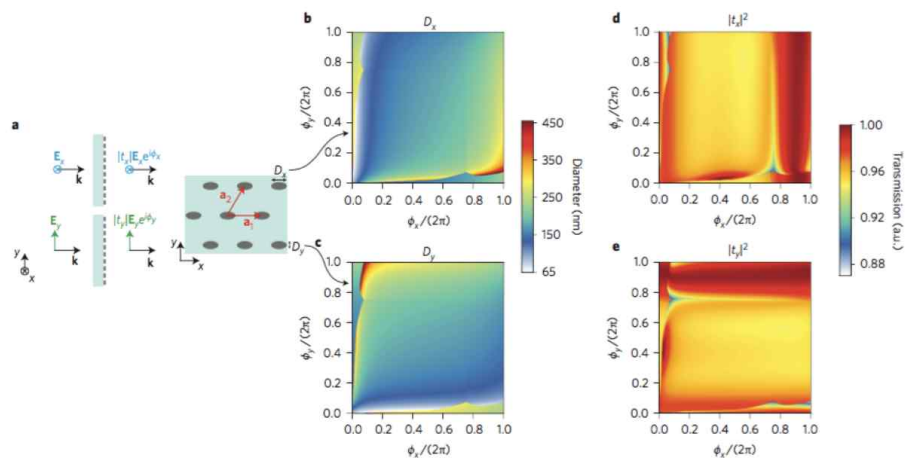


Fig 21.  $D_x$ 와  $D_y$ 를 변화시켜가며 x방향과 y방향 위상변화  $\phi_x, \phi_y$ 를 조절할 수 있다.

이 system의 장점은 multi-resonance metasurface등과 비교하여 높은 투과계수  $|t|^2$ 를 가진다는 것이다. full-phase control이 가능하므로 다양한 광학소자를 구현할 수 있다. (Fig 22)

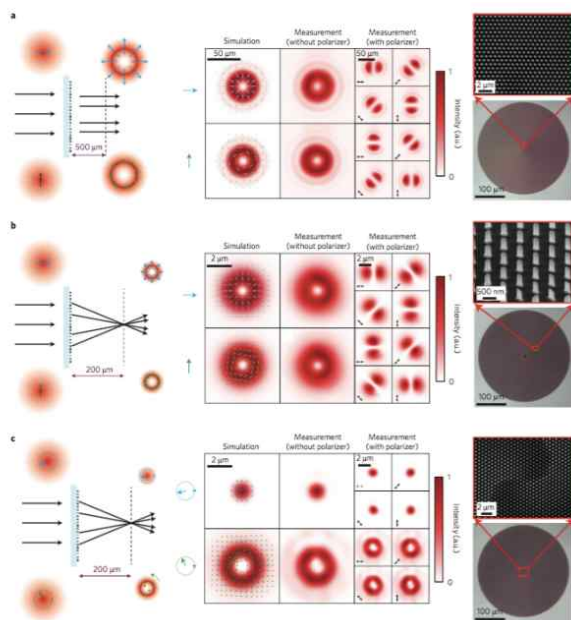


Fig. 22. Devices for highly efficient vector beam generation. **a.** 선편광된 빛을 radially, 혹은 azimuthally한 편광으로 바꿔주는 device. **b.** a.에 추가로  $200\mu m$  거리에 focusing을 하는 device. **c.** 편광방향에 따라 초점을 제어하는 device.

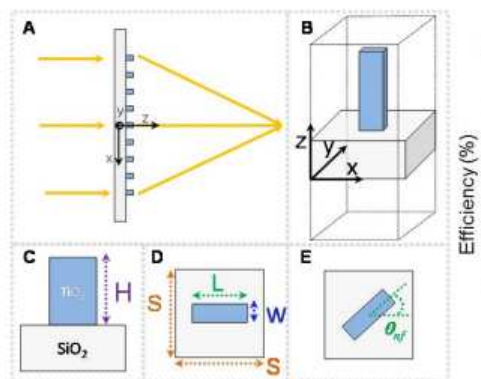


Fig 23. 렌즈의 schematic.

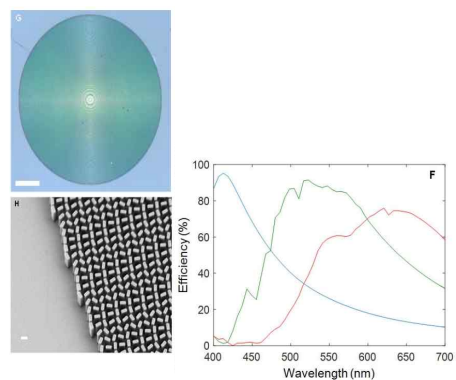


Fig 24. 렌즈사진과 파장에 따른 효율.



## 5) 파장이하의 해상도를 갖는 가시광선영역의 메타렌즈 (2016)

광학계(렌즈)의 해상도를 결정하는 것은 NA(Numerical Aperture)와 사용하는 파장값이다. 그러나 큰 NA의 렌즈를 제작하는 것은 부피가 크고 비싼데, 메타표면은 기존의 이런 렌즈를 평면구조로 바꿔줄 수 있기 때문에 부피적인 측면에서 매우 유리하다. Khorasaninejad는 SiO<sub>2</sub>위에 TiO<sub>2</sub> nanorod를 올린 structure(Fig 23)의 메타표면으로 NA값이 크고 해상도가 좋은 렌즈를 구현하였다.

Fig 23-A의 schematic처럼 메타표면이 구면렌즈의 동작을 하려면, 메타표면의 각 지점이 만드는 위상이 다음 식을 만족해야 한다.

$$\varphi_{nf}(x,y) = \frac{2\pi}{\lambda_d} (f - \sqrt{x^2 + y^2 + f^2})$$

이 때 geometric phase에 의하면 nanorod의 orientation이  $\theta$ 만큼 회전하였을 때, 각 rod가 만드는 phase shift  $\varphi_{nf} = 2\theta$ 이므로,  $(x,y)$  지점의 orientation을

$$\theta_{nf}(x,y) = \frac{\pi}{\lambda_d} (f - \sqrt{x^2 + y^2 + f^2})$$

를 만족하도록 회전시켜가며 렌즈를 만든 결과 (Fig 24) 파장이하의 해상도를 얻는 렌즈를 구현할 수 있었다(Fig 25).

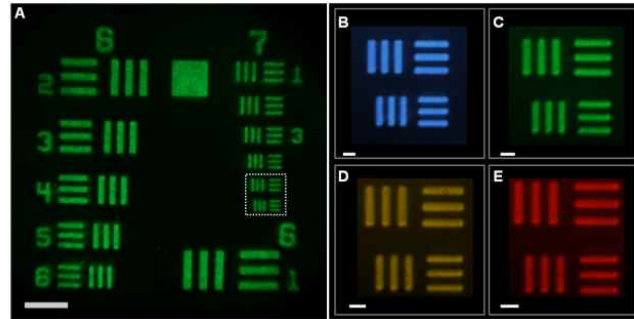


Fig 25. Imaging with a metalens designed at  $\lambda = 532\text{nm}$ .

## 6) 단일파장수차를 교정한 메타표면 doublet기반 축소 광학 카메라 (2016)

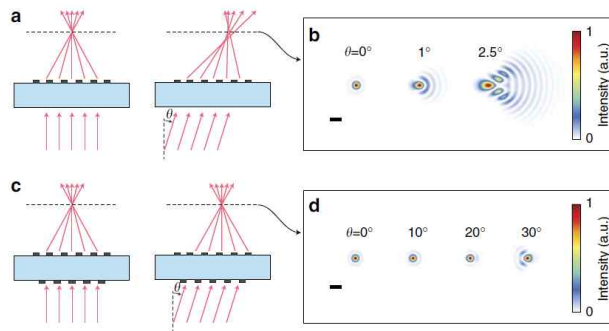


Fig 26. (a) 메타표면 단일층으로 이루어진 렌즈는 수직입사광에 대해서는 상을 잘 맺지만 (b) 기울어진 입사광에 대해서는 상을 잘 맺지 못한다. (c),(d) 이 때 메타표면을 이중으로 만들어 이러한 수차를 교정할 수 있다.

카메라, 분광계, 현미경 같은 광학 device들은 여러 개의 렌즈, 필터, 회절격자

같은 광학 소자들로 이루어진다. 이 때 각각의 광학 소자들을 따로 가공하여 device를 만들기 위해 정렬하기에는 굉장한 어려움이 있다. 따라서 이러한 광학 시스템들의 크기를 줄이기가 힘들다. 그러나, 최근 들어 모바일, 웨어러블 그리고 소형 의료용 기기의 수요가 늘고 있고, 동시에 낮은 가격의 축소된 광학 시스템의 수요가 늘고 있다. 메타표면은 기존의 광학소자들과 비교하였을 때 크기 면에서 매우 유리하다. 또한 메타표면은 파장보다 작은 해상도에서 파면을 조절할 수 있으므로 여러 종류의 광학 소자에 쓰일 수 있다.

메타표면 단일 층으로 이루어진 광학소자는 수직입사광에 대해서는 초점을 잘 맺지만, 단일 파장 수차(코마, 난시)가 존재한다는 문제점이 있어 시야각이 좁고, 상을 맺는 device에 적용하기 어렵다. 메타표면을 구면 위에 구현할 수 있다면 이러한 수차를 어느정도 해결할 수 있지만, 실제로 이러한 메타표면을 만드는 것은 매우 어렵다.

Fig 26 와 같이 메타표면을 이중으로 하여 하나는 기존의 상을 맺는 볼록렌즈의 역할, 다른 하나는 오목렌즈 역할을 하도록 하면 단일파장 수차를 없애는 렌즈를 만들 수 있다. (Fig 27)

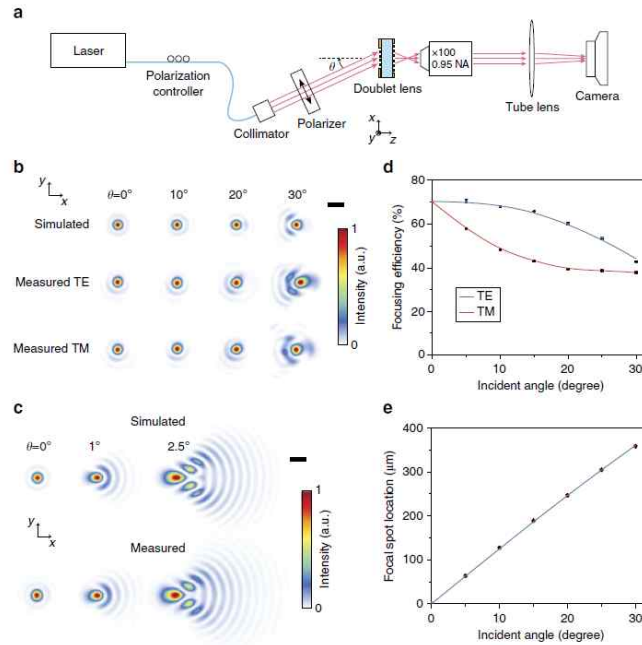


Fig 27. doublet 과 singlet metasurface의 초점 측정 결과. (a) 측정 setup. (b) 서로 다른 입사각에 따른 doublet 메타표면의 초점 측정 결과. (c) singlet 메타표면의 초점 측정 결과 (d) 입사각에 따른 doublet 메타표면의 초점 세기 측정 결과. (e) 입사각에 따른 초점의 위치. data point는 측정 결과이고, 추세선은  $f\sin(\theta)$  curve 이다.  $f = 717\mu m$ 는 doublet 메타표면의 초점거리이다.

### 1.3 Simulation Method

본 연구에서는 기존에 연구되었던 Metasurface의 구조에 관하여 직접 simulation 공간을 구성하여 simulation하여 재현해보고 그 결과를 비교, 분석하기 위해 **COMSOL Multiphysics**를 사용하였다. COMSOL에서 각 공간의 점을 Mesh로 이어 FEM을 사용하여 각 지점의 Maxwell 방정식을 풀어서 제시된 논문의 광학적 성질을 Simulation 하였다.



## 1) COMSOL Multiphysics

COMSOL Multiphysics는 편미분 방정식(PDE)으로 구현된 물리현상을 시뮬레이션할 수 있는 모델링 패키지 소프트웨어이다. 복잡한 문제를 빠르고 신속하게 풀 수 있는 최고의 Solver기능을 제공하고 있으며, 사용자 편의를 도모하도록 쉽고 간편하게 되어 있다. 본 소프트웨어에서 제공하는 선정의 되어 있는 다중물리식을 이용하여 복합적으로 구현하고자 하는 모델을 쉽게 할 수 있으며, 선 정의식 이외에 사용자가 직접 식을 만들어서 적용할 수도 있다. 실제 현실세계에서 일어나는 복잡하고 다양한 모델을 재빠르게 구현하기 위해서 사용자 편의성을 고려한 COMSOL Multiphysics 소프트웨어는, 다중물리현상을 쉽게 적용할 수 있도록 도와준다.

## 2) Finite element method (FEM)

유한요소법 (finite element method, FEM)은 편미분 방정식이나 적분, 열 방정식 등의 근사해를 구하는 한 방법이다. 해석 접근은 정적인 문제에서 미분 방정식을 제거하거나, 편미분 방정식을 상미분 방정식으로 변환하는 것으로 접근을 한다. 접근법은 유한미분에서 사용되는 기법과 동일하다.

편미분 방정식을 풀기 위한 선행 작업으로는 대상식을 예측할 수 있는 식을 만드는 것이다. 그러나 수치적 안정(벡터합과 같이 서로 평형을 이루는 경우)의 경우에서 입력값에서 발생한 오류는 지속적으로 축적되어 결과값을 의미없게 만드는 경우가 발생한다. 장단점이 많이 있지만 문제를 해결하기 위한 방법은 다양하다. 유한요소법은 자동차나 송유관과 같은 복잡한 분야에서 상당히 유용하다. 문제의 성격이 변화하거나 요구 정밀도가 바뀔 때라도 쉽게 대처할 수가 있다. 예를 들어, 날씨 예측 시뮬레이션의 경우 면적이 넓은 바다보다 육지에서의 날씨 예측이 중요하며, 이러한 경우 유한요소법이 유용하게 사용될 수 있다.

첫 번째 단계에서는 기존 BVP를 변분법형태로 바꾼다. 이 단계에서는 계산이 거의 필요 없으며 변환형은 수작업도 가능하다.

두 번째 단계는 미분화이다. 두 번째 단계까지 거치고 나면 유한한 범위를 지니는 선형문제를 도출할 수 있고 컴퓨터 계산을 통해 대략적인 값을 알 수 있다.

## 2. Simulation Result

### 2.1 Simulation with Geometric phase metasurface

앞서 1.2-3)에서 원편광된 빛이 PB-Phase metasurfaces에 입사하였을 때 co-polarization 전기장은 위상변화가 없고, cross-polarization 전기장은 나노막대가 중심에서 회전한 각도  $\theta$ 에 대하여  $\Delta\phi = \pm 2\theta$ 만큼의 위상변화가 있다고 언급한 바 있다. 본 연구에서는 먼저 원편광 된 가시광선 영역의 빛( $\lambda = 532\text{nm}$ )이 Si nanorod로 구성된 geometric phase metasurface에 입사하였을 때 나타나는 각 polarization의 위상 변화에 대하여 Simulation 하였다.

## 1) Simulation Setup

시뮬레이션에 사용한 값은 표 1.과 같다.

parameter	값	description
S	350nm	정사각형 cell 한 변의 길이
L	3 $\mu$ m	전체 simulation 공간의 길이(z방향)
L1	1 $\mu$ m	표면 아랫부분 (Si)부분의 길이
$n_{\text{SiO}_2}$	1.46	SiO <sub>2</sub> 의 굴절률
$n_{\text{Si}}$	4.152 - $1j*0.05179$	Si(nanorod)의 굴절률
$\lambda_0$	532nm	입사한 빛의 파장
t	110nm	nanorod의 두께
Lx	200nm	nanorod의 x방향 길이
Ly	80nm	nanorod의 y방향 길이
$\theta$	0~180°	nanorod의 orientation

표 1. parameters for simulation setup.

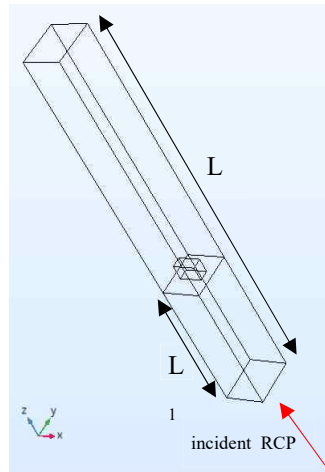


Fig 28. Simulation setup.

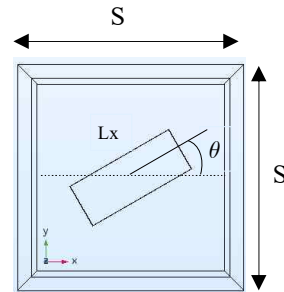


Fig 29. xy plane, z=0.

Fig 28과 같이  $S \times S \times L$ 의 공간(한 개의 픽셀)을 만들어 표면 아래는 SiO<sub>2</sub> ( $n=1.46$ ), 위는 공기( $n=1$ )로 두었고, -z영역에서 +z방향으로 RCP의 파동을 입사하였다.. 이 때  $z=0$ 인 표면에 Silicon nanorod를 두고(Fig 29) orientation  $\theta$ 를  $0^\circ \sim 180^\circ$ 까지 회전시키며 이 nanorod에 의해 산란된 co-pol 파동(RCP)과 cross-pol 파동(LCP)의 진폭과 위상변화를  $z = 2\mu\text{m}$ 에 있는 port에서 산란된 파동을 측정하였다.

이 때 전 공간에 단순히 nanorod 1개만 놓여있는 것이 아니라, 각 pixel마다 반복적으로 nanorod가 놓여있는 것과 같은 환경을 구성하기 위해 xz면, yz면에 Periodic condition을 주어 simulation하였다.

## 2) Result

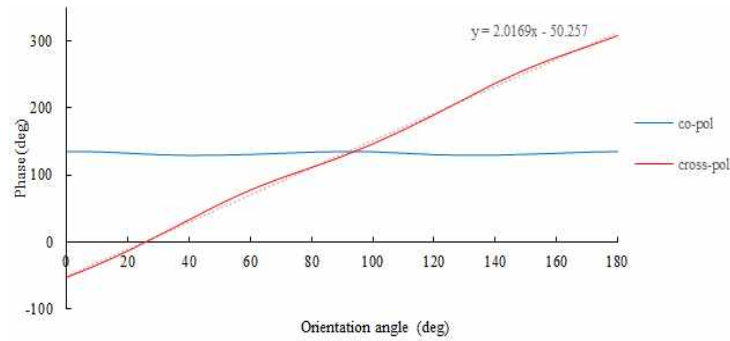


Fig 30. nanorod의 orientation  $\theta$ 을 변화시키며 측정한 산란광의 위상 변화.

Simulation결과 이론과 같이 co-pol은 위상 변화가 없고, cross-pol은  $2\theta$ 의 위상변화가 있었다. 실제로 선형회귀분석( $\Delta\phi = a\theta + b$ )을 통하여 rod가  $\theta$ 만큼 회전할 때 위상이  $2.0169\theta$ 만큼 변한다는 오차 0.5%이내의 결과를 얻었다. (Fig 30)

## 2.2 Simulation with titanium dioxide metasurfaces

앞서 1.2-5)에서 언급하였던 가시광선영역의 메타렌즈는  $\text{TiO}_2$  nanorod의 orientation을 변화시켜가면서 얻은 위상차이로 만들 수 있었다. 본 연구에서는 논문에 제시된 각 파장별(660nm, 532nm, 405) design에 대하여 각각의 geometric phase와 그 효율을 simulation하고  $\text{TiO}_2$ 를 실리콘으로 바꾸어 시뮬레이션하면서  $\text{TiO}_2$  nanorod와의 차이점을 살펴보았다.

### 1) Simulation Setup

2.1과 같은 Simulation Block을 구성하였고, 각 파장별로 nanorod와 픽셀의 scale을 다음과 같이 설정하여 Simulation하였다.

$\lambda_0$ (nm)	S (nm)	Lx (nm)	Ly (nm)	t (nm)
405	200	150	40	600
532	325	250	95	600
660	430	410	85	600

표 2. simulation configuration.

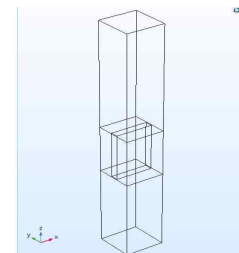


Fig. 31 simulation setup.

또한 조금 더 정밀한 결과를 얻기 위해 rod 주변에 Block을 새로 만들어 Mesh를 3배정도 더 촘촘히 짜서 Simulation하였다. (Fig 31)

## 2) Result

### A. orientation에 따른 cross-polarization 세기와 위상의 변화

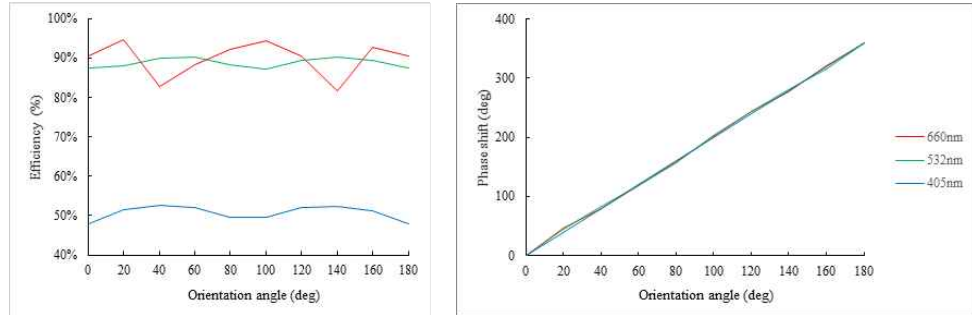


Fig 32. nanorod의 Orientation에 따른 Cross-pol의 투과비율과 위상변화. 위상변화의 경우  $\theta=0$ 일 때의 cross-pol의 위상을 기준점으로 하였다. phase shift가 음수인 경우에는  $2\pi$ 만큼 더해주었다.

Simulation 결과 표 2와 같이 각 파장에 맞춰 design된 3가지의 메타표면에 대하여 각각의 파장에서 cross-pol의 전기장 세기를 구한 결과  $\lambda_0=660\text{nm}$ 과  $\lambda_0=532\text{nm}$ 에서 약 0.9의 효율을 얻었고,  $\lambda_0=405\text{nm}$ 에서는 0.5정도로  $\theta$ 에 따라 일정한 값을 얻었다.  $\lambda_0=405\text{nm}$ 에서 기대보다 낮은 값을 얻었는데, 입사하는 빛의 파장을 변화시키며 simulation 하여 그 원인을 알아보았다. (B)

### B. 파장에 따른 효율 측정

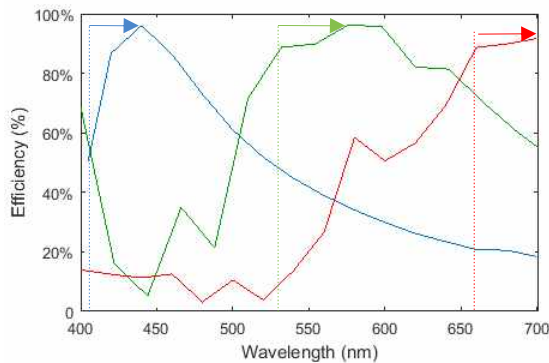


Fig 33. 표 2의 각 파장에 맞춰 설계된 3가지의 메타표면의 파장에 따른 cross-polarization efficiency. 각 파장에서의 효율은 orientation을  $0\sim180^\circ$ 로 돌려가며 각각 측정한 cross-pol의 전기장의 rms값을 제공하여 구하였다. 점선은 원래 목적했던 파장을 나타낸다.

표 2의 configuration의 3가지 nanorod 메타표면의 cross-polarization efficiency를 입사한 빛의 파장을  $400\text{nm}\sim700\text{nm}$ 로 변화시켜가며 simulation한 결과는 Fig 33과 같다. 가시광선 영역에 걸쳐 넓게 50%이상의 efficiency를 보였다. 각각의 scale에 따라 유효 transmission coefficient가 달라지므로 서로 다른 파장에서 cross-pol의 세기가 다른 것을 알 수 있다.

또한, 대체적으로 논문의 Figure (Fig 24)와 비교하였을 때 대체로 그래프의 개형은 같지만 peak가 일정 양만큼 오른쪽으로 shift되어 있는 것을 볼 수 있다. 즉  $405, 532, 660\text{nm}$ 에 맞춰 설계되었지만 본 연구에서 수행한 simulation에서의 결과는  $440, 570, 700\text{nm}$ 에서 최고의 cross-pol 효율을 보였다. 이러한 차이가 생긴 원인으로 simulation 공간의 차이, 혹은 10% scale의 굴절률 reference 값의 차이 등이 있을 수 있다.

### C. Silicon nanorod의 효율

A, B의 nanorod를  $\text{TiO}_2$  대신 Silicon으로 대체하여 orientation을 변화시켜가며 측정된 cross-polarization efficiency는 Fig 34와 같다.

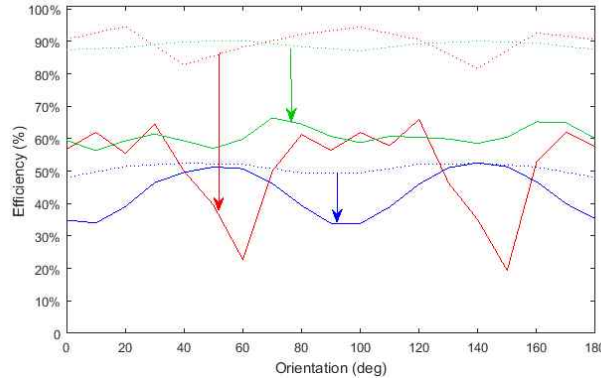


Fig 34. nanorod의 orientation에 의한 cross-polarization efficiency의 변화.

점선 :  $\text{TiO}_2$ ,

실선 : Silicon nanorod

측정결과 A에서의 efficiency(점선) 보다 모든 각도에서 efficiency가 더 낮았다. 두 메타표면의 기하구조가 같으므로, 이러한 차이를 발생시키는 것은 유전율(굴절률)임을 알 수 있다. 실제로 Silicon은 가시광선 영역에서 absorption이 있다.( $n$ 의 허수부 존재). 그러나  $\text{TiO}_2$ 는 가시광선 영역에서 absorption이 없음에도 충분히 굴절률이 높고, 또한 표면의 거친정도가 작아 메타표면 공정에 유리하다.

## 2.3 Simulation with V-shaped nanorods metasurfaces

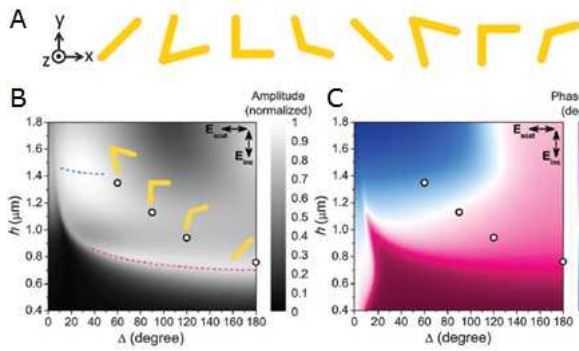


Fig 35. simulation에 사용한 4개의 지점.

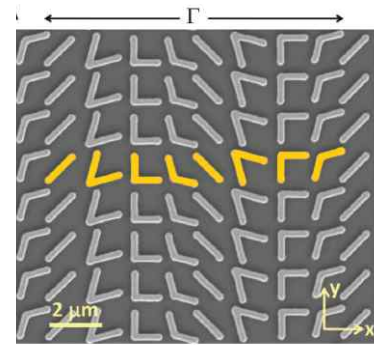


Fig 36. unit pixel.

2011년 metasurface 구조를 처음 제안한 Light Propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction (Yu et al., 2011)에서는 V자 모양의 Gold nanorod를 금속 막대의 길이  $h$ 와 중심각  $\Delta$ 를 변화시켜가며 하나의 unit cell (Fig 35-A)을 연속적으로 배열하여 (Fig 36) 메타 표면 구조를 만들었다. unit cell을 구성하는 각각의 V자모양 nanorod의  $h$ 와  $\Delta$ 는 Fig. 35-B와 35-C의 4개의 지점을 선택하여 구성하였는데, 각 지점끼리 위상차가  $45^\circ$  만큼 날 경우 8개를 이어 붙여  $2\pi$ 만큼의 위상차이를 얻을 수 있고, 이 때  $x$ 축에 따른 이런 위상의 변화( $\frac{d\phi}{dx}$ )는 경계면으로 수직으로 입사한 빛이 경계면을 지나 굴절하게 한다. (Fig 37)

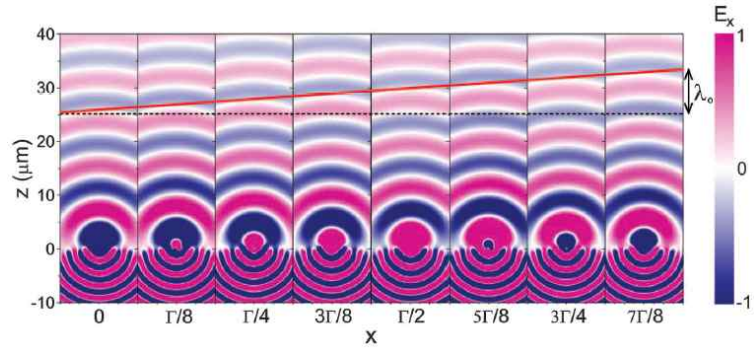


Fig 37. Fig 18의 8개의 각각의 nanorod로부터 산란된 전기장의 x 성분. y방향으로 편광된 빛을  $-z$ 영역에서 입사시켰다. nanorod 8개로 이루어진 unit cell의 길이는  $\Gamma$ 이고, 산란된 전기장의 위상이 점차 변하기 때문에 메타표면을 지나면서 비정상적인 굴절이 일어나는 것을 확인할 수 있다.

본 연구에서는 COMSOL 프로그램을 이용하여 4개의  $h$ 와  $\Delta$ 의 지점에 대하여 Simulation 공간을 구성하고, 논문에서와 같이 x방향 편광된  $8\mu m$  빛을 입사하였을 때 y방향으로 산란된 빛의 진폭과 Phase shift를 구하여 논문의 값과 비교, 분석하였다.(A.)

또한 Fig 37과 같은 figure를 재현하고자 각 모양의 V-antenna의  $h$ 와  $\Delta$ 값을 변화시켜 가면서 y편광 된 빛을 입사하여 x방향 성분 전기장을 plot하여 파면을 관찰함으로써 실제로 이러한 메타표면에서 anomalous refraction이 어떻게 일어나는지 직접 확인하였다.(B.)

### 1) Simulation Setup

Fig X에서 구한 4개의  $h$ 와  $\Delta$ 의 조합은 표 3.과 같다.

No	1	2	3	4
$h(\mu m), \Delta(deg)$	$1.35\mu m, 60^\circ$	$1.1\mu m, 90^\circ$	$0.9\mu m, 120^\circ$	$0.7\mu m, 180^\circ$

표 3. parameters combination for sweep.

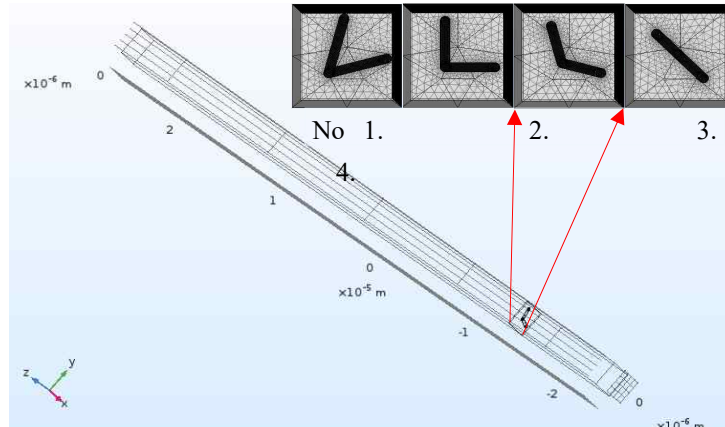


Fig 38. COMSOL에서 구성한 simulation block과 표면에서의 nanorod모습 (오른쪽 위).

각각의 조합에 대하여 simulation 공간을 Fig 38과 같이 구성하였다. 이 때 COMSOL에 입력한 자세한 Simulation의 parameter는 표 4과 같다.

parameter	값	description
$p_x, p_y$	$2.1\mu\text{m}$	정사각형 cell 한 변의 길이
L	$50\mu\text{m}$	전체 simulation 공간의 길이(z방향)
L1	$10\mu\text{m}$	표면 아랫부분 (Si)부분의 길이
$n_{\text{Si}}$	3.419	Si의 굴절률
$n_{\text{Au}}$	$3.79 - (1j) \times 54.663$	금의 굴절률
$\sigma_{\text{Au}}$	$4.10 \times 10^7 \text{ S/m}$	금의 전기전도율
$\lambda_0$	$8\mu\text{m}$	입사한 빛의 파장
t	50nm	금 나노막대의 두께
w	220nm	금 나노막대의 너비
h	표 1에 명시	금 나노막대의 길이
$\Delta$	표 1에 명시	두 금 나노막대 사이의 중심각

표 4. parameters for simulation setup.

직육면체의 simulation 공간의 아래, 윗면에는 각각 port를 두어 ①의 경우 x방향으로 편광된 빛, ②의 경우 y방향 편광된 빛을 입사하여 cross-polarization 성분을 관찰하였다. 또한 옆면은 무한히 같은 구조가 반복되는 것과 같이 구현해주기 위해 Periodic condition을 이용하여 각 방향의 옆면을 붙여주었고, Mesh를 구성할 때에도 Copy face 기능을 사용하여 mesh의 point가 이어지도록 하였다. 또한 ②에서는  $L = 40\mu\text{m}$ , V-shaped antenna 하나의 pixel 길이  $l/8 = 2.1\mu\text{m}$ 으로 설정하였다.

## 2) Result

### A. $h$ 와 $\Delta$ 에 따른 cross polarization 전기장의 Phases shift simulation

위와 같이 Simulation 공간을 구성하여 Fig 35에서 구한 4개의  $h$ 와  $\Delta$ 에 대하여 parametric sweep한 결과는 다음과 같다. Fig 38과 같은 block의  $z < 0$ 영역에서  $+z$ 방향으로 x방향 편광 된 평면파를 입사하여 cross-polarized scattered light의 위상 변화와 그 진폭 비를 구하였다.

No	h ( $\mu\text{m}$ )	$\Delta(^{\circ})$	Phase shift( $^{\circ}$ )	Amp ratio
1	1.35	60	-55.84	0.3813
2	1.1	90	$6.89 \times 10^{-2}$	0.2998
3	0.9	120	34.6	0.2777
4	0.7	180	78.05	0.3552
2'	1.15	90	-7.71	0.3168

표 5. Simulation result.



Simulation 결과 논문에 제시되었던 Fig 35-B, 35-C 의 결과와 같이, 각 구조가 일으키는 위상 변화가 각각  $45^\circ$  인 시뮬레이션 결과를 얻을 수 있었다. 이 때 2의 경우 이웃한 모양의 antenna와  $45^\circ$  씩 차이나는 것이 아니라 1과는 약  $55^\circ$ , 3과는 약  $35^\circ$  차이가 났다.  $45^\circ$  의 일정한 위상 변화를 갖기 위해서는 2의 Phase shift값은 약  $-10^\circ$  가 되어야 한다. 이 때 h의 길이를  $1.15\mu\text{m}$ 으로 바꾸어 다시 Simulation을 돌린 결과 2'의 결과를 얻었는데, 이는 예상된 결과와 훨씬 부합하는 결과이다. 따라서 unit cell을 이룰 때 2의  $h=1.1\mu\text{m}$ 값 대신  $1.15\mu\text{m}$ 를 사용하면 더 정밀한 결과를 얻을 수 있을 것이다. 더 많은 iteration을 통해 이웃한 pixel이 만드는 phase shift의 차이가  $45^\circ$ 에 더 가깝도록 h를 조절할 수 있다.

또한 전기장의 Amp ratio는 0.3정도로 입사한 빛의 대부분을 손실하는 것을 확인할 수 있었다. 또한 2,3번의 경우 Amp ratio가 더 작게 나왔는데 실제로 Fig 35-B에서 2,3의 Amp는 1,4의 Amp보다 조금 더 작다.(Figure에서 어두움) 즉, 논문에서의 Simulation 결과와 잘 부합하는 결과이다.

#### B. unit cell에서의 파면의 굴절 simulation

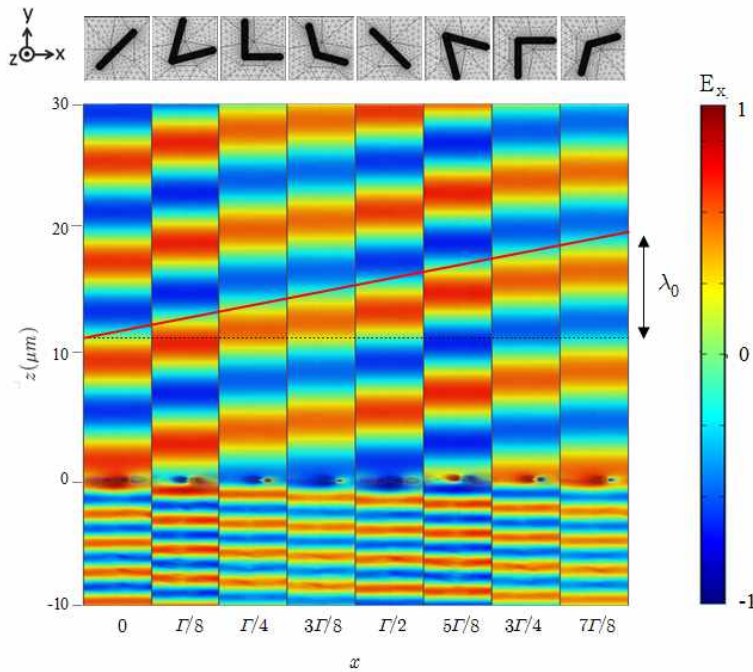


Fig 39. 각각의 V-shaped Antenna에 의해 산란된 cross-polarized 전기장의 simulation 결과. 이웃한 Antenna가 만드는 각각의 위상 변화의 차이는  $\Delta\phi = \frac{\pi}{4}$ 이다.  $z \leq 0$ 영역은 Si,  $z \geq 0$ 영역은 공기이다.

xy평면 ( $z=0$ )에 V-shaped Antenna의 중심각  $\Delta$ 와 길이  $h$ 를 변화시켜가면서 y축 방향 편광된 빛을  $-z$  영역에서 입사시켜 전기장의 x방향 성분을 plot한 결과는 Fig 39. 와 같다. Result A.에서 x축 방향으로 각 V-shaped Antenna 마다 위상 차이가  $\frac{\pi}{4}$ 만큼 나는 것을 확인하였는데, 이 결과를 이용하면 8개의 안테나로 구성된 unit cell의 양 끝의 위상은  $2\pi$ 가 될 것이라고 예상할 수 있다.

Simulation 결과 전기장의 위상이 예상된 결과와 일치하는 것을 확인할 수 있었다. +x축으로 가면서 안테나마다 위상이  $\pi/4$ 씩 증가하는데, 호이겐스의 원리에 의하면 각각이 만드는 파동의 중첩은 파면이 기우는 효과를 일으키게 되고, 이는



곧 anomalous refraction이 된다. 이 때 unit cell의 길이  $r$  혹은 다른 모양의 V-shaped Antenna를 이용하면 굴절각  $\theta_i$ 를 임의대로 얻을 수 있을 것이다.

### 3. Discussion

광학의 기본적인 지식을 쌓고 메타표면의 원리에 공부한 다음 구체적으로 geometric phase와 V-shaped antenna structure의 메타표면을 공부한 후, 시뮬레이션을 돌려보면서 느낀 각 구조의 장단점과 논의 사항들은 다음과 같다.

1. V-shaped structure에 의한 phase shift는 그 기하적인 구조에 매우 민감하다. 실제로 [표 5 와 Fig 을 보면  $0.1\mu m$  단위로  $h$ 가 변할 때 phase shift가  $1deg$ 단위로 바뀌는 것을 확인할 수 있고 실제로 Simulation 2-2)에서  $h = 0.5\mu m$  만을 바꾸어 약  $8^\circ$ 의 phase shift 보정을 하였다. 즉 공정에서 생길 수 있는 작은 오차가 성능에 많은 영향을 끼칠 수 있다. 또한 V-shaped structure 메타표면은 그 효율이 매우 낮다. 전기장의 진폭 비가 [표 5]와 같이 0.3정도였으므로 실제로 투과되는 세기는 10%미만이 된다. 이는 geometric phase나 dielectric을 이용한 metasurface에 비하여 낮다. 그리고 공명을 하는 파장이 그 기하학적인 구조와 대응이 되므로 똑같은 구조에 대해서 파장이 달라지면 공명을 안 할 수도 있어 원하는 phase control이 불가능하게 되는 단점도 있다.
2. geometric surface는 다양한 파장에서 작동할 수 있고, 그 구조가 간단하기 때문에 공정하기도 쉬우며 그 과정에서 생긴 오차가 V-shaped structure에 비해 작다. 그러나 원편광된 빛만 제어할 수 있다는 제한이 있기 때문에 다양한 편광의 빛에 대하여 원하는 기능을 가진 소자를 만들 수 없다는 단점이 있다.
3. 본 연구에서 simulation을 하지는 않았지만 dielectric을 이용한 메타표면의 경우 가시광선에서 투과효율도 좋고, full-phase control이 계산에 쉽게 가능하므로 다양한 물질과 그 구조를 바꿔가며 더 좋은 효율과 성능을 가진 메타표면을 만들 수 있는 가능성이 있다. 생각해 볼 수 있는 구조의 변화는 4,5와 같다.
4. 실제로 공정과정의 어려움 때문에 structure를 자유롭게 선택할 수 없는 어려움이 있다. 그러나 각 pixel마다 rod의 두께를 다르게 한다거나, 그 점진적인 구조의 변화 (Fig 40)로 인해 나타나는 효과를 연구해보는 것도 흥미로울 것 같다.
5. 현재까지 제시된 메타표면은 simulation을 할 때 pixel의 중앙에 rod를 두는 구조인데, pixel의 중앙에서 벗어난 곳에 rod가 놓였을 때 그 위치에 따른 광학적 효과에 대한 연구를 해보고 싶다. 이는 표면에 놓인 rod의 밀도의 영향에 관한 연구가 될 것이다. 만약 rod가 pixel의 중앙으로부터 떨어진 거리  $r$ 에 의한 광학적 성질의 함수에 대한 연구가 이루어진다면 전기장이 중첩가능하다는 성질로부터 구조의 중첩으로 여러 가지 다양한 연구를 해볼 수 있을 것이다.

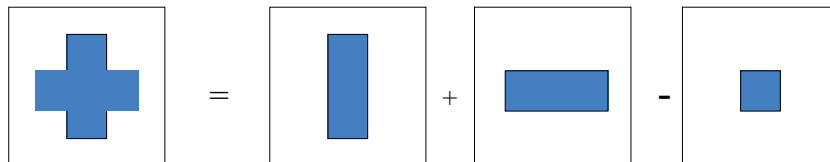


Fig 40. 중첩의 원리.

#### 4. Reference

- [1] Nanfang Yu, Patrice Genevet, Mikhail A. Kats, Francesco Aieta, Jean-Philippe Tetienne, Federico Capasso, Zeno Gaburro, "Light propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction," *Science*, 334, 333-337 (2011).
- [2] Lingling Huang et al. "Dispersionless Phase Discontinuities for Controlling Light Propagation," *Nano letters*, 12, 5750-5755 (2012).
- [3] Amir Arbabi, Yu Horie, Mahmood Bagheri and Andrei Faraon, "Dielectric metasurfaces for complete control of phase and polarization with subwavelength spatial resolution and high transmission," *Nature nano*, 10, 937-943 (2015).
- [4] Amir Arbabi, Ehsan Arbabi, Seyedeh Mahas Kamali, Yu Horie, Seunghoon Han, Andrei Faraon, "Miniature optical planar camera based on a wide-angle metasurface doublet corrected for monochromatic aberrations, *Nature comm*, 7:13862 (2016).
- [5] Mohammadreza Khorasaninejad, Wei Ting Chen, Robert C. Devlin, Jaewon Oh, Alexander Y. Zhu, Federico Capasso, "Metalenses at visible wavelengths: Diffraction-limited focusing and subwavelength resolution imaging," *Science*, 352, 1190-1194 (2016).
- [6] Hui-Hsin Hsiao et al. "Fundamentals and Applications of Metasurfaces," *Small methods*, 1600064, 1-20 (2017).
- [7] B.E.A. Saleh, M.C. Teich, "Fundamentals of photonics," 2nd, Wiley.
- [8] [https://en.wikipedia.org/wiki/COMSOL\\_Multiphysics](https://en.wikipedia.org/wiki/COMSOL_Multiphysics) .
- [9] [https://en.wikipedia.org/wiki/Finite\\_element\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method) .