

# 인공지능

- 신경 회로망 상세 설명 및 실험 -



부산대학교

## 인공지능 개요 (신경 회로망 상세 설명)

### I. 신경 회로망 상세 설명

### II. Confusion 행렬

# I. 신경 회로망 상세 설명

## ■ 새로운 개념들 등장

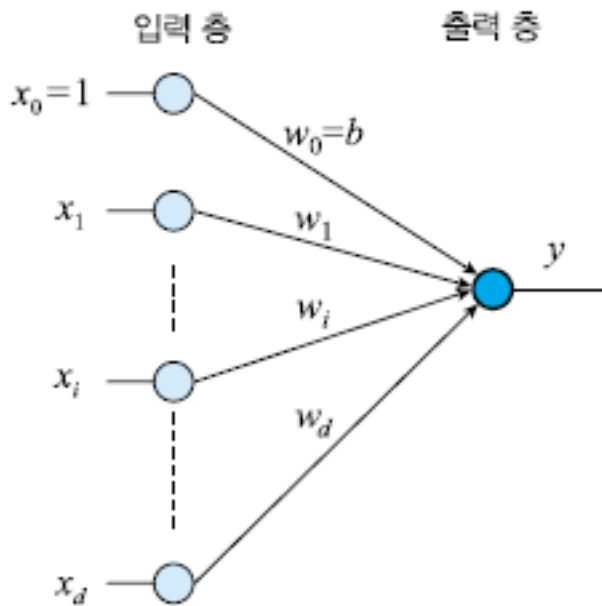
- 층
- 노드와 가중치
- 학습
- 활성화 함수

## ■ 비록 분명한 한계를 가지지만 MLP의 초석이 됨

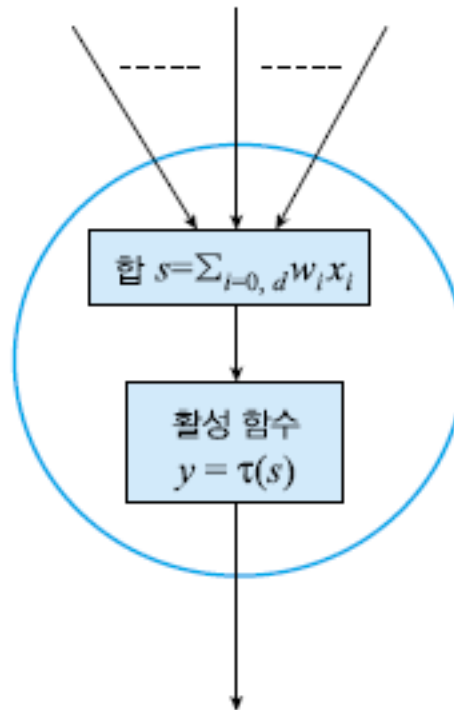
# 구조와 원리

## ■ 구조

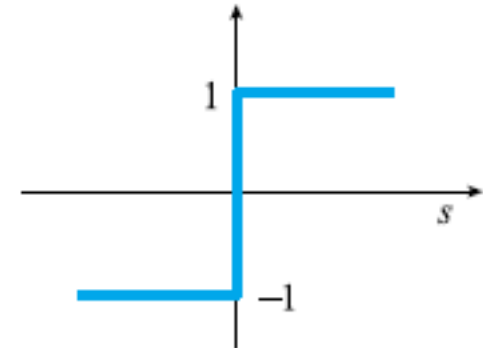
- **입력층**:  $d+1$ 개의 노드 (특징 벡터  $x = (x_1, \dots, x_d)^T$ )
- **출력층**: 한 개의 노드 (따라서 2-부류 분류기)
- **에지와 가중치**



(a) 전체 구조



(b) 출력 노드의 연산



(c) 활성화 함수

< 퍼셉트론의 구조 >

# 구조와 원리

## ■ 노드의 연산

- 입력 노드: 받은 신호를 단순히 전달
- 출력 노드: 합 계산과 활성화 함수 계산

$$\left. \begin{aligned} y = \tau(s) &= \tau\left(\sum_{i=1}^d w_i x_i + b\right) = \tau(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b) \\ \text{이때 } \tau(s) &= \begin{cases} +1, s \geq 0 \\ -1, s < 0 \end{cases} \end{aligned} \right\}$$

## ■ 퍼셉트론은 선형 분류기

$$\left. \begin{aligned} d(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + b > 0 \text{ 이면 } \mathbf{x} \in \omega_1 \\ d(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \mathbf{x} + b < 0 \text{ 이면 } \mathbf{x} \in \omega_2 \end{aligned} \right\}$$

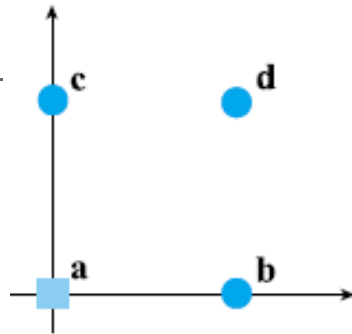
## 예) OR

$$\mathbf{a} = (0,0)^T, \quad t_a = -1$$

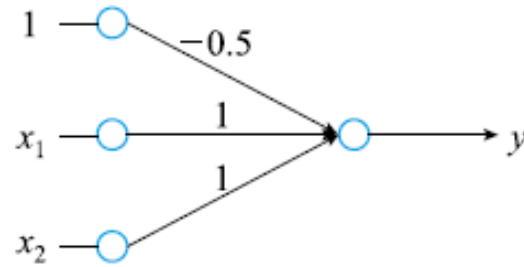
$$\mathbf{b} = (1,0)^T, \quad t_b = 1$$

$$\mathbf{c} = (0,1)^T, \quad t_c = 1$$

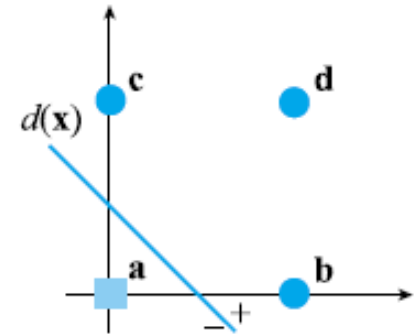
$$\mathbf{d} = (1,1)^T, \quad t_d = 1$$



(a) OR 분류 문제



(b) OR 분류기로서 퍼셉트론



(c) 퍼셉트론은 선형 분류기

### < 퍼셉트론의 예 >

이 퍼셉트론은  $\mathbf{w}=(1,1)^T, b= - 0.5$

따라서 결정 직선은  $d(\mathbf{x}) = x_1 + x_2 - 0.5$

이 경우, point  $\mathbf{c}=(0,1)^T$ 를 제대로 분류함

$$y = \tau(\mathbf{w}^T \mathbf{c} + b) = \tau\left((1,1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 0.5\right) = \tau(0.5) = 1$$

# 학습과 인식

## ■ 퍼셉트론 학습이란?

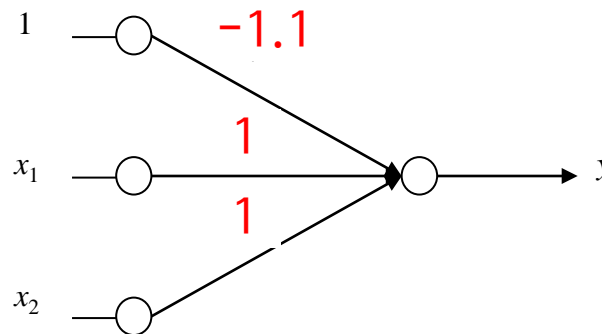
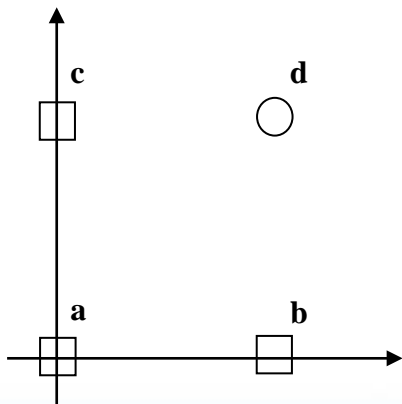
- 퍼셉트론 학습이란? 훈련 집합  $X = \{(\mathbf{x}_1, t_1), (\mathbf{x}_2, t_2), \dots, (\mathbf{x}_N, t_N)\}$  이 주어졌을 때 이들을 모두 옳게 분류하는 퍼셉트론 (즉  $\mathbf{w}$ 와  $b$ )을 찾아라. 샘플  $(\mathbf{x}_i, t_i)$ 에서  $\mathbf{x}_i$ 는 특징 벡터이고  $t_i$ 는 부류 표지로서  $\mathbf{x}_i \in \omega_1$ 이면  $t_i = 1$ 이고  $\mathbf{x}_i \in \omega_2$ 이면  $t_i = -1$ 이다.  $X$ 는 선형 분리 가능하다고 가정한다.<sup>3</sup>

$$y = \tau(s) = \tau\left(\sum_{i=1}^d w_i x_i + b\right) = \tau(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b)$$

$$\text{ㅇ} \text{ 때 } \tau(s) = \begin{cases} +1, & s \geq 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases}$$

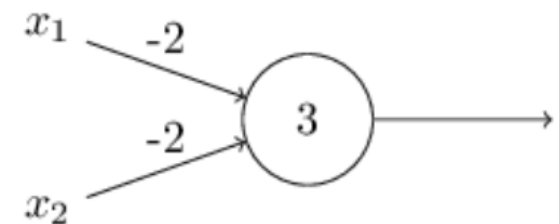
### ■ 예) AND 분류 문제

$$\begin{array}{llll} \mathbf{a}=(0,0)^T & \mathbf{b}=(1,0)^T & \mathbf{c}=(0,1)^T & \mathbf{d}=(1,1)^T \\ t_a=-1 & t_b=-1 & t_c=-1 & t_d=1 \end{array}$$



### ■ 예) NAND

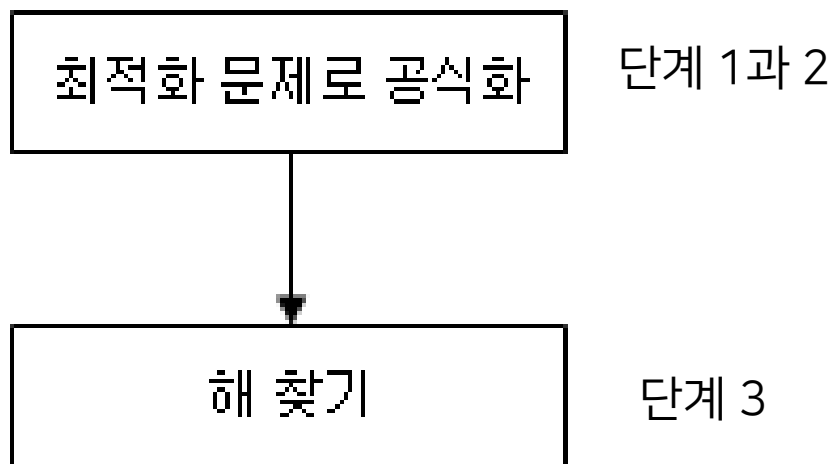
x1	x2	t
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	-1





## ■ 패턴 인식에서 일반적인 학습 알고리즘 설계 과정

- 단계 1: 분류기 구조 정의와 분류 과정의 수학적 정의
- 단계 2: 분류기 품질 측정용 비용 함수  $J(\theta)$  정의
- 단계 3:  $J(\theta)$ 를 최적화하는 parameter  $\theta$ 를 찾는 알고리즘 설계



## ■ 학습 알고리즘의 구조패턴 모드와 배치 모드

- 배치 모드: 오분류된 모든 샘플을 모은 다음, 이를 사용하여 한꺼번에 가중치를 갱신함
- 패턴 모드: 샘플을 하나 입력한 후, 잘못 인식하면 곧 바로 가중치를 갱신함

## ■ 단계 1: 분류기 구조 정의와 분류 과정의 수학적 정의

- 식 (4.2)
- 매개변수 집합  $\Theta = \{\mathbf{w}, b\}$

$$\left. \begin{aligned} y = \tau(s) &= \tau\left(\sum_{i=1}^d w_i x_i + b\right) = \tau(\mathbf{w}^T \mathbf{x} + b) \\ \text{ㅇ} \text{ 때 } \tau(s) &= \begin{cases} +1, & s \geq 0 \\ -1, & s < 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

## ■ 단계 2: 분류기 품질 측정용 비용함수(cost function) $J(\Theta)$ 정의

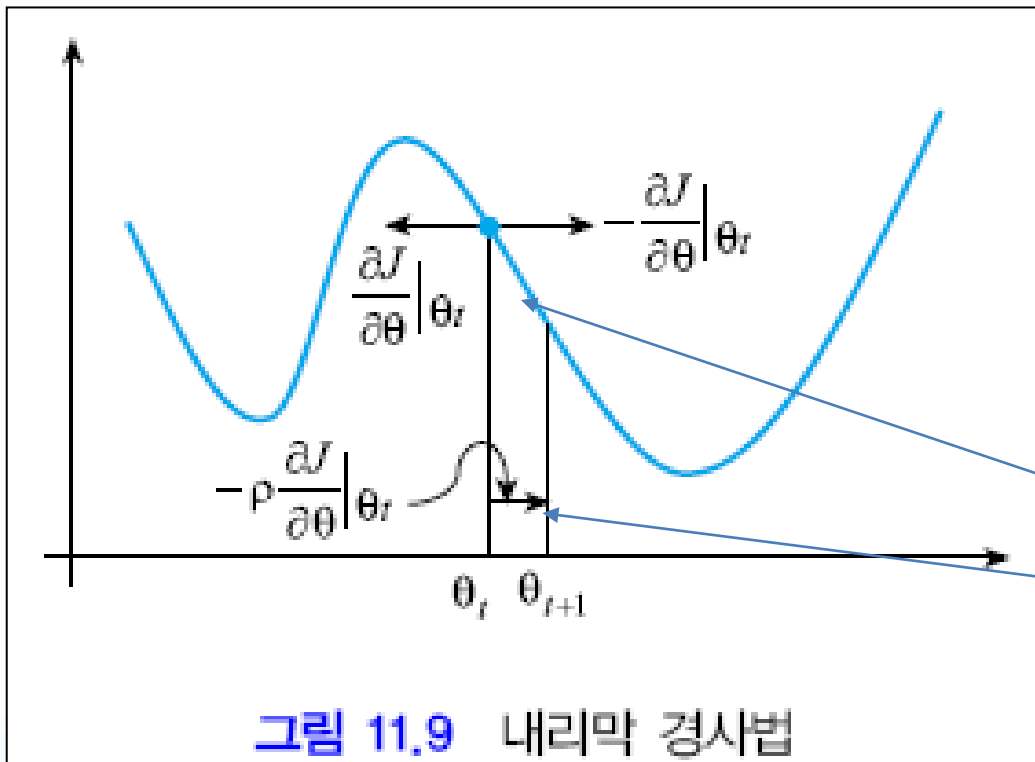
- 분류기 품질을 측정하는  $J(\Theta)$ 를 어떻게 정의할 것인가?

$$J(\Theta) = \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} (-t_k)(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_k + b) \quad (4.4)$$

- $Y$ : 오분류된 샘플 집합
- $J(\Theta)$ 는 항상 양수
- $Y$ 가 공집합이면  $J(\Theta) = 0$
- $|Y|$ 가 클수록  $J(\Theta)$  큼

- 오분류된  $\mathbf{x}_k$ 가  $\omega_1$ 에 속한다면,  $t_k = 1$ 이며, 오분류 되었기때문에  $\mathbf{w}^T \mathbf{x}_k + b < 0$ 이 되어, 최종 비용함수  $J(\Theta)$  값은 양수가 됨
- 또한, 오분류된  $\mathbf{x}_k$ 가  $\omega_2$ 에 속하더라도,  $t_k = -1$ 이며, 오분류 되었기때문에  $\mathbf{w}^T \mathbf{x}_k + b$  값이 음수가 아닌 양수가되어, 결국 비용함수  $J(\Theta)$  값은 양수값이 됨.
- 즉, 오분류되면 비용함수는 증가함

- **단계 3:**  $J(\theta)$ 를 최소화하는  $\theta$ 를 찾는 알고리즘 설계
  - $J(\theta)=0$ 인  $\theta$ 를 찾아라.
  - 내리막 경사법 (Gradient descent method)
    - 현재 해를  $-\partial/\partial\theta$  방향으로 이동
    - **학습률  $\rho$  (learning rate)**를 곱하여 어떤 특정 값 크기만큼 이동



$\frac{\partial J}{\partial \theta}$ 는 음의 값을 가짐  
 $\theta$ 값이 더 큰 곳에 최적점이 존재하므로  
 $\Delta\theta$ 를 양의 값으로 하기위해선  $-\frac{\partial J}{\partial \theta}$ 로 해야함

$$J(\Theta) = \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} (-t_k)(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_k + b) \quad (4.4)$$

매개변수 집합  $\Theta = \{\mathbf{w}, b\}$

## 알고리즘 스케치

- 초기해를 설정한다.
- 멈춤 조건이 만족될 때까지 현재 해를  $-\partial/\partial\Theta$  방향으로 조금씩 이동시킨다.

## 알고리즘 수식

$$\Theta(h+1) = \Theta(h) - \rho(h) \frac{\partial J(\Theta)}{\partial \Theta} \quad (4.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J(\Theta)}{\partial \mathbf{w}} &= \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} (-t_k) \mathbf{x}_k \\ \frac{\partial J(\Theta)}{\partial b} &= \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} (-t_k) \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$



$$\left. \begin{aligned} \mathbf{w}(h+1) &= \mathbf{w}(h) + \rho(h) \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} t_k \mathbf{x}_k \\ b(h+1) &= b(h) + \rho(h) \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} t_k \end{aligned} \right\}$$

또는

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}(h+1) &= \hat{\mathbf{w}}(h) + \rho(h) \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} t_k \hat{\mathbf{x}}_k \end{aligned} \right\}$$

← 퍼셉트론 학습 규칙  
(델타 규칙)

(4.7)

- 배치 모드: 오분류된 모든 샘플을 모은 다음, 이를 사용하여 한꺼번에 가중치를 갱신함
- 패턴 모드: 샘플을 하나 입력한 후, 잘못 인식하면 곧 바로 가중치를 갱신함

## 알고리즘 [4.1] 퍼셉트론 학습 (배치 모드 batch mode)

입력: 훈련 집합  $X = \{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \dots, (x_N, t_N)\}$ , 학습률  $\rho$

출력: 퍼셉트론 가중치  $w, b$

알고리즘:

1.  $w$ 와  $b$ 를 초기화한다.
2. repeat {
3.  $Y = \emptyset$ ;
4. for ( $i = 1$  to  $N$ ) {
5.  $y = \tau(w^T x_i + b)$ ; // (4.2)로 분류를 수행함
6. if ( $y \neq t_i$ )  $Y = Y \cup x_i$ ; // 오분류된 샘플 수집
7. } 오분류 샘플을 모은 후에, 나중에 한꺼번에 가중치를 갱신함
8.  $w = w + \rho \sum_{x_k \in Y} t_k x_k$ ; // (4.7)로 가중치 갱신
9.  $b = b + \rho \sum_{x_k \in Y} t_k$ ;
10. } until ( $Y = \emptyset$ );
11.  $w$ 와  $b$ 를 저장한다.

## 알고리즘 [4.2] 퍼셉트론 학습 (패턴 모드)

입력: 훈련 집합  $X = \{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \dots, (x_N, t_N)\}$ , 학습률  $\rho$

출력: 퍼셉트론 가중치  $w, b$

알고리즘:

1.  $w$ 와  $b$ 를 초기화한다.
2. repeat {
3. QUIT = true;
4. for ( $i = 1$  to  $N$ ) {
5.  $y = \tau(w^T x_i + b)$ ; // (4.2)로 분류를 수행함
6. if ( $y \neq t_i$ ) { QUIT = false;  $w = w + \rho t_i x_i$ ;  $b = b + \rho t_i$ ; }
7. } 오분류 상황, 해당 w,b를 바로 update함
8. } until (QUIT);
9.  $w$ 와  $b$ 를 저장한다.

## Batch mode 사용 퍼셉트론 학습 예제

$$\mathbf{w}(0)=(-0.5,0.75)^T, b(0)=0.375 \longrightarrow d(\mathbf{x})=-0.5x_1+0.75x_2+0.375$$

① 아래의 결정 직선 사용시, 분류한 결과 **a, b**가 오분류됨...

$$d(\mathbf{x})=-0.5x_1+0.75x_2+0.375$$

$Y=\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$ 가 오분류됨

학습률

$$\mathbf{w}(1)=\mathbf{w}(0)+0.4(t_a \cdot \mathbf{a}+t_b \cdot \mathbf{b})=\begin{pmatrix} -0.5 \\ 0.75 \end{pmatrix}+0.4\left[-\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} -0.1 \\ 0.75 \end{pmatrix}$$

$$b(1)=b(0)+0.4(t_a+t_b)=0.375+0.4*0=0.375$$

$$\longrightarrow d(\mathbf{x})=-0.1x_1+0.75x_2+0.375 \quad \text{② 식을 만들}$$

②  $d(\mathbf{x})=-0.1x_1+0.75x_2+0.375$  ② 식으로 다시 분류함...

$Y=\{\mathbf{a}\}$ 가 오분류됨

$$\mathbf{w}(2)=\mathbf{w}(1)+0.4(t_a \mathbf{a})=\begin{pmatrix} -0.1 \\ 0.75 \end{pmatrix}+0.4\left[-\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}\right]=\begin{pmatrix} -0.1 \\ 0.75 \end{pmatrix}$$

$$b(2)=b(1)+0.4(t_a)=-0.025$$

$$\longrightarrow d(\mathbf{x})=-0.1x_1+0.75x_2-0.025$$

③  $d(\mathbf{x})=-0.1x_1+0.75x_2-0.025$

$Y=\{\mathbf{b}\}$ 가 오분류됨

$$\mathbf{w}=\mathbf{w}+\rho \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} t_k \mathbf{x}_k ;$$

$$b=b+\rho \sum_{\mathbf{x}_k \in Y} t_k ;$$

points	target class	d값	분류class(오분류)
a(0,0)	ta = -1	0.375	1 (오분류)
b(1,0)	tb = 1	-0.125	-1 (오분류)
c(0,1)	tc = 1	1.125	1
d(1,1)	td = 1	0.625	1

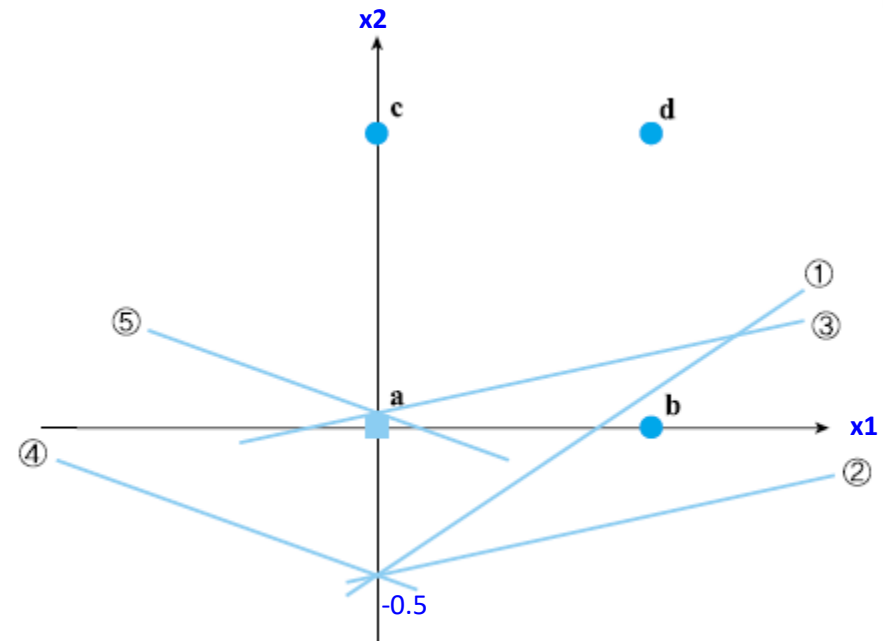


그림 4.4 예제 4.2의 퍼셉트론 학습 과정의 시각화

## ■ 예제 (계속)

- ④  $d(x) = 0.3x_1 + 0.75x_2 + 0.375$ 를 사용시, 오분류 points는  $Y=\{a\}$ 가 오분류됨

$$\mathbf{w}(4) = \mathbf{w}(3) + 0.4(t_a \mathbf{a}) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.75 \end{pmatrix} + 0.4 \left[ - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.75 \end{pmatrix}$$

$$b(4) = b(3) + 0.4(t_a) = 0.375 - 0.4 = -0.025$$

$$d(\mathbf{x}) = 0.3x_1 + 0.75x_2 - 0.025$$

- ⑤  $d(x) = 0.3x_1 + 0.75x_2 - 0.025$ 는 모든 point 입력을 옳게 분류함

네 번째 세대의 결정 직선은 ⑤에 해당하는데 이 결정 직선은 모든 샘플을 옳게 분류하여  $Y = \emptyset$ 이 된다. 따라서 라인 2~10의 repeat 루프를 빠져 나와  $\mathbf{w} = (0.3, 0.75)^T$ 와  $b = -0.025$ 를 저장하고 마친다.

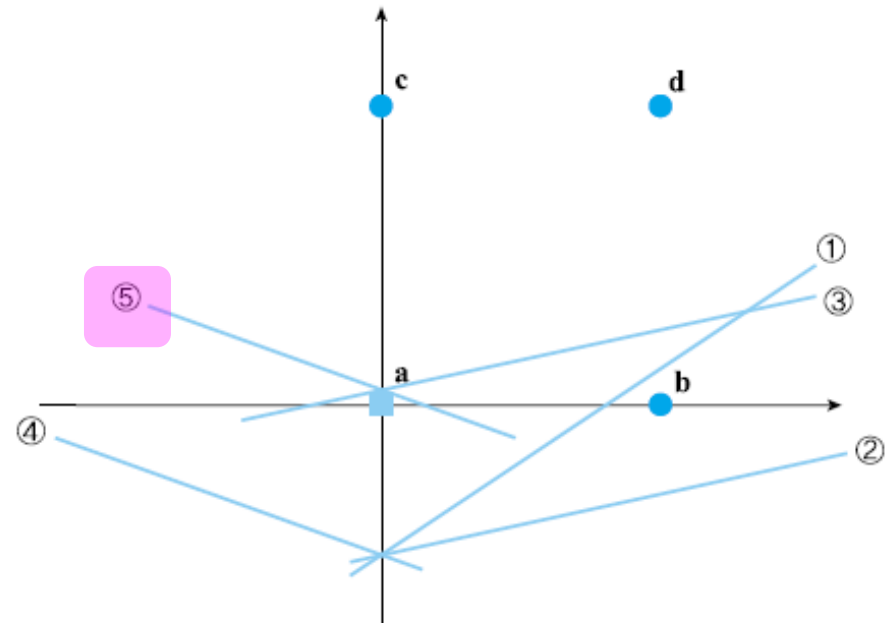


그림 4.4 예제 4.2의 퍼셉트론 학습 과정의 시각화

## ■ 인식 알고리즘

- 학습이 끝났으며, 이로써,  $w$ 와  $b$  값이 결정됨.
- 미지의 샘플  $x$ 가 입력되면, 학습된 퍼셉트론으로  $x$ 를 인식할 수 있음.
- 인식에 사용되는 알고리즘은 아래와 같음. (퍼셉트론 인식 알고리즘은 매우 단순)

$$\left. \begin{array}{l} w^T x + b > 0 \text{ 이면, } x \in \omega_1 \\ w^T x + b < 0 \text{ 이면, } x \in \omega_2 \end{array} \right\} \quad (4.8)$$



## ■ 구현

– 그런데, 초기값 어떻게 정하는가 ?

- w와 b 값의 초기값은 일반적으로 **작은 난수값으로 설정함**

– 학습률은 어떻게 정하는가 ?

- 고정된 학습율 사용
- 세대 수에 따라 적응적 학습율 사용

$$\rho(h) = \rho_s - (\rho_s - \rho_e) * h / H$$

$\rho_s$  : 시작 학습율

$\rho_e$  : 종료시 학습율

$h$  : 세대 수

$H$  : 최대 세대수

## ■ Review: 패턴 모드 학습

- 샘플을 하나 입력한 후, 잘못 인식하면 곧 바로 가중치를 갱신함

### 알고리즘 [4.2]

### 퍼셉트론 학습 (패턴 모드)

입력: 훈련 집합  $X = \{(\mathbf{x}_1, t_1), (\mathbf{x}_2, t_2), \dots, (\mathbf{x}_N, t_N)\}$ , 학습률  $\rho$

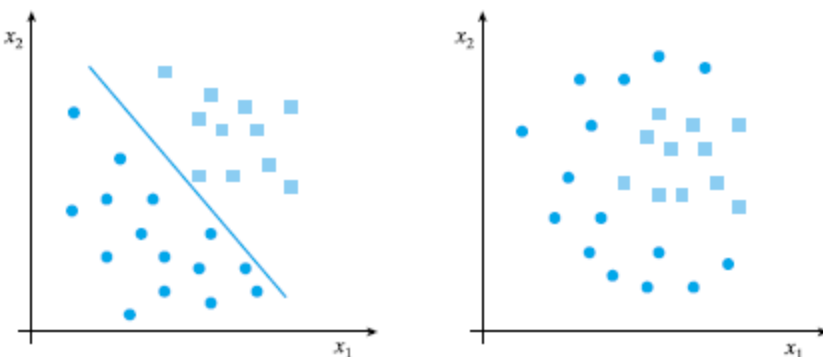
출력: 퍼셉트론 가중치  $\mathbf{w}$ ,  $b$

알고리즘:

1.  $\mathbf{w}$ 와  $b$ 를 초기화한다.
2. **repeat** {
3.     QUIT = true;
4.     **for** ( $i = 1$  to  $N$ ) {
5.          $y = \tau(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i + b)$ ;    // (4.2)로 분류를 수행함
6.         **if** ( $y \neq t_i$ ) { QUIT = false;  $\mathbf{w} = \mathbf{w} + \rho t_i \mathbf{x}_i$ ;  $b = b + \rho t_i$ ;
7.         }
8.     } **until** (QUIT);
9.  $\mathbf{w}$ 와  $b$ 를 저장한다.

## ■ 만약 선형 분리 불가능할 경우에는 ?

- (b)는 선형 분리 불가능한 상황임
- 이 경우, 모든 샘플을 올바르게 분류하고자하는 목표(즉,  $J(\theta)=0$ 으로 만들자는 목표)를 버리고,  $J(\theta)$ 를 최소화하는 목표로 수정
- 새롭게 계산한  $w$  값이 이전 것보다 좋은지를 확인함 → 만약 더 좋으면 이를 선택 사용함 (사례: pocket algorithm)



(a) 선형 분리 가능

(b) 선형 분리 불가능

그림 4.5 선형 분리 가능과 불가능

### 알고리즘 [4.3]

### 포켓 알고리즘 (패턴 모드)

입력: 훈련 집합 집합  $X = \{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \dots, (x_N, t_N)\}$ , 학습률  $\rho$

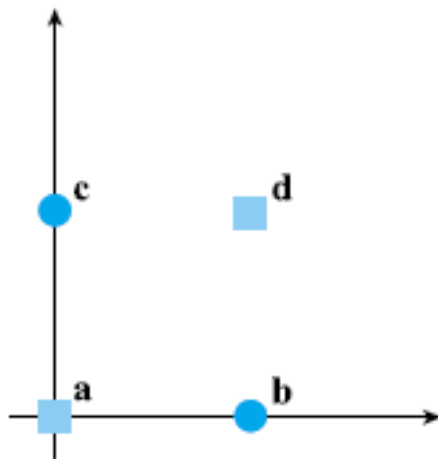
출력: 퍼셉트론 가중치  $w$ ,  $b$

알고리즘:

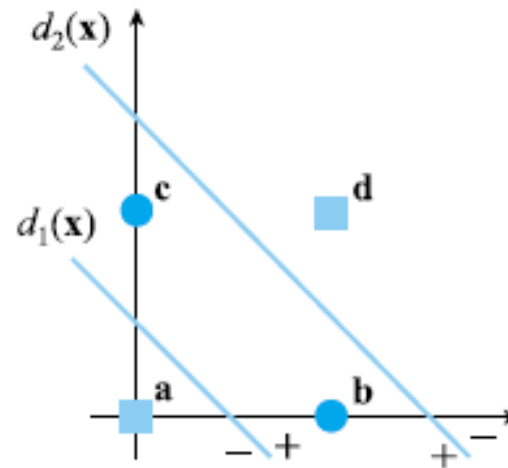
1.  $w$ 와  $b$ 를 초기화하고, 이들을  $w_{best}$ 와  $b_{best}$ 에 저장한다.
2.  $q_{best} = 0$ ; // 품질을 0으로 초기화
3.  $h = 0$ ; // 세대 수
4. repeat {
5.   for ( $i = 1$  to  $N$ ) {
6.      $y = \tau(w^T x_i + b)$ ; // 식 (4.2)
7.     if ( $y \neq t_i$ ) {  $w = w + \rho t_i x_i$ ;  $b = b + \rho t_i$ ; } //  $w$ 와  $b$  갱신
8.   }
9.    $w$ 와  $b$ 로  $N$  개의 샘플을 인식하여 정인식률  $q$ 를 구한다.
10.   if ( $q > q_{best}$ ) {  $w_{best} = w$ ;  $b_{best} = b$ ;  $q_{best} = q$ ; } // 더 좋은 가중치 발견함
11.    $h = h + 1$ ; 옳게 인식하는 비율 값( $q$ )이 높아지는 weight와 bias 값을 선택함
12. } until (stop-condition);
13.  $w = w_{best}$ ;  $b = b_{best}$ ;
14.  $w$ 와  $b$ 를 저장한다.

## ■ 단일 퍼셉트론의 한계: XOR 문제

- XOR인 경우, 단일 퍼셉트론으로는 75% 정인식률 한계가 있음
- 이 한계를 어떻게 극복할 것인가?
  - 두 개의 퍼셉트론 (결정 직선)을 사용하여 분류함



(a) XOR 분류 문제



(b) 두 개의 직선으로 해결

그림 4.6 XOR 분류 문제의 해결

$$\left. \begin{array}{l} w_1^T x + b_1 > 0 \text{ 이고 } w_2^T x + b_2 > 0 \text{ 이면, } x \in \omega_1 \\ w_1^T x + b_1 < 0 \text{ 이거나 } w_2^T x + b_2 < 0 \text{ 이면, } x \in \omega_2 \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

## ■ 두 단계에 걸쳐 문제 해결

- 단계 1: 원래 특징 공간을 새로운 공간으로 매핑 (perceptron 1, 2)
- 단계 2: 새로운 공간에서 분류 (perceptron 3에 의한 결정 직선)

표 4.1 두 단계로 XOR 문제 해결

샘플	특징 벡터 ( $\mathbf{x}$ )		첫 번째 단계		두 번째 단계
	$x_1$	$x_2$	퍼셉트론1	퍼셉트론2	퍼셉트론3
a	0	0	-1	+1	-1
b	1	0	+1	+1	+1
c	0	1	+1	+1	+1
d	1	1	+1	-1	-1

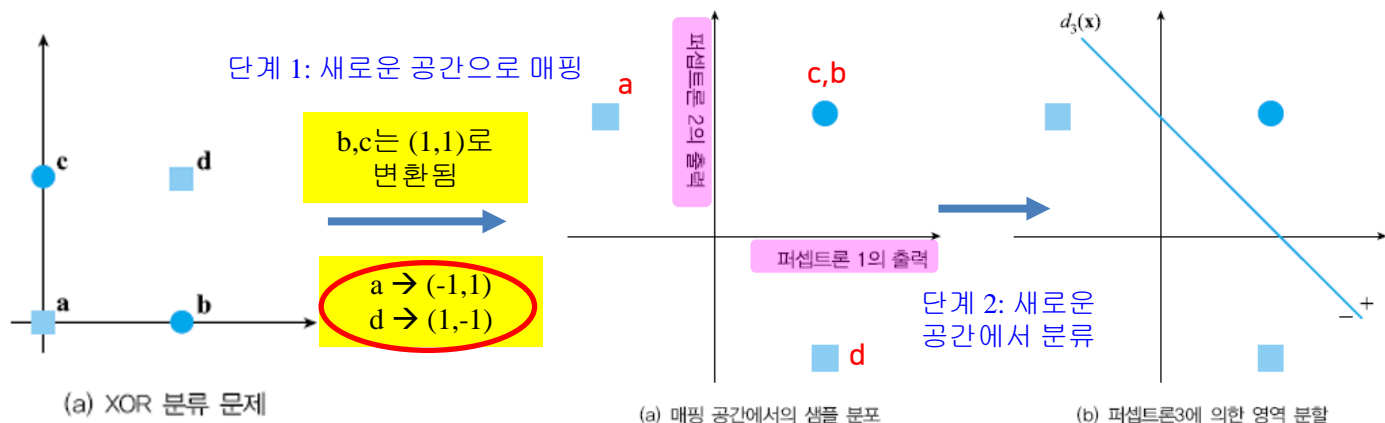
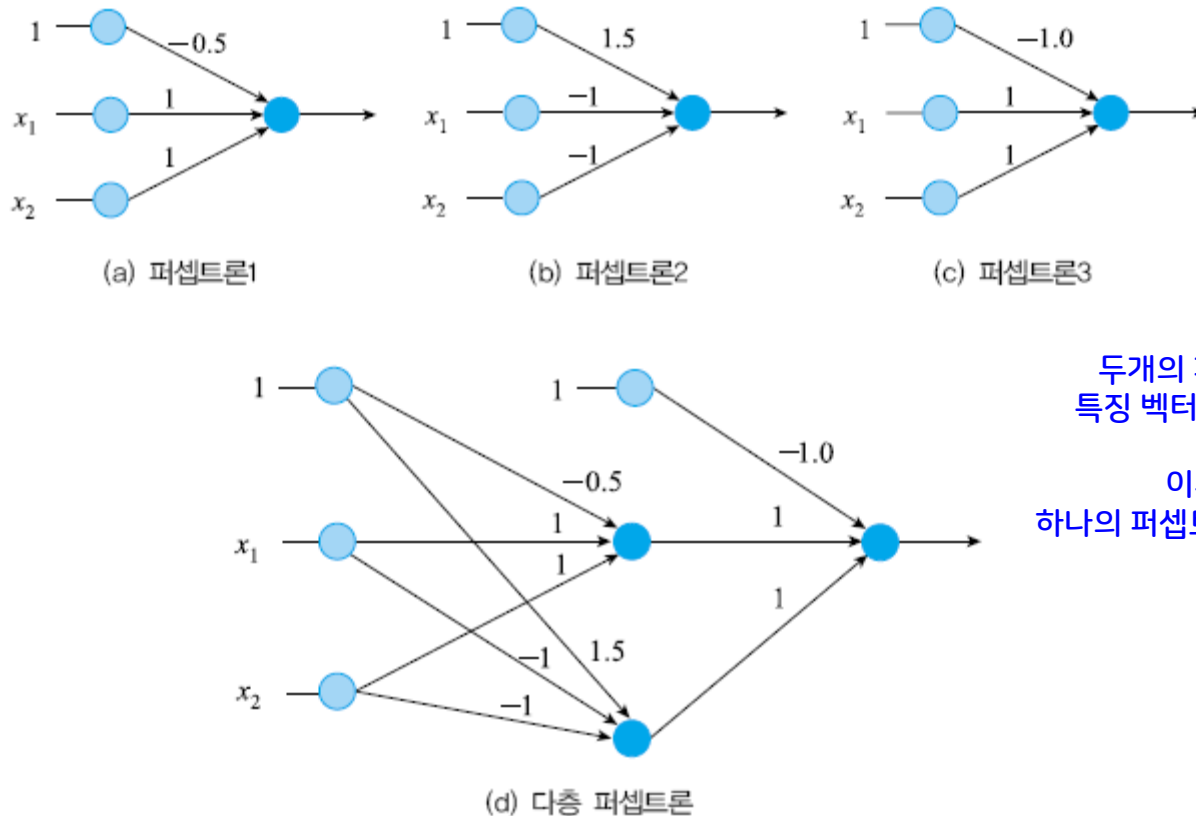


그림 4.7 새로운 공간에서의 샘플 분포와 영역 분할

# 다층퍼셉트론 - 구조와 원리

## 다층 퍼셉트론 (MLP: Multi-layer perceptron)



두개의 퍼셉트론1,2를 사용하여,  
특징 벡터를 새로운 공간으로 매핑함

이후, 새로운 공간에서  
하나의 퍼셉트론 (퍼셉트론 3)을 사용하여,  
최종 분류함

그림 4.8 세 개의 퍼셉트론과 이들을 연결하여 만든 다층 퍼셉트론

## ■ 다층 퍼셉트론 아키텍처

- 입력층, 은닉층, 출력층을 가짐
- 입력을 위한  $d$ 개의 노드, 1개의 bias를 위한 노드 (총  $d+1$ )개의 노드
- 한 개의 은닉층 및  $P+1$ 개 은닉층 노드 수(+1은 bias 값)
- 가중치:  $u$ 와  $v$

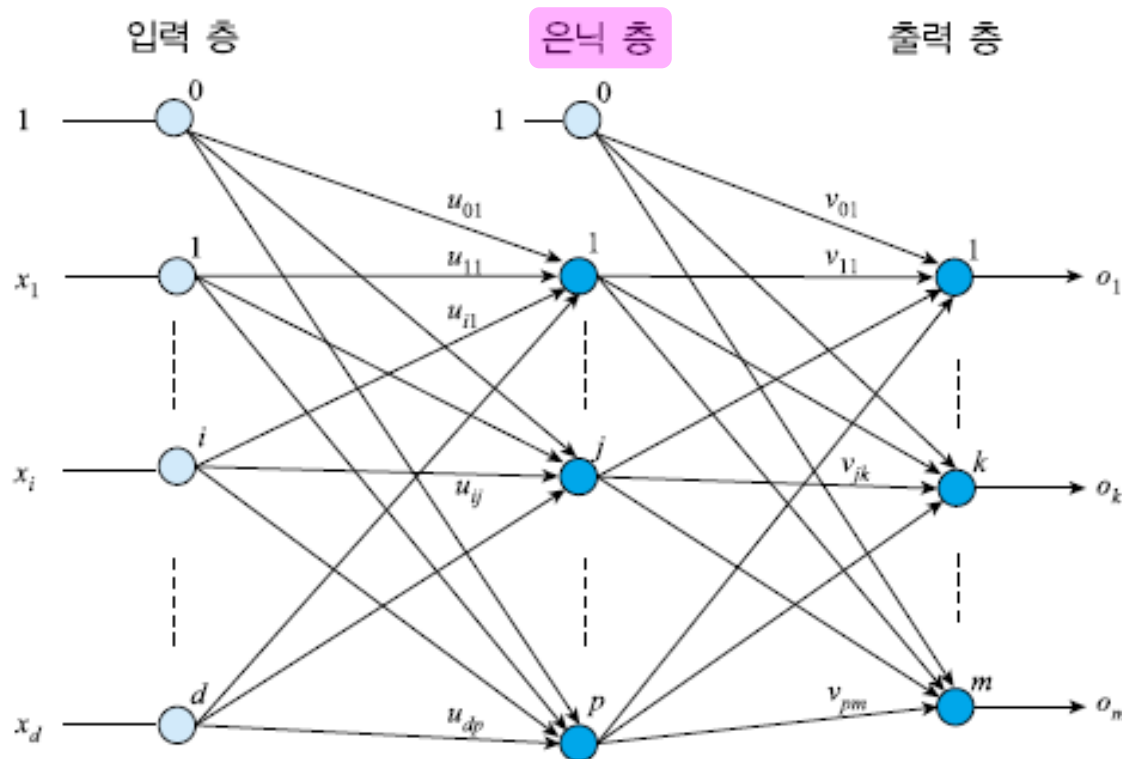


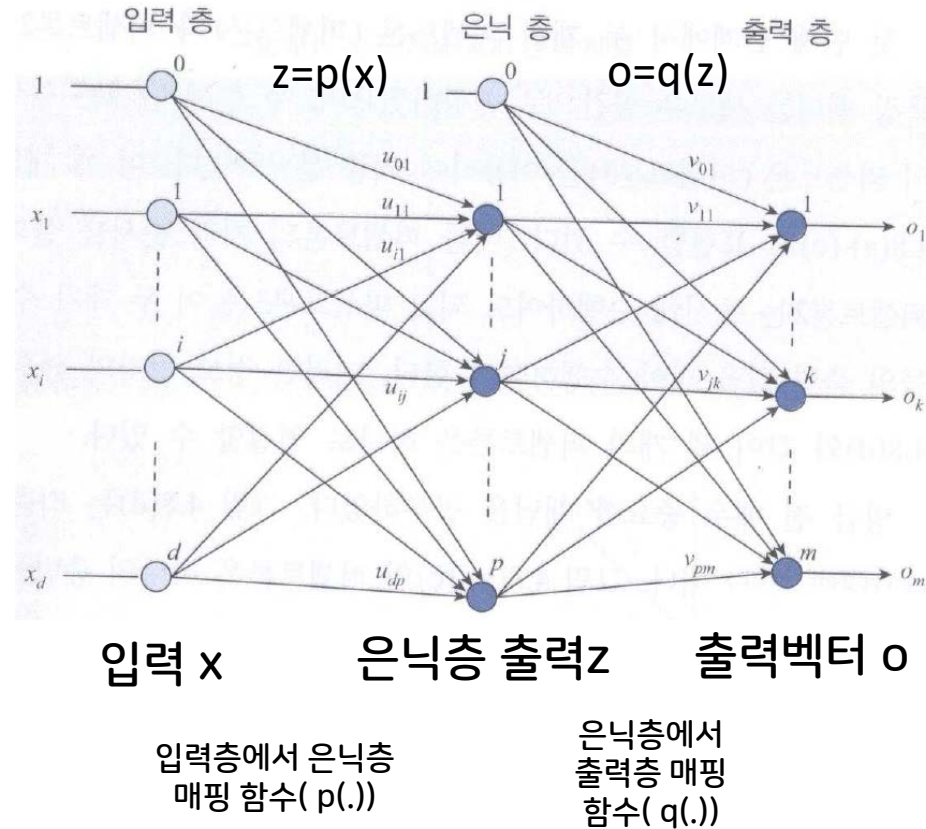
그림 4.9 다층 퍼셉트론의 구조와 표기

## ■ 신경망은 일종의 함수

$$\mathbf{o} = f(\mathbf{x}) \quad (4.10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{z} = p(\mathbf{x}) \\ \mathbf{o} = q(\mathbf{z}) \end{array} \right\} \text{또는} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{o} = q(p(\mathbf{x}))$$





## ■ 전방 계산 (forward computation)

- 신경회로망의 왼쪽에서 오른쪽으로 계산이 이뤄짐

은닉 층의  $j$ 번째 노드,  $1 \leq j \leq p$ :

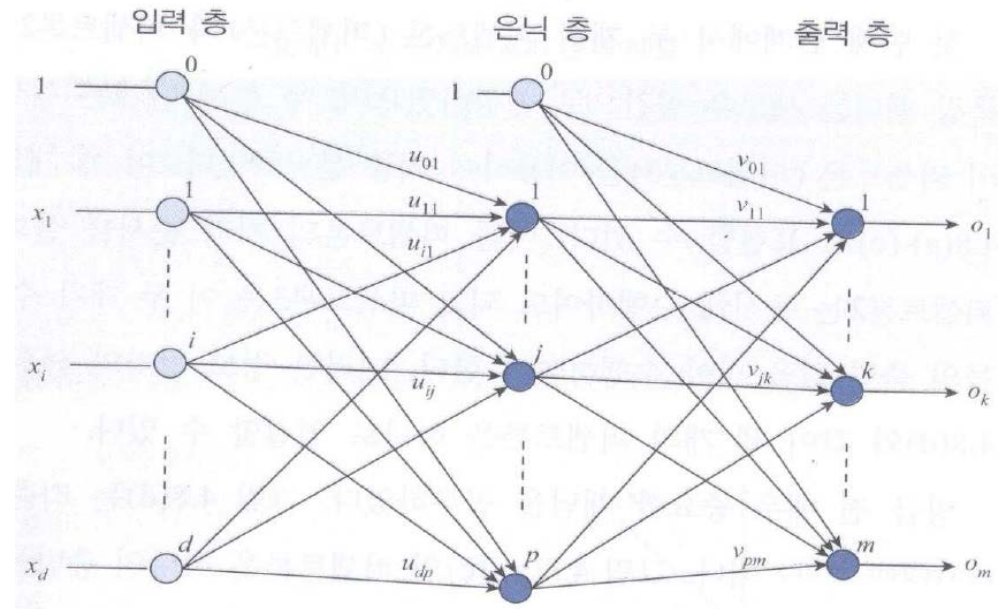
$$\left. \begin{aligned} z\_sum_j &= \sum_{i=1}^n x_i u_{ij} + u_{0j} \\ z_j &= \tau(z\_sum_j) \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

활성함수  
(activation function)

출력 층의  $k$ 번째 노드,  $1 \leq k \leq m$ :

$$\left. \begin{aligned} o\_sum_k &= \sum_{j=1}^p z_j v_{jk} + v_{0k} \\ o_k &= \tau(o\_sum_k) \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

↑  
활성함수  
(activation function)



입력  $\mathbf{x}$

은닉층 출력  $\mathbf{z}$

출력벡터  $\mathbf{o}$

입력층에서 은닉층  
매핑 함수 ( $p(\cdot)$ )

은닉층에서 출력층  
매핑 함수 ( $q(\cdot)$ )

## ■ 활성화 함수 (activation function)

– 다양한 비선형 함수 사용 가능 : 예) 시그모이드 함수

- 이진 시그모이드 함수:

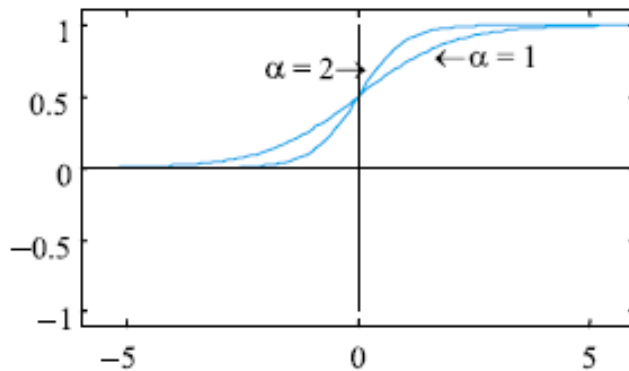
$$\left. \begin{aligned} \tau_1(x) &= \frac{1}{1 + e^{-\alpha x}} \\ \tau_1'(x) &= \alpha \tau_1(x)(1 - \tau_1(x)) \end{aligned} \right\} \quad (4.14)$$

[Derivative of Sigmoid:](http://www.ai.mit.edu/courses/6.892/lecture8-html/sld015.htm)

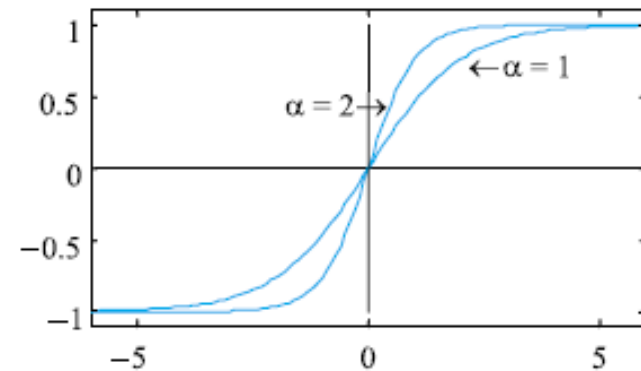
<http://www.ai.mit.edu/courses/6.892/lecture8-html/sld015.htm>

- 양극 시그모이드 함수:

$$\left. \begin{aligned} \tau_2(x) &= \frac{2}{1 + e^{-\alpha x}} - 1 \\ \tau_2'(x) &= \frac{\alpha}{2} (1 + \tau_2(x))(1 - \tau_2(x)) \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$



(a) 이진 시그모이드

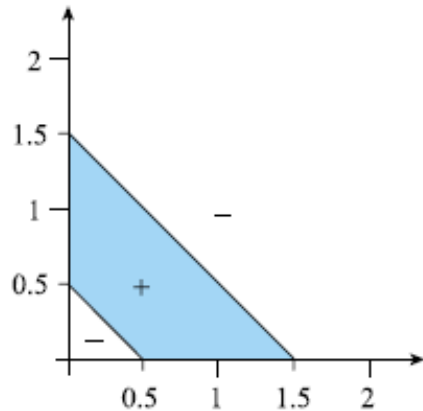


(b) 양극 시그모이드

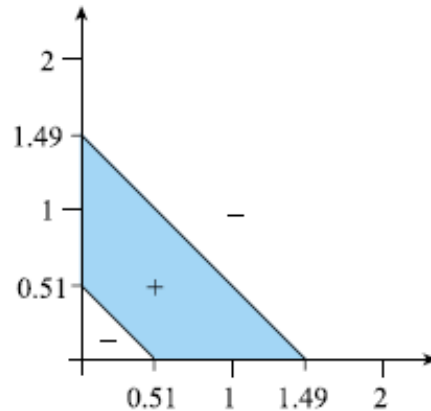
그림 4.10 활성화 함수로 널리 사용되는 두 가지 시그모이드 함수

## 다층 퍼셉트론의 공간 분할 능력

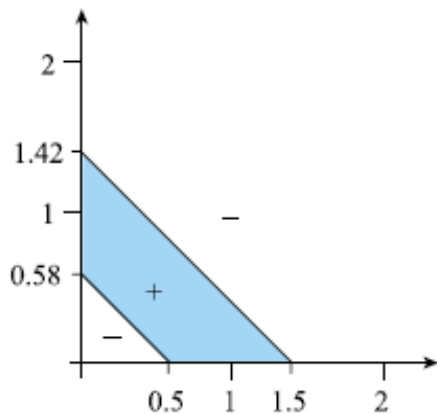
- 활성화 함수에 따른 공간 분할



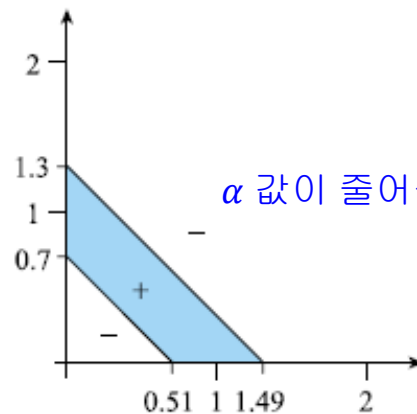
(a) 계단 함수 (양극 시그모이드  $\alpha = \infty$ )



(b) 양극 시그모이드  $\alpha = 5$



(c) 양극 시그모이드  $\alpha = 3$



(d) 양극 시그모이드  $\alpha = 2.5$

$\alpha$  값이 줄어들 수록 w1 class 영역이 줄어들고 있음

그림 4.11 활성화 함수에 따른 다층 퍼셉트론의 공간 분할 능력

# Feed-Forward MLP

## ■ FFMLP (Feed-Forward MLP) 의 아키텍처

- 은닉층은 몇 개로?
- 층간의 연결은 어떻게?
- 각 층의 노드는 몇 개로?
- 어떤 활성화 함수 사용할까?

## ■ MLP의 학습이란?

- MLP 학습이란? 훈련 집합  $X = \{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \dots, (x_N, t_N)\}$ 이 주어졌을 때 이들을 분류하는 다층 퍼셉트론 (즉  $u$ 와  $v$ )을 찾아라.  $(x_i, t_i)$ 에서  $x_i$ 는 특징 벡터이고  $t_i$ 는 분류 표지 벡터로서 class label vector (또는 목적 벡터라고도 target vector 함)  $x_i \in \omega_j$ 이면  $t_i = (0, \dots, 1, \dots, 0)^T$ 이다. 즉  $j$  번째 요소만 1이고 나머지 요소는 모두 0을 갖는다. 이것은 이진 모드를 사용할 때의 값이고 만일 양극 모드를 사용한다면  $t_i = (-1, \dots, 1, \dots, -1)^T$ 로 하면 된다.

## ■ 패턴 인식에서 일반적인 학습 알고리즘 설계 과정

- 단계 1: 분류기 구조 정의와 분류 과정의 수학적 정의
- 단계 2: 분류기 품질 측정용 비용함수  $J(\theta)$  정의
- 단계 3:  $J(\theta)$ 를 최적화하는  $\theta$ 를 찾는 알고리즘 설계

## ■ 단계 1: 분류기 구조 정의와 분류 과정의 수학적 정의

- (4.12)와 (4.13)의 전방 계산이 분류기의 식
- 매개변수 집합  $\Theta = \{u, v\}$

## ■ 단계 2: 비용 함수 정의

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (t_k - o_k)^2 \quad (4.16)$$

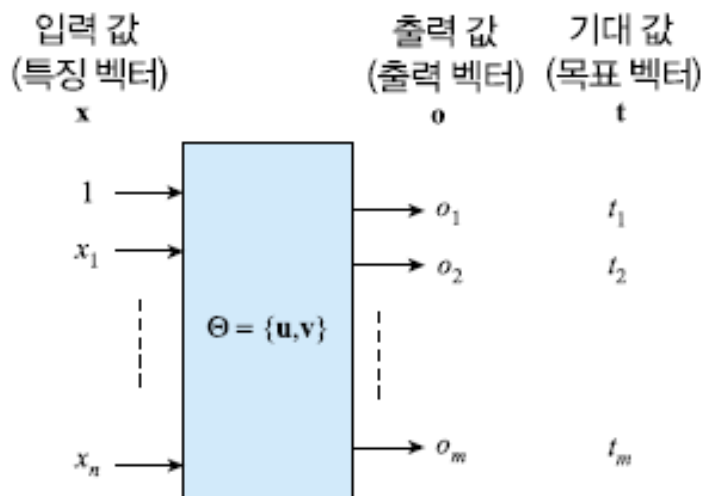


그림 4.12 다층 퍼셉트론의 입력, 출력, 그리고 기대값

은닉 층의  $j$ 번째 노드,  $1 \leq j \leq p$ :

$$\left. \begin{aligned} z\_sum_j &= \sum_{i=1}^n x_i u_{ij} + u_{0j} \\ z_j &= \tau(z\_sum_j) \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

출력 층의  $k$ 번째 노드,  $1 \leq k \leq m$ :

$$\left. \begin{aligned} o\_sum_k &= \sum_{j=1}^p z_j v_{jk} + v_{0k} \\ o_k &= \tau(o\_sum_k) \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$

## ■ 단계 3: (최적 해 찾기) $J(\theta)$ 를 최적화하는 $\theta$ 를 찾는 알고리즘 설계

- 비용함수의 오류를 줄이는 방향으로  $\theta$ 를 수정해 나감

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}(h+1) &= \mathbf{v}(h) + \Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(h) - \rho \frac{\partial E}{\partial \mathbf{v}} \\ \mathbf{u}(h+1) &= \mathbf{u}(h) + \Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}(h) - \rho \frac{\partial E}{\partial \mathbf{u}} \end{aligned} \right\} \quad (4.17)$$

### 알고리즘 [4.4] 다층 퍼셉트론 (MLP) 학습

입력: 훈련 집합  $X = \{(\mathbf{x}_1, \mathbf{t}_1), (\mathbf{x}_2, \mathbf{t}_2), \dots, (\mathbf{x}_N, \mathbf{t}_N)\}$ , 학습률  $\rho$

출력: 가중치  $\mathbf{u}$ 와  $\mathbf{v}$

알고리즘:

1.  $\mathbf{u}$ 와  $\mathbf{v}$ 를 초기화한다.
2. repeat {
3.   for ( $X$ 의 샘플 각각에 대해) {
4.     (4.12)와 (4.13)으로 전방 계산을 한다.
5.      $\frac{\partial E}{\partial \mathbf{v}}$ 와  $\frac{\partial E}{\partial \mathbf{u}}$ 를 계산한다.
6.     (4.17)로 새로운  $\mathbf{u}$ 와  $\mathbf{v}$ 를 계산한다.
7.   }
8. } until (stop-condition);

라인 5를 어떻게?

## ■ $v_{jk}$ 갱신값 $\Delta v_{jk}$ 의 유도

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (t_k - o_k)^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \frac{\partial (0.5 \sum_{r=1}^m (t_r - o_r)^2)}{\partial v_{jk}}$$

$$= \frac{\partial (0.5 (t_k - o_k)^2)}{\partial v_{jk}} \quad \text{특정 출력노드 k에서}$$

$$= -(t_k - o_k) \frac{\partial o_k}{\partial v_{jk}} \quad t_k \text{는 상수임}$$

$$\text{출력 } o_k = \tau(o\_sum_k)$$

$$= -(t_k - o_k) \frac{\partial \tau(o\_sum_k)}{\partial v_{jk}}$$

$$= -(t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k) \frac{\partial o\_sum_k}{\partial v_{jk}}$$

$$= -(t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k) z_j$$

$$o\_sum_k = \sum_{j=1}^p z_j v_{jk} + v_{0k}$$

$$\delta_k = (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k), 1 \leq k \leq m$$

(4.18)

$$\Delta v_{jk} = -\rho \frac{\partial E}{\partial v_{jk}} = \rho \delta_k z_j, 0 \leq j \leq p, 1 \leq k \leq m$$

(4.19)

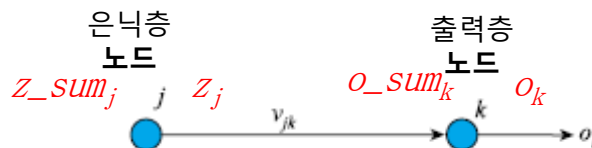
$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v}(h+1) &= \mathbf{v}(h) + \Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}(h) - \rho \frac{\partial E}{\partial \mathbf{v}} \\ \mathbf{u}(h+1) &= \mathbf{u}(h) + \Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}(h) - \rho \frac{\partial E}{\partial \mathbf{u}} \end{aligned} \right\}$$

은닉 층의  $j$ 번째 노드,  $1 \leq j \leq p$ :

$$\left. \begin{aligned} z\_sum_j &= \sum_{i=1}^n x_i u_{ij} + u_{0j} \\ z_j &= \tau(z\_sum_j) \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

출력 층의  $k$ 번째 노드,  $1 \leq k \leq m$ :

$$\left. \begin{aligned} o\_sum_k &= \sum_{j=1}^p z_j v_{jk} + v_{0k} \\ o_k &= \tau(o\_sum_k) \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$



은닉노드 j와 출력 노드 k  
사이의 weight 값( $v_{jk}$ )의 변화가  
error에 미치는 영향



## ■ $u_{ij}$ 를 위한 갱신값 $\Delta u_{ij}$ 의 유도

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (t_k - o_k)^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial u_{ij}} = \frac{\partial (0.5 \sum_{k=1}^m (t_k - o_k)^2)}{\partial u_{ij}}$$

$$= - \sum_{k=1}^m (t_k - o_k) \frac{\partial o_k}{\partial u_{ij}}$$

$$= - \sum_{k=1}^m (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k) \frac{\partial o\_sum_k}{\partial u_{ij}} \quad \text{출력 } o_k = \tau(o\_sum_k)$$

$$= - \sum_{k=1}^m (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k) \left( \frac{\partial o\_sum_k}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial u_{ij}} \right) \quad (4.13)$$

$$= - \sum_{k=1}^m (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k) v_{jk} \frac{\partial z_j}{\partial u_{ij}} \quad (4.12)$$

$$= - \sum_{k=1}^m (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k) v_{jk} \tau'(z\_sum_j) x_i \quad \frac{\partial z_j}{\partial u_{ij}} = \frac{\partial (\tau(z\_sum_j))}{\partial u_{ij}} = \tau'(\cdot) * \frac{\partial (z\_sum_j)}{\partial u_{ij}}$$

$$= - \sum_{k=1}^m \delta_k v_{jk} \tau'(z\_sum_j) x_i \quad \delta_k = (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k)$$

$$\eta_j = \tau'(z\_sum_j) \sum_{k=1}^m \delta_k v_{jk}, 1 \leq j \leq p \quad (4.20)$$

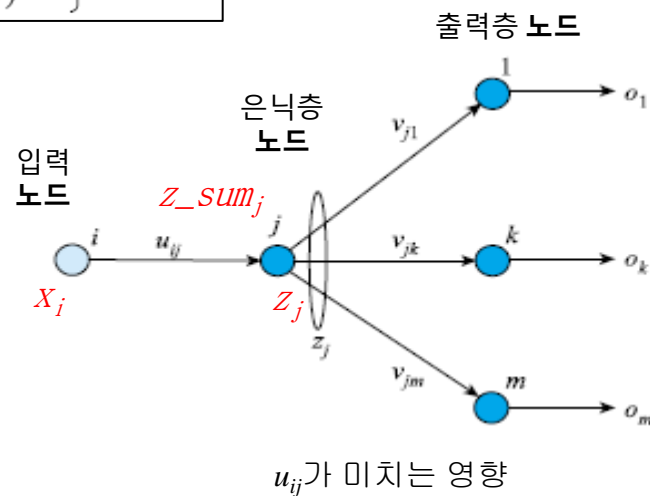
$$\Delta u_{ij} = -\rho \frac{\partial E}{\partial u_{ij}} = \rho \eta_j x_i, 0 \leq i \leq d, 1 \leq j \leq p \quad (4.21)$$

은닉 층의  $j$ 번째 노드,  $1 \leq j \leq p$ :

$$\left. \begin{aligned} z\_sum_j &= \sum_{i=1}^n x_i u_{ij} + u_{0j} \\ z_j &= \tau(z\_sum_j) \end{aligned} \right\} \quad (4.12)$$

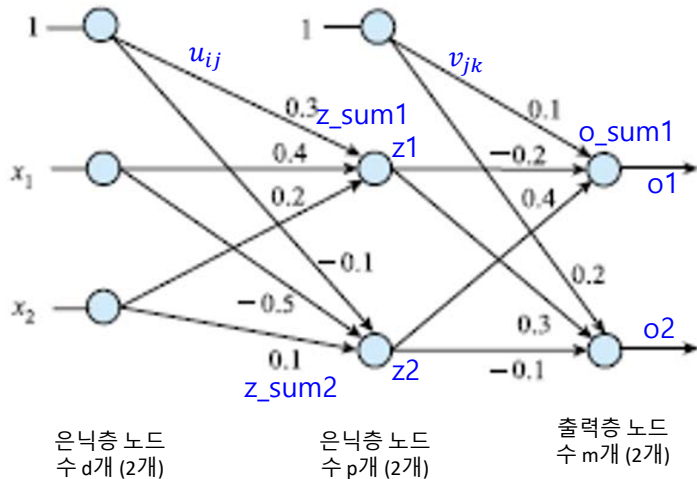
출력 층의  $k$ 번째 노드,  $1 \leq k \leq m$ :

$$\left. \begin{aligned} o\_sum_k &= \sum_{j=1}^p z_j v_{jk} + v_{0k} \\ o_k &= \tau(o\_sum_k) \end{aligned} \right\} \quad (4.13)$$



# 학습

## [알고리즘 4.5] 다중퍼셉트론 학습을 위한 오류 역전파 알고리즘 (패턴 모드)



입력: 훈련 집합  $X = \{(x_1, t_1), (x_2, t_2), \dots, (x_N, t_N)\}$ , 학습률  $\rho$

출력: 가중치  $u$ 와  $v$

알고리즘:

// 초기화

1.  $u$ 와  $v$ 를 초기화한다.
2.  $x_0 = z_0 = 1$ ; // 바이어스
3. **repeat** {
4.   **for** ( $X$ 의 샘플 각각에 대해) {
5.     현재 샘플을  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d)^T$ 와  $\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_m)^T$ 으로 표기한다.

// 전방 계산

6.   **for** ( $j = 1$  to  $p$ ) {  $z\_sum_j = \sum_{i=0}^d x_i u_{ij}$ ;  $z_j = \tau(z\_sum_j)$ ; } // (4.12)
7.   **for** ( $k = 1$  to  $m$ ) {  $o\_sum_k = \sum_{j=0}^p z_j v_{jk}$ ;  $o_k = \tau(o\_sum_k)$ ; } // (4.13)

// 오류 역전파

8.   **for** ( $k = 1$  to  $m$ )  $\delta_k = (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k)$ ; // (4.18)
9.   **for** (모든  $v_{jk}, 0 \leq j \leq p, 1 \leq k \leq m$ 에 대해)  $\Delta v_{jk} = \rho \delta_k z_j$ ; // (4.19)
10.   **for** ( $j = 1$  to  $p$ )  $\eta_j = \tau'(z\_sum_j) \sum_{k=1}^m \delta_k v_{jk}$ ; // (4.20)
11.   **for** (모든  $u_{ij}, 0 \leq i \leq d, 1 \leq j \leq p$ 에 대해)  $\Delta u_{ij} = \rho \eta_j x_i$ ; // (4.21)
- // 가중치 갱신
12.   **for** (모든  $v_{jk}, 0 \leq j \leq p, 1 \leq k \leq m$ 에 대해)  $v_{jk} = v_{jk} + \Delta v_{jk}$ ; // (4.17)
13.   **for** (모든  $u_{ij}, 0 \leq i \leq d, 1 \leq j \leq p$ 에 대해)  $u_{ij} = u_{ij} + \Delta u_{ij}$ ; // (4.17)
14.   }

15. } **until** (stop-condition);

16.  $u$ 와  $v$ 를 저장한다.

## 다층 퍼셉트론의 학습

그림 4.13은  $d=2$ ,  $p=2$ , 그리고  $m=2$ 인 아키텍처를 가진 다층 퍼셉트론이다. 가중치는 그림에서처럼 초기화되어 있다고 하자. 활성 함수로  $\alpha=1$ 인 양극 시그모이드를 사용하고 학습률은  $\rho=0.2$ 라 한다. 아래 샘플을 가지고 알고리즘 [4.5]의 학습 과정을 살펴보자.

$$\mathbf{x} = (0.7, 0.2)^T, \mathbf{t} = (-1, 1)^T$$

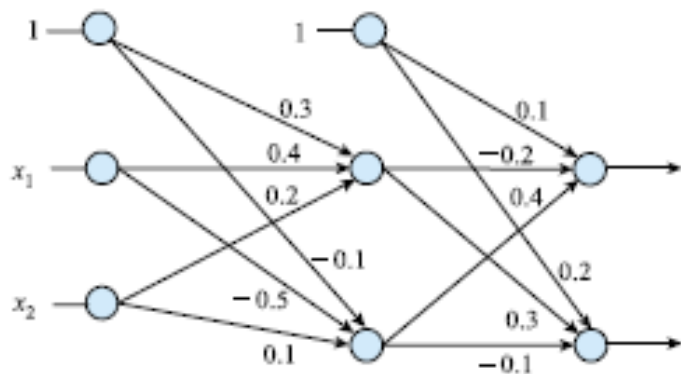


그림 4.13 다층 퍼셉트론 학습 과정의 예시

## ■ 예제

전방 계산을 해 보자.  $\mathbf{x} = (0.7, 0.2)^T$ ,  $\mathbf{t} = (-1, 1)^T$

라인 6:

$$z\_sum_1 = 1*0.3 + 0.7*0.4 + 0.2*0.2 = 0.62000$$

$$z\_sum_2 = 1*(-0.1) + 0.7*(-0.5) + 0.2*0.1 = -0.43000$$

$$z_1 = \tau_2(0.62000) = 2/(1+e^{-0.62000}) - 1 = 0.30044$$

$$z_2 = \tau_2(-0.43000) = 2/(1+e^{0.43000}) - 1 = -0.21175$$

$$\text{for } (j = 1 \text{ to } p) \{ z\_sum_j = \sum_{i=0}^n x_i u_{ij}; \quad z_j = \tau(z\_sum_j); \} \quad // (4.12)$$

라인 7:

$$o\_sum_1 = 1*0.1 + 0.30044*(-0.2) + (-0.21175)*0.4 = -0.04479$$

$$o\_sum_2 = 1*0.2 + 0.30044*0.3 + (-0.21175)*(-0.1) = 0.31131$$

$$o_1 = \tau_2(-0.04479) = -0.02239$$

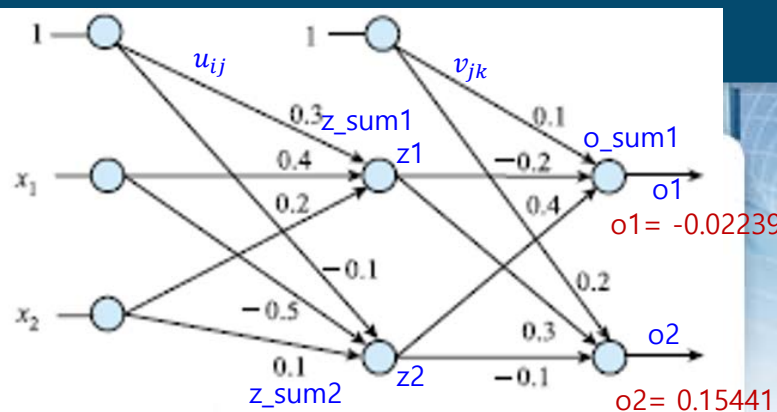
$$o_2 = \tau_2(0.31131) = 0.15441$$

$$\text{for } (k = 1 \text{ to } m) \{ o\_sum_k = \sum_{j=0}^p z_j v_{jk}; \quad o_k = \tau(o\_sum_k); \} \quad // (4.13)$$

이 다층 퍼셉트론은 입력  $\mathbf{x} = (0.7, 0.2)^T$ 에 대해  $\mathbf{o} = (-0.02239, 0.15441)^T$ 을 출력하였다. 기대하는 값  $\mathbf{t} = (-1, 1)^T$ 과의 오류는 아래와 같이 계산할 수 있다.

$$E = 0.5 * ((-1.0 - (-0.02239))^2 + (1.0 - 0.15441)^2) = 0.83537$$

$$E = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^m (t_k - o_k)^2$$



## ■ 예제 4.4

이제 오류 역전파 단계를 계산해 보자.

라인 8:

$$\delta_1 = (-1.0 + 0.02239)\tau'_2(-0.04479) = -0.97761 * 0.5 * (1 + \tau_2(-0.04479))(1 - \tau_2(-0.04479)) \\ = -0.48856$$

$$\delta_2 = (1.0 - 0.15441)\tau'_2(0.31131) = 0.84559 * 0.5 * (1 + \tau_2(0.31131))(1 - \tau_2(0.31131)) \\ = 0.41271$$

라인 9:

$$\Delta v_{01} = 0.2 * (-0.48856) * 1.0 = -0.09771$$

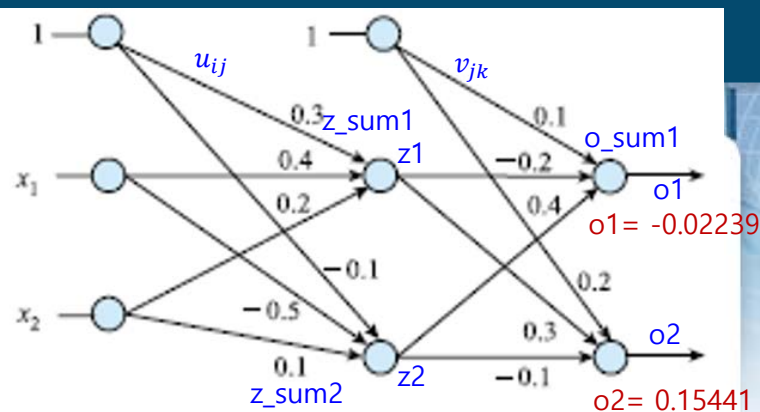
$$\Delta v_{02} = 0.2 * 0.41271 * 1.0 = 0.08254$$

$$\Delta v_{11} = 0.2 * (-0.48856) * 0.30044 = -0.02936$$

$$\Delta v_{12} = 0.2 * 0.41271 * 0.30044 = 0.02480$$

$$\Delta v_{21} = 0.2 * (-0.48856) * (-0.21175) = 0.02069$$

$$\Delta v_{22} = 0.2 * 0.41271 * (-0.21175) = -0.01748$$



// 오류 역전파

$$8. \quad \text{for } (k = 1 \text{ to } m) \quad \delta_k = (t_k - o_k)\tau'(o\_sum_k); \quad // (4.18)$$

$$9. \quad \text{for (모든 } v_{jk}, 0 \leq j \leq p, 1 \leq k \leq m \text{ 에 대해)} \quad \Delta v_{jk} = \rho \delta_k z_j; \quad // (4.19)$$

$$10. \quad \text{for } (j = 1 \text{ to } p) \quad \eta_j = \tau'(z\_sum_j) \sum_{k=1}^m \delta_k v_{jk}; \quad // (4.20)$$

$$11. \quad \text{for (모든 } u_{ij}, 0 \leq i \leq d, 1 \leq j \leq p \text{ 에 대해)} \quad \Delta u_{ij} = \rho \eta_j x_i; \quad // (4.21)$$

라인 10:

$$\eta_1 = \tau'_2(0.62000) * ((-0.48856) * (-0.2) + 0.41271 * 0.3) = 0.10076$$

$$\eta_2 = \tau'_2(-0.43000) * ((-0.48856) * (0.4) + 0.41271 * (-0.1)) = -0.11304$$

라인 11:  $\Delta u_{ij} = \rho \eta_j x_i$

$$\Delta u_{01} = 0.2 * 0.10076 * 1.0 = 0.02015$$

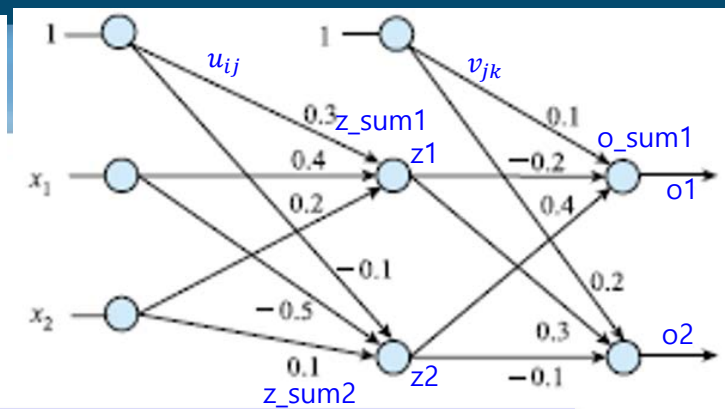
$$\Delta u_{02} = 0.2 * (-0.11304) * 1.0 = -0.02261$$

$$\Delta u_{11} = 0.2 * 0.10076 * 0.7 = 0.01411$$

$$\Delta u_{12} = 0.2 * (-0.11304) * 0.7 = -0.01583$$

$$\Delta u_{21} = 0.2 * 0.10076 * 0.2 = 0.00403$$

$$\Delta u_{22} = 0.2 * (-0.11304) * 0.2 = -0.00452$$



// 오류 역전파

8. for ( $k = 1$  to  $m$ )  $\delta_k = (t_k - o_k) \tau'(o\_sum_k)$ ; // (4.18)

9. for (모든  $v_{jk}, 0 \leq j \leq p, 1 \leq k \leq m$  에 대해)  $\Delta v_{jk} = \rho \delta_k z_j$ ; // (4.19)

10. for ( $j = 1$  to  $p$ )  $\eta_j = \tau'(z\_sum_j) \sum_{k=1}^m \delta_k v_{jk}$ ; // (4.20)

11. for (모든  $u_{ij}, 0 \leq i \leq d, 1 \leq j \leq p$  에 대해)  $\Delta u_{ij} = \rho \eta_j x_i$ ; // (4.21)



## 예제

이제 가중치 갱신 단계를 수행해 보자.

라인 12:

$$\begin{aligned}v_{01} &= 0.1 - 0.09771 = 0.00229 \\v_{02} &= 0.2 + 0.08254 = 0.28254 \\v_{11} &= -0.2 - 0.02936 = -0.22936 \\v_{12} &= 0.3 + 0.02480 = 0.32480 \\v_{21} &= 0.4 + 0.02069 = 0.42069 \\v_{22} &= -0.1 - 0.01748 = -0.11748\end{aligned}$$

라인 13:

$$\begin{aligned}u_{01} &= 0.3 + 0.02015 = 0.32015 \\u_{02} &= -0.1 - 0.02261 = -0.12261 \\u_{11} &= 0.4 + 0.01411 = 0.41411 \\u_{12} &= -0.5 - 0.01583 = -0.51583 \\u_{21} &= 0.2 + 0.00403 = 0.20403 \\u_{22} &= 0.1 - 0.00452 = 0.09548\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}o_1 &= \tau_2(-0.04479) = -0.02239 \\o_2 &= \tau_2(0.31131) = 0.15441\end{aligned}$$



// 가중치 갱신

for (모든  $v_{jk}, 0 \leq j \leq p, 1 \leq k \leq m$ 에 대해)  $v_{jk} = v_{jk} + \Delta v_{jk};$  // (4.17)

for (모든  $u_{ij}, 0 \leq i \leq d, 1 \leq j \leq p$ 에 대해)  $u_{ij} = u_{ij} + \Delta u_{ij};$  // (4.17)

이 예제를 마치고 전에 학습한 효과를 확인해 보자. 이 작업은 새로 얻은 **u와 v**가 좋아졌는지를 확인하는 것이다. 라인 6과 라인 7로 전방 계산을 해보자.

라인 6과 7:  $0.3 \rightarrow 0.32015$

$$z\_sum1 = 1.0 * 0.32015 + 0.7 * 0.41411 + 0.2 * 0.20403 = 0.65083$$

$$z\_sum2 = 1.0 * (-0.12261) + 0.7 * (-0.51583) + 0.2 * 0.09548 = -0.46460$$

$$z_1 = 0.31440$$

$$z_2 = -0.22821$$

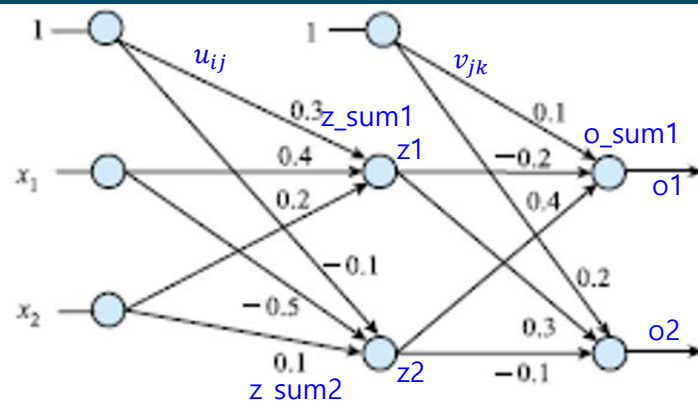
$$o\_sum1 = 1.0 * 0.00229 + 0.31440 * (-0.22936) + (-0.22821) * 0.42069 = -0.16582$$

$$o\_sum2 = 1.0 * 0.28254 + 0.31440 * (0.32480) + (-0.22821) * (-0.11748) = 0.41147$$

$$o_1 = -0.08272$$

$$o_2 = 0.20288$$

$\mathbf{o} = (-0.08272, 0.20288)^T$ 을 얻어 우리가 원하는  $\mathbf{t} = (-1, 1)^T$ 에 가까워졌음을 알 수 있다. 오류도  $E = 0.73840$ 이 되어 이전보다 줄어들었음을 확인할 수 있다. ■■■



## ■ 오류 역전파 알고리즘의 계산 복잡도

□  $\Theta((d+m)pHM)$

□  $H$ 는 세대 수

□ 많은 시간 소요

■ 예) MNIST 필기 숫자 데이터베이스는  $N=60000$



- 학습된 다층 퍼셉트론을 사용하여, 입력에 대해 인식을 수행
- 인식 알고리즘

$x$ 를  $\omega_q$ 로 분류  
 이때  $q = \arg \max_j o_j, 1 \leq j \leq m$

## 알고리즘 [4.6]

다층 퍼셉트론 (MLP)에 의한 인식

입력: MLP ( $u$ 와  $v$ ), 미지 패턴  $x$

출력: 부류  $\omega_q$

알고리즘:

1.  $u$ 와  $v$ 를 읽어 MLP를 설정한다.
2.  $x_0 = z_0 = 1$ ; // 바이어스
3. for ( $j = 1$  to  $p$ ) {  $z\_sum_j = \sum_{i=0}^d x_i u_{ij}$ ;  $z_j = \tau(z\_sum_j)$ ; } // 은닉 층
4. for ( $k = 1$  to  $m$ ) {  $o\_sum_k = \sum_{j=0}^p z_j v_{jk}$ ;  $o_k = \tau(o\_sum_k)$ ; } // 출력 층
5.  $x$ 를  $q = \arg \max_j o_j$  인  $\omega_q$ 로 분류한다. // 가장 큰 값을 갖는 부류

- 시간 복잡도  $\Theta((d+m)p)$ 
  - $N$ 에 무관, 빠름

# 구현과 몇 가지 부연 설명

## ■ 몇 가지 부연 설명

- 네트워크 아키텍처 (은닉 노드 개수 등) 관련
- 가중치 초기화 이슈
- 언제 종료할 것인가?

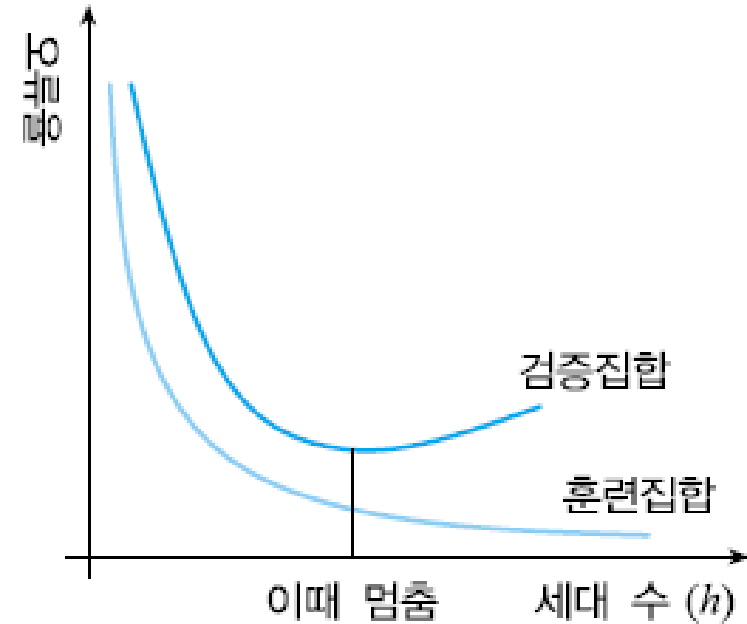


그림 4.15 일반화 기준에 따른 멈춤 조건

# 구현과 몇 가지 부연 설명

## ■ 매개변수 설정

- 일반적인 경우에 적용되는 **보편적 규칙은 없음**
- **경험과 실험을 통해 설정해야 함**
- 신경망 성능이 매개변수에 아주 민감하지는 않기 때문에 어느 정도의 실험과 경험을 통해 설정 가능

## II. Confusion Matrix

## ■ 혼동 행렬(Confusion Matrix)

- 혼동 행렬은 훈련된 모델의 성능을 측정하기 위한 Matrix

		True condition	
		Condition positive	Condition negative
Predicted Condition	Predicted condition positive	True positive	False positive
	Predicted condition negative	False negative	True negative

- TP(True Positive): True를 True로 잘 예측한 것
  - ex) 질병이 있는 사람을 질병이 있다고 예측
- TN(True Negative): False를 False로 잘 예측한 것
  - ex) 질병이 없는 사람을 질병이 없다고 예측
- FP(False Positive): False를 True로 잘못 예측한 것
  - ex) 질병이 없는 사람을 질병이 있다고 잘못 예측
- FN(False Negative): True를 False로 잘못 예측한 것
  - ex) 질병이 있는 사람을 질병이 없다고 잘못 예측

정탐: true positive, true negative 제대로 탐지함

### • true positive의 의미:

- "훈련된 모델"에서 **positive**라고 판단을 내렸을때, 그 판단이 **맞는(true) 경우**
- 즉, 질병이 있는 사람이었는데, 입력데이터를 통해, 머신러닝 엔진에서 "**질병이 있다(positive)**"라고 했고, **그 결과가 맞는(true) 경우임**

### • true negative의 의미:

- 머신러닝 엔진에서 "**질병이 없다(negative)**"라고 했고, **그 결과가 맞는(true) 경우임**
- 즉, 질병이 없는 사람을 잘 맞췄음

오탐: false positive, 엉터리로 탐지함

### • false positive의 의미:

- 머신러닝 엔진에서 "**질병이 있다(positive)**"라고 했는데, **그 결과는 틀린 것임(false)**
- 즉, 질병이 없는 사람을 질병이 있다!라고 틀리게 탐지함

미탐: false negative, 탐지하지 못함

### • false negative의 의미:

- 머신러닝 엔진에서 "**질병이 없다(negative)**"라고 했는데, **이 결과는 틀렸음**
- 즉, 질병이 있는 사람을 탐지하지 못함 (미탐)

# 머신러닝 모델 검증 방법

## 머신러닝 모델 성능 지표

- 정확도(Accuracy):  $(TP + TN) / Total$ 
  - 전체 데이터 중 True는 True로, False는 False로 잘 예측하는 정도
  - True와 False의 정도가 불균형한 데이터에서는 적절한 평가지표라고 볼 수 없음
    - ex) 신용카드 사기 거래에 대한 예측을 원할 때, 100,000개의 데이터 중 99,900개가 정상 거래고 100개가 사기 거래인 경우, '모든 거래가 정상 거래'라고 판단해도 정확도는 99.9%가 됨
- 정밀도(Precision):  $TP / (TP + FP)$ 
  - 모델이 "positive다~"라고 한 예측 중에서, 예측한 값이 실제 맞는지(true)에 대한 정도
  - 즉, 탐지했다고 주장하는 것 중에서(즉, positive), 그 예측이 정확히 맞는 경우
- 재현율(Recall) :  $TP / (TP + FN)$  (sensitivity라고도 함)
  - 실제로 True인 값들(TP와 FN) 중, 모델이 잘 예측한 값(TP)의 비율
- F1 Score:  $2 \times (\text{정밀도} \times \text{재현율}) / (\text{정밀도} + \text{재현율})$ 
  - 정밀도와 재현율의 중요성을 동일하게 보고 있음
  - 정밀도와 재현율은 상호 보완할 수 있는 수준에서 적용되어야 함
  - 정밀도와 재현율을 결합한 지표를 F1 Score라고 함



# 감사합니다

## Q & A

부산대학교 전기컴퓨터공학부  
부산대학교 사물인터넷 연구센터장  
부산대 블록체인 플랫폼 연구센터장  
부산대 융합보안대학원 책임교수

김호원

[howonkim@pusan.ac.kr](mailto:howonkim@pusan.ac.kr)

