

Neural Network Basic Assignment

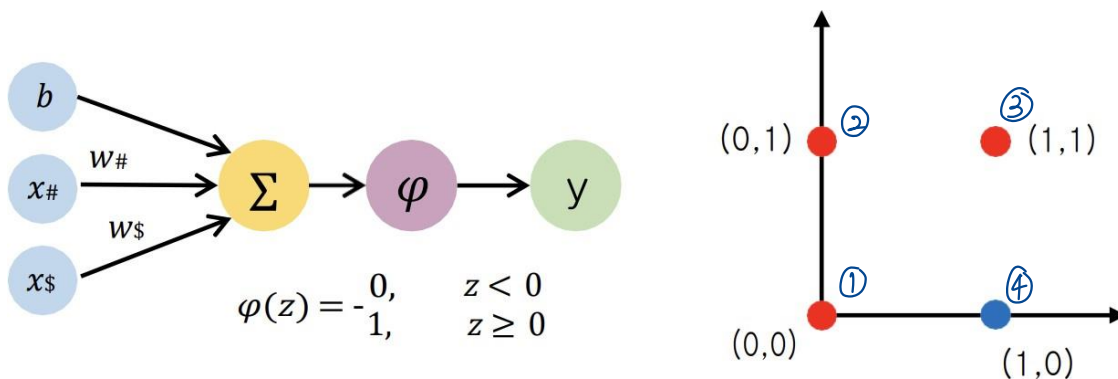
이름: 임승섭

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} \sigma(z) &= \frac{d}{dz} (1 + e^{-z})^{-1} = (-1) \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} \cdot \frac{d}{dz} (1 + e^{-z}) = \frac{1}{(1 + e^{-z})^2} e^{-z} = \frac{1}{1 + e^{-z}} \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-z}} \right) \\ &= \sigma(z) \cdot (1 - \sigma(z)) \end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$w\# = -0.5, w\$ = 0.5, b = 0.5$$

$$\textcircled{1} (-0.5 \times 0) + (0.5 \times 0) + 0.5 = 0.5 \Rightarrow 1$$

$$\textcircled{2} (-0.5 \times 0) + (0.5 \times 1) + 0.5 = 1 \Rightarrow 1$$

$$\textcircled{3} (-0.5 \times 1) + (0.5 \times 1) + 0.5 = 0.5 \Rightarrow 1$$

$$\textcircled{4} (-0.5 \times 1) + (0.5 \times 0) + 0.5 = 0 \Rightarrow 0$$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$$\text{learning_rate} = 0.1$$

$$\textcircled{1} b \leftarrow 0.5 + 0.1(1-1) \times 1 = 0.5$$

$$w\# \leftarrow -0.5 + 0.1(1-1) \times 0 = -0.5$$

$$w\$ \leftarrow 0.5 + 0.1(1-1) \times 0 = 0.5$$

$$\textcircled{2} b \leftarrow 0.5 + 0.1(1-1) \times 1 = 0.5$$

$$w\# \leftarrow -0.5 + 0.1(1-1) \times 0 = -0.5$$

$$w\$ \leftarrow 0.5 + 0.1(1-1) \times 1 = 0.5$$

$$\textcircled{3} b \leftarrow 0.5 + 0.1(1-1) \times 1 = 0.5$$

$$w\# \leftarrow -0.5 + 0.1(1-1) \times 1 = -0.5$$

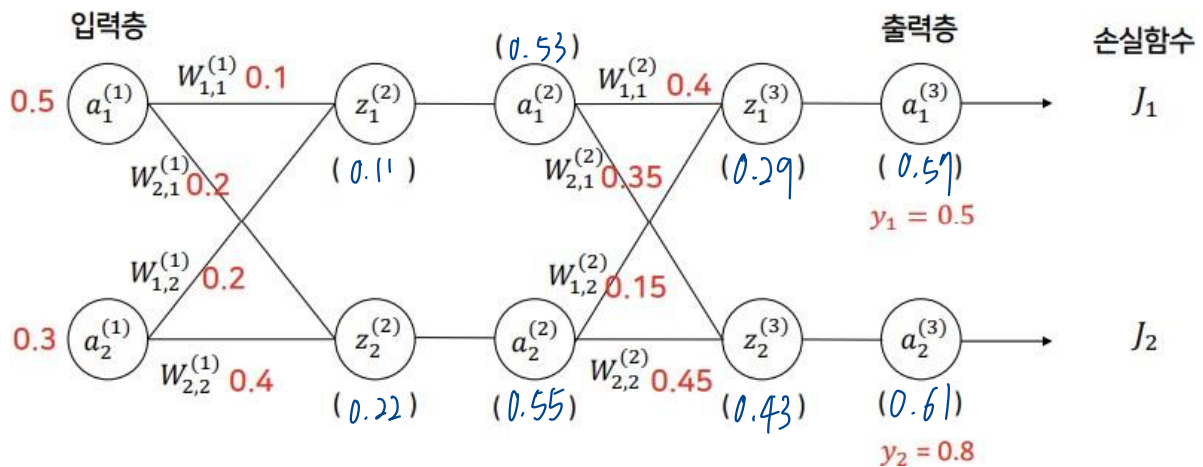
$$w\$ \leftarrow 0.5 + 0.1(1-1) \times 1 = 0.5$$

$$\textcircled{4} b \leftarrow 0.5 + 0.1(0-1) \times 1 = 0.4$$

$$w\# \leftarrow -0.5 + 0.1(0-1) \times 1 = -0.6$$

$$w\$ \leftarrow 0.5 + 0.1(0-1) \times 0 = 0.4$$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\Delta(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$$

$$24 \quad 0.53 \quad 0.15 \quad 0.55$$

$$z_1^{(2)} = (0.1 \times 0.5) + (0.2 \times 0.3) = 0.11$$

$$a_1^{(2)} = \Delta(0.11) = 0.53$$

$$z_2^{(2)} = (0.2 \times 0.5) + (0.4 \times 0.3) = 0.22$$

$$a_2^{(2)} = \Delta(0.22) = 0.55$$

$$z_1^{(3)} = (0.4 \times a_1^{(2)}) + (0.15 \times a_2^{(2)}) = 0.29$$

$$a_1^{(3)} = \Delta(0.29) = 0.57$$

$$z_2^{(3)} = (0.35 \times a_1^{(2)}) + (0.45 \times a_2^{(2)}) = 0.43$$

$$a_2^{(3)} = \Delta(0.43) = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2$$

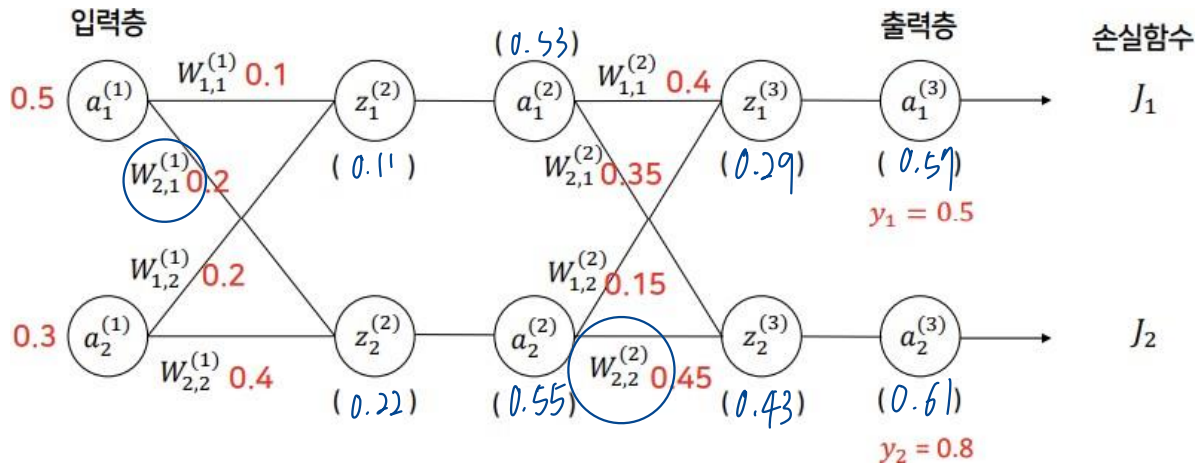
$$= \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2$$

$$= 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2$$

$$= \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2$$

$$= 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $w_{2,2}^{(2)}$ 과 $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $w_{2,1}^{(1)}$ 과 $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\Delta_2^{(3)} = \frac{\Delta J_2}{\Delta z_2^{(3)}} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) = (0.61 - 0.8) \times 0.61 (1 - 0.61) = -0.045$$

$$w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - 0.1 \Delta_2^{(3)} a_2^{(2)} = 0.45 - 0.1 (-0.045 \times 0.55) = 0.452475$$

$$\Delta_1^{(3)} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) = (0.57 - 0.5) \times 0.57 (1 - 0.57) = 0.017$$

$$\Delta_2^{(2)} = (\Delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(3)} + \Delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(3)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)})$$

$$= (0.017 \times 0.2 + (-0.045 \times 0.45)) \times 0.55 (1 - 0.55)$$

$$= -0.004$$

$$w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - 0.1 \Delta_2^{(2)} a_1^{(1)} = 0.2 - 0.1 (-0.004 \times 0.5) = 0.2002$$