AE201 Individual Design Report

2022 Spring

20210097 김서윤

⟨Initial Brainstorming⟩

	1
I. Introduction	
II. Preliminary LTA Design	
Frame - ShapeBalloon - Number, ArrangementControl - Pitch, YawElectronics	
III. Preliminary LTA Performance Analysis	<u> </u>
•Aerodynamic Analysis	
IV. Critical LTA Design	
 More detailed Control - Change in Pitch Control Method More detailed Stability - Pitch, Yaw, Roll Stability while T More detailed Arrangements - Minimalize Mass, Battery 	urning
V. Critical LTA Performance Analysis	
•Stability While Turning - Pitch, Yaw, Roll •Aerodynamic Analysis	,
VI. Final Prototype	
•Control •Design	
VII. Discussion	
]

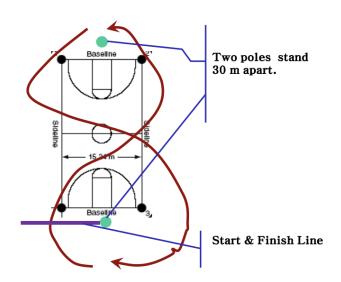
I. Introduction

1. 목표

Controllable, Stable, Reliable, Fast, Light한 LTA vehicle을 팀 기반으로 디자인 및 제작하는 과정을 통해 System Design의 원리에 대한 이해를 높이는 것이다.

2. 규칙

- 최대 6개의 풍선과 주어진 재료들만으로 LTA를 만들어야 한다
- 질량 제한은 없으나 LTA의 가장 긴 변이 1.8m을 넘지 말아야한다.
- Race는 KAIST Sports Complex에서 진행되며 LTA를 다음과 같은 8자 코스를 따라 2바퀴 진행시켜야 한다.



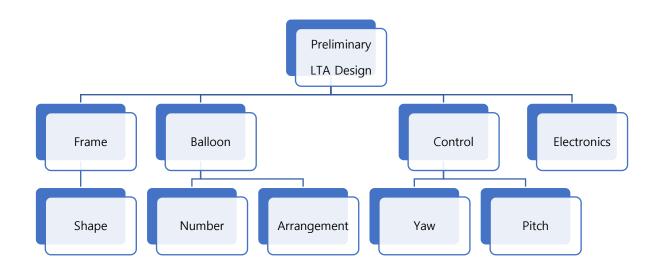
[그림 1] KAIST Sports Complex 8자 코스

- 1명의 Pilot과 1명의 Assistant가 각 race에 참여할 수 있으며, 점수는 주행 시간과 반칙 횟수를 통해 결정된다.
- * Score = 500 (Flight time) (Number of touching violation) \times 20 (Number of Handling violation) \times 50 (Number of break) \times 100

3. 전략 (Race Strategy)

- LTA가 Stable & Controllable해야 Penalty에 의한 감점을 적게 받을 수 있다.
- LTA가 Fast해야 주행 시간을 단축시킬 수 있다.
- LTA가 견고해야 주행 중에 망가지지 않을 수 있다.

II. Preliminary LTA Design

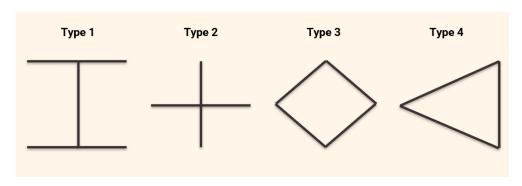


1. Frame

먼저 프레임을 분석할 때 사용한 가정 3가지는 다음과 같다.

1) 막대는 두께가 없다. 2) 막대는 균일하다. 3) 풍선의 질량은 프레임의 질량에 비해 아주작으므로 무시할 수 있다.

여러 개의 Frame 후보 중 최대한 대칭적이고 일반적인 모양의 네 후보를 선정했다. 이중 앞서 논의한 전략에 따라 Stable하고 Control 하기 쉬우며 Fast한 LTA를 만드는 데에 적합한 Frame을 찾기 위해 질량과 회전 관성에 대한 분석을 진행하였다.



[그림 2] 네 가지의 Frame 후보들

우리의 목표는 다음의 세 가지 기준을 가장 골고루 만족시키는 Frame을 찾는 것이었다.

- 1) I_Z 가 최소인 Frame을 찾는다. (Yawing을 Control 하기 쉽다.)
- 2) I_X 가 최대인 Frame을 찾는다. (Rolling Stability가 뛰어나다.)
- 3) 질량이 최소인 Frame을 찾는다. (질량이 작을수록 속도가 빠르다.)

이때, Pitch를 기준에서 고려하지 않은 첫번째 이유는 Yaw는 방향에 직접적으로 연관되어 LTA의 코스와 주행 시간에 큰 영향을 미치지만, Pitch는 고도 이외에는 연관이 없다고 판단하였기 때문이다. 두번째 이유는 Rolling은 따로 조종할 수 없도록 설계되었기 때문에 I_X 가 Stability에 미치는 영향이 크지만, Pitch는 조종할 수 있어서 I_Y 가 미치는 영향이 작을 것으로 생각되었기 때문이다.

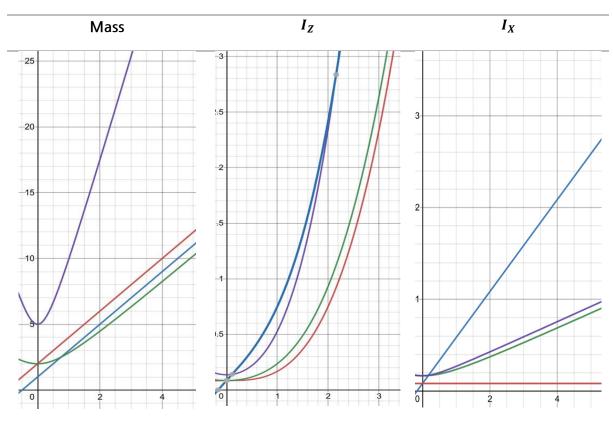
사이즈에 따른 경향성을 파악하기 위해 각 프레임의 가로, 세로의 비율이 $1:\alpha$ 인 직사각형 틀 안에 들어가도록 고정한 후 질량과 회전 관성을 계산하였다. 이후, 질량이 너무 큰 프레임이나 I_Z 가 너무 커서 control하기 어려운 프레임, I_X 가 너무 작아서 안정적이지 못한 프레임을 제외시켰다.

 $[표 1] \alpha$ 에 따른 Mass, I_Z , I_X

	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
Mass/λ	$2\alpha + 1$	$2\alpha + 2$	$2\sqrt{1+\alpha^2}$	$1+4\sqrt{1+4\alpha^2}$
I_z/λ	$\frac{1+6\alpha+2\alpha^3}{12}$	$\frac{1+\alpha^3}{12}$	$\frac{(1+\alpha^2)^{3/2}}{12}$	$\frac{3+4\alpha^2}{36} + \left(\frac{1+4\alpha^2}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{5}{48} + \frac{7\alpha^2}{36}\right)$
I_x/λ	$\frac{1+6\alpha}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{(1+\alpha^2)^{1/2}}{6}$	$\frac{1 + (1 + 4\alpha^2)^{1/2}}{12}$

 λ : mass per length

다음 그래프는 [표 1]의 식들을 지오지브라(Geogebra) 프로그램을 이용하여 그래프로 나타 낸 것이다.



 $[표 2] \alpha$ 에 따른 Mass, I_Z , I_X 그래프

Type 4의 질량이 독보적으로 Type 1, Type 4의 I_Z 가 커서 Type 2의 I_X 가 가장 작아서 커서 제외시켰다.

제외시켰다.

제외시키고자 하였으나 오직 Frame 만을 고려해서 나온 값이기 때문에 알 수 없다는 의견이 있어 보류하였다.

Type1: 파란색, Type 2: 빨간색, Type 3: 초록색, Type 4: 보라색

Frame 후보로 남은 Type 2와 Type 3 중에서 제작 시의 용이성을 고려하여 Type 2로 결정 하였다. Type 3는 다이아몬드 형이기 때문에 Electronic Components를 달기가 마땅치 않을 뿐더러 Frame끼리의 연결도 힘들기 때문이다. 반면 Type 2의 경우 x축, y축을 따라서 Electronic Components를 달기 용이하고 실제로 Electronic Components를 달면 회전 관성 이 늘어나기 때문에 Frame의 I_X 가 조금 작더라도 Rolling Stability가 크게 차이 나지 않을 것 으로 보았다.

2. Balloon

풍선의 개수와 배치를 결정하기 위해 다음의 6가지 후보들을 선정한 후 질량 마진과 단면 적 등을 계산하였다. 최종 모델은 2의 결과와 III에서 구한 최종 속도를 종합하여 결정하였다.

3b-1 4b-1 4b-2

4b-3 5b-1 6b-1

[표 3] Solidworks로 그린 6가지 풍선 모델

가. 부력

AE201 Lab 2의 결과를 인용하면 헬륨 풍선 1개 당 약 0.73N의 부력을 낸다는 것을 알수 있다. 따라서 풍선의 개수가 증가할수록 부력의 크기는 0.73N에 정비례하여 늘어나게 되며 정리하면 [표 4]와 같다.

Number of balloon	LIFT(mN)
3	2190
4	2920
5	3650
6	4380

[표 4] 풍선 개수에 따른 부력

나. 질량

1) 프레임의 질량

프레임은 Thin Carbon Pipe(0.181N/m)을 이용하여 제작하기로 하였다. 모터와 프로펠러를 달아야 하기 때문에 프레임의 길이를 풍선의 길이보다 여유 있게 설정한 후 선 질량 밀도를 곱하여 질량의 크기를 구하였다. 그 결과는 [표 5]와 같다.

[표 5] 풍선 모델에 따른 프레임의 길이와 무게

MODEL	l(cm)	<u>—(cm)</u>	LENGTH (cm)	Frame Weight (mN)
3b-1	60	160	220	398
4b-1	60	230	290	525
4b-2	160	230	390	706
4b-3	60	230	290	525
5b-1	80	230	310	561
6b-1	160	230	390	706

2) Electronic Components의 질량

Motor 3개와 Servo Motor 1개를 이용하기로 했기 때문에 대략적으로 필요한 Electronic Components의 질량은 [표 6]과 같이 구할 수 있다.

[표 6] Electronic Components의 질량

Propeller set * 3	12.6g
Motor * 3	35.7g
ESC * 3	31.5g
battery * 1	107g
Servo motor * 1	8.4g
Receiver * 1	6.7g
Control Surface (Balsa Wood 150*100)	15.5g
EXTRAS(wires etc.)	20g
TOTAL MASS	237.4g
TOTAL WEIGHT	2327mN

3) 총 질량 및 무게 마진

총 질량은 Frame의 질량과 Electronic Components의 질량을 합한 값이다. LTA가 Pitch를 안정적으로 유지하기 위해서는 Lift - Weight의 값이 작을수록 좋기 때문에 다음과 같이 무게 마진을 구해보았다. 그 결과 풍선이 4개일 때가 가장 안정적이었다.

MODEL	LIFT(mN)	WEIGHT(mN)	LIFT-WEIGHT (<u>mN</u>)
3b-1	2190	2725	-535
4b-1	2920	2852	68
4b-2	2920	3033	-113
4b-3	2920	2852	68
5b-1	3650	2888	762
6b-1	4380	3033	1347

[표 7] 모델 별 무게 마진

다. 단면적

정확한 단면적을 구하려면 풍선들이 겹친 부분까지도 고려해야 했기 때문에 Solidworks 프로그램의 Lpattern 기능을 이용하여 실제 모델을 평면에 정사영 시킨 넓이를 구하였다. 모델 별 단면적의 모양은 다음과 같다.

[표 8] 모델 별 단면적의 크기

[표 9] 모델 별 무게 마진과 단면적

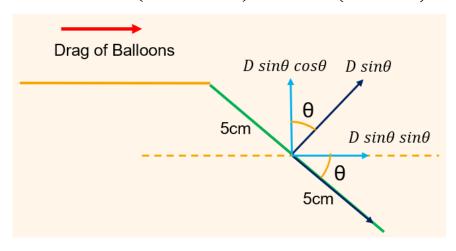
MODELS	3D DESIGN	LIFT-WEIGHT(mN)	AREA(cm ²)
3b-1		-535	3010.91
4b-1		68	3010.91
4b-2		-113	3951.65
4b-3		68	3010.91
5b-1	000	762	3899.80
6b-1		1347	2714.92

3. Control Method

가. Pitch

다음 그림과 같이 LTA의 꼬리 부분에 Servo Motor을 단 후 Control Surface (10cm * 15cm)를 부착하여 각도를 조절함으로써 Pitch를 조절하고자 하였다. 무게 중심에서 Control Surface까지의 길이를 r이라고 하면 다음 식만큼의 반시계 방향 토크가 생성되기 때문에 풍선의 Drag에 의한 시계 방향 토크를 상쇄시킬 수 있을 것이라고 생각하였다.

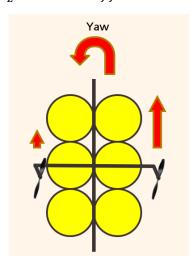
 $\tau = D \sin\theta \cos\theta \times (r + 0.05 \times \cos\theta) + D \sin\theta \sin\theta (0.05 \times \sin\theta)$



[그림 3] Control Surface에 작용하는 힘

나. Yaw

Yaw는 y-axis에 달린 두 프로펠러의 추력을 달리함으로써 토크를 얻어내려고 하였다. 각 가속도의 크기는 다음 식을 통해서 구할 수 있다.

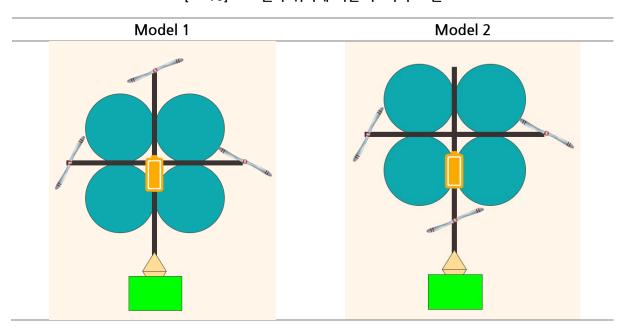


 $\tau = I_Z \alpha = thrust \ difference \times length$

[그림 4] Differential Thrust 작동 예시

4. Electronics

III의 결과에 따라 풍선은 6b-1의 모델에서 뒤의 두 개의 풍선을 뺀 형태로 네 개의 풍선 만을 이용하기로 하였다. 따라서 다음의 두 가지 Final Model의 후보가 나왔다.



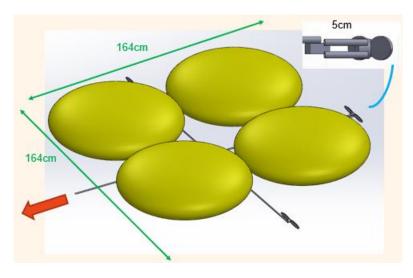
[표 10] 프로펠러 위치에 따른 두 가지 모델

- 터리가 중심 부근에 위치할 수 있어서 구조 에 직접적인 영향을 미치지 않는다. 적으로 안정적이다.
- 에 직접적인 영향을 미친다.
- 무게 중심의 위치를 쉽게 찾을 수 있고 배 프로펠러에서 나오는 바람이 풍선의 Drag
- 무게 중심의 위치를 찾는 것이 어렵고 배 - 프로펠러에서 나오는 바람이 풍선의 Drag 터리가 무게 중심과 멀어져서 구조적인 안정 성이 떨어진다.

논의한 결과 Drag가 조금 커지더라도 안정성을 택하자는 의견이 많아서 최종 모델은 Model 1으로 결정되었다. Frame, Electronic Components 등을 종합적으로 고려한 Model 1의 세부 사항은 다음과 같다. Battery Position은 Center of Lift와 Center of Gravity가 일치하도록 하 는 Battery의 위치를 계산한 것이다.

Γ	Ħ	111	PDR	치조	모델의	세부	사하
- 1	ж.		ΓDN	410	ㅗㄹᅴ		ハド

Final total mass	295.86g
Final total weight	2.8994N
Final velocity	9.78m/s
Necessary endurance	196 s (possible)
Final stability	$I_x = 0.18048kgm^2$ $I_y = 0.20955kgm^2$ $I_z = 0.37913kgm^2$
Battery Position	61.9375cm (from front propeller)



[그림 3] Final PDR 모델

III. Preliminary LTA Performance Analysis

1. 속도

Laminar Flow라고 가정한 후 Friction Drag를 무시하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$T-D=m\dot{v}$$
, $D=rac{1}{2}
ho AC_dv^2$
$$T-rac{1}{2}
ho AC_dv^2=m\dot{v}$$

위의 Ordinary Differential Equation을 풀기 위하여 매트랩의 Ode45를 이용하였다.

```
function V = Velocity(n,m,A,result) % Caculating Velocity

V = zeros(2,1);
V(1) = (Thrust(n) - Drag(A) * result(1)^2) / m; % Velocity
V(2) = result(1); % Distance

end
```

풍선의 개수와 단면적의 값을 바꿔주면 6개의 모델에 대해 분석할 수 있다.

```
%% Main Code

NumberofMotor = 3; % Number of Motor
NumberofBallon = 6; % Number of Ballon

MassofFrame = 3033 / 9.8; % (g)
totalmass = (5.54 * NumberofBallon + MassofFrame) * 10^(-3); % Total Mass(kg), 5.54 : Helium Weight A = 2714.9 * 10^(-4); % Whole Area of Front Side (m^2)

h = 0.5; % step's size
t = 0:h:500; % (s)

v(1) = 0; % initial value
v_dot(1) = 0; % initial value

[x,result] = ode45(@(x,result) Velocity(NumberofMotor,totalmass,A,result), t, [v(1) v_dot(1)]);
```

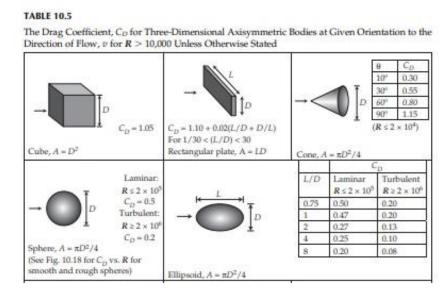
앞에서 나온 풍선의 부력 0.73N은 헬륨의 무게를 고려하지 않은 값이었기 때문에 풍선의 부피에 헬륨의 밀도를 곱해서 얻은 헬륨의 질량 값(5.54g)을 추가로 고려해주었다.

$$V = \frac{4}{3}\pi \times 0.36 \times 0.36 \times 0.12(m^3) = 0.065(m^3)$$
$$m = \rho V = 0.0852(g/m^3) \times 0.065(m^3) = 5.54(g)$$

Drag를 계산하는 함수이다.

```
Drag_Coeff = 0.26; % Drag_Coeff - Ellipsoid
Air_Density = 1.225; % kg / m^3
D = 0.5 * Air_Density * Area * Drag_Coeff;
end
```

Drag Coefficient는 풍선을 타원체로 간주한 후 아래 참고 자료(Reference[1])의 값을 이용하였다. L/D 값이 3이었기 때문에 (0.25 + 0.27)/2 = 0.26으로 생각하였다.



[그림 4] Drag Coefficient

Thrust를 계산하는 함수이다.

```
function T = Thrust(n)
    motor_thrust = 1.38; % Unit : N, Average of Thrust by Lab1
    T = n * motor_thrust;
end
```

AE201 Lab 1의 Thrust Test 실험 데이터를 평균 내어보니 motor thrust가 약 1.38N인 것을 알 수 있었다. 따라서 모터가 n개이면 전체 추력은 T = 1.38 * n이다.

2. Endurance

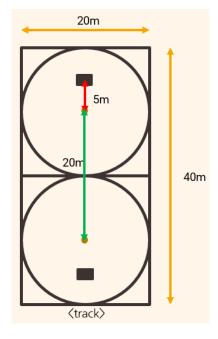
```
function E = Endurance(Acutal_Distance)

Total_Distance = 320; % (m)
Endurance = 1200; % (s), 20.7m but we set 20m

if (Endurance) > (Total_Distance * 6 / Acutal_Distance)

Time = Total_Distance * 6 / Acutal_Distance;
Try = 6 * 1200/(Total_Distance * 6 / Acutal_Distance);
disp('We can use this Model!')
fprintf('How Much Times We need : %ss \n',num2str(floor(Time)))
fprintf('How Many Times We Can try : %s Times \n',num2str(floor(Try)))
else
    disp('We can Not use this Model!')
end
end
```

Endurance는 여섯 명이 Race를 하는 동안 배터리가 방전되지 않고 견딜 수 있는지를 판별하는 함수이기 때문에 Total Distance는 곧 Maximum Distance로 간주되었다. 아래 그림모양의 8자 코스를 가장 긴 거리로 주행하기 위해서는 한 바퀴당 20*4 + 40*2 = 160(m)가필요하므로 한 사람 당 320(m)씩 주행할 수 있어야 했다.



[그림 5] Maximum Flight Distance

6개의 모델을 분석한 결과 6b-1 모델에서의 최종 속력이 9.78m/s로 가장 빨랐고 출력 결과는 다음과 같다. 6개의 경우 모두 Endurance는 충분했다.

Thrust: 4.14 N
Drag : 4.1376 N
Velocity : 9.78 m/s
Distance : 4887 m
We can use this Model!

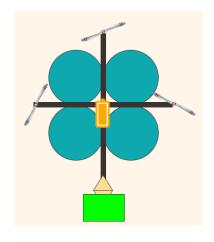
How Many Times We Can try: 36 Times

지금까지의 결과를 표로 정리하면 다음과 같다.

[표 12] 모델 별 무게 마진, 단면적, 최종 속도

MOD ELS	3D DESIGN	LIFT - WEIGHT(mN)	AREA(cm²)	Velocity(m/s)
3b-1		-535	3010.91	9.29
4b-1		68	3010.91	9.29
4b-2	<i>6</i>	-113	3951.65	8.11
4b-3		68	3010.91	9.29
5b-1	600	762	3899.80	8.16
6b-1		1347	2714.92	9.78

결과를 보면 6b-1의 속도가 가장 빠르지만 Lift - Weight의 값이 풍선 2개 정도의 부력이 되어 불안정한 것을 볼 수 있다. 이에 우리는 Drag 식에서 단면적이 같으면 Drag가 같기 때문에 6b-1에서 풍선 2개를 제거하여 풍선이 4개가 된 모델 역시 속도가 매우 빠를 것이며, 오히려 필요한 Frame의 길이가 줄어들어 질량이 줄어드므로 속도가 더 빨라질 것이라고 생각하였다. 그리하여 결과적으로 아래 그림 모양의 최종 모델을 디자인하게 되었다.



[그림 6] Final PDR 모델 (위에서 본 모양)

IV. Critical LTA Design

Pitch Control

- Failure of Control Surface
- Changing the angle of Back
 Propeller

Roll Stability

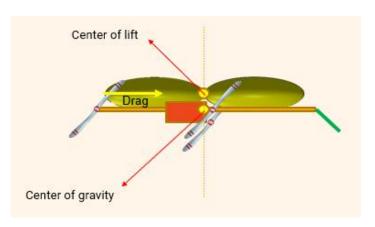
- Failure of
 Standing Model
- Restoring Force

Final CDR Design

- Minimalize Mass
- Battery Location

1. Pitch Control

가. Failure of Control Surface



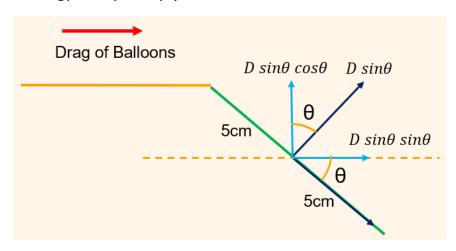
[그림 7] 풍선 Drag에 의한 토크

LTA가 진행하면 풍선의 Drag에 의해 위의 그림처럼 시계 방향의 토크가 발생하게 된다. 이때 Control Surface의 Drag를 통해 반시계 방향의 토크를 만들어 Pitch를 조절하는 것이 우리의 계획이었다. 그러기 위해서는 Control Surface로 만들어낼 수 있는 토크가 Drag보다 커야 하지만, 다음과 같이 MATLAB으로 계산을 해본 결과 불가능하다는 결론이 나왔다.

먼저, Control Surface의 Drag에 의한 토크는 [그림 8]과 같이 힘을 벡터 분해해보면 쉽게 구할 수 있다. D cos 성분은 Control Surface와 평행하여 제거한 후 D sin 성분을 진행방향에 수직인 성분과 나란한 성분으로 분해하였다. PDR 모델에서 무게 중심으로부터 Control Surface 시작 부분까지의 거리는 0.82m였으므로 토크 식은 다음과 같다.

 $\tau = D \sin\theta \cos\theta \times (0.82 + 0.05 \times \cos\theta) + D \sin\theta \sin\theta (0.05 \times \sin\theta)$

풍선의 Drag에 의한 토크는 Drag의 크기에 토크 팔 길이인 0.12m를 곱해주면 되므로 $0.12m \times 0.5 \times 1.225 kg/m^3 \times (9.78 m/s)^2 \times 2\pi \times 0.36m \times 0.12m \times 0.26 = 0.49614 N \cdot m이다.$



[그림 8] Control Surface에 작용하는 힘

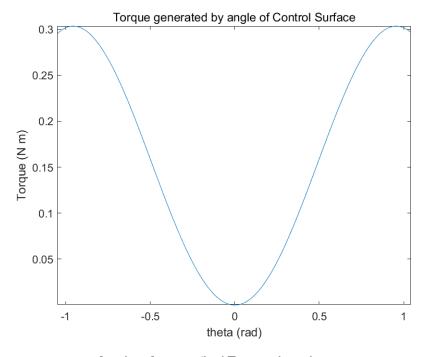
Servo motor의 각도가 -60° $\sim 60^\circ$ 까지 움직일 수 있기 때문에 theta를 다음과 같이 설정하였다. Control Surface의 Drag를 구할 때는 아래 참고 자료(Reference[2])의 값을 인용하여 L/D가 1.5인 Rectangular plate의 Drag Coefficient를 1.165로 선형 근사하여 사용하였다.

Body (Flow From left to right)	L/d	Re= V d/v	C _D
Bodies of revolution			
ı) Sphere:		10 ⁵ >3 x 10 ⁵	0.50 0.20
2) Ellipsoid: d= 1		>2 x 10 ⁵	0.07
2			
3) Circular cylinder axis	1	105	0.63
vertical to follow:	5		0.74
L d	20		0.90
	∞		1.20
	5	>5x10 ⁵	0.35
	∞		0.33
	1	>103	1.16
4) Rectangular plate:	5		1.20
L=length	20		1.50
d= width	∞		1.90
d L			

[그림 9] Rectangular Plate의 Drag Coefficient

```
% Control Surface's Drag & Torque
theta = -pi/3 : 0.01 : pi/3;
S = 0.10 * 0.15; v = 9.78; density = 1.225;
C_d = 1.165; % Rectangle's C_d (10cm * 15cm)
D = 0.5 * density * v^2 * S * sin(theta) * C_d; % front area
D_y = D .* sin(theta); % Vertical to Control Surface
F_1= D_y .* cos(theta); % Vertical to Frame
F_2 = D_y .* sin(theta); % Parallel to frame
T = F_1 .* (0.82 + 0.05 * cos(theta)) + F_2 * 0.05 .* sin(theta);
T_max = max(T); % Maximum Torque
```

Theta에 따른 Torque 그래프를 그려본 결과 아래와 같이 각도가 약 ±56°일 때 0.35783 N·m로 최대였다.

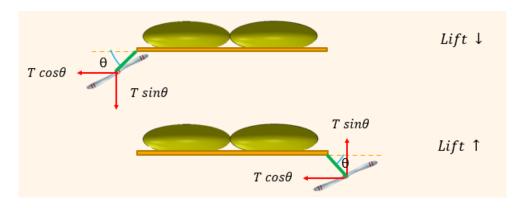


[그림 10] Theta에 따른 토크의 크기

풍선의 Drag에 의해 발생하는 시계 방향 토크가 0.49614 N·m였으므로 Control Surface의 토크로 조절할 수 없다.

나. Changing the angle of Back Propeller using Servo Motor

PDR 모델에서는 Front Propeller을 이용하기로 되어있었기 때문에 처음에는 Front Propeller을 Servo Motor에 부착하여 Pitch를 조절하고자 하였으나 그렇게 되면 추력을 분해 하였을 때 중력 방향 힘이 커진다는 것을 알게 되었다. 따라서 Back Propeller를 Servo Motor에 부착하여 Pitch를 조절하게 되었고, 추가적인 Lift를 얻을 수 있었다.



[그림 11] Propeller의 위치에 따른 Lift의 크기 변화

위 방안이 가능한지 알아보기 위해 MATLAB으로 토크를 계산해보았다. Servo Motor 팔의 길이를 약 5cm 정도라고 가정한 후 아래와 같이 Motor Thrust에 의한 토크 식을 세웠다.

 $1.38 \times sin\theta \times (0.82 + 0.05 \times cos\theta) - 1.38 \times cos\theta \times 0.05 \times sin\theta$

```
% Motor Thrust
thrust = 1.38; % 1 motor's thrust (N)
theta = -pi/3 : 0.01 : pi/3;
torque = 1.38 * sin(theta) .* (0.82 + 0.05 * cos(theta)) - 1.38 * cos(theta) * 0.05 .* sin(theta);
T_max = max(torque);
```

Control Surface의 경우 3개의 Propeller의 추력을 모두 이용하였지만 이번의 경우 1개 Propeller의 추력을 비스듬히 이용하게 되어 최종 속도가 조금 느려질 것이라 생각하였고, 종단 속도가 되면 가속도가 0이 되어 total thrust = Drag가 된다는 점을 이용하여 Torque by LTA Drag는 $2 \times 1.38 + 1.38 \times cos\theta$ 로 계산하였다.

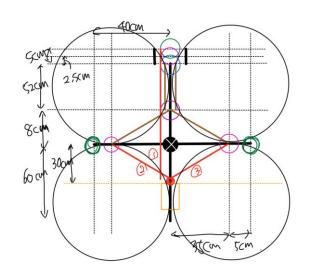
```
% Torque by LTA Drag
theta_ = pi/3; % Back propeller's angle
S_ = 2 * pi * 0.36 * 0.12; % front area
C_d_ = 0.26; % Ellipsoid
D_ = 2 * 1.38 + 1.38 * cos(theta_);
T_ = 0.36 * D_;
T_max_ = max(T_);
```

계산 결과 Back Propeller를 통해서 얻을 수 있는 반시계 방향 토크가 최대 0.9775~N·m 였고, Torque by LTA Drag는 약 0.414~N·m이었기 때문에 조절하기에 충분하다는 결론을 얻었다.

또한, Pitch를 안정적으로 유지하기 위해서는 토크의 합이 0이 되는 지점을 찾아야 하므로 다음과 같은 식을 만족하는 θ를 찾아본 결과 약 25°가 나왔다.

$$1.38 \times \sin\theta \times (0.82 + 0.05 \times \cos\theta) - 1.38 \times \cos\theta \times 0.05 \times \sin\theta$$
$$= 0.12 \times (2.76 + 1.38 \times \cos\theta)$$

PDR 이후 LTA를 구체적으로 어떤 크기로 만들지 상의한 결과 lift 마진이 얼마 남지 않았기 때문에 최대한 weight를 줄이기 위한 방안으로 아래 모델을 생각하기도 하였지만, 위의 과정을 반복해본 결과, 풍선 Drag에 의한 토크가 0.759 N·m인 반면에 Motor로 만들어낼 수 있는 토크가 최대 0.71524 N·m 밖에 안돼서 Pitch를 조절하는 것이 불가능하였다.

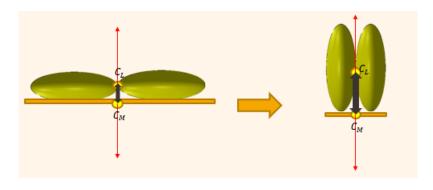


[그림 12] Failed Model 1

2. Roll Stability

가. Failure of Standing Model

Roll stability는 center of lift와 center of mass의 거리가 길어질수록 커지므로 아래 그림처럼 풍선을 세워서 center of lift를 높이는 방안을 생각해보았다. 앞에서 본 면적이 동일하기때문에 속도가 같을 것으로 예상했기 때문이다.



[그림 13] Lying-down 모델과 Stand-up 모델

그러나 '나'에서 계산한 방법과 동일하게 Back Propeller로 Pitch Control을 할 수 있는지 계산해본 결과 풍선의 Drag에 의한 토크가 1.242N·m여서 불가능하다는 결론이 나왔다.

Maximum Torque by Motor Thrust: 0.9775 N m

Maximum Torque required to recover LTA in Stand-up model: 1.242 N m Maximum Torque required to recover LTA in Lying down model: 0.414 N m

나. Restoring Force

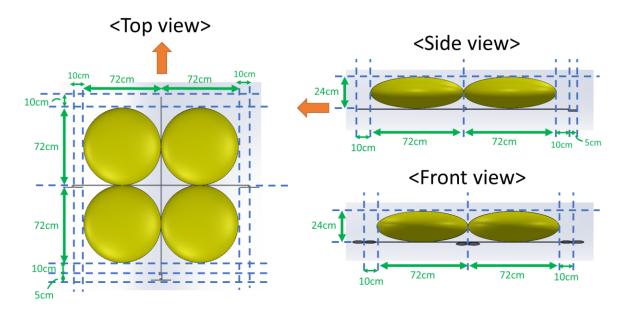
아래와 같은 토크 방정식을 풀어본 결과 풍선을 눕힌 모델에서도 Rolling을 안정시킬 수 있는 복원력이 존재한다는 것을 알 수 있었다. x-axis를 따라 기울어진 각도를 θ라고 한 후 θ가 충분히 작다고 가정하면 다음 토크 방정식을 세울 수 있다.

$$\tau = I_x \alpha = r \times F = rFsin\theta = -0.12 \times (0.7277 \times 4) \times sin\theta = -0.0502288 \times \ddot{\theta}$$
$$sin\theta \approx \theta \rightarrow \theta = \theta_0 \cos(2.6371)t$$

임의의 θ_0 에 대해서 약 0.5957(s)의 시간이 지나면 θ = 0인 위치로 돌아오게 된다. 마찰을 무시했기 때문에 주기가 2.3826인 단진동을 한다고 나오지만, 실제로는 풍선에 의한 마찰이 존재하기 때문에 감쇠진동을 하게 되므로 LTA가 스스로 Roll Stability를 복원할 수 있는 능력이 있다고 판단하였다.

3. CDR Final Design

가. Minimalize Mass



[그림 14] CDR Final Design

가능한만큼 무게를 줄이기 위해 Wire의 사용을 최소화하고자 하였다. ESC와 Receiver는 Servo Additional Wire(52cm)로 연결했고, ESC와 Battery는 JST Additional Wire(12cm)로 연결했다. 이때 JST Y wire는 3개의 ESC를 연결하는 데 1개만 있으면 됐다. Design에서 사용한 기호는 다음과 같다.



[그림 15] Design에서 사용한 기호들

먼저, Servo Additional Wire가 52cm이기 때문에 Receiver를 꼬리에서 52cm 떨어진 지점에 위치시킨 후 나머지 Wire들의 사용을 최소화할 수 있는 방법을 생각해보았다. 먼저 다음 두가지 상황을 생각해보았는데, 길이를 계산해본 결과 공통적으로 2개의 Servo Additional Wire가 필요해서 오른쪽 방안을 채택하였다.

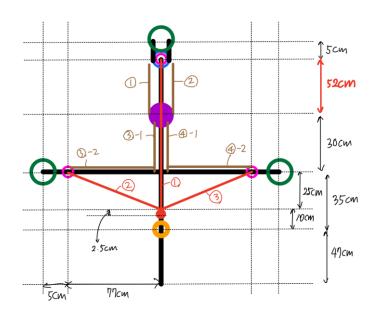
5cm 15cm 52cm 52cm 30cm 3, 30cm 82CM 82CM 5cm 5cm 3의 길이는 $\sqrt{30^2 + 77^2} = 82.64 (cm)$ 로 3의 길이는 77 + 30 = 107(cm)로 104cm 52cm 〈82.64cm 〈104cm이기 때문에 2개의 보다 3cm 길지만 ESC 자체 전선의 길이가 Servo Additional Wire가 필요하다. 3cm 이상인 점을 고려하여 2개면 충분할 것이라고 생각하였다.

[표 13] Servo Additional Wire의 두가지 연결 방안

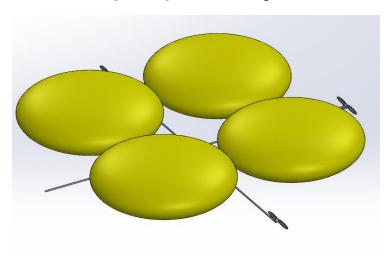
따라서 Servo Additional Wire은 1: 1개, 2: 1개, 3: 2개, 4: 2개로 총 6개가 필요했다. 이후 JST Additional Wire가 없는 상태에서 Lift 중심과 무게 중심이 같아지도록 하는 배터리의 대략적인 위치를 다음과 같이 계산해본 결과 LTA 앞쪽에서부터 약 35cm 떨어진 지점이 나왔고, 그 상태로 JST Additional Wire을 배치했다.

$$\begin{array}{c} \text{connector} & \text{Servo motor} & \text{ESC} & \underline{\text{Motor+Propeller}} & \text{Receiver} \\ 2 \times (82 + 2.5) \cdot \left(18.5 \times \frac{5}{100}\right) + (82) \cdot (8.4) + (82) \cdot (10.5) + (82 + 5) \cdot (11.9 + 4.2) + (30) \cdot (6.7) \\ + (30 + 26) \cdot (5.9 \times 2) + (15) \cdot \left(5.9 \times 4 \times \frac{30}{77 + 30}\right) = 107 \text{d}, & d = 35 \text{cm} \\ & \text{Servo Additional Wire} \end{array}$$

최종 디자인은 다음과 그림과 같다. JST Additional Wire(12cm)은 1: 9개, 2: 6개, 3: 6개로 총 21개가 필요했다. 그리고 JST Y Wire은 1개만 있으면 ESC를 모두 연결할 수 있다.



[그림 16] CDR Final Design



[그림 17] CDR Final Design (3D)

CDR Final Design에서 사용된 부품들과 질량은 다음과 같다.

[표 14] CDR Final Design에서 사용된 부품과 질량

Component	Number	Mass(g)
Propeller set	3	12.6
Motor	3	35.7
ESC	3	31.5
Servo motor	1	8.4
Receiver	1	6.7
Battery	1	107
Thin Carbon Pipe	(164 + 164 + 5*2) = 338cm	62.6
JST Y wire	1	4.5
JST Additional Wire	21	31.5
Servo Additional Wire	6	35.4

Total Mass를 계산해본 결과 335.9g이었고 Total Weight는 3.292N이 되어 Lift(=2.88 + 1.38 sin25°)인 3.463N 보다 0.171N 작았다.

나. Battery Position

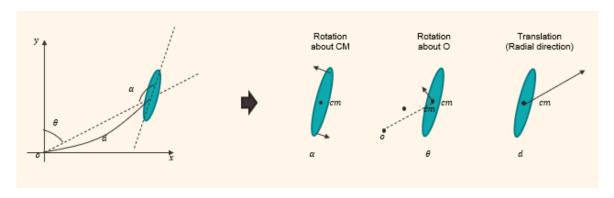
앞에서 JST Additional Wire가 없는 상태로 Battery의 위치를 구했는데, 이번에는 모든 Components를 포함하여 Final CM을 구해보았다. 아래 과정은 앞서 가정한 CM을 기준으로 질량과 거리의 곱을 합한 것이다. 그 결과 358.9가 나왔고 이것을 총 질량 335.9로 나누어 주면 앞선 CM에서 1.07cm 정도 떨어진 위치라는 것을 알 수 있다.

V. Critical LTA Performance Analysis

1. Stability while Turning

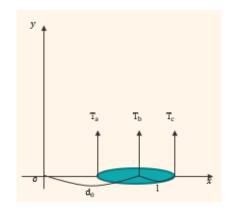
가. Yawing Stability

LTA가 yawing을 할 때 무게 중심에 대한 회전, 원점에 대한 회전, 그리고 병진운동이라는 3개의 자유도를 갖게 되고 따라서 3가지에 대한 운동 방정식이 필요하다. Yawing을 할 때 LTA의 stability를 유지하기 위해서는 clear turn을 할 필요가 있다. Clear turn을 하려면 $\Delta \alpha$ 와 Δd 가 작아야 한다.



[그림 18] Turning 할 때 3가지 자유도

3개의 프로펠러에서 각각 다른 추력을 낼 수 있기 때문에 각각 T_a , T_b , T_c 로 놓은 후 angular damping과 friction이 없는 상황으로 가정을 하였다. Max speed와 max thrust는 각 각 9.18m/s와 1.38N으로 설정하였고, 질량은 0.3359kg, l=0.82m, $I_z=0.121033kg$ m^2 , $d_0=0.82m$ 인 상황에서 분석을 진행하였다.



[그림 19] 방정식에서 사용한 기호들

앞에서 말한 3가지 자유도에 대해서 운동방정식을 세우면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\alpha: \alpha = \frac{l(T_c - T_a)}{I_z}$$

$$\theta : \ddot{\theta} = \frac{1}{(Md^2 + I_z)} \left(T_a \sqrt{d^2 + l^2 + 2dl \cos\alpha - d^2 \sin\alpha} - T_b d\cos(\alpha) + T_c \sqrt{d^2 + l^2 - 2dl \cos\alpha - d^2 \sin\alpha} \right)$$

$$d: \ddot{d} = d\dot{\theta}^2 - \frac{(T_a + T_b + T_c)}{M} \sin\alpha$$

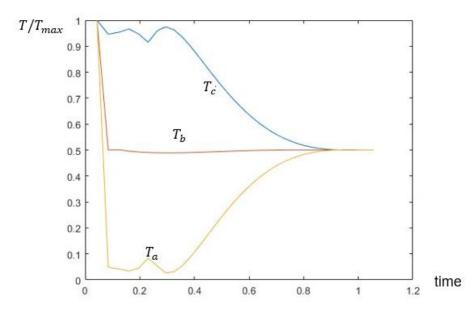
이제 좌표축을 다음과 같이 n등분 한 후

$$\theta_k = \frac{k\pi}{n}, \quad t_k = \frac{\frac{\pi}{n}}{\dot{\theta}_{k-1}}$$

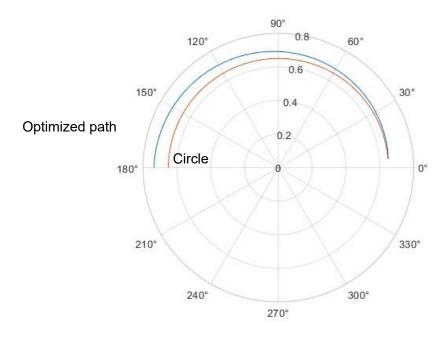
로 놓으면 운동방정식을 T_{a_k} , T_{b_k} , T_{c_k} 에 대한 식으로 표현해줄 수 있다.

$$\begin{split} \alpha_k &= \frac{l(\,T_{c_{k-1}} - T_{a_{k-1}})}{2I_z} t_k^2 + \dot{\alpha}_{k-1} t_k + \alpha_{k-1} \\ \dot{\alpha_k} &= \frac{l(\,T_{c_{k-1}} - T_{a_{k-1}})}{I_z} t_k + \dot{\alpha}_{k-1} \\ \dot{\theta}_k &= \frac{1}{(\,M\!d^2 + I_z)} K_{k-1} t_k + \dot{\theta}_{k-1} \\ d_k &= (d_{k-1} - \frac{\sin\!\alpha_{k-1}}{\dot{\theta}_{k-1}^2 M} (\,T_{a_{k-1}} + T_{b_{k-1}} + T_{c_{k-1}})) \cosh(\frac{\pi}{n}) + \frac{\sin\!\alpha_{k-1}}{\dot{\theta}_{k-1}^2 M} (\,T_{a_{k-1}} + T_{b_{k-1}} + T_{c_{k-1}}) \end{split}$$

각각의 모터에 대해 Thrust를 Optimizing 해주면 다음과 같은 결과가 나온다. Optimized path는 다음 그래프와 같고 그 길이는 16.768m였다.



[그림 20] 시간에 따른 T/T_{max} 그래프



[그림 21] Optimized Path

나. Rolling Stability

d direction으로의 작은 움직임으로 인해 drag에 의한 torque가 발생할 수 있다. PDR에서 구한 것처럼 복원력이 작용하여 스스로 안정해질 수 있는 능력이 있고 \dot{a} 자체가 작기 때문에 Rolling Stability는 충분하다.

다. Pitch Stability

Turning을 할 때 LTA의 최대 속도를 $\max{(d\dot{\theta})}$ 라고 보면 풍선의 Drag로 인해 발생할 수 있는 최대 토크는

$$\frac{1}{2} \times 1.225 \times \left\{ \max(d\dot{\theta}) \right\}^2 \times 0.26 \times 2\pi \times 0.12 \times 0.36 = 0.6253 \, N \cdot m$$

Back Propeller로 인해 발생시킬 수 있는 최대 토크가 $0.9775\,N\cdot m$ 이므로, 안정성을 유지하기에 충분하다.

2. Aerodynamics Analysis

```
%% Initial Condition
```

```
NumberofMotor = 3; % Number of Motor
NumberofBallon = 4; % Number of Balloon

AdjustThurst = 0.5; % 0 ~ 1 about Thrust Percentage One Motor at Rotation

Extra_weight = 0; % We can set Any Extra Weight (Margin)

Minimum_Angle = 25; % (degree) for Pitch control

MassofFrame = 335.9 + Extra_weight; % (g)

totalmass = (MassofFrame) * 10^(-3); % Total Mass(kg), 5.54 : Helium Weight Area = 2714.92 * 10^(-4); % Whole Area of Front Side (m^2)
```

Adjust Thrust를 변화시켜서 회전 시 한쪽 모터의 추력을 최대 추력 대비 어느 정도로 유 지할지 정할 수 있다. Extra weight와 Back Propeller의 minimum angle도 입력할 수 있다. Back Propeller의 각도를 고려하여 Total Lift, Total Weight, Margin을 구하는 함수이다.

```
function L = Lift(NumberofBallon,totalmass,Minimum_Angle)

L = zeros(2,1);
L_Value = 0.72;
motor_thrust = 1.38;
Total_L = L_Value * NumberofBallon + motor_thrust * abs(sin(deg2rad(Minimum_Angle)));

fprintf('Total Lift: %s N \n', num2str(Total_L))
fprintf('Total Weight: %s N \n', num2str(totalmass * 9.8))
if (Total_L > totalmass * 9.8)

L(1) = (Total_L / 9.8 - totalmass) * 1000;
fprintf('Margin : %s (g) \n\n'n', num2str(L(1)))
L(2) = Minimum_Angle;
```

실행 결과 Total Lift는 3.4632N, Total Weight은 3.2918N, Margin은 17.4891g이었다. Drag를 계산하는 함수이다.

```
Drag_Coeff = 0.26; % Drag_Coeff - Ellipsoid
Air_Density = 1.225; % kg / m^3
D = 0.5 * Air_Density * Area * Drag_Coeff;
end
```

Drag는 PDR에서와 완전히 동일한 방법으로 구할 수 있다.

다음은 Turning을 하지 않는 경우와 Turning을 하는 경우에 대해 Thrust의 크기를 구하는 함수이다.

```
function T = Thrust(n,angle)
    motor_thrust = 1.38; % Unit : N, Average of Thrust by Lab1
    T = (n - 1) * motor_thrust + motor_thrust * abs(cos(deg2rad(angle)));
end

function T = Thrust_R(angle,AdjustThurst)
    motor_thrust = 1.38; % Unit : N, Average of Thrust by Lab1
    T = motor_thrust + AdjustThurst * motor_thrust + motor_thrust * abs(cos(deg2rad(angle)));
end
```

Turning을 하지 않는 경우 Back Propeller가 기울어진 것만 고려해주면 되므로

$$T = (n-1) \times 1.38 + 1.38 \times abs(\cos \theta)$$

로 쓸 수 있다.

Turning을 하는 경우에는 Back Propeller가 기울어진 것과 더불어 한 Propeller의 추력에 Adjust Thrust를 곱하는 것까지 고려해주어야 하므로

$$T = (n-2) \times 1.38 + 1.38 \times adjust \ thrust + 1.38 \times abs(\cos \theta)$$

로 쓸 수 있다.

다음은 최종 속력을 구하는 함수이다.

```
function V = Velocity(n,m,A,result,angle) % Caculating Velocity

V = zeros(2,1);
V(1) = (Thrust(n,angle) - Drag(A) * result(1)^2) / m; % Velocity

V(2) = result(1); % Distance

end

function V = Velocity_R(m,A,result,angle,AdjustThurst) % Caculating Rotaiton Velocity

V = zeros(2,1);
V(1) = (Thrust_R(angle,AdjustThurst) - Drag(A) * result(1)^2) / m; % Rotation Velocity

V(2) = result(1); % Distance

end
```

이후 Ode45를 이용하여 Ordinary Differential Equation을 풀어줬다. 최종 분석 결과는 다음과 같다.

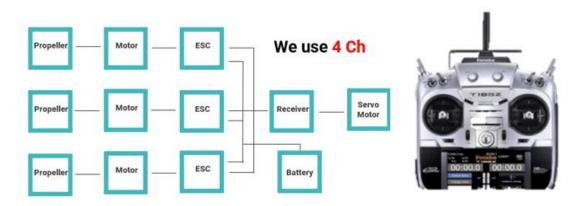
Total Lift: 3.4632 N Total Weight: 3.2918 N Margin : 17.4891 (g)

Thrust: 3.647 N Drag : 3.6468 N Velocity : 9.18 m/s

Thrust_R: 2.957 N Drag_R: 2.9564 N Velocity_R: 8.26 m/s

VI. Final Prototype

1. Control



[그림 22] 4 Channel Diagram / 조종기

오른쪽 막대를 최대한 올리면 Full Thrust가 되고, 오른쪽으로 움직이면 오른쪽 Propeller 가 Adjust Thrust만큼의 추력만 내게 되어 LTA가 오른쪽으로 회전하게 된다. 반대로 왼쪽으로 움직이면 왼쪽으로 회전하게 된다. 왼쪽 막대는 Back Propeller가 부착된 Servo Motor의 각도를 조절하는 역할이다. 왼쪽 막대를 위로 올리면 Propeller가 위를 향하게 되고, 반대로 내리면 Propeller가 아래를 향하게 된다.

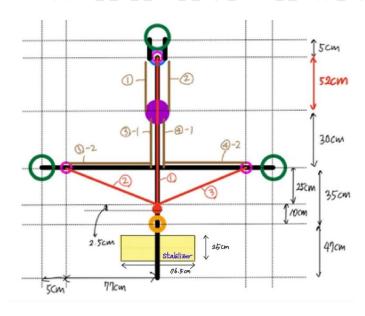
우리 팀의 LTA는 Back Propeller의 Lift가 없으면 뜰 수가 없었기 때문에 처음에 속력이 없는 상태에서 날 수 있는지가 관건이었다. 여러 번 시도해본 결과, 시작과 동시에 왼쪽 막대 와 오른쪽 막대를 최대한 올리면 뜰 수 있다는 것을 알게 되었다. 왼쪽 막대를 올리면 Back Propeller가 위를 향하게 되고, 꼬리 부분이 아래 방향으로 힘을 받아 LTA는 위를 향하게 되기 때문이다. 동시에 나머지 두 Propeller은 위쪽을 향하게 되어 전체적으로 윗방향 합력이생기므로 LTA가 떠오를 수 있었다.

믹싱 결과 최대의 추력을 낼 때 back propeller는 100%, 양쪽 옆에 달린 propeller는 40%의 추력만 낼 수 있었다. Turning 시에는 한쪽 프로펠러의 추력이 0이 되도록 설정했지만 조종타 타각에 따라서 Linear하게 추력이 줄어들었고, 실제로 Yaw 회전에 대해서 매우 민감하여 0이 될 때까지 조정한 적은 없었다.

2. Design

Frame은 Thin Carbon Pipe를 이용하여 만들었고, 실과 Balsa Wood, 에폭시를 이용해 두 개의 Thin Carbon Pipe를 십자 모양으로 연결했다. 풍선들은 실과 테이프를 이용해 눕힌 상태로 고정시킨 후 Frame에 실로 연결하였다. 모터는 Thin Carbon Pipe에 나무 막대를 붙여서 평평하게 만든 후, 그 위에 고무줄로 팽팽하게 감은 모터 다리를 끼워 넣는 방법으로 부착했다. Servo Motor는 순간 접착제와 테이프로 Thin Carbon Pipe에 연결하였고, 모터를 Balsa Wood 막대 사이에 넣고 테이프를 감아서 고정시킨 뒤, Servo Motor의 팔에 순간 접착제로 부착하여 각도를 조절할 수 있도록 만들었다.

추가적으로, Pitch를 안정시키기 위해서 꼬리 부분에 Stabilizer(25cm×76.5cm)를 만들어 주었다. 얇은 Balsa wood 막대로 틀을 만들고 남은 풍선으로 안을 채우는 방식이었다.



[그림 23] Final Engineering Drawing to scale



[그림 24] 실제 완성된 모습

VII. Discussion

1. 처음에 Race를 시작할 때 Lift가 부족했기 때문에 Back Propeller을 밑으로 향하게 해서 Lift를 받아야할 것으로 예상했지만, 실제로 조종해본 결과 그렇게 하면 시작과 동시에 앞으로 고꾸라졌다. 속도가 느린 상태에서 LTA의 뒤쪽에만 Lift가 많아지니 반시계 방향 토크가 풍선의 Drag에 의한 토크보다 훨씬 커져서 그런 것 같다.

따라서 LTA를 날게 하려면 처음에 Back Propeller를 위로 향하게 해서 오히려 Lift의 손해를 봐야했다. 그렇지만 처음 시작 높이가 약 2m 정도 있었고 LTA 뒤쪽이 아래로 힘을 받으면 LTA의 머리 부분과 양쪽 프로펠러는 위를 향하게 되기 때문에 처음에만 잠시 밑으로 내려갔다가 땅에 박기 전에 높이 올라갈 수 있었다.

- 2. Stabilizer가 없으니 Pitch가 계속 흔들렸다. 그래서 25cm × 76.5c짜리 Stabilizer을 만들어서 뒷부분에 부착을 해주니, 바로 안정이 되는 것을 볼 수 있었다. Pitch가 흔들릴 때 Stabilizer가 받는 마찰력이 진동폭을 줄이는 데 큰 역할을 하는 것 같았다.
- 3. 무게 중심이 굉장히 중요했다. 배터리의 미세한 위치 변화가 Pitch Control에 큰 영향을 미쳐서, 조금만 앞쪽에 달면 LTA가 뜨질 못했고, 조금만 뒤쪽에 달면 Servo Motor로 조절할 수 없을 정도로 높이 올라가버렸다.

VIII. Reference

- [1] Fluid Mechanics for Civil and Environmental Engineers / Richard M. McCuen / 2018
- [2] Theory and Practice of the Hydrodynamic Redesign of Artificial Hellbender Habitat Scientific Figure on ResearchGate