

Задание III. Вещественный тип. Приближенные вычисления. Табулирование функций

Составить программу на Си, которая печатает таблицу значений элементарной функции, вычисленной двумя способами: по формуле Тейлора и с помощью встроенных функций языка программирования. В качестве аргументов таблицы взять точки разбиения отрезка $[a, b]$ на n равных частей ($n + 1$ точка включая концы отрезка), находящихся в рекомендованной области хорошей точности формулы Тейлора. Вычисления по формуле Тейлора проводить по экономной в сложностном смысле схеме с точностью $\varepsilon * k$, где ε – машинное эпсилон аппаратно реализованного вещественного типа для данной ЭВМ, а k – экспериментально подбираемый коэффициент, обеспечивающий приемлемую сходимость. Число итераций должно ограничиваться сверху числом порядка 100. Программа должна сама определять машинное ε и обеспечивать корректные размеры генерируемой таблицы.

Дополнительное задание

Для углубленного изучения вещественных типов рекомендуется провести вычисление машинного эпсилон для других (нестандартных) разновидностей вещественных типов на DEC Alpha, а также, по возможности, для других систем программирования и аппаратных средств. Сравните полученные результаты со встроенными константами системы программирования.

Для изучения атрибутов вещественного и целого типов определите границы допустимого диапазона значений программным путем и сравните с соответствующими константами. Объясните полученные результаты.

Дополнительное задание оформляется в виде отдельных программ.

Полученные результаты необходимо включить в отчет по курсовому проекту. Успешное выполнение дополнительного задания учитывается при оценке основного задания.

Замечание. Формула Тейлора сводит вычисление трансцендентных функций к алгебраическим (полиномам; схему Горнера – в студию!). Однако этот простой способ не применяется на практике ввиду большой ресурсоемкости и значительной погрешности. Изучение более совершенных способов вычисления значений трансцендентных функций на ЭВМ производится в курсе численных методов.

Пример результатов для $\sin(x) = \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$

Машинное эпсилон для типа long double в системе Compaq C на Digital Alpha = ...

Таблица значений ряда Тейлора и стандартной функции для $f(x) = \sin x$

х	част. сумма ряда для sin x	значения функции sin x	число итераций
0.00	...	0.0	...
0.05	...	0.0008
0.10	...	0.0017
0.15	...	0.0026
...
0.50

Варианты заданий

№	ряд	a	b	функция
1	$\frac{x}{9} - \frac{x^3}{9^2} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{9^{n+1}}$	-1.0	1.0	$\frac{x}{9 + x^2}$
2	$2(\frac{x}{1} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1})$	0.0	0.5	$\ln \frac{1+x}{1-x}$
3	$x - \frac{5}{2}x^2 + \dots + \frac{(-1)^{n+1} \cdot 2^n - 1}{n} x^n$	-0.2	0.3	$\ln(1 + x - 2x^2)$
4	$\ln 2 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{2^3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}$	-1.0	1.0	$\ln(2 + x)$
5	$-\frac{4x^2}{2} + \frac{16x^4}{24} + \dots + (-1)^n \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$	0.0	0.5	$2(\cos^2 x - 1)$
6	$x + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$	0.0	1.0	$\text{sh } x$

7	$3x + 8x^2 + \dots + n \cdot (n+2)x^n$	0.0	0.5	$\frac{x(3-x)}{(1-x)^3}$
8	$-\frac{1}{5} - \frac{2x}{5^2} - \frac{4x^2}{5^3} - \dots - \frac{2^{n-1}x^{n-1}}{5^n}$	0.0	2.0	$\frac{1}{2x-5}$
9	$-(1+\frac{2}{3}) - (1+\frac{2}{3^2})x - \dots - (1+\frac{2}{3^{n+1}})x^n$	0.0	0.5	$\frac{3x-5}{x^2-4x+3}$
10	$\frac{2x^2}{2!} - \frac{2^3x^4}{4!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{2^{2n-1}x^{2n}}{(2n)!}$	0.0	1.0	$\sin^2 x$
11	$1 - \frac{3}{2}x^2 + \dots + (-1)^n \frac{2n^2+1}{(2n)!}x^{2n}$	0.1	0.6	$(1 - \frac{x^2}{2})\cos x - \frac{x}{2}\sin x$
12	$1 + \frac{\ln 3}{1!}x + \frac{\ln^2 3}{2!}x^2 + \dots + \frac{\ln^n 3}{n!}x^n$	0.0	1.0	3^x
13	$x - \frac{x^3}{3!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$	0.0	1.0	$\sin x$
14	$-3 - 4x - 5x^2 - \dots - (n+3)x^n$	0.1	0.6	$\frac{2x-3}{(x-1)^2}$
15	$1 - \frac{x^2}{2!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$	0.0	1.0	$\cos x$
16	$1 + 3x^2 + \dots + \frac{2n+1}{n!}x^{2n}$	0.0	1.0	$(1+2x^2)e^{x^2}$
17	$\frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3}(\frac{x-1}{x+1})^3 + \dots + \frac{1}{2n+1}(\frac{x-1}{x+1})^{2n+1}$	0.2	0.7	$\frac{1}{2}\ln x$
18	$\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{15} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{4n^2-1}$	0.1	0.6	$\frac{1+x^2}{2}\operatorname{arctg} x - \frac{x}{2}$
19	$1 + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!}$	0.1	0.6	$\operatorname{ch} x$
20	$1 + \frac{2x}{1!} + \dots + \frac{(2x)^n}{n!}$	0.1	0.6	e^{2x}
21	$1 + 2\frac{x}{2} + \dots + \frac{n^2+1}{n!}(\frac{x}{2})^n$	0.1	0.6	$(\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} + 1)e^{\frac{x}{2}}$
22	$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{n-1}{n!}x^n$	0.0	1.0	$(1+x)e^{-x}$
23	$x - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$	0.0	0.5	$\operatorname{arctg} x$
24	$1 + \frac{x^2}{1} + \frac{x^4}{2} + \dots + \frac{x^{2n}}{n!}$	0.0	1.0	e^{x^2}
25	$\frac{1}{4} + \frac{x^4}{4^2} + \dots + \frac{x^{4n}}{4^{n+1}}$	0.0	1.0	$\frac{1}{4-x^4}$
26*	$-\cos x + \frac{\cos 2x}{2^2} + \dots + (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2}$	$\frac{\pi}{5}$	π	$\frac{1}{4}(x^2 - \frac{\pi^2}{3})$
27*	$1 + \frac{\cos x}{1!} + \dots + \frac{\cos nx}{n!}$	0.1	0.6	$e^{\cos x} \cdot \cos(\sin x)$
28*	$\cos x + \frac{\cos 2x}{2} + \dots + \frac{\cos nx}{n}$	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{6\pi}{5}$	$-\ln 2\sin \frac{x}{2} $