

بسم الله الرحمن الرحيم

گزارش کار پروژه رباتیک مقدماتی

Kuka LWR Robot

استاد درس:

دکتر خسروی

اعضای گروه:

امین سرخی لله لو ۹۶۲۳۹۰۱

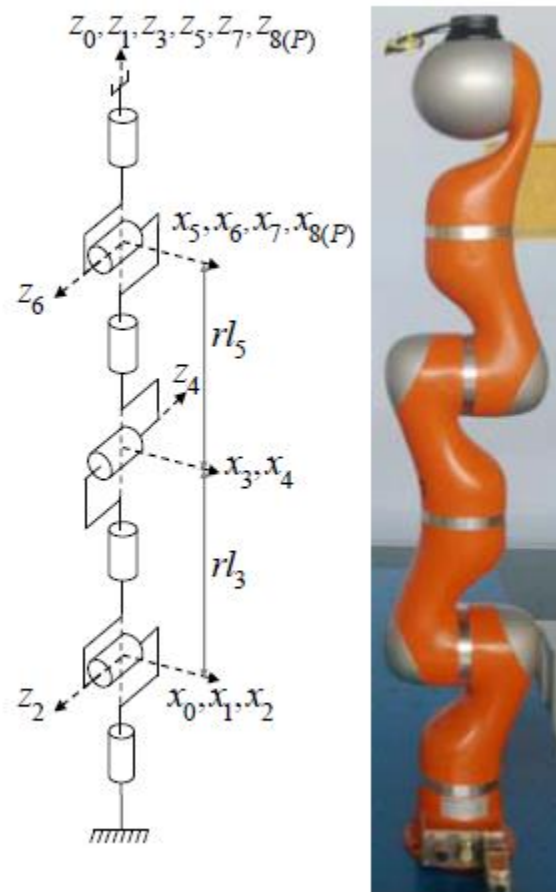
سپهر قمری ۹۶۲۳۰۹۰

محمد مهدی شجاعی فر ۹۶۲۳۰۶۵

تیرماه ۱۴۰۰

۱- از مزایای این ربات دارا بودن هفت درجه آزادی که مانند بازوی انسان عمل میکند و دارای انعطاف پذیری بالایی می باشد و همچنین می توان گشتاور را در تمام مفاصل با استفاده از سنسور های گشتاور اندازه گیری نمود. همچنین این ربات دارای وزن کمی می باشد و در نتیجه باعث استفاده از انرژی کمتر می شود. به دلیل اینکه سه مفصل اخر ربات در موقعیت نهایی تاثیر ندارد، پس می تواند هر جهت گیری ای را اتخاذ کند و هردو فضای کاری ان یکسانند که به دلیل داشتن فضای کاری ماهر بسیار گسترده، بسیار کاربردی است. این ربات در زمینه های مختلفی مانند بازوهای مکانیکی استفاده می شود.

۲- محور های مختصاتی ربات به شکل زیر میباشد:



۳- جدول پارامترهای ربات به شرح زیر است:

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
۱	۰	۰	۰	q_1
۲	۹۰	۰	۰	q_2
۳	-۹۰	۰	۰.۴	q_3
۴	-۹۰	۰	۰	q_4
۵	۹۰	۰	۰.۳۹	q_5
۶	۹۰	۰	۰	q_6
۷	-۹۰	۰	۰	q_7
۸	۰	۰	۰	q_8

۴- با استفاده از جدول بالا و فرمول کلی و کد متلب ماتریس های تبدیل زیر به دست می آیند.

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} d_i \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.4 \\ -\sin q_3 & -\cos q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin q_4 & -\cos q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^4T_5 = \begin{bmatrix} \cos q_5 & -\sin q_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0.39 \\ \sin q_5 & \cos q_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^6T_7 = \begin{bmatrix} \cos q_7 & -\sin q_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin q_7 & -\cos q_7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^7T_8 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0T_8 = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} T_{11} = & -\sin(q_7) \left(\cos(q_5) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \right. \\ & - \sin(q_5) (\cos(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ & - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))) \\ & - \cos(q_7) \left(\sin(q_6) (\sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \right. \\ & + \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2)) \\ & + \cos(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \\ & + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ & \left. \left. - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))) \right) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{12} = & \sin(q_7) \left(\sin(q_6) (\sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \right. \\
& + \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2)) \\
& + \cos(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \\
& + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
& \left. - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))) \right) \\
& - \cos(q_7) (\cos(q_5) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \\
& - \sin(q_5) (\cos(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
& - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{13} = & \sin(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \\
& + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
& - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))) \\
& - \cos(q_6) (\sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
& + \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{14} = & -0.4 \cos(q_1) \sin(q_2) - 0.39 \sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\
& - 0.39 \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{21} = & \sin(q_7) (\cos(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\
& - \sin(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
& + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))) \\
& + \cos(q_7) (\sin(q_6) (\sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
& - \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) \\
& + \cos(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\
& + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
& + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{22} = & \cos(q_7) (\cos(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\
& - \sin(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
& + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))) \\
& - \sin(q_7) (\sin(q_6) (\sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
& - \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) \\
& + \cos(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\
& + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
& + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{23} = & \cos(q_6) (\sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) - \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) \\
& - \sin(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\
& + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\
& + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{24} = & 0.39 \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) - 0.4 \sin(q_1) \sin(q_2) \\
& - 0.39 \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)
\end{aligned}$$

$$T_{31} = \cos(q_7) (\sin(q_6) (\cos(q_2) \cos(q_4) + \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) \\ - \cos(q_6) (\cos(q_5) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2)) \\ + \sin(q_2) \sin(q_3) \sin(q_5))) \\ + \sin(q_7) (\sin(q_5) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2)) \\ - \cos(q_5) \sin(q_2) \sin(q_3)))$$

$$T_{32} = \cos(q_7) (\sin(q_5) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2)) - \cos(q_5) \sin(q_2) \sin(q_3)) \\ - \sin(q_7) (\sin(q_6) (\cos(q_2) \cos(q_4) + \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) \\ - \cos(q_6) (\cos(q_5) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2)) \\ + \sin(q_2) \sin(q_3) \sin(q_5)))$$

$$T_{33} = \cos(q_6) (\cos(q_2) \cos(q_4) + \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) \\ + \sin(q_6) (\cos(q_5) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2)) \\ + \sin(q_2) \sin(q_3) \sin(q_5))$$

$$T_{34} = 0.4 \cos(q_2) + 0.39 \cos(q_2) \cos(q_4) + 0.39 \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)$$

$$T_{41} = T_{42} = T_{43} = 0 \quad T_{44} = 1$$

۵- برای محاسبه سینماتیک معکوس، با توجه به پیچیده بودن درایه ها، امکان حل پارامتری ان وجود ندارد و به صورت عددی ان را حل کرده ایم. برای اینکار ابتدا ربات را به برنامه شناسانده ایم و موقعیت مجری نهایی نیز به عنوان ورودی به ربات می دهیم. برای محاسبه سینماتیک معکوس از تابع `GeneralizedInverseKinematics` می توان زوایای مفاصل را با استفاده از موقعیت مجری نهایی به دست آورد. خروجی نهایی این تابع، هفت زاویه برحسب درجه است. برای مثال اگر ورودی تابع ۲۰، ۵، ۰، ۵، ۰، ۵، ۰ باشد، خروجی نهایی که نشان دهند زوایای هرفصل به درجه است، به صورت زیر است:

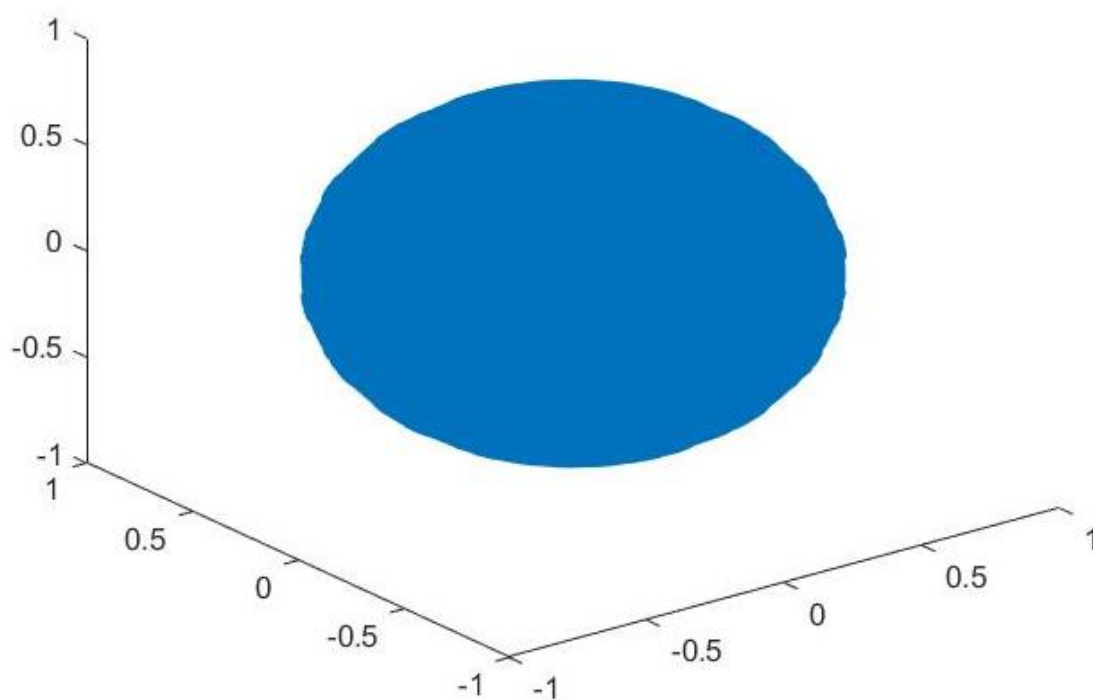
-42.0906, -87.5777, 68.7825, -111.8214, 73.9408, 19.1302, 5.0061

با توجه به اینکه سه مفصل اخر فقط در جهت گیری نهایی تاثیر دارد و در موقعیت مجری نهایی تاثیر ندارد، پس پاسخ های زیادی وجود دارد.

۶- باتوجه به اینکه سه مفصل اخر محورهایشان از یک نقطه عبور میکند در جابجایی مجری نهایی تاثیر ندارد و صرفا جهت گیری ان را مشخص می کند، پس کافی است برای به دست آوردن فضای کاری، صرفا چهار مفصل اول را جابجا کنیم و ابرنقاط را به دست آوریم. با استفاده از اطلاعات موجود در مقالات دیگر که به پیوست اومده است، محدودیت زاویه هر مفصل به شرح زیر است:

مفصل	مینیمم درجه	ماکزیمم درجه
۱	-۱۷۰	۱۷۰
۲	-۱۲۰	۱۲۰
۳	-۱۷۰	۱۷۰
۴	-۱۲۰	۱۲۰
۵	-۱۷۰	۱۷۰
۶	-۴۵	۸۰
۷	-۴۵	۱۳۰

باتوجه به شکل به دست آمده، فضای کاری ربات بیضی گون می باشد.



۷- با توجه به فرمول جزوه، $J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix}$ و برای مفصل چرخشی $J_{\omega_i} = Z_i \times (O_n - O_i)$ و $J_{v_i} =$

Z_i که Z_i ستون سوم ماتریس تبدیل می باشد و O_i المان های ستون چهارم 0T_i است. ماتریس ژاکوبین در زیر آورده شده است و مشتق آن نیز در فایل *Jacobian_kuka.m* محاسبه شده است.

$$J = \begin{bmatrix} J_{v11} & J_{v12} & J_{v13} & J_{v14} & J_{v15} & J_{v16} & J_{v17} \\ J_{v21} & J_{v22} & J_{v23} & J_{v24} & J_{v25} & J_{v26} & J_{v27} \\ J_{v31} & J_{v32} & J_{v33} & J_{v34} & J_{v35} & J_{v36} & J_{v37} \\ J_{\omega11} & J_{\omega12} & J_{\omega13} & J_{\omega14} & J_{\omega15} & J_{\omega16} & J_{\omega17} \\ J_{\omega21} & J_{\omega22} & J_{\omega23} & J_{\omega24} & J_{\omega25} & J_{\omega26} & J_{\omega27} \\ J_{\omega31} & J_{\omega32} & J_{\omega33} & J_{\omega34} & J_{\omega35} & J_{\omega36} & J_{\omega37} \end{bmatrix}$$

$$J_{v11} = 0.4 \sin(q_1) \sin(q_2) - 0.39 \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\ + 0.39 \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2))$$

$$J_{v12} = -\cos(q_1) (0.4 \cos(q_2) + 0.39 \cos(q_2) \cos(q_4) + 0.39 \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4))$$

$$J_{v13} = -\cos(q_2) (0.39 \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\ - 0.39 \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) \\ - \sin(q_1) \sin(q_2) (0.39 \cos(q_2) \cos(q_4) + 0.39 \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4))$$

$$J_{v14} = (0.39 \cos(q_2) \cos(q_4) + 0.39 \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) (\cos(q_1) \cos(q_3) \\ - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\ + \sin(q_2) \sin(q_3) (0.39 \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\ - 0.39 \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2))$$

$$J_{v15} = J_{v16} = J_{v17} = 0$$

$$J_{v21} = -0.4 \cos(q_1) \sin(q_2) - 0.39 \sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ - 0.39 \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2))$$

$$J_{v22} = -\sin(q_1) (0.4 \cos(q_2) + 0.39 \cos(q_2) \cos(q_4) + 0.39 \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4))$$

$$J_{v23} = \cos(q_1) \sin(q_2) (0.39 \cos(q_2) \cos(q_4) + 0.39 \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) \\ - \cos(q_2) (0.39 \sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ + 0.39 \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2))$$

$$J_{v24} = (0.39 \cos(q_2) \cos(q_4) + 0.39 \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) (\cos(q_3) \sin(q_1) \\ + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \\ + \sin(q_2) \sin(q_3) (0.39 \sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ + 0.39 \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2))$$

$$J_{v25} = J_{v26} = J_{v27} = 0$$

$$J_{v31} = 0$$

$$J_{v_{32}} = -\sin(q_1) (0.4 \sin(q_1) \sin(q_2) - 0.39 \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1))) \\ + 0.39 \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) \\ - \cos(q_1) (0.4 \cos(q_1) \sin(q_2) \\ + 0.39 \sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ + 0.39 \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2))$$

$$J_{v_{33}} = -\cos(q_1) \sin(q_2) (0.39 \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1))) \\ - 0.39 \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) \\ - \sin(q_1) \sin(q_2) (0.39 \sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ + 0.39 \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2))$$

$$J_{v_{34}} = (0.39 \sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ + 0.39 \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2)) (1.0 \cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\ - (0.39 \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\ - 0.39 \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3))$$

$$J_{v_{35}} = J_{v_{36}} = J_{v_{37}} = 0$$

$$J_{\omega_{11}} = 0$$

$$J_{\omega_{12}} = \sin(q_1)$$

$$J_{\omega_{13}} = -\cos(q_1) \sin(q_2)$$

$$J_{\omega_{14}} = -\cos(q_3) \sin(q_1) - \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)$$

$$J_{\omega_{15}} = -\sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) - \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2)$$

$$J_{\omega_{16}} = \cos(q_5) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \\ - \sin(q_5) (\cos(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))$$

$$J_{\omega_{17}} = \sin(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_3) \sin(q_1) + \cos(q_1) \cos(q_2) \sin(q_3)) \\ + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ - \cos(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4))) \\ - \cos(q_6) (\sin(q_4) (\sin(q_1) \sin(q_3) - \cos(q_1) \cos(q_2) \cos(q_3)) \\ + \cos(q_1) \cos(q_4) \sin(q_2))$$

$$J_{\omega_{21}} = 0$$

$$J_{\omega_{22}} = -\cos(q_1)$$

$$J_{\omega_{23}} = -\sin(q_1) \sin(q_2)$$

$$J_{\omega_{24}} = \cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)$$

$$J_{\omega_{25}} = \sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) - \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)$$

$$J_{\omega_{26}} = \sin(q_5) (\cos(q_4) (1.0 \cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)) \\ - \cos(q_5) (1.0 \cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3))$$

$$J_{\omega_{27}} = \cos(q_6) (\sin(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) - \cos(q_4) \sin(q_1) \sin(q_2)) \\ - \sin(q_6) (\sin(q_5) (\cos(q_1) \cos(q_3) - \cos(q_2) \sin(q_1) \sin(q_3)) \\ + \cos(q_5) (\cos(q_4) (\cos(q_1) \sin(q_3) + \cos(q_2) \cos(q_3) \sin(q_1)) \\ + \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4)))$$

$$J_{\omega_{31}} = 1$$

$$J_{\omega_{32}} = 0$$

$$J_{\omega_{33}} = \cos(q_2)$$

$$J_{\omega_{34}} = -\sin(q_2) \sin(q_3)$$

$$J_{\omega_{35}} = \cos(q_2) \cos(q_4) + \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)$$

$$J_{\omega_{36}} = \cos(q_5) \sin(q_2) \sin(q_3) - \sin(q_5) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2))$$

$$J_{\omega_{37}} = \cos(q_6) (\cos(q_2) \cos(q_4) + \cos(q_3) \sin(q_2) \sin(q_4)) \\ + \sin(q_6) (\cos(q_5) (\cos(q_2) \sin(q_4) - \cos(q_3) \cos(q_4) \sin(q_2)) \\ + \sin(q_2) \sin(q_3) \sin(q_5))$$

۸- باتوجه به روش نیوتن-اولر ابتدا سرعت خطی و شتاب زاویه ای و سپس مشتق سرعت خطی و شتاب زاویه ای را به دست آوردیم (*Forward relation*):

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}R_i {}^i\omega_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_i$$

$${}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}R_i ({}^iv_i + {}^i\omega_i \times {}^{i+1}P_i)$$

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}R_i {}^i\dot{\omega}_i + {}^{i+1}R_i {}^i\omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}Z_{(i+1)}$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}R_i [{}^i\omega_i \times {}^iP_{i+1} + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^iP_{i+1}) + {}^i\dot{v}_i]$$

$${}^i\dot{v}_{C_i} = {}^i\dot{\omega}_i \times {}^iP_{C_i} + {}^i\omega_i \times ({}^i\omega_i \times {}^iP_{C_i}) + {}^i\dot{v}_i$$

سپس نیروها، ممان ها و درنهایت گشتاورهای هرکدام از مفاصل محاسبه شد (*Backward relation*):

$$F_i = m\dot{v}_{C_i}$$

$$N_i = {}^cI\dot{\omega}_i + \omega_i \times {}^cI\omega_i$$

$${}^if_i = {}^iR_{i+1} {}^{i+1}f_{i+1} + {}^iF_i$$

$${}^in_i = {}^iN_i + {}^iR_{i+1} {}^{i+1}n_{i+1} + {}^iP_{C_i} \times {}^iF_i + {}^iP_{i+1} \times {}^iR_{i+1} {}^{i+1}f_{i+1}$$

$$\tau_i = {}^i n_i {}^i Z_i$$

$$\tau_i = {}^i f_i^T {}^i Z_i$$

برای محاسبات این قسمت، مقادیر اولیه زیر در نظر گرفته شد:

جرم مفصل:

$$m_1 = 3.94781$$

$$m_2 = 4.50275$$

$$m_3 = 2.45520$$

$$m_4 = 2.61155$$

$$m_5 = 3.41000$$

$$m_6 = 3.38795$$

$$m_7 = 0.35432$$

مقادیر اولیه سرعت ها:

$$\omega_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

مقادیر اولیه مشتق سرعت ها:

$$\dot{\omega}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{v}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix}$$

نیرو و گشتاور وارده به مجری نهایی:

$$f_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$n_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ماتریس تنسور اینرسی از مقاله برداشته شده است:

$$I_{C_1} = \begin{bmatrix} 0.00455 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00454 & 0.00001 \\ 0 & -0.00001 & 0.00029 \end{bmatrix}$$

$$I_{C_2} = \begin{bmatrix} 0.00032 & 0 & 0 \\ 0 & 0.00010 & 0 \\ 0 & 0 & 0.00042 \end{bmatrix}$$

$$I_{C_3} = \begin{bmatrix} 0.00223 & -0.00005 & 0.00007 \\ 0.00005 & 0.00219 & 0.00007 \\ -0.00007 & -0.00007 & 0.00073 \end{bmatrix}$$

$$I_{C_4} = \begin{bmatrix} 0.03844 & 0.00088 & -0.00112 \\ -0.00088 & 0.01144 & -0.00111 \\ 0.00112 & 0.00111 & 0.04988 \end{bmatrix}$$

$$I_{C_5} = \begin{bmatrix} 0.00277 & -0.00001 & 0.00001 \\ 0.00001 & 0.00284 & 0 \\ -0.00001 & 0 & 0.00012 \end{bmatrix}$$

$$I_{C_6} = \begin{bmatrix} 0.00050 & -0.00005 & -0.00003 \\ 0.00005 & 0.00281 & -0.00004 \\ 0.00003 & 0.00004 & 0.00232 \end{bmatrix}$$

$$I_{C_7} = \begin{bmatrix} 0.00795 & 0.00022 & -0.00029 \\ -0.00022 & 0.01089 & -0.00029 \\ 0.00029 & 0.00029 & 0.00294 \end{bmatrix}$$

مختصات مرکز جرم نیز از مقاله برداشته شده است:

$$P_{C_1} = \begin{bmatrix} -0.00351 \\ 0.00160 \\ -0.03139 \end{bmatrix}$$

$$P_{C_2} = \begin{bmatrix} -0.00767 \\ 0.16669 \\ -0.00355 \end{bmatrix}$$

$$P_{C_3} = \begin{bmatrix} -0.00225 \\ -0.03492 \\ -0.02652 \end{bmatrix}$$

$$P_{C_4} = \begin{bmatrix} 0.00020 \\ -0.05268 \\ 0.03818 \end{bmatrix}$$

$$P_{C_5} = \begin{bmatrix} 0.00005 \\ -0.00237 \\ -0.21134 \end{bmatrix}$$

$$P_{C_6} = \begin{bmatrix} 0.00049 \\ 0.02019 \\ -0.02750 \end{bmatrix}$$

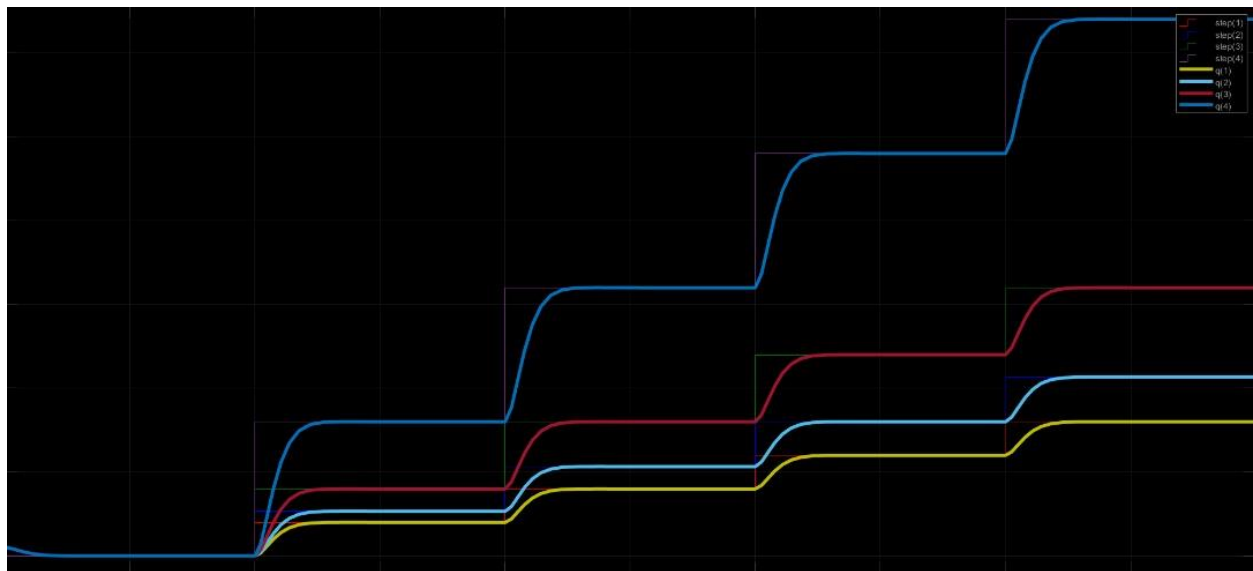
$$P_{C_7} = \begin{bmatrix} -0.03466 \\ -0.02324 \\ 0.07138 \end{bmatrix}$$

با استفاده از توابع نوشته شده در *Matlab* که در پوشه *dynamic* قرار داده شده است، گشتاور همه مفاصل محاسبه شده که نتایج محاسبات در پوشه *dynamic result* قرارداده شده است.

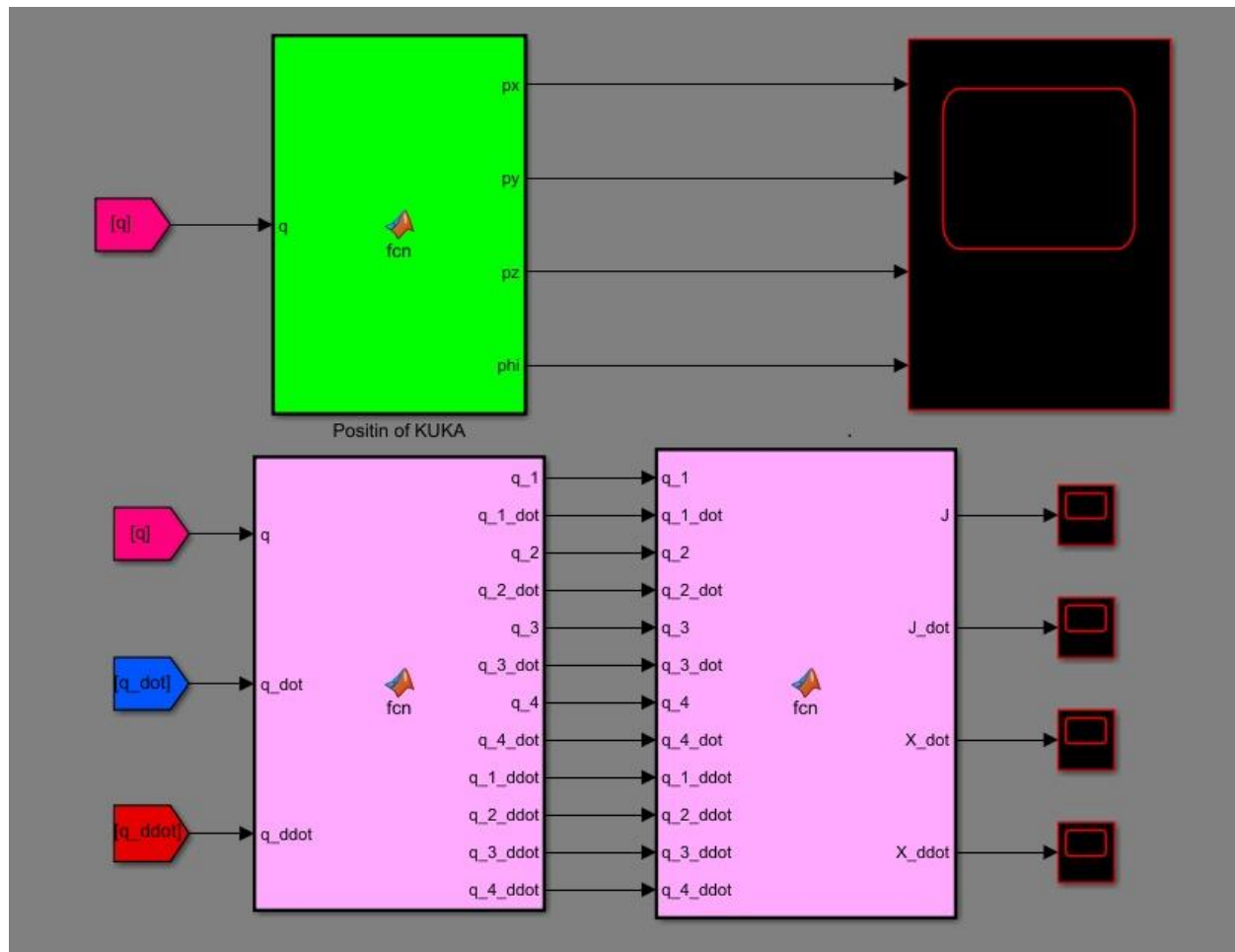
۹- در این قسمت برای کنترل ربات با استفاده از مدل دینامیکی به دست آمده از مرحله قبل، کنترلر مناسب در محیط *Simulink* طراحی شد:

با توجه به محاسبات زیاد برای این قسمت و هماهنگی های صورت گرفته با تدریس یار، کنترلر این قسمت برای چهار مفصل ابتدایی طراحی شده است. کنترلر استفاده شده از نوع *PD* است و ضرایب k_d و k_p به ترتیب برابر 10 و 30 انتخاب شد. نتایج شبیه سازی به شرح زیر است:

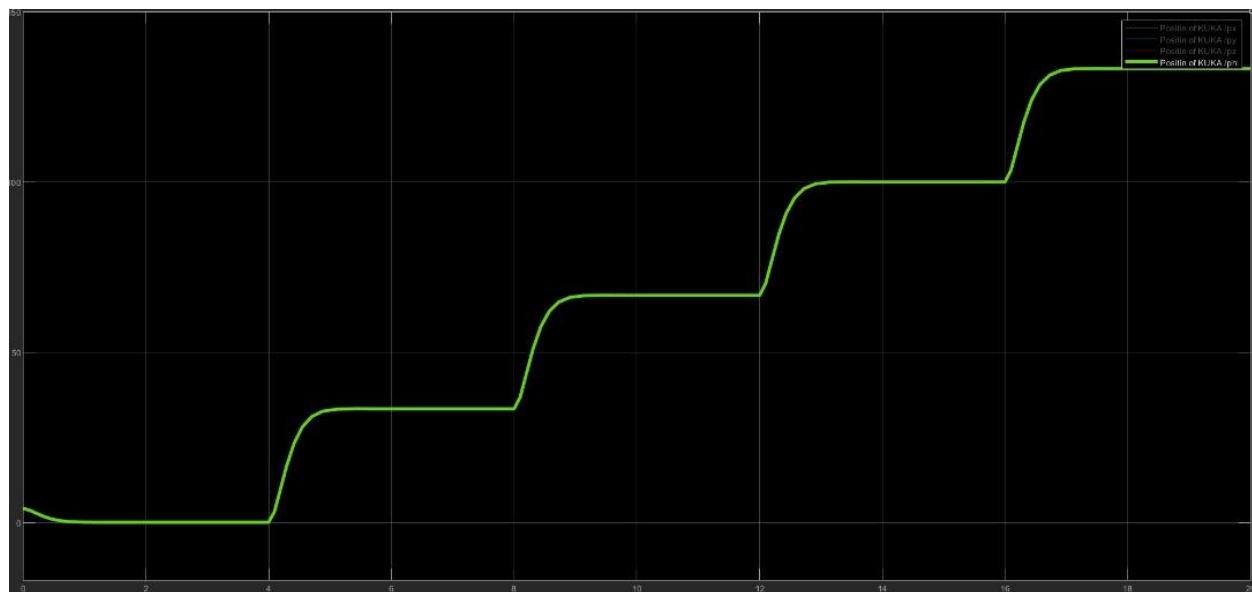
همانطور که مشاهده می شود، ***overshoot*** و **خطای حالت دائم نداریم و *rise time*** نیز **حدود یک ثانیه** است. تصاویر این شبیه سازی در زیر موجود است.



۱۰ و ۱۱- برای صحت سنجی سینماتیک مستقیم، شبیه سازی در محیط سیمولینک به صورت زیر انجام گرفته است.



نتایج شبیه سازی به شرح زیر می باشد:



Φ



Φ



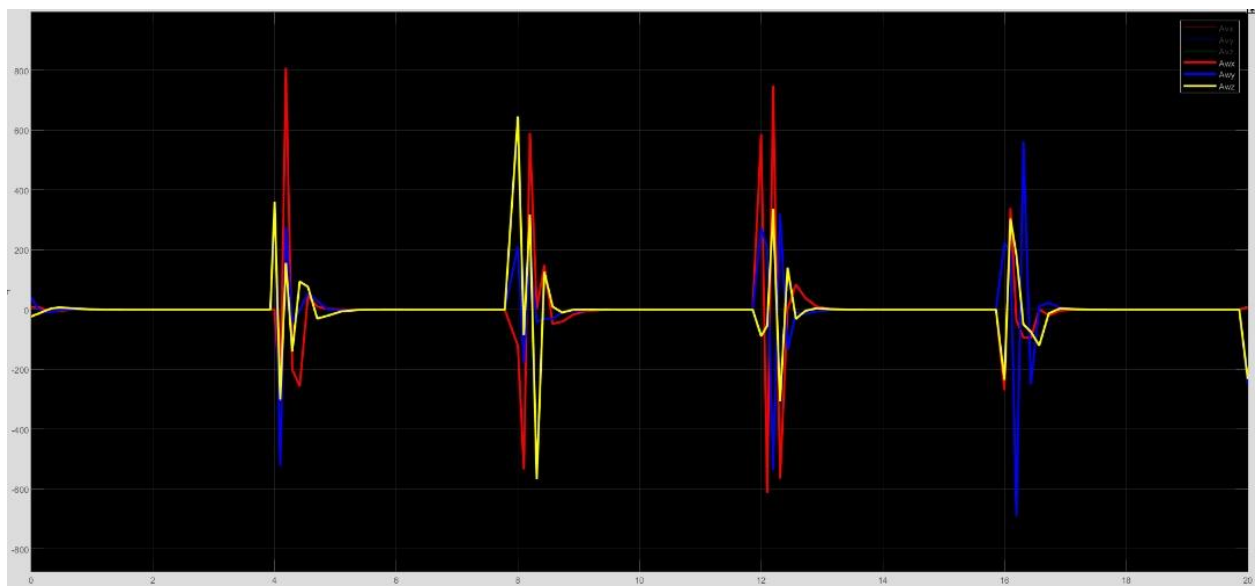
\dot{x}



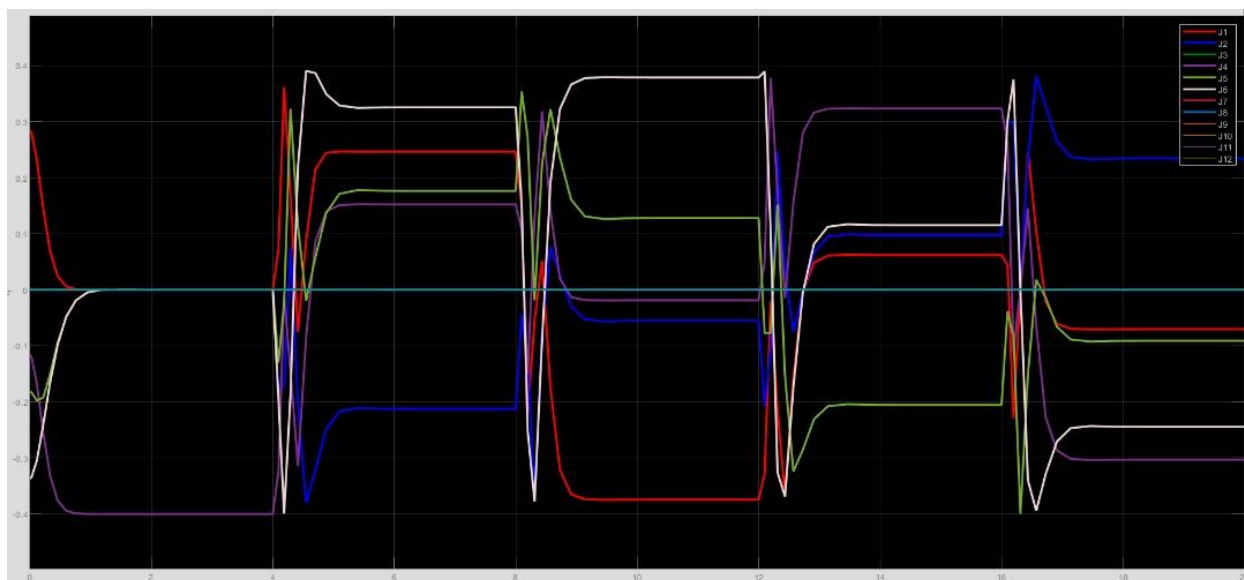
w



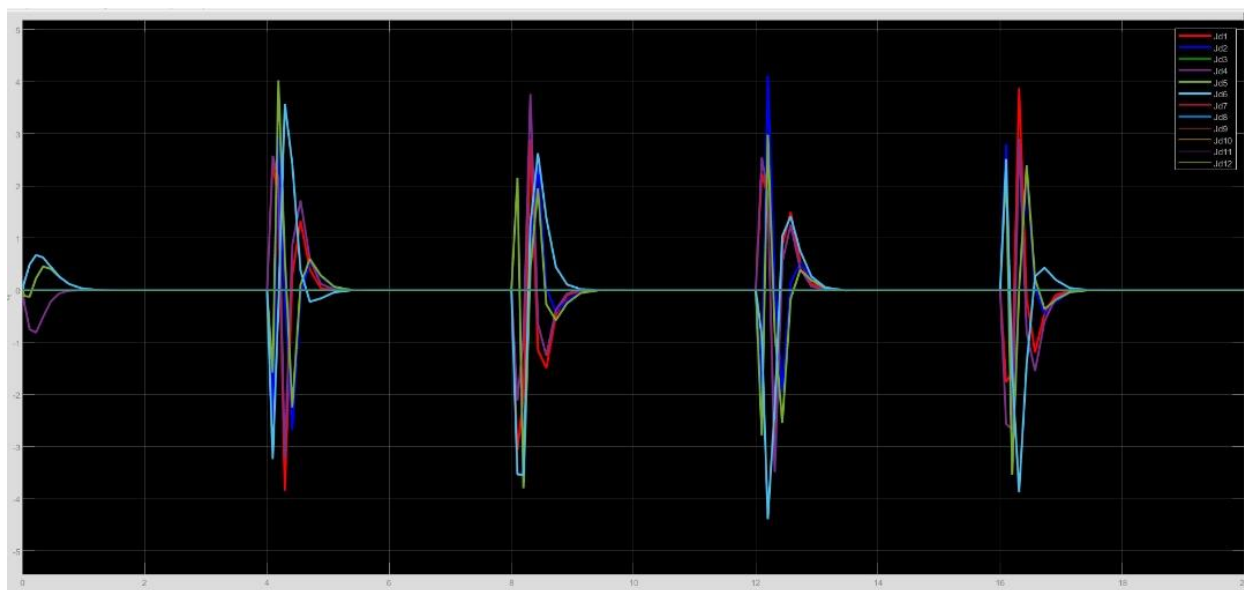
$x \, ddot$



$w \, dot$



Jacobian



Jacobian dot

باتوجه به اینکه با استفاده از کنترلر، هرکدام از زوایا به مقادیر مشخص شده رسیدند و پایدار شده اند، پس مجری نهایی نیز باید طبق سینماتیک مستقیم به موقعیت مشخصی براساس همان زوایا برسد. همانطور که مشاهده می شود، در طی دوره های مختلف برای هرکدام از پله ها، موقعیت مجری نهایی در مقادیر خاصی پایدار شده است. از طرفی سرعت خطی بعد از رسیدن به موقعیت نهایی باید صفر شود که این اتفاق افتاده است. همچنین تمامی درایه های مشتق ژاکوبین هم به صفر میل کرده است.

برای مثال در دوره اول (صفر تا چهار ثانیه) تمامی زوایا و در نتیجه مجموع آنها برابر صفر است که باتوجه به طرز قرارگرفتن مفاصل در حالت اولیه، موقعیت نهایی ربات باید طوری باشد که فقط در راستای محور Z مقدار داشته باشد (ربات باید عمود بر صفحه باشد). همانطور که در نمودار *end effector position* مشاهده می شود، p_x و p_y ربات به صفر میل کرده و p_z ربات به ۰,۴ رسیده که مطابق با انتظار است.

در قسمت ۱۱، موقعیت، سرعت و شتاب خطی و سرعت و شتاب زاویه ای خواست شده است. با توجه به توضیحات بالا، نمودار *end effector position* نشان دهنده موقعیت لحظه ای است.

برای به دست آوردن سرعت خطی و زاویه ای نیز کافی است ماتریس ژاکوبین ($J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix}$) را در بردار مشتق فضای مفصلی ضرب کنیم. سه درایه اول نشان دهنده سرعت خطی و سه درایه بعد نشان دهنده سرعت زاویه ای است که نمودارهای \dot{x} و w نشان دهنده آن است. برای به دست آوردن شتاب خطی و زاویه ای کافی است از سرعت خطی مشتق بگیریم که نمودار آن نیز \ddot{x} و \ddot{w} است.

۱۲- با استفاده از *toolbox rvc* پارامترهای دناویت هارتنبرگ بهبودیافته و نوع هرلینک (چرخشی یا انتقالی) را مشخص میکنیم. سپس با استفاده از دستور *SerialLink* این مفاصل را به هم مرتبط و ربات را شبیه سازی میکنیم و با استفاده از دستور *plot* ربات را به صورت سه بعدی نمایش می دهیم که به صورت زیر است:

